



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«Дальневосточный федеральный университет»
(ДВФУ)

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Департамент математического и компьютерного моделирования

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3

По основной образовательной программе подготовки бакалавров
направлению 02.03.01 Математика и компьютерные науки
профиль «Сквозные цифровые технологии»

Студент группы

Б9120-02.03.01сцт - Пограничный Кирилл

(подпись)

« _____ » _____ 2023 г.

Преподаватель: Яковлев Анатолий
Александрович

« _____ » _____ 2023 г.

г. Владивосток

2023

Постановка задачи

Имеем задачу линейной оптимизации. А то есть, задачу оптимизации производства. В данной поставленной задаче, будем решать прямую и двойственную задачу:

Прямая задача

Постановка

Сформулируем задачу:

$$\begin{cases} c * x \rightarrow \max \\ Ax \leq b \\ x, b, c \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{Где: } A = \begin{pmatrix} 31 & 74 & 34 & 78 & 93 & 77 \\ 0 & 28 & 28 & 59 & 8 & 98 \\ 37 & 17 & 40 & 52 & 14 & 37 \\ 95 & 54 & 59 & 85 & 15 & 40 \\ 44 & 16 & 54 & 72 & 21 & 18 \\ 20 & 57 & 44 & 18 & 65 & 88 \\ 41 & 65 & 46 & 43 & 6 & 17 \\ 12 & 1 & 67 & 24 & 62 & 92 \end{pmatrix} \in R^{m \times n}$$

$$c = (41 \quad 69 \quad 65 \quad 68 \quad 31 \quad 4) \in R^n$$

$$b = \begin{pmatrix} 41 \\ 96 \\ 16 \\ 30 \\ 58 \\ 18 \\ 32 \\ 65 \end{pmatrix} \in R^m$$

Сформулированная задача, является задачей на максимум дохода, от производства некоторой продукции. Объем производства продукции представлен вектором x с неотрицательными элементами. Вектор c – это удельный доход от единицы продукции, так же с отрицательными элементами. По условию $m = 8$, $n = 6$

$Ax \leq b$ – ограничение на имеющиеся ресурсы

$x, b, c \geq 0$ – ограничения

Задачу будем решать симплекс-методом, для этого нужно привести задачу к канонической форме, т.е. ограничения типа равенства. Что бы это сделать, введём переменную z .

$$z = b - Ax$$

Получаем следующую систему:

$$\begin{cases} (c \ 0) * \begin{pmatrix} x \\ z \end{pmatrix} \rightarrow \max \\ (A + I) * \begin{pmatrix} x \\ z \end{pmatrix} = b \\ x, b, c, z \geq 0 \end{cases}$$

Переобозначим переменные:

$$\begin{aligned} (c \ 0) &\rightarrow c \\ (A + I) &\rightarrow A \\ \begin{pmatrix} x \\ z \end{pmatrix} &\rightarrow x \end{aligned}$$

Получим задачу в канонической форме:

$$\begin{cases} c * x \rightarrow \max \\ Ax = b \\ x, b, c \geq 0 \end{cases}$$

Опорное решение

Для прямой задачи мы автоматически имеем опорное решение, или в нашем случае опорное решение, так же будет являться базисным решением. Базисным решением системы называется частное решение, в котором неосновные переменные имеют нулевые значения.

Двойственная задача

Постановка

Формулировка задачи:

$$\begin{cases} b * y \rightarrow \min \\ A^T y \leq c \\ y, b, c \geq 0 \end{cases}$$

$$A^T = \begin{pmatrix} 31 & 0 & 37 & 95 & 44 & 20 & 41 & 12 \\ 74 & 28 & 17 & 54 & 16 & 57 & 65 & 1 \\ 34 & 28 & 40 & 59 & 54 & 44 & 46 & 67 \\ 78 & 59 & 52 & 85 & 72 & 18 & 43 & 24 \\ 93 & 8 & 14 & 15 & 21 & 65 & 6 & 62 \\ 77 & 98 & 37 & 40 & 18 & 88 & 17 & 92 \end{pmatrix} R^{n \times m}$$

$$c = \begin{pmatrix} 41 \\ 69 \\ 65 \\ 68 \\ 31 \\ 4 \end{pmatrix} \in R^n$$

$$b = (41 \quad 96 \quad 16 \quad 30 \quad 58 \quad 18 \quad 32 \quad 65) \in R^m$$

Решением задачи будет вектор y , который означает теневую цену ресурсов. Все остальные вектора и матрица удовлетворяют условию на неотрицательность, как и в прямой задаче.

Задачу также будем решать симплекс-методом, для этого нужно привести задачу к канонической форме. Что бы это сделать, введём переменную z .

$$z = A^T y - c$$

Получаем следующую систему:

$$\begin{cases} (b \ 0) * \begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix} \rightarrow \min \\ (A^T - I) * \begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix} = c \\ y, b, c, z \geq 0 \end{cases}$$

Переобозначим переменные:

$$\begin{aligned}(b \ 0) &\rightarrow b \\ (A^T - I) &\rightarrow A^T \\ \begin{pmatrix} y \\ z \end{pmatrix} &\rightarrow y\end{aligned}$$

Получим задачу в канонической форме:

$$\begin{cases} b * y \rightarrow \min \\ A^T y = c \\ y, b, c \geq 0 \end{cases}$$

Опорное решение

Это задача не имеет начальной угловой точки (опорного решения).

Для её нахождения будем решать вспомогательную задачу.

Сформулируем вспомогательную задачу, введем переменную **u**. Такая задача будет иметь вид:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^m u_i \rightarrow \min \\ A^T y + u = c \\ y, c, u \geq 0 \end{cases}$$

Эту задачу решаем симплекс методом и считаем, что базисное решение для этой задачи, является опорным. Базисные решения, координаты которых удовлетворяют условию неотрицательности, являются опорными.

Симплекс – метод

Симплекс-метод – это метод последовательного перехода от одного базисного решения системы ограничений задачи линейного программирования к другому базисному решению до тех пор, пока функция цели не примет оптимального значения

Решение прямой задачи симплекс – методом

В моем случае алгоритм для решения прямой задачи отработал за 2 шага.
Начальный шаг
Индекс разрешающей строки = 6
Индекс разрешающего столбца = 1
Разрешающий элемент = 57.0
Промежуточное решение: [0. 0. 0. 0. 0. 0. 41. 96. 16. 30. 58. 18. 32. 65.]

−41.00	−69.00	−65.00	−68.00	−31.00	−4.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
31.00	74.00	34.00	78.00	93.00	77.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	41.00
0.00	28.00	28.00	59.00	8.00	98.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	96.00
37.00	17.00	40.00	52.00	14.00	37.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	16.00
95.00	54.00	59.00	85.00	15.00	40.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	30.00
44.00	16.00	54.00	72.00	21.00	18.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	58.00
20.00	57.00	44.00	18.00	65.00	88.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	18.00
41.00	65.00	46.00	43.00	6.00	17.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	32.00
12.00	1.00	67.00	24.00	62.00	92.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	65.00	

Шаг 2
Индекс разрешающей строки = 4
Индекс разрешающего столбца = 3
Разрешающий элемент = 67.94736842105263
Промежуточное решение: [0. 0. 0. 0. 0. 0. 17.63157895 87.15789474 10.63157895 12.94736842 52.94736842 0. 11.47368421 65.]

−16.79	0.00	−11.74	−46.21	47.68	102.53	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.21	0.00	0.00	21.79	
5.04	0.00	−23.12	54.63	8.61	−37.25	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	−1.30	0.00	0.00	17.63	
−9.82	0.00	6.39	50.16	−23.93	54.77	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	−0.49	0.00	0.00	87.16	
31.04	0.00	26.88	46.63	−5.39	10.75	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	−0.30	0.00	0.00	10.63	
76.05	0.00	17.32	67.95	−46.58	−43.37	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	−0.95	0.00	0.00	12.95	
38.39	0.00	41.65	66.95	2.75	−6.70	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	−0.28	0.00	0.00	52.95	
0.35	1.00	0.77	0.32	1.14	1.54	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	0.00	0.00	0.32	
18.19	0.00	−4.18	22.47	−68.12	−83.35	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	−1.14	1.00	0.00	11.47	
12.00	1.00	67.00	24.00	62.00	92.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	65.00	

Последний шаг
 $f_{(max)} = 30.59$
Оптимальное решение: [0. 0. 0. 0.19054996 0. 0. 7.22153369 77.60030984 1.74593338 0. 40.19054996 0. 7.19132455 60.42680093]

34.93	0.00	0.04	0.00	16.01	73.03	0.00	0.00	0.00	0.68	0.00	0.57	0.00	0.00	30.59	
−56.11	0.00	−37.05	0.00	46.06	−2.38	1.00	0.00	0.00	−0.80	0.00	−0.54	0.00	0.00	7.22	
−65.97	0.00	−6.40	0.00	10.45	86.79	0.00	1.00	0.00	−0.74	0.00	0.21	0.00	0.00	77.60	
−21.16	0.00	14.99	0.00	26.58	40.52	0.00	0.00	1.00	−0.69	0.00	0.35	0.00	0.00	1.75	
1.12	0.00	0.25	1.00	−0.69	−0.64	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	−0.01	0.00	0.00	0.19	
−36.55	0.00	24.59	0.00	48.65	36.03	0.00	0.00	0.00	−0.99	1.00	0.65	0.00	0.00	40.19	
−0.00	1.00	0.69	0.00	1.36	1.75	0.00	0.00	0.00	−0.00	0.00	0.02	0.00	0.00	0.26	
−6.96	0.00	−9.90	0.00	−52.72	−69.01	0.00	0.00	0.00	−0.33	0.00	−0.83	1.00	0.00	7.19	
−14.86	1.00	60.88	0.00	78.45	107.32	0.00	0.00	0.00	−0.35	0.00	0.33	0.00	1.00	60.43	

Решение двойственной задачи симплекс – методом

Начальный шаг
Индекс разрешающей строки = 6
Индекс разрешающего столбца = 0
Разрешающий элемент = 77.0
Промежуточное решение: [0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 41. 69. 65. 68. 31. 4.]

−387.00	−221.00	−197.00	−348.00	−225.00	−292.00	−218.00	−258.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	−278.00
31.00	0.00	37.00	95.00	44.00	20.00	41.00	12.00	−1.00	−0.00	−0.00	−0.00	−0.00	−0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	41.00
74.00	28.00	17.00	54.00	16.00	57.00	65.00	1.00	−0.00	−1.00	−0.00	−0.00	−0.00	−0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	69.00
34.00	28.00	40.00	59.00	54.00	44.00	46.00	67.00	−0.00	−0.00	−1.00	−0.00	−0.00	−0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	65.00
78.00	59.00	52.00	85.00	72.00	18.00	43.00	24.00	−0.00	−0.00	−0.00	−1.00	−0.00	−0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	68.00
93.00	8.00	14.00	15.00	21.00	65.00	6.00	62.00	−0.00	−0.00	−0.00	−0.00	−1.00	−0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	31.00
77.00	98.00	37.00	40.00	18.00	88.00	17.00	92.00	−0.00	−0.00	−0.00	−0.00	−0.00	−1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	4.00

Шаг 2
Индекс разрешающей строки = 6
Индекс разрешающего столбца = 3
Разрешающий элемент = 0.5194805194805194
Промежуточное решение: [5.19480519e-02 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00]
0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00 3.93896104e+01 6.51558442e+01 6.32337662e+01 6.39480519e+01 2.61688312e+01 0.00000000e+00]

0.00	271.55	−11.04	−146.96	−134.53	150.29	−132.56	204.39	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	−4.03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	5.03	−257.90
0.00	−39.45	22.10	78.90	36.75	−15.43	34.16	−25.04	−1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.40	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	−0.40	39.39
0.00	−66.18	−18.56	15.56	−1.30	−27.57	48.66	−87.42	0.00	−1.00	0.00	0.00	0.00	0.96	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	−0.96	65.16
0.00	−15.27	23.66	41.34	46.05	5.14	38.49	26.38	0.00	0.00	−1.00	0.00	0.00	0.44	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	−0.44	63.23
0.00	−40.27	14.52	44.48	53.77	−71.14	25.78	−69.19	0.00	0.00	0.00	−1.00	0.00	1.01	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	−1.01	63.95
0.00	−110.36	−30.69	−33.31	−0.74	−41.29	−14.53	−49.12	0.00	0.00	0.00	−1.00	1.21	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	−1.21	26.17
1.00	1.27	0.48	0.52	0.23	1.14	0.22	1.19	−0.00	−0.00	−0.00	−0.00	−0.00	−0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.05

Шаг 3
Индекс разрешающей строки = 6
Индекс разрешающего столбца = 6
Разрешающий элемент = 0.42500000000000004
Промежуточное решение: [0. 0. 0. 0.1 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 31.5 63.6 59.1 59.5 29.5 0.]

282.90	631.60	124.90	0.00	−68.40	473.60	−70.10	542.40	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	−7.70	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	8.70	−243.20
−151.88	−232.75	−50.88	0.00	1.25	−189.00	0.62	−206.50	−1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	2.38	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	−2.38	31.50
−29.95	−104.30	−32.95	0.00	−8.30	−61.80	42.05	−123.20	0.00	−1.00	0.00	0.00	0.00	1.35	0.00	1.00	0.00	0.00	0.00	−1.35	63.60
−79.58	−116.55	−14.58	0.00	27.45	−85.80	20.93	−68.70	0.00	0.00	−1.00	0.00	0.00	1.48	0.00	0.00	1.00	0.00	0.00	−1.48	59.10
−85.63	−149.25	−26.63	0.00	33.75	−169.00	6.87	−171.50	0.00	0.00	0.00	−1.00	0.00	2.13	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	−2.13	59.50
64.12	−28.75	0.12	0.00	14.25	32.00	−0.38	27.50	0.00	0.00	0.00	−1.00	0.38	0.00	0.00	0.00	0.00	1.00	0.00	−0.38	29.50
1.93	2.45	0.93	1.00	0.45	2.20	0.43	2.30	−0.00	−0.00	−0.00	−0.00	−0.00	−0.03	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.03	0.10

Шаг 4
Индекс разрешающей строки = 1
Индекс разрешающего столбца = 13
Разрешающий элемент = 2.4117647058823533

Промежуточное решение: [0. 0. 0. 0. 0. 0. 0.23529412 0. 0. 0. 0. 0. 0. 31.35294118 53.70588235 54.17647059 57.88235294 29.58823529 0.]

$$\begin{pmatrix} 600.41 & 1035.71 & 277.47 & 164.94 & 5.82 & 836.47 & 0.00 & 921.76 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & -11.82 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 12.82 & -226.71 \\ -154.71 & -236.35 & -52.24 & -1.47 & 0.59 & -192.24 & 0.00 & -209.88 & -1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & \mathbf{2.41} & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -2.41 & 31.35 \\ -220.41 & -346.71 & -124.47 & -98.94 & -52.82 & -279.47 & 0.00 & -350.76 & 0.00 & -1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 3.82 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -3.82 & 53.71 \\ -174.35 & -237.18 & -60.12 & -49.24 & 5.29 & -194.12 & 0.00 & -181.94 & 0.00 & 0.00 & -1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 2.71 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & -2.71 & 54.18 \\ -116.76 & -188.88 & -41.59 & -16.18 & 26.47 & -204.59 & 0.00 & -208.71 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -1.00 & 0.00 & 0.00 & 2.53 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & -2.53 & 57.88 \\ 65.82 & -26.59 & 0.94 & 0.88 & 14.65 & 33.94 & 0.00 & 29.53 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -1.00 & 0.35 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & -0.35 & 29.59 \\ 4.53 & 5.76 & 2.18 & 2.35 & 1.06 & 5.18 & 1.00 & 5.41 & -0.00 & -0.00 & -0.00 & -0.00 & -0.00 & -0.00 & -0.06 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.06 & 0.24 \end{pmatrix}$$

Шаг 5

Индекс разрешающей строки = 2

Индекс разрешающего столбца = 0

Разрешающий элемент = 24.853658536585442

Промежуточное решение: [0. 0. 0. 0. 0. 0. 1. 0. 0. 0. 0. 0. 0. 13. 0. 4. 19. 25. 25. 0.]

$$\begin{pmatrix} -158.02 & -123.00 & 21.39 & 157.73 & 8.71 & -105.95 & 0.00 & -107.17 & -3.90 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & 0.00 & 4.90 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & -73.00 \\ -64.15 & -98.00 & -21.66 & -0.61 & 0.24 & -79.71 & 0.00 & -87.02 & -0.41 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.41 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -1.00 & 13.00 \\ \mathbf{24.85} & 28.00 & -41.66 & -96.61 & -53.76 & 25.29 & 0.00 & -18.02 & 1.59 & -1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -1.59 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 4.00 \\ -0.78 & 28.00 & -1.51 & -47.59 & 4.63 & 21.56 & 0.00 & 53.54 & 1.12 & 0.00 & -1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -1.12 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 19.00 \\ 45.49 & 59.00 & 13.20 & -14.63 & 25.85 & -2.98 & 0.00 & 11.41 & 1.05 & 0.00 & 0.00 & -1.00 & 0.00 & 0.00 & -1.05 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 25.00 \\ 88.46 & 8.00 & 8.59 & 1.10 & 14.56 & 62.07 & 0.00 & 60.24 & 0.15 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -1.00 & 0.00 & -0.15 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 25.00 \\ 0.76 & 0.00 & 0.90 & 2.32 & 1.07 & 0.49 & 1.00 & 0.29 & -0.02 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.02 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 \end{pmatrix}$$

Шаг 6

Индекс разрешающей строки = 5

Индекс разрешающего столбца = 3

Разрешающий элемент = 344.9676153091255

Промежуточное решение: [0.1609421 0. 0. 0. 0. 0. 0.87831207 0. 0. 0. 0. 0. 0. 23.32384691 0. 0. 19.12561335 17.67909715 10.76251227 0.]

$$\begin{pmatrix} 0.00 & 55.03 & -243.48 & -456.53 & -333.08 & 54.86 & 0.00 & -221.77 & 6.18 & -5.36 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & 0.00 & -5.18 & 6.36 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & -47.57 \\ 0.00 & -25.73 & -129.18 & -249.96 & -138.50 & -14.43 & 0.00 & -133.54 & 3.68 & -2.58 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & -3.68 & 2.58 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -1.00 & 23.32 \\ 1.00 & 1.13 & -1.68 & -3.89 & -2.16 & 1.02 & 0.00 & -0.73 & 0.06 & -0.04 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -0.06 & 0.04 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.16 \\ 0.00 & 28.88 & -2.82 & -50.62 & 2.95 & 22.36 & 0.00 & 52.97 & 1.17 & -0.03 & -1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -1.17 & 0.03 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 19.13 \\ 0.00 & 7.75 & 89.44 & 162.18 & 124.24 & -49.27 & 0.00 & 44.40 & -1.85 & 1.83 & 0.00 & -1.00 & 0.00 & 0.00 & 1.85 & -1.83 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 17.68 \\ 0.00 & -91.66 & 156.86 & \mathbf{344.97} & 205.90 & -27.95 & 0.00 & 124.40 & -5.50 & 3.56 & 0.00 & 0.00 & -1.00 & 0.00 & 5.50 & -3.56 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 10.76 \\ 0.00 & -0.85 & 2.17 & 5.26 & 2.71 & -0.28 & 1.00 & 0.84 & -0.07 & 0.03 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.07 & -0.03 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.88 \end{pmatrix}$$

Шаг 7

Индекс разрешающей строки = 4

Индекс разрешающего столбца = 1

Разрешающий элемент = 50.847963996563514

Промежуточное решение: [0.28221562 0. 0. 0.03119862 0. 0. 0.71432798 0. 0. 0. 0. 0. 0. 31.12212322 0. 0. 20.70486342 12.61919595 0. 0.]

$$\begin{pmatrix} 0.00 & -66.28 & -35.89 & 0.00 & -60.60 & 17.87 & 0.00 & -57.14 & -1.10 & -0.65 & 1.00 & 1.00 & -0.32 & 0.00 & 2.10 & 1.65 & 0.00 & 0.00 & 1.32 & 1.00 & -33.32 \\ 0.00 & -92.15 & -15.52 & 0.00 & 10.69 & -34.68 & 0.00 & -43.41 & -0.31 & -0.00 & 0.00 & 0.00 & -0.72 & 1.00 & 0.31 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.72 & -1.00 & 31.12 \\ 1.00 & 0.09 & 0.09 & 0.00 & 0.16 & 0.70 & 0.00 & 0.68 & 0.00 & -0.00 & 0.00 & 0.00 & -0.01 & 0.00 & -0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.01 & 0.00 & 0.28 \\ 0.00 & 15.43 & 20.20 & 0.00 & 33.16 & 18.25 & 0.00 & 71.22 & 0.37 & 0.49 & -1.00 & 0.00 & -0.15 & 0.00 & -0.37 & -0.49 & 1.00 & 0.00 & 0.15 & 0.00 & 20.70 \\ 0.00 & \mathbf{50.85} & 15.69 & 0.00 & 27.44 & -36.13 & 0.00 & -14.08 & 0.73 & 0.16 & 0.00 & -1.00 & 0.47 & 0.00 & -0.73 & -0.16 & 0.00 & 1.00 & -0.47 & 0.00 & 12.62 \\ 0.00 & -0.27 & 0.45 & 1.00 & 0.60 & -0.08 & 0.00 & 0.36 & -0.02 & 0.01 & 0.00 & 0.00 & -0.00 & 0.00 & 0.02 & -0.01 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.03 \\ 0.00 & 0.54 & -0.22 & 0.00 & -0.43 & 0.14 & 1.00 & -1.05 & 0.01 & -0.02 & 0.00 & 0.00 & 0.02 & 0.00 & -0.01 & 0.02 & 0.00 & 0.00 & -0.02 & 0.00 & 0.71 \end{pmatrix}$$

Шаг 8

Индекс разрешающей строки = 3

Индекс разрешающего столбца = 7

Разрешающий элемент = 75.49742835726482

Промежуточное решение: [0.25895429 0.24817505 0. 0.09714198 0. 0. 0.57912023 0. 0. 0. 0. 0. 0. 53.99135776 0. 0. 16.87574584 0. 0. 0.]

$$\begin{pmatrix} 0.00 & 0.00 & -15.44 & 0.00 & -24.83 & -29.22 & 0.00 & -75.50 & -0.14 & -0.44 & 1.00 & -0.30 & 0.29 & 0.00 & 1.14 & 1.44 & 0.00 & 1.30 & 0.71 & 1.00 & -16.88 \\ 0.00 & 0.00 & 12.92 & 0.00 & 60.42 & -100.15 & 0.00 & -68.93 & 1.02 & 0.28 & 0.00 & -1.81 & 0.13 & 1.00 & -1.02 & -0.28 & 0.00 & 1.81 & -0.13 & -1.00 & 53.99 \\ 1.00 & 0.00 & 0.06 & 0.00 & 0.11 & 0.77 & 0.00 & 0.70 & 0.00 & -0.00 & 0.00 & 0.00 & -0.01 & 0.00 & -0.00 & 0.00 & 0.00 & -0.00 & 0.01 & 0.00 & 0.26 \\ 0.00 & 0.00 & 15.44 & 0.00 & 24.83 & 29.22 & 0.00 & \mathbf{75.50} & 0.14 & 0.44 & -1.00 & 0.30 & -0.29 & 0.00 & -0.14 & -0.44 & 1.00 & -0.30 & 0.29 & 0.00 & 16.88 \\ 0.00 & 1.00 & 0.31 & 0.00 & 0.54 & -0.71 & 0.00 & -0.28 & 0.01 & 0.00 & 0.00 & -0.02 & 0.01 & 0.00 & -0.01 & -0.00 & 0.00 & 0.02 & -0.01 & 0.00 & 0.25 \\ 0.00 & 0.00 & 0.54 & 1.00 & 0.74 & -0.27 & 0.00 & 0.29 & -0.01 & 0.01 & 0.00 & -0.01 & -0.00 & 0.00 & 0.01 & -0.01 & 0.00 & 0.01 & 0.00 & 0.00 & 0.10 \\ 0.00 & 0.00 & -0.39 & 0.00 & -0.72 & 0.53 & 1.00 & -0.90 & 0.00 & -0.03 & 0.00 & 0.01 & 0.01 & 0.00 & -0.00 & 0.03 & 0.00 & -0.01 & -0.01 & 0.00 & 0.58 \end{pmatrix}$$

Шаг 9

Индекс разрешающей строки = 5

Индекс разрешающего столбца = 4

Разрешающий элемент = 0.6458344808495068

Промежуточное решение: [1.01929133e-01 3.10079286e-01 0.00000000e+00 3.29841050e-02 0.00000000e+00 0.00000000e+00 7.81082385e-01 2.23527426e-01 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00 6.93986013e+01 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00]

$$\begin{pmatrix} 0.00 & 0.00 & -0.00 & 0.00 & -0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -0.00 & 0.00 & 0.00 & -0.00 & 0.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & -0.00 \\ 0.00 & 0.00 & 27.01 & 0.00 & 83.09 & -73.48 & 0.00 & 0.00 & 1.15 & 0.69 & -0.91 & -1.54 & -0.14 & 1.00 & -1.15 & -0.69 & 0.91 & 1.54 & 0.14 & -1.00 & 69.40 \\ 1.00 & 0.00 & -0.08 & 0.00 & -0.12 & 0.50 & 0.00 & 0.00 & -0.00 & -0.00 & 0.01 & -0.00 & -0.01 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -0.01 & 0.00 & 0.01 & 0.00 & 0.10 \\ 0.00 & 0.00 & 0.20 & 0.00 & 0.33 & 0.39 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.01 & -0.01 & 0.00 & -0.00 & 0.00 & -0.00 & -0.01 & 0.01 & -0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.22 \\ 0.00 & 1.00 & 0.37 & 0.00 & 0.63 & -0.60 & 0.00 & 0.00 & 0.01 & 0.00 & -0.00 & -0.02 & 0.01 & 0.00 & -0.01 & -0.00 & 0.00 & 0.02 & -0.01 & 0.00 & 0.31 \\ 0.00 & 0.00 & 0.48 & 1.00 & \mathbf{0.65} & -0.38 & 0.00 & 0.00 & -0.01 & 0.01 & 0.00 & -0.01 & 0.00 & 0.00 & 0.01 & -0.01 & -0.00 & 0.01 & -0.00 & 0.00 & 0.03 \\ 0.00 & 0.00 & -0.20 & 0.00 & -0.43 & 0.88 & 1.00 & 0.00 & 0.01 & -0.02 & -0.01 & 0.01 & 0.01 & 0.00 & -0.01 & 0.02 & 0.01 & -0.01 & -0.01 & 0.00 & 0.78 \end{pmatrix}$$

Шаг 10

Индекс разрешающей строки = 4

Индекс разрешающего столбца = 8

Разрешающий элемент = 0.027268731274710217

Промежуточное решение: [1.08285110e-01 2.77868121e-01 0.00000000e+00 0.00000000e+00 5.10720718e-02 0.00000000e+00 8.02810968e-01 2.06728395e-01 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00 6.51551254e+01 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00]

$$\begin{pmatrix} 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -0.00 & 0.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & -0.00 \\ 0.00 & 0.00 & -34.49 & -128.65 & 0.00 & -24.48 & 0.00 & 0.00 & 2.78 & -0.53 & -1.40 & -0.71 & -0.22 & 1.00 & -2.78 & 0.53 & 1.40 & 0.71 & 0.22 & -1.00 & 65.16 \\ 1.00 & 0.00 & 0.01 & 0.19 & 0.00 & 0.42 & 0.00 & 0.00 & -0.00 & -0.00 & 0.01 & -0.00 & -0.01 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -0.01 & 0.00 & 0.01 & 0.00 & 0.11 \\ 0.00 & 0.00 & -0.04 & -0.51 & 0.00 & 0.58 & 0.00 & 1.00 & 0.01 & 0.00 & -0.02 & 0.01 & -0.00 & 0.00 & -0.01 & -0.00 & 0.02 & -0.01 & 0.00 & 0.00 & 0.21 \\ 0.00 & 1.00 & -0.10 & -0.98 & 0.00 & -0.23 & 0.00 & 0.00 & \mathbf{0.03} & -0.00 & -0.01 & -0.01 & 0.01 & 0.00 & -0.03 & 0.00 & 0.01 & 0.01 & -0.01 & 0.00 & 0.28 \\ 0.00 & 0.00 & 0.74 & 1.55 & 1.00 & -0.59 & 0.00 & 0.00 & -0.02 & 0.01 & 0.01 & -0.01 & 0.00 & 0.00 & 0.02 & -0.01 & -0.01 & 0.01 & -0.00 & 0.00 & 0.05 \\ 0.00 & 0.00 & 0.11 & 0.66 & 0.00 & 0.63 & 1.00 & 0.00 & -0.00 & -0.01 & -0.01 & 0.01 & 0.01 & 0.00 & 0.00 & 0.01 & 0.01 & -0.01 & -0.01 & 0.00 & 0.80 \end{pmatrix}$$

Последний шаг

Оптимальное решение: [0.14158759 0. 0. 0. 0.25076498 0. 0.83674727 0.12170655 10.18999081 0. 0. 0. 0. 36.83772011 0. 0. 0. 0. 0. 0.]

$$\begin{pmatrix} 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & 1.00 & -0.00 \\ 0.00 & -101.91 & -24.13 & -29.13 & 0.00 & -0.90 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -0.07 & -0.65 & 0.54 & -0.99 & 1.00 & 0.00 & 0.07 & 0.65 & -0.54 & 0.99 & -1.00 & 36.84 \\ 1.00 & 0.12 & -0.00 & 0.08 & 0.00 & 0.40 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -0.00 & 0.01 & -0.00 & -0.01 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -0.01 & 0.00 & 0.01 & 0.00 & 0.14 \\ 0.00 & -0.31 & -0.01 & -0.21 & 0.00 & 0.65 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & -0.01 & 0.01 & -0.01 & 0.00 & 0.00 & -0.00 & 0.01 & -0.01 & 0.01 & 0.00 & 0.12 \\ 0.00 & 36.67 & -3.73 & -35.81 & 0.00 & -8.48 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & -0.17 & -0.27 & -0.45 & 0.28 & 0.00 & -1.00 & 0.17 & 0.27 & 0.45 & -0.28 & 0.00 & 10.19 \\ 0.00$$

Теперь заменяем первую строку на строку целевой функции двойственной задачи и удаляем столбцы, соответствующие переменным u . И подготовим для использования в симплекс-методе и нахождения оптимального решения для двойственной задачи.

Начальный шаг

Индекс разрешающей строки = 5

Индекс разрешающего столбца = 3

Разрешающий элемент = 0.8465644955515087

Промежуточное решение: [0.14158759 0. 0. 0. 0.25076498 0. 0.83674727 0.12170655 10.18999081 0. 0. 0. 0. 36.83772011]

$$\begin{pmatrix} 0.00 & 65.38 & -25.29 & -25.78 & 0.00 & -16.02 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -0.22 & 0.76 & 0.24 & 0.13 & 0.00 & -55.04 \\ 0.00 & -101.91 & -24.13 & -29.13 & 0.00 & -0.90 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -0.07 & -0.65 & 0.54 & -0.99 & 1.00 & 36.84 \\ 1.00 & 0.12 & -0.00 & 0.08 & 0.00 & 0.40 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -0.00 & 0.01 & -0.00 & -0.01 & 0.00 & 0.14 \\ 0.00 & -0.31 & -0.01 & -0.21 & 0.00 & 0.65 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & -0.01 & 0.01 & -0.01 & 0.00 & 0.12 \\ 0.00 & 36.67 & -3.73 & -35.81 & 0.00 & -8.48 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & -0.17 & -0.27 & -0.45 & 0.28 & 0.00 & 10.19 \\ 0.00 & 0.72 & 0.67 & \mathbf{0.85} & 1.00 & -0.76 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.01 & 0.00 & -0.02 & 0.01 & 0.00 & 0.25 \\ 0.00 & 0.12 & 0.10 & 0.54 & 0.00 & 0.60 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & -0.01 & -0.01 & 0.01 & 0.01 & 0.00 & 0.84 \end{pmatrix}$$

Шаг 2

Индекс разрешающей строки = 2

Индекс разрешающего столбца = 5

Разрешающий элемент = 0.4638794547020691

Промежуточное решение: [0.11917693 0. 0. 0.29621485 0. 0. 0.67694224 0.18405918 20.79823808 0. 0. 0. 0. 45.46668035]

$$\begin{pmatrix} 0.00 & 87.27 & -4.97 & 0.00 & 30.46 & -39.05 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.13 & 0.78 & -0.33 & 0.33 & 0.00 & -47.40 \\ 0.00 & -77.18 & -1.18 & 0.00 & 34.41 & -26.92 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.32 & -0.63 & -0.10 & -0.77 & 1.00 & 45.47 \\ 1.00 & 0.06 & -0.06 & 0.00 & -0.09 & \mathbf{0.46} & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -0.00 & 0.01 & -0.00 & -0.01 & 0.00 & 0.12 \\ 0.00 & -0.13 & 0.16 & 0.00 & 0.25 & 0.46 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.01 & -0.01 & 0.01 & -0.00 & 0.00 & 0.18 \\ 0.00 & 67.07 & 24.50 & 0.00 & 42.30 & -40.46 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.32 & -0.25 & -1.24 & 0.55 & 0.00 & 20.80 \\ 0.00 & 0.85 & 0.79 & 1.00 & 1.18 & -0.89 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.01 & 0.00 & -0.02 & 0.01 & 0.00 & 0.30 \\ 0.00 & -0.34 & -0.33 & 0.00 & -0.64 & 1.08 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & -0.02 & -0.01 & 0.02 & 0.00 & 0.00 & 0.68 \end{pmatrix}$$

Шаг 3

Индекс разрешающей строки = 3

Индекс разрешающего столбца = 2

Разрешающий элемент = 0.21877937572305897

Промежуточное решение: [0. 0. 0. 0.52564244 0. 0.25691358 0.39855877 0.06491335 31.19417387 0. 0. 0. 0. 52.38162057]

$$\begin{pmatrix} 84.18 & 91.95 & -10.09 & 0.00 & 22.93 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -0.23 & 1.55 & -0.50 & -0.43 & 0.00 & -37.37 \\ 58.02 & -73.95 & -4.71 & 0.00 & 29.23 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.08 & -0.10 & -0.22 & -1.29 & 1.00 & 52.38 \\ 2.16 & 0.12 & -0.13 & 0.00 & -0.19 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -0.01 & 0.02 & -0.00 & -0.02 & 0.00 & 0.26 \\ -1.00 & -0.18 & \mathbf{0.22} & 0.00 & 0.34 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.01 & -0.02 & 0.01 & 0.00 & 0.00 & 0.06 \\ 87.23 & 71.93 & 19.19 & 0.00 & 34.51 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 1.00 & -0.06 & 0.55 & -1.42 & -0.23 & 0.00 & 31.19 \\ 1.93 & 0.96 & 0.67 & 1.00 & 1.01 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & 0.01 & 0.02 & -0.03 & -0.01 & 0.00 & 0.53 \\ -2.34 & -0.47 & -0.18 & 0.00 & -0.43 & 0.00 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & -0.01 & -0.03 & 0.03 & 0.02 & 0.00 & 0.40 \end{pmatrix}$$

Шаг 4

Индекс разрешающей строки = 3

Индекс разрешающего столбца = 12

Разрешающий элемент = 0.01878379655727523

Промежуточное решение: [0. 0. 0.2967069 0.32655929 0. 0.29582043 0.45323103 0. 25.50016823 0. 0. 0. 0. 53.77765202]

$$\begin{pmatrix} 38.05 & 83.52 & 0.00 & 0.00 & 38.53 & 0.00 & 0.00 & 46.13 & 0.00 & 0.21 & 0.54 & -0.11 & -0.24 & 0.00 & -34.37 \\ 36.52 & -77.89 & 0.00 & 0.00 & 36.49 & 0.00 & 0.00 & 21.51 & 0.00 & 0.28 & -0.57 & -0.04 & -1.20 & 1.00 & 53.78 \\ 1.56 & 0.01 & 0.00 & 0.00 & 0.01 & 1.00 & 0.00 & 0.60 & 0.00 & -0.00 & 0.01 & 0.00 & -0.02 & 0.00 & 0.30 \\ -4.57 & -0.84 & 1.00 & 0.00 & 1.54 & 0.00 & 0.00 & 4.57 & 0.00 & 0.04 & -0.10 & 0.04 & \mathbf{0.02} & 0.00 & 0.30 \\ 174.93 & 87.97 & 0.00 & 0.00 & 4.86 & 0.00 & 0.00 & -87.72 & 1.00 & -0.90 & 2.47 & -2.16 & -0.60 & 0.00 & 25.50 \\ 4.99 & 1.52 & 0.00 & 1.00 & -0.03 & 0.00 & 0.00 & -3.07 & 0.00 & -0.02 & 0.09 & -0.05 & -0.02 & 0.00 & 0.33 \\ -3.18 & -0.62 & 0.00 & 0.00 & -0.14 & 0.00 & 1.00 & 0.84 & 0.00 & -0.00 & -0.05 & 0.03 & 0.03 & 0.00 & 0.45 \end{pmatrix}$$

Шаг 5

Индекс разрешающей строки = 6

Индекс разрешающего столбца = 0

Разрешающий элемент = 3.7409329126795976

Промежуточное решение: [0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00 6.78773499e-01 0.00000000e+00 5.62928584e-01 3.98925769e-03 0.00000000e+00 3.49056136e+01 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00 1.57958960e+01 7.27564728e+01]

$$\begin{pmatrix} -19.68 & 72.96 & 12.63 & 0.00 & 58.05 & 0.00 & 0.00 & 103.88 & 0.00 & 0.76 & -0.73 & 0.38 & 0.00 & 0.00 & -30.62 \\ -255.77 & -131.36 & 63.96 & 0.00 & 135.31 & 0.00 & 0.00 & 313.88 & 0.00 & 3.07 & -6.97 & 2.41 & 0.00 & 1.00 & 72.76 \\ -2.56 & -0.74 & 0.90 & 0.00 & 1.40 & 1.00 & 0.00 & 4.71 & 0.00 & 0.04 & -0.08 & 0.04 & 0.00 & 0.00 & 0.56 \\ -243.27 & -44.51 & 53.24 & 0.00 & 82.25 & 0.00 & 0.00 & 243.34 & 0.00 & 2.32 & -5.32 & 2.04 & 1.00 & 0.00 & 15.80 \\ 30.07 & 61.47 & 31.70 & 0.00 & 53.83 & 0.00 & 0.00 & 57.18 & 1.00 & 0.49 & -0.70 & -0.94 & 0.00 & 0.00 & 34.91 \\ -0.43 & 0.52 & 1.19 & 1.00 & 1.81 & 0.00 & 0.00 & 2.36 & 0.00 & 0.03 & -0.03 & -0.01 & 0.00 & 0.00 & 0.68 \\ \mathbf{3.74} & 0.65 & -1.51 & 0.00 & -2.48 & 0.00 & 1.00 & -6.08 & 0.00 & -0.07 & 0.10 & -0.03 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \end{pmatrix}$$

Шаг 6

Индекс разрешающей строки = 6

Индекс разрешающего столбца = 10

Разрешающий элемент = 0.026994061724608994

Промежуточное решение: [1.06638044e-03 0.00000000e+00 0.00000000e+00 6.79235552e-01 0.00000000e+00 5.66227730e-01 0.00000000e+00 0.00000000e+00 3.48735468e+01 0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00 1.60553194e+01 7.30292244e+01]

$$\begin{pmatrix} 0.00 & 76.35 & 4.67 & 0.00 & 44.98 & 0.00 & 5.26 & 71.90 & 0.00 & 0.39 & -0.19 & 0.24 & 0.00 & 0.00 & -30.60 \\ 0.00 & -87.20 & -39.56 & 0.00 & -34.45 & 0.00 & 68.37 & -101.71 & 0.00 & -1.70 & -0.06 & 0.65 & 0.00 & 1.00 & 73.03 \\ 0.00 & -0.30 & -0.13 & 0.00 & -0.30 & 1.00 & 0.68 & 0.56 & 0.00 & -0.01 & -0.01 & 0.02 & 0.00 & 0.00 & 0.57 \\ 0.00 & -2.50 & -45.22 & 0.00 & -79.22 & 0.00 & 65.03 & -151.94 & 0.00 & -2.22 & 1.24 & 0.37 & 1.00 & 0.00 & 16.06 \\ 0.00 & 56.28 & 43.87 & 0.00 & 73.79 & 0.00 & -8.04 & 106.04 & 1.00 & 1.05 & -1.51 & -0.73 & 0.00 & 0.00 & 34.87 \\ 0.00 & 0.60 & 1.01 & 1.00 & 1.52 & 0.00 & 0.12 & 1.65 & 0.00 & 0.02 & -0.02 & -0.01 & 0.00 & 0.00 & 0.68 \\ 1.00 & 0.17 & -0.40 & 0.00 & -0.66 & 0.00 & 0.27 & -1.62 & 0.00 & -0.02 & \mathbf{0.03} & -0.01 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \end{pmatrix}$$

Последний шаг:

Оптимальное решение: [0.00000000e+00 0.00000000e+00 0.00000000e+00 6.80092951e-01 0.00000000e+00 5.66227730e-01 0.00000000e+00 0.00000000e+00 3.49333850e+01 0.00000000e+00 3.95042603e-02 0.00000000e+00 1.60061967e+01 7.30317583e+01] $f_{\min} = -30.59$

$$\begin{pmatrix} 7.22 & 77.60 & 1.75 & 0.00 & 40.19 & 0.00 & 7.19 & 60.17 & 0.00 & 0.26 & 0.00 & 0.19 & 0.00 & 0.00 & -30.59 \\ 2.38 & -86.79 & -40.52 & 0.00 & -36.03 & 0.00 & 69.01 & -105.57 & 0.00 & -1.75 & 0.00 & 0.64 & 0.00 & 1.00 & 73.03 \\ 0.54 & -0.21 & -0.35 & 0.00 & -0.65 & 1.00 & 0.83 & -0.31 & 0.00 & -0.02 & 0.00 & 0.01 & 0.00 & 0.00 & 0.57 \\ -46.06 & -10.45 & -26.58 & 0.00 & -48.65 & 0.00 & 52.72 & -77.10 & 0.00 & -1.36 & 0.00 & 0.69 & 1.00 & 0.00 & 16.01 \\ 56.11 & 65.97 & 21.16 & 0.00 & 36.55 & 0.00 & 6.96 & 14.86 & 1.00 & 0.00 & 0.00 & -1.12 & 0.00 & 0.00 & 34.93 \\ 0.80 & 0.74 & 0.69 & 1.00 & 0.99 & 0.00 & 0.33 & 0.35 & 0.00 & 0.00 & 0.00 & -0.01 & 0.00 & 0.00 & 0.68 \\ 37.05 & 6.40 & -14.99 & 0.00 & -24.59 & 0.00 & 9.90 & -60.19 & 0.00 & -0.69 & 1.00 & -0.25 & 0.00 & 0.00 & 0.04 \end{pmatrix}$$

Приложение

```
import numpy as np
from tabulate import tabulate

class Solution:
    __m = 8
    __n = 6
    __A = np.array([])
    __b = np.array([])
    __c = np.array([])
    __x = np.array([])
    __support_matrix = 0

    def __init__(self):
        np.random.seed(16)
        self.__c = np.array(np.random.randint(100,
size=self.__n))
        self.__b = np.array(np.random.randint(100,
size=self.__m))
        self.__A = np.array(np.random.randint(100,
size=(self.__m, self.__n)))

        print("c:\n", self.__c)
        print("b:\n", self.__b)
        print("A:\n", self.__A, "\n")

        self.__support_matrix = self.__create_support_mat()

    def __fun_for_print(self, mat, index_l, index_c, t):
        print(f"Шаг алгоритма #{t}")
        print(tabulate(mat, tablefmt="latex", floatfmt=".2f"))
        print(f"Индекс разрешающей строки = {index_l}")
        print(f"Индекс разрешающего столбца = {index_c}")
        print(f"Разрешающий элемент = {mat[index_l][index_c]}")
        answer = []

        for i in range(mat[0].size - 1):
            if sum(mat[0:, i]) == 1 and mat[0, i] == 0:
                index_line = np.where(mat[1:, i] == 1)[0][0] + 1
                answer.append(mat[index_line][mat[0].size - 1])
            else:
                answer.append(0)
        print("Промежуточное решение:\n", np.array(answer))

    def __create_support_mat(self):
        main_mat = np.zeros((7, 21))
        main_mat[1:, :8] = self.__A.T
        main_mat[1:, 8:14] = -np.eye(6)
        main_mat[1:, 14:20] = np.eye(6)
        main_mat[1:, 20] = self.__c
        main_mat[0, 14:20] = 1
```

```

        temp = 0
        for i in range(1, main_mat.shape[0]):
            temp += main_mat[i]
        main_mat[0] -= temp

        return main_mat

    def __simplex_method(self, main_mat, m, n):
        t = 0
        index_min_line = 0
        index_min_col = 0
        while np.any(main_mat[0, :n - 1] < 0):
            t += 1
            index_min_col = np.where(main_mat == main_mat[0, :(n
- 1)]).min())[1][0]
            div_last = []
            for i in range(1, m):
                div_last.append(main_mat[i][-1] /
main_mat[i][index_min_col])

            index_min_line = np.where(div_last ==
min(filter(lambda x: x > 0, div_last)))[0][0] + 1

            self.__fun_for_print(main_mat, index_min_line,
index_min_col, t)
            main_mat[index_min_line] /=
main_mat[index_min_line][index_min_col]
            cur_col = main_mat[:, index_min_col]

            for i in range(len(cur_col)):
                if cur_col[i] != 1:
                    main_mat[i] -= main_mat[index_min_line] *
cur_col[i]
            t += 1
            print("END OF SIMPLEX!!!: \n")
            self.__fun_for_print(main_mat, index_min_line,
index_min_col, t)

        return main_mat

    def __create_main(self, c, b):
        main_mat = np.zeros((9, 15))
        main_mat[0][:c.shape[0]] = -c
        main_mat[1:, :6] = self.__A
        main_mat[1:, 6: 14] = np.eye(8)
        main_mat[1:, 14] = b
        return main_mat

    def __to_ready_double_problem(self, mat, b):
        mat[0, :8] = b
        mat[0, 14] = 0
        for i in range(15):

```

```

        if sum(mat[1:, i]) == 1 and mat[0, i] != 0:
            index_line = np.where(mat[1:, i] == 1)[0][0] + 1
            mat[0, :15] -= mat[index_line] * mat[0][i]
            mat[0][i] = 0

    return mat

def execute(self):
    print("---Прямая---")

print(tabulate(self.__simplex_method(self.__create_main(self.__c
, self.__b), m=9, n=15),
            tablefmt="latex", floatfmt=".2f"))

    support_mat =
self.__simplex_method(self.__create_support_mat(), m=7, n=21)
    print("Последний шаг подготовки к решению двойственной
задачи:\n")
    print(tabulate(support_mat, tablefmt="latex",
floatfmt=".2f"))

    double_mat = np.column_stack([support_mat[0:, :14],
support_mat[0:, 20]])
    double_mat = self.__to_ready_double_problem(double_mat,
self.__b)

    print("---DOUBLE MATRIX---\n")
    print(tabulate(double_mat, tablefmt="latex",
floatfmt=".2f"))

    print("---Двойственная---\n")
    print(tabulate(self.__simplex_method(double_mat, m=7,
n=15), tablefmt="latex", floatfmt=".2f"))

if __name__ == "__main__":
    Solution().execute()

```