Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования «Белорусский государственный университет   
информатики и радиоэлектроники»

Факультет компьютерных систем и сетей

Кафедра информатики

Дисциплина: Прикладные задачи математического анализа

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

к курсовой работе

на тему

МЕТОД ПИКАРА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ 1-ГО ПОРЯДКА

БГУИР КП 1-40 04 01

Студент: гр.253504

Дмитрук Богдан Ярославович

Руководитель: канд. ф.-м. н., доцент Анисимов В.Я.

Минск 2023

СОДЕРЖАНИЕ

[1 Введение 4](#_Toc147260714)

[2 Теоретическая часть 6](#_Toc147260715)

[2.1 Теоретический обзор 6](#_Toc147260716)

[2.1.1 Определение задачи Коши для дифференциальных уравнений 1-го порядка. 6](#_Toc147260717)

[2.1.2 Обзор основных понятий и теорем, связанных с методом Пикара. 6](#_Toc147260718)

[2.1.3 Изложение математических основ и принципов метода Пикара. 6](#_Toc147260719)

[2.2 Метод Пикара 6](#_Toc147260720)

[2.2.1 Подробное описание алгоритма метода Пикара. 6](#_Toc147260721)

[2.2.2 Примеры применения метода Пикара для решения конкретных задач Коши. 6](#_Toc147260722)

[2.2.3 Обсуждение преимуществ и ограничений метода Пикара. 6](#_Toc147260723)

[2.3 Анализ сходимости и точности 6](#_Toc147260724)

[2.3.1 Обзор понятий сходимости и точности в контексте метода Пикара. 6](#_Toc147260725)

[2.3.2 Исследование условий сходимости и точности метода Пикара. 6](#_Toc147260726)

[2.3.3 Анализ погрешностей и их контроль при использовании метода Пикара 6](#_Toc147260727)

[3 Практическая часть 7](#_Toc147260728)

[3.1. Примеры численного решения задач Коши с использованием метода Пикара… 7](#_Toc147260729)

[3.2. Обсуждение результатов численных экспериментов 7](#_Toc147260730)

[4 Заключение 8](#_Toc147260731)

[5 Список используемой литературы 9](#_Toc147260732)

[6 Приложение 10](#_Toc147260733)

1. ВВЕДЕНИЕ

Дифференциальные уравнения занимают центральное место в математике и ее приложениях, поскольку они предоставляют инструментарий для моделирования и изучения изменений, происходящих в различных физических, биологических, экономических и инженерных системах со временем. Решение дифференциальных уравнений, особенно задач Коши, которые требуют определения решений при заданных начальных условиях, является нетривиальной задачей, часто вызывающей затруднения.

В данной курсовой работе мы сосредоточимся на методе Пикара, одном из численных методов решения задач Коши для дифференциальных уравнений 1-го порядка. Данный метод был разработан французским математиком Жюлем Пикаром в конце XIX века и представляет собой итерационный процесс, позволяющий получить приближенное аналитическое решение.

Основная идея метода Пикара заключается в разложении решения дифференциального уравнения в ряд, состоящий из простых интегралов. Путем последовательных итераций можно получить все более точное приближение к решению. Метод Пикара имеет широкий спектр применений в численном анализе и математическом моделировании, позволяя решать разнообразные задачи в различных областях науки и инженерии.

Цель данной курсовой работы заключается в тщательном изучении и понимании метода Пикара для решения задачи Коши для дифференциальных уравнений 1-го порядка. Мы будем рассматривать теоретические основы метода, его алгоритм и численную реализацию. Кроме того, мы представим ряд примеров, демонстрирующих эффективность и применимость метода Пикара для решения конкретных задач.

Структура работы будет следующей: в начале мы изучим ключевые концепции и теоретические основы метода Пикара; затем мы перейдем к алгоритму и численной реализации метода; далее будут представлены примеры решения задачи Коши с использованием метода Пикара; и, наконец, мы проведем анализ результатов и обсудим преимущества и ограничения метода.

Исследование метода Пикара имеет значительное научное значение и может быть полезным для специалистов в области прикладной математики, физики, инженерии и других дисциплин, где требуется численное решение задач, связанных с дифференциальными уравнениями. Мы надеемся, что данная курсовая работа предоставит фундаментальное введение в метод Пикара и позволит более глубоко понять и применять данный метод при решении задачи Коши для дифференциальных уравнений 1-го порядка.

1. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ
   1. Теоретический обзор
      1. Определение задачи Коши для дифференциальных уравнений 1-го порядка.
      2. Обзор основных понятий и теорем, связанных с методом Пикара.
      3. Изложение математических основ и принципов метода Пикара.
   2. Метод Пикара
      1. Подробное описание алгоритма метода Пикара.
      2. Примеры применения метода Пикара для решения конкретных задач Коши.
      3. Обсуждение преимуществ и ограничений метода Пикара.
   3. Анализ сходимости и точности
      1. Обзор понятий сходимости и точности в контексте метода Пикара.
      2. Исследование условий сходимости и точности метода Пикара.
      3. Анализ погрешностей и их контроль при использовании метода Пикара
2. ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

3.1. Примеры численного решения задач Коши с использованием метода Пикара.

3.2. Обсуждение результатов численных экспериментов

1. ЗАКЛЮЧЕНИЕ
2. СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
3. Амелькин, В.В. Дифференциальные уравнения: учеб. пособие для студ. учреждений высш. образования по математическим спец. / В. В. Амелькин. – Минск: БГУ, 2012. – 288 с.
4. Бибиков, Ю.Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений / Ю.Н. Бибиков. – Москва: «Высшая школа», 1991.
5. Матвеев, Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений / Н.М. Матвеев. – Минск: «Вышэйшая школа», 1974.
6. Романко, В.К. Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления / В.К. Романко. – Москва: «Лаборатория базовых знаний», 2000.
7. Федорюк, М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения / М.В. Федорюк. – Москва: «Наука», 1985.
8. Филиппов, А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям / А.Ф. Филиппов. – Москва: «Наука», 1992.
9. Егоров, А. И. Теорема Коши и особые решения дифференциальных уравнений / А. И. Егоров. – Москва : Физматлит, 2008
10. Жевняк Р.М., Карпук А.А. Высшая математика. Основы аналитической геометрии и линейной алгебры. Ввведение в анализ. Дифференциальное исчисление функций одной переменной Учеб. — Мн., Выш. шк, 1992. — 384 с
11. Карпук, А. А. Сборник задач по высшей математике : в 10 ч. Ч. 9 : Дифференциальные уравнения : учеб. пособие / А. А. Карпук, В. В. Цегельник, В. А. Ранцевич. – Минск : БГУИР, 2008. – 166 с. : ил.
12. Прикладные задачи по высшей математике: дифференциальные уравнения : учебно-метод. пособие / С. Е. Карпович [и др.]. – Минск : БГУИР, 2013. – 76 с. : ил.
13. ПРИЛОЖЕНИЕ