Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования «Белорусский государственный университет

информатики и радиоэлектроники»

Факультет компьютерных систем и сетей

Кафедра информатики

Дисциплина «Методы численного анализа»

**ОТЧЕТ**

к лабораторной работе №7

на тему:

**«ИНТЕРПОЛЯЦИЯ СПЛАЙНАМИ»**

БГУИР 1-40-04-01

|  |
| --- |
| Выполнил студент группы 253504  Дмитрук Богдан Ярославович |
| 25.10.2023 |
| (дата, подпись студента) |
| Проверил  Анисимов Владимир Яковлевич |
|  |
| (дата, подпись преподавателя) |

Минск 2023

**СОДЕРЖАНИЕ**

[1. Цели выполнения задания 3](#_Toc147528122)

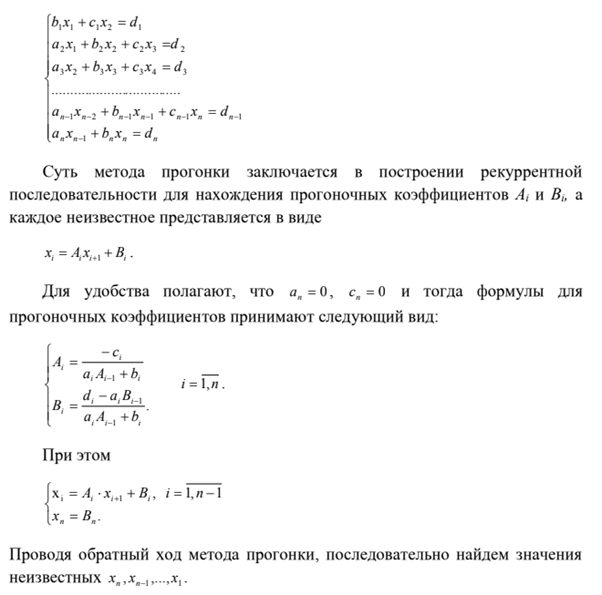
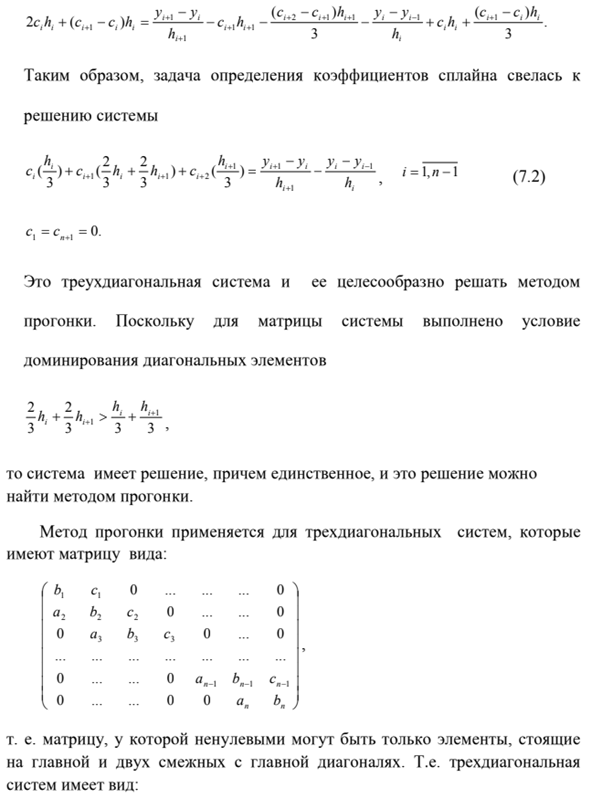
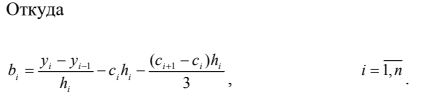
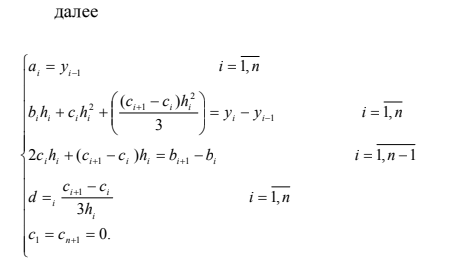
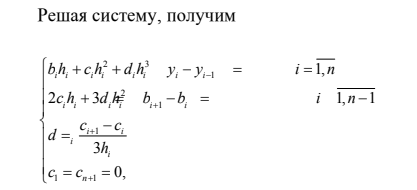
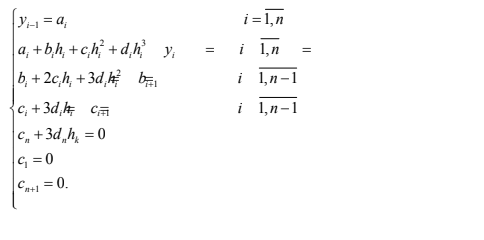
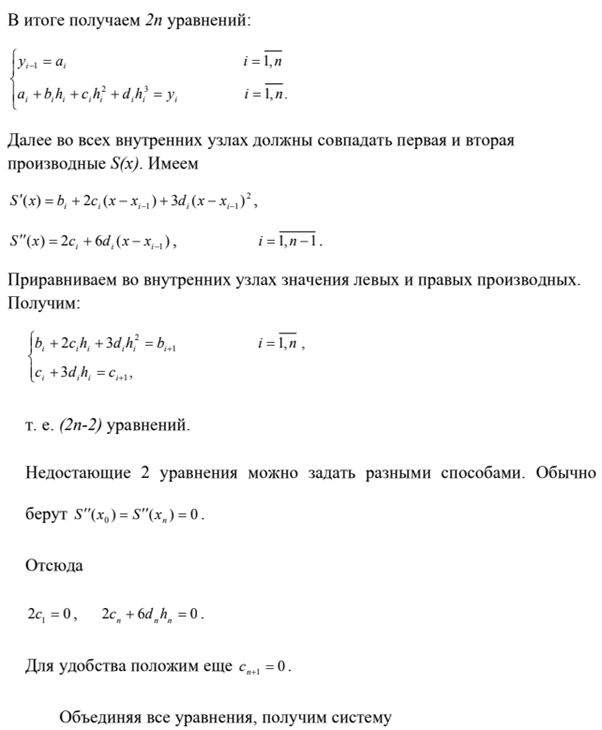
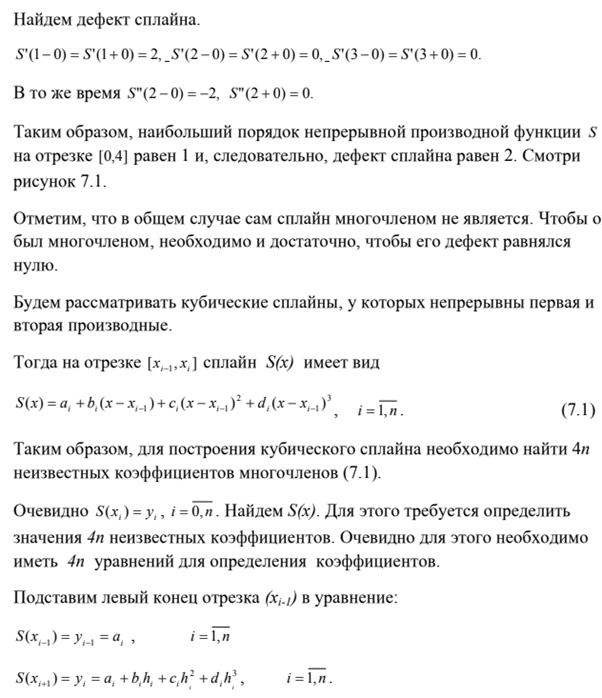
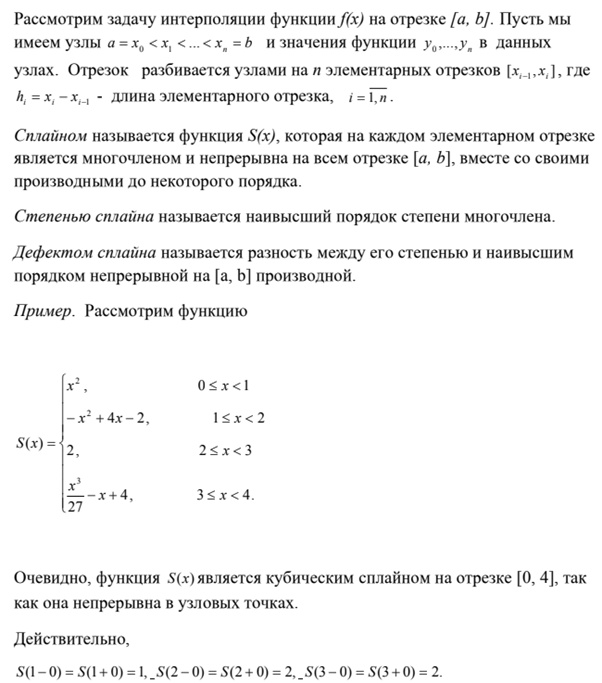
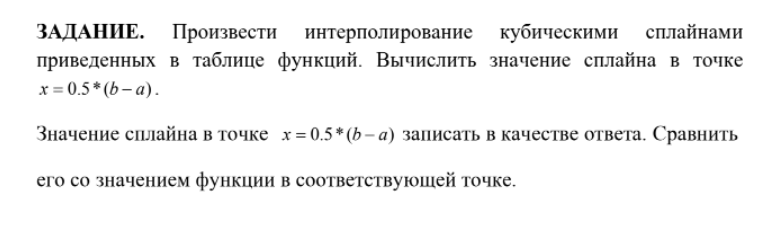
[2. Краткие теоретические сведения 4](#_Toc147528123)

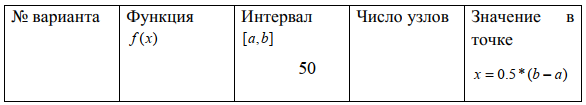
[3. Задание 11](#_Toc147528124)

[4. Программная реализация 12](#_Toc147528125)

[5. Полученные результаты 16](#_Toc147528126)

[6. Выводы 18](#_Toc147528127)

1. ЦЕЛИ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЯ
2. Изучить построение кубических интерполяционных сплайнов.
3. Составить программный продукт, реализующий построение кубических интерполяционных сплайнов.
4. Составить тестовые примеры.
5. Произвести численное интерполирование кубическими сплайнами приведенной в таблице функции в соответствии с вариантом.
6. Сравнить значение в точке x = 0.5\*(b – a) исходной функции и функции полученной методом интерполирования кубическими интерполяционными сплайнами.
7. **КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ**  
     
   
8. **ЗАДАНИЕ**



1. ПРОГРАММНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ

import numpy as np

import matplotlib.pyplot as plt

def input\_func():

def f(x): return np.sinh(x)

left\_border, dots\_count, right\_border = 0, 6, 2

dots = []

for i in range(dots\_count):

x = left\_border + (right\_border - left\_border) \* i / (dots\_count - 1)

y = f(x)

dots += [(x, y)]

return dots, f

def three\_diag\_solve(A, b):

A = A.copy()

b = b.copy()

n = len(A)

A[0][1] /= A[0][0]

for i in range(1, n - 1):

A[i][i + 1] /= (A[i][i] - A[i][i - 1] \* A[i - 1][i])

b[0] /= A[0][0]

for i in range(1, n):

b[i] = (b[i] - A[i][i - 1] \* b[i - 1]) / (A[i][i] - A[i][i - 1] \* A[i - 1][i])

x = np.zeros(n)

x[-1] = b[-1]

for i in range(n - 2, -1, -1):

x[i] = b[i] - A[i][i + 1] \* x[i + 1]

return x

def spline\_built(dots):

n = len(dots) - 1

(x, y) = map(list, zip(\*dots))

h = [None]

for i in range(1, n + 1):

h += [x[i] - x[i - 1]]

A = [[None] \* n for i in range(n)]

for i in range(1, n):

for j in range(1, n):

A[i][j] = 0.0

for i in range(1, n - 1):

A[i + 1][i] = h[i + 1]

for i in range(1, n):

A[i][i] = 2 \* (h[i] + h[i + 1])

for i in range(1, n - 1):

A[i][i + 1] = h[i + 1]

F = []

for i in range(1, n):

F += [3 \* ((y[i + 1] - y[i]) / h[i + 1] - (y[i] - y[i - 1]) / h[i])]

A = [A[i][1:] for i in range(len(A)) if i]

c = three\_diag\_solve(A, F)

c = [0.0] + list(c) + [0.0]

def evaluate(xdot):

for i in range(1, len(x)):

if x[i - 1] <= xdot <= x[i]:

val = 0

val += y[i]

b = (y[i] - y[i - 1]) / h[i] + (2 \* c[i] + c[i - 1]) \* h[i] / 3

val += b \* (xdot - x[i])

val += c[i] \* ((xdot - x[i]) \*\* 2)

d = (c[i] - c[i - 1]) / (3 \* h[i])

val += d \* ((xdot - x[i]) \*\* 3)

return val

return None

def output():

print("Cubic spline:", '\n')

for i in range(1, len(x)):

#val = 0

b = (y[i] - y[i - 1]) / h[i] + (2 \* c[i] + c[i - 1]) \* h[i] / 3

d = (c[i] - c[i - 1]) / (3 \* h[i])

print(f"Interval ({x[i - 1]}, {x[i]})\n")

print(np.poly1d([d, c[i], b, y[i]]), '\n')

return evaluate, output

print("Cubic spline interpolation \n")

plot\_dots = 10 \*\* 4

dots, f = input\_func()

(x, y) = map(list, zip(\*dots))

print("(x,y) =", dots, '\n')

plt.plot(x, y, 'og')

x\_plot = np.linspace(min(x), max(x), plot\_dots)

y\_plot = [f(xdot) for xdot in x\_plot]

plt.plot(x\_plot, y\_plot)

spl, output = spline\_built(dots)

y\_plot = [spl(xdot) for xdot in x\_plot]

plt.plot(x\_plot, y\_plot)

output()

xdot = 1.0

print(f"f({xdot}) =", f(xdot))

print(f"Cubic Spline({xdot}) =", spl(xdot))

print(f"delta({xdot}) =", abs(f(xdot) - spl(xdot)))

plt.show()

1. ПОЛУЧЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Функция | Интервал | | Число узлов |
| y=sh(x) | [0, 2] | | 6 |
| Значение в точке x=(b – a)/2=1.1752 | | | |
| Исходная функция | | Кубический сплайн | |
| 1.1752011936438014 | | 1.177009499493866 | |
| 0.0018083058500646398 | | | |
|  | | | |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Функция | Интервал | | Число узлов |
| y=x^3 | [0, 4] | | 10 |
| Значение в точке x=3.2579 | | | |
| Исходная функция | | Кубический сплайн | |
| 34.579065240538995 | | 34.537720704769384 | |
| 0.0413445357696105 | | | |
|  | | | |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Функция | Интервал | | Число узлов |
| y = | [0, 3] | | 7 |
| Значение в точке x=1.7584 | | | |
| Исходная функция | | Кубический сплайн | |
| 1.326046756340062 | | 1.3276255284707033 | |
| 0.0015787721306412816 | | | |
|  | | | |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Функция | Интервал | | Число узлов |
| y = ln(x + 1) | [0.2, 2.4] | | 9 |
| Значение в точке x=1.5257 | | | |
| Исходная функция | | Кубический сплайн | |
| 0.9265182520295909 | | 0.9265193947343665 | |
| 1.1427047755807607e-06 | | | |
|  | | | |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Функция | Интервал | | Число узлов |
| y = sin(x) | [0, 3] | | 10 |
| Значение в точке x=0.7645 | | | |
| Исходная функция | | Кубический сплайн | |
| 0.6921762208325887 | | 0.6912918640691755 | |
| 0.0008843567634136962 | | | |
|  | | | |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Функция | Интервал | | Число узлов |
| y = sin(x) | [0, 3] | | 100 |
| Значение в точке x=0.7645 | | | |
| Исходная функция | | Кубический сплайн | |
| 0.6921762208325887 | | 0.6921762178122526 | |
| 3.0203360923408695e-09 | | | |
|  | | | |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Функция | Интервал | | Число узлов |
| y = sin(x) | [0, 3] | | 1000 |
| Значение в точке x=0.7645 | | | |
| Исходная функция | | Кубический сплайн | |
| 0.6921762208325887 | | 0.6921762208323199 | |
| 2.687849942617504e-13 | | | |
|  | | | |

1. ВЫВОДЫ

Таким образом, в ходе выполнения лабораторной работы была освоена интерполяция функций с помощью кубических сплайнов. Составлена компьютерная программа, на тестовых примерах проверена правильность её работы, построены кубические интерполяционные сплайны, вычислено значение функции в точке согласно заданному варианту.