

Отчет по лабораторной работе №1  
**Измерение ширины запрещенной зоны**

Выполнили студенты 430 группы  
Карусевич А.А., Понур К.А.

Нижний Новгород, 2019

## Введение

Ширина запрещенной зоны является одной из важнейших характеристик полупроводниковых материалов. Она может быть найдена по результатам измерений электропроводности или постоянной Холла в зависимости от температуры, а также из спектрального распределения коэффициента оптического поглощения или фототока полупроводника. В настоящей работе студентам предлагается определить величину ширины запрещенной зоны полупроводникового материала по результатам измерения температурной зависимости электропроводности.

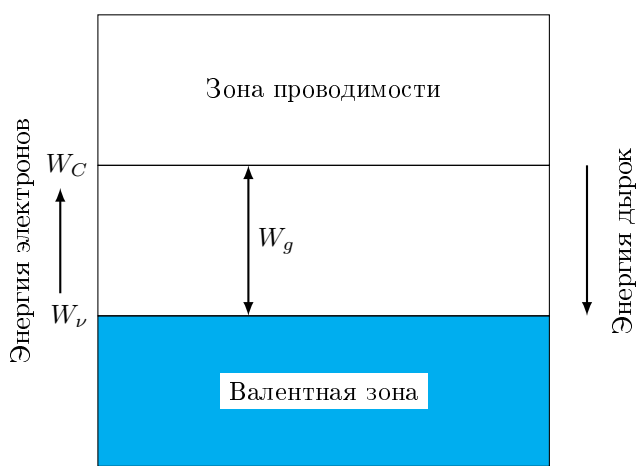


Рис. 1: Энергитический спектр электрона в кристалле.  $W_C$ ,  $W_v$  - соответственно, энергии дна зоны проводимости и потолка валентной зоны,  $W_g$  - ширина запрещенной зоны.

В изолированном атоме электроны находятся в стационарных состояниях, каждому из которых соответствует строго определенное значение энергии. Таким образом, энергетический спектр электронных состояний в атоме является дискретным. В кристаллическом твердом теле из-за возмущений, вносимых другими атомами, уровни энергии расщепляются – образуются области или зоны разрешенных значений энергии, между которыми находятся запрещенные зоны. Для глубоких уровней расщепление невелико, т.к. находящиеся на них электроны экранируются верхними оболочками и практически не взаимодействуют с соседними атомами.

## 1. Концентрация носителей заряда в полупроводнике

Вычисление концентрации подвижных и связанных носителей заряда в полупроводнике составляет задачу статистики электронов. Решение этой задачи, с одной стороны, позволяет объяснить экспериментальные результаты, по которым, в свою очередь, становится возможным определение ряда важных характеристик полупроводника (ширины запрещенной зоны, энергия ионизации примеси). Задача вычисления концентрации носителей заряда распадается на две: 1) определение числа возможных квантовых состояний электронов в разрешенных зонах в твердом теле и 2) выяснение фактического распределения электронов по этим квантовым состояниям. Рассмотрим последовательно решение каждой из подзадач.

Число состояний в любой зоне кристалла равно общему числу мест на уровнях изолированных атомов, образовавших кристалл, т.е. числу атомов  $N_0$ , умноженному на кратность вырождения  $\nu$  атомного уровня, образовавшего данную зону:

$$\int_{W_1}^{W_2} N(W) dW = \nu N_0 \quad (1)$$

где  $N(W)dW$  - число квантовых состояний в интервале энергий от  $W$  до  $W + dW$  в единице объёма полупроводника, а  $N(W)$  - плотность квантовых состояний.  $W_1, W_2$  - энергии нижнего и верхнего края зоны, соответственно.

Выражение для плотности квантовых состояний у дна зоны проводимости:

$$N_c(W) = \frac{dZ}{dW} = 4\pi \left[ \frac{2m_n^*}{(2\pi\hbar)^2} \right]^{3/2} \sqrt{W - W_C} \quad (2)$$

Статистика электронов подчиняется распределение Ферми-Дирака:

$$f(W) = \frac{1}{\exp\left(\frac{W - W_F}{k_B T}\right) + 1} \quad (3)$$

которое даёт вероятность того, что в тепловом равновесии состояние с энергией  $W$  занято электроном. Здесь  $k_B$  – постоянная Больцмана,  $T$  – абсолютная температура,  $W_F$  – энергия (уровень) Ферми – максимальная энергия электронов при абсолютном нуле. Для температуры, отличной от нуля, функция  $f(W)$  в точке  $W = W_F$  имеет перегиб.

Выражения для концентрации электронов и дырок в совокупности с принципом электронейтральности полупроводника ( в однородном полупроводнике не может быть существенных нескомпенсированных объемных зарядов ни в равновесном состоянии, ни при наличии тока ) позволяют сделать выводы о положении уровня Ферми в полупроводнике. Рассмотрим собственный полупроводник, для которого влияние примесных атомов не существенно. Свободные носители заряда в этом случае возникают только за счет разрыва валентных связей. Поэтому в собственном полупроводнике концентрация дырок  $p$  равна концентрации электронов  $n$  :  $n = p \equiv n_i$ . Это условие электронейтральности собственного полупроводника.

Уровень Ферми  $W_F$  собственного полупроводника при абсолютном нуле температуры лежит в центре запрещенной зоны и, вообще говоря, смещается при возрастании температуры. Этот случай показан на рис.2(а), где слева направо схематически приведены простейшая зонная диаграмма, плотность состояний  $N(W)$ , распределение Ферми  $f(W)$  и концентрация носителей заряда.

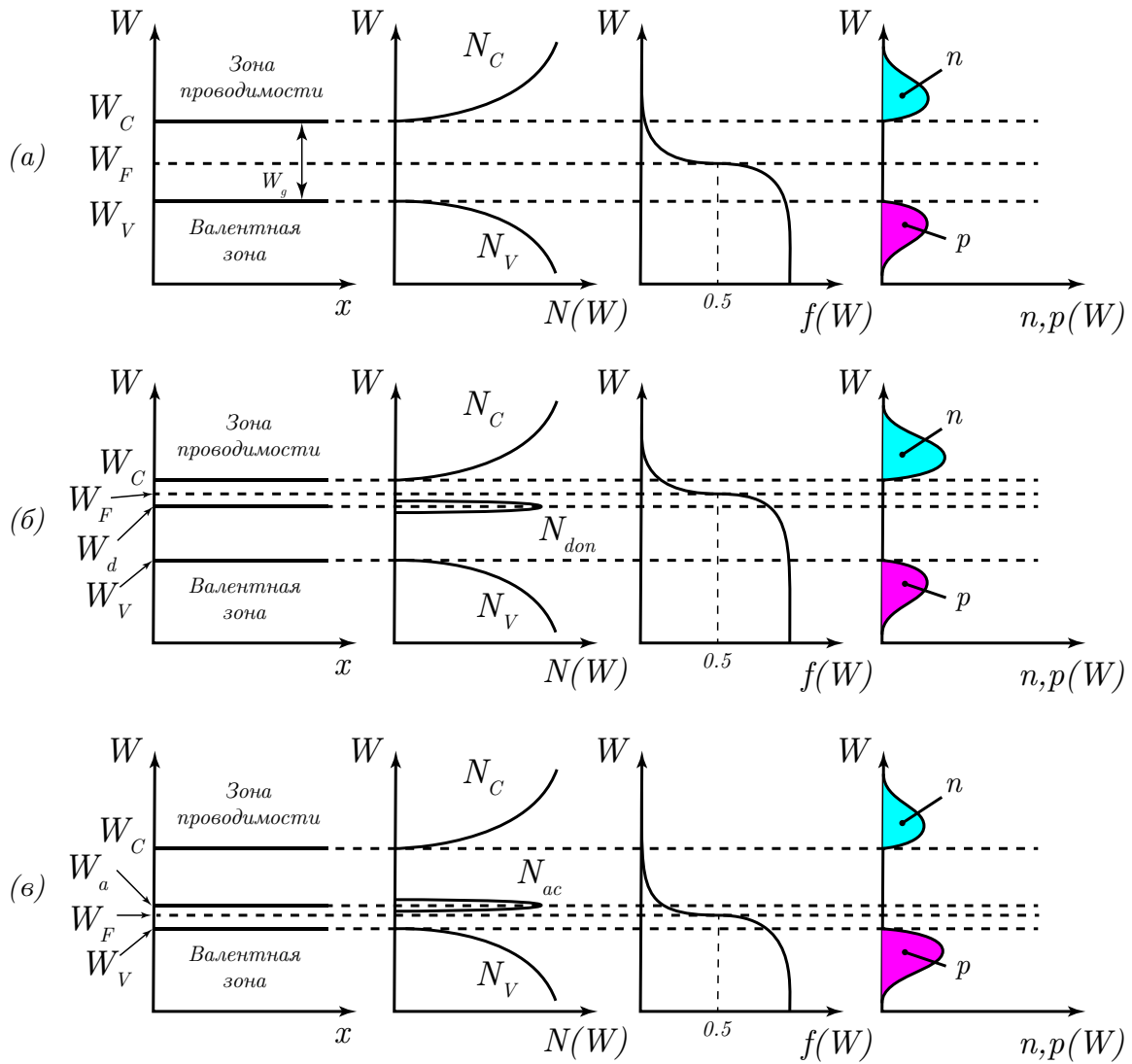


Рис. 2: Графическое изображение решения уравнения электронейтральности для собственного полупроводника (а), для примесного полупроводника, легированного донорной (б) и акцепторной (в) примесью

## 2. Подвижность носителей заряда в полупроводнике

В реальной кристаллической структуре всегда присутствуют дефекты: тепловые колебания атомов решётки, примеси и т.д. Поэтому при воздействии внешнего электрического поля частица движется ускоренно лишь на небольшом участке пути, а затем испытывает рассеяние (взаимодействие с дефектами кристалла), изменяя свой импульс и ( в случае неупругого взаимодействия) энергию, теряет направленную скорость, после чего процесс разгона начинается заново (рис. 3). В слабых электрических полях ( $\leq 10^3$  В/см) средняя скорость направленного движения носителей заряда (дрейфовая скорость) пропорцио-

нальна напряжённости электрического поля:  $\nu = \mu E$ . Коэффициент пропорциональности между скоростью и полем  $\mu$  называется подвижностью носителей заряда. Эта величина численно равна средней скорости направленного движения частиц в электрическом поле с напряженностью 1 В/м.

Рассеяние носителей заряда на нейтральных атомах примеси и нейтральных дефектах является слабым. Однако, при низких температурах, когда примеси еще практически не ионизованы, а тепловые колебания отсутствуют, этот механизм играет существенную роль. Для того, чтобы электрон изменил направление своего движения в результате взаимодействия с нейтральной примесью или дефектом, необходимо, чтобы траектория электрона проходила через место расположения дефекта либо через примыкающую к нему область решетки, в которой им вызваны искажения. Рассеяние на нейтральных примесях не зависит от температуры, а подвижность, обусловленная этим рассеянием, постоянна и зависит только от концентрации рассеивающих центров.

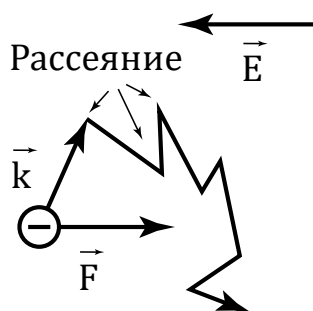


Рис. 3: Схематическое изображение движения электрона в полупроводнике под действием электрического поля.

Электрическое поле ионизованного примесного атома распространяется на много периодов кристаллической решетки, и электрон, проходя на значительном расстоянии от иона, изменит под действием его поля направление своего движения. Пусть рассеяние в полупроводнике происходит только на ионах примеси, а тепловые колебания и нейтральные центры рассеяния отсутствуют. Тогда, как показывают расчеты, подвижность зависит от температуры как  $T^{3/2}$ , т.е. увеличивается. Этот результат легко понять, если учесть, что с ростом температуры увеличивается средняя скорость хаотического движения электронов, а быстрые электроны слабее отклоняются статическим полем ионов. Этот механизм рассеяния играет основную роль при температурах, когда уже имеется большая концентрация ионизированных примесей, но тепловые колебания еще мало влияют на рассеяние.

### 3. Температурная зависимость проводимости

Плотность тока, создаваемого всеми свободными электронами, равна:

$$j = en\mu_n E = \sigma_n E \quad (4)$$

где  $n$  — концентрация электронов,  $\sigma_n = en\mu_n$  — удельная проводимость полупроводника, обусловленная электронами. Если имеется два типа носителей в полупроводнике — элек-

троны и дырки, то проводимость равна:

$$\sigma = e(n\mu_n + p\mu_p) \quad (5)$$

Для определения температурной зависимости проводимости необходимо перемножить зависимости концентрации и подвижности носителей заряда от температуры. При низких температурах и неполной ионизации примесей концентрация зависит от обратной температуры по экспоненциальному закону, а подвижность – по степенному, т.е. температурная зависимость концентрации определяет температурную зависимость проводимости:

$$\sigma = \sigma_d e^{(-\Delta W_d/2k_B T)} \quad (6)$$

Здесь  $\sigma_d$  содержит степенную зависимость подвижности и эффективной плотности состояний от температуры.

В области истощения примесей концентрация не зависит от температуры, поэтому в этой области температурная зависимость проводимости определяется степенной зависимостью подвижности от температуры. И, наконец, при больших температурах зависимость проводимости от обратной температуры экспоненциальна, т.к.  $\mu \approx T^{3/2}$ , а  $N_c \approx T^{3/2}$ :

$$\sigma = \sigma_c e^{(-W_g/2k_B T)} \quad (7)$$

На рис. 4 показана зависимость  $\ln(\sigma)$  от обратной температуры при различных уров-

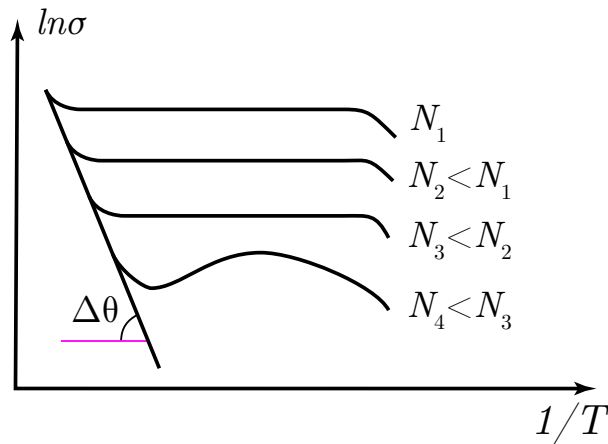


Рис. 4: Качественный вид зависимости удельной проводимости полупроводника от температуры для различных уровней легирования (N-концентрация легирующей примеси)

нях легирования полупроводника. По экспериментально измеренным зависимостям  $\sigma(T)$ , аналогичным рис.4, можно определить ширину запрещенной зоны и энергию активации примесей.

## 4. Методика измерений

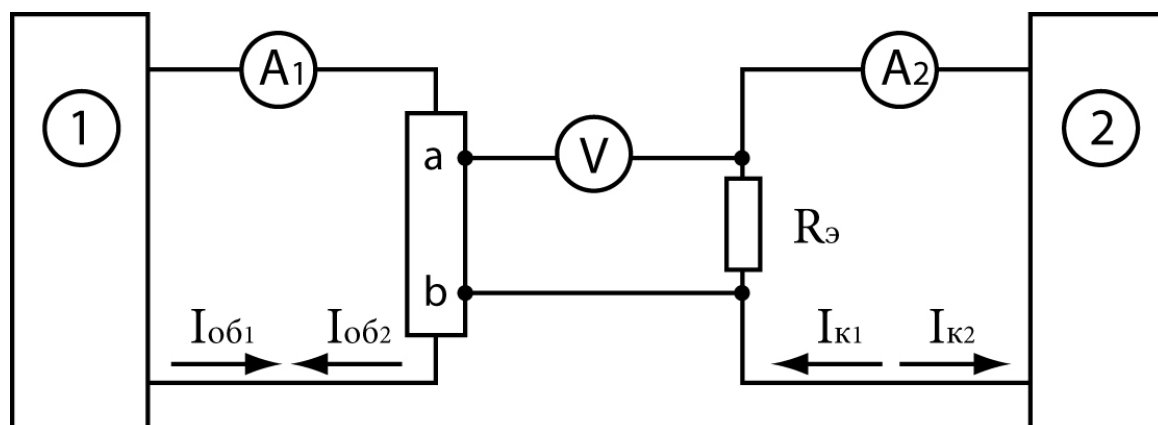


Рис. 5: Электрическая схема для измерений удельной электропроводности методом компенсации

Регулируемый источник тока (1) задаёт ток образца  $I_{об}$ , измеряемый амперметром  $A1$ . Регулируемый источник тока (2) задаёт ток компенсации  $I_k$  через эталонный резистор  $R_э$ , величина этого тока измеряется амперметром 2. Напряжение  $U_{ab}$  между зондовыми электродами а и б сравнивается с напряжением компенсации  $U_k$  на эталонном резисторе  $R_э$  при помощи индикатора компенсации  $V$ .

При проведении измерений нужно установить ток образца, затем, изменяя ток компенсации, добиться нулевых показаний индикатора компенсации  $V$ . В этом случае напряжение  $U_k$  на эталонном резисторе  $R_э$  будет равно напряжению  $U_{ab}$ :

$$U_{ab} = U_k = I_k R_э \quad (8)$$

В реальной ситуации между зондовыми электродами будут паразитные потенциалы, связанные, во-первых, с влиянием переходного сопротивления на контактах «образец – подводящие провода», во-вторых, появлением термоЭДС на контактах полупроводника с металлом при нагреве образца. Для того чтобы устранить влияние этих потенциалов, измерение тока компенсации производится дважды. Получив первый отсчёт  $I_{k1}$ , изменяем направление тока через образец и через эталонный резистор, опять добиваемся равенства напряжений  $U_k$  и  $U_{ab}$ , снимаем второй отсчёт  $I_{k2}$ . Обратите внимание, что полярность разности потенциалов между электродами а и б, вызванная протеканием тока через образец, как и напряжение на  $R_э$ , сменились на противоположные, а паразитные потенциалы, зависящие от свойств контактов, и термоЭДС, зависящая от температуры образца, остались прежние. Таким образом, среднеарифметическое значение

$$I_k = \frac{I_{k1} + I_{k2}}{2}$$

будет содержать информацию только о полезной составляющей напряжения  $U_{ab}$ .

Величину падения напряжения  $U_k$  легко подсчитать:

$$U_k = I_k R_{\text{э}}$$

Величину сопротивления участка образца расположенного между зондовыми электродами а и b ( $R_{\text{об}}$ ) можно определить из равенства:

$$R_{\text{об}} = \frac{U_k}{I_{\text{об}}} = \frac{I_k R_{\text{э}}}{I_{\text{об}}}$$

Зная размеры образца: а - ширина (см), d - толщина (см), l - расстояние между электродами а и b (см), можно рассчитать удельное сопротивление образца:

$$\rho = \frac{da}{l} R_{\text{об}} (\text{Ом см})$$

или обратную величину - удельную электропроводность:

$$\sigma = 1/\rho (\text{Ом}^{-1}\text{см}^{-1})$$

## 5. Схема экспериментальной установки

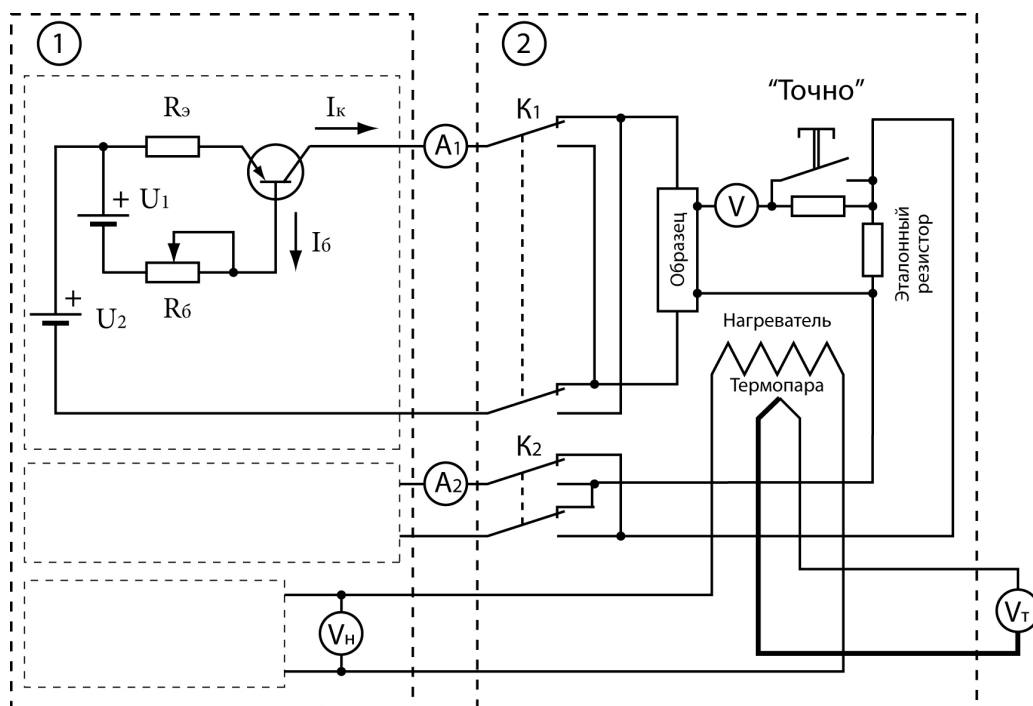


Рис. 6: Схема установки

Блок питания (1) содержит в себе два регулируемых стабилизатора тока (для образца и эталонного резистора) и регулируемый источник питания нагревателя образца, напряжение на выходе которого контролируется вольтметром  $V_{\text{н}}$ . На верхней крышке измерительного блока (2) находится трубочатый керамический нагреватель, в котором размещён



исследуемый образец и термопара для измерения температуры. Нагреватель с образцом и термопарой закрыты защитным цилиндром. В корпусе измерительного блока (2) располагается эталонный резистор  $R_{\text{э}}$ , переключатели направления тока образца и компенсации  $K1$  и  $K2$ , индикатор компенсации  $V$  с переключателем чувствительности «Точно». Измерение токов образца и компенсации производится миллиамперметрами  $A1$  и  $A2$  для измерения ЭДС термопары используется милливольтметр  $V_t$ , показания которого пересчитываются в температуру по градуировочному графику (рис. 7).

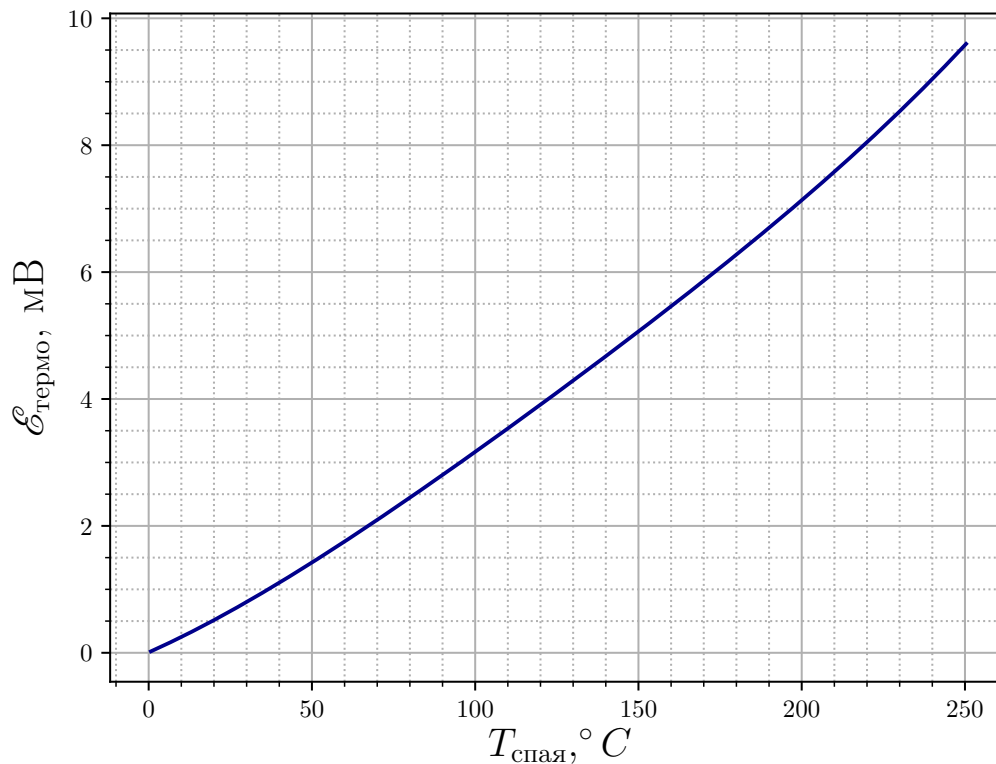


Рис. 7: График соответствия ЭДС термопары и температуры спая

## Эксперимент

### Оборудование

1.  $R_{\Sigma} = 10 \text{ Ом}$ .
2. Образец  $l = 7 \text{ см}$ ,  $d = 1.4 \text{ см}$ ,  $a = 4 \text{ см}$ ,  $x = 20 \text{ см}$ .

Произвели измерение электропроводности образца при комнатной температуре. Установив ток образца 5 мА добились нулевого отклонения индикатора. Аналогичное сделали, сменив направление тока.

Такие же измерения провели при различных температурах. Сняли температурную зависимость тока компенсации (для двух направлений тока при каждом значении температуры  $I_{k1}, I_{k2}$ ).

Далее взяли среднее значение тока:

$$I_k = \frac{I_{k1} + I_{k2}}{2}$$

Рассчитали проводимость для каждой снятой точки по формуле:

$$\sigma = \frac{l}{ad} \frac{I_{об}}{I_k R_{\Sigma}}$$

### Обработка результатов измерений

Построили график (см рис. 8 ) полученной зависимости  $\ln \sigma(\frac{10^3}{T})$  ( $T$  – абсолютная температура в градусах К).

Прологарифмировали выражение (7) и нашли связь между угловым коэффициентом наклона кривой  $\ln \sigma(\frac{10^3}{T})$  и величиной  $W_g$ :

$$\ln(\sigma) = \underbrace{\ln(\sigma_C)}_{const} - W_g / 2k_B T$$

$$W_g = -1000 \cdot \tan(\theta) \cdot 2k_B$$

где  $\tan(\theta)$  - тангенс угла наклона графика  $\ln \sigma(\frac{1}{T})$ ,  $k_B \approx 8.62 \cdot 10^{-5} \text{ эВ/К}$  - постоянная Больцмана.

Определили угловой коэффициент наклона кривой в области высоких температур и рассчитали значение  $W_g$ :

$$\tan(\theta) \approx -3.33 \pm 0.6$$

$$W_g \approx 0.57 \pm 0.1 \text{ эВ}$$

В области истощения примесей (на рис.8 - область значений от 3.25 до 3.75 по оси  $(\frac{10^3}{T})$ ) определили зависимость  $\sigma = f(T)$ , считая, что  $\sigma \approx T^n$ . Ее можно найти, взяв на кривой две точки и воспользовавшись соотношением  $\sigma_1/\sigma_2 = (T_1/T_2)^n$ .

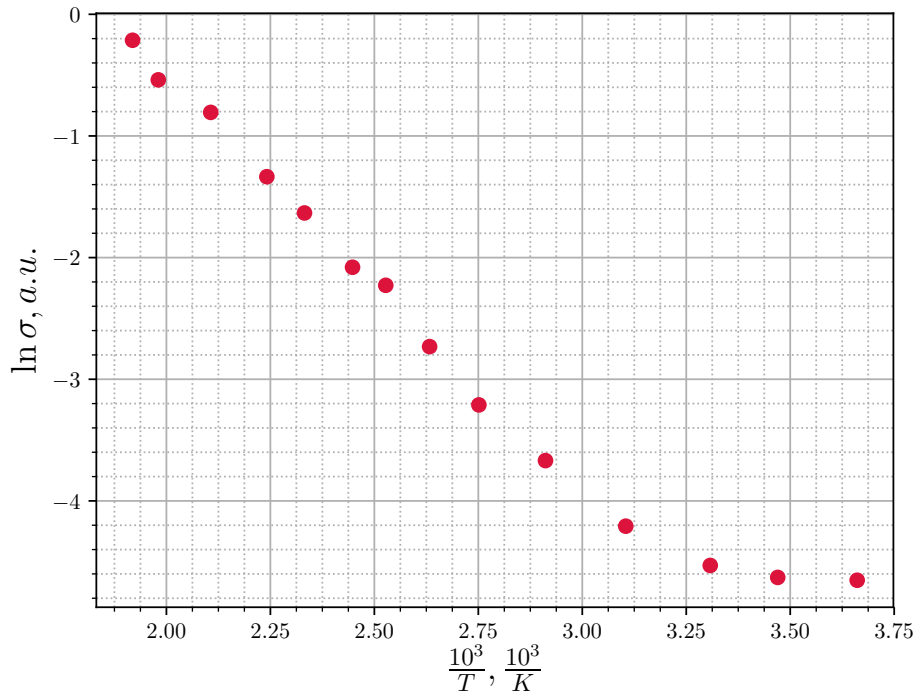


Рис. 8

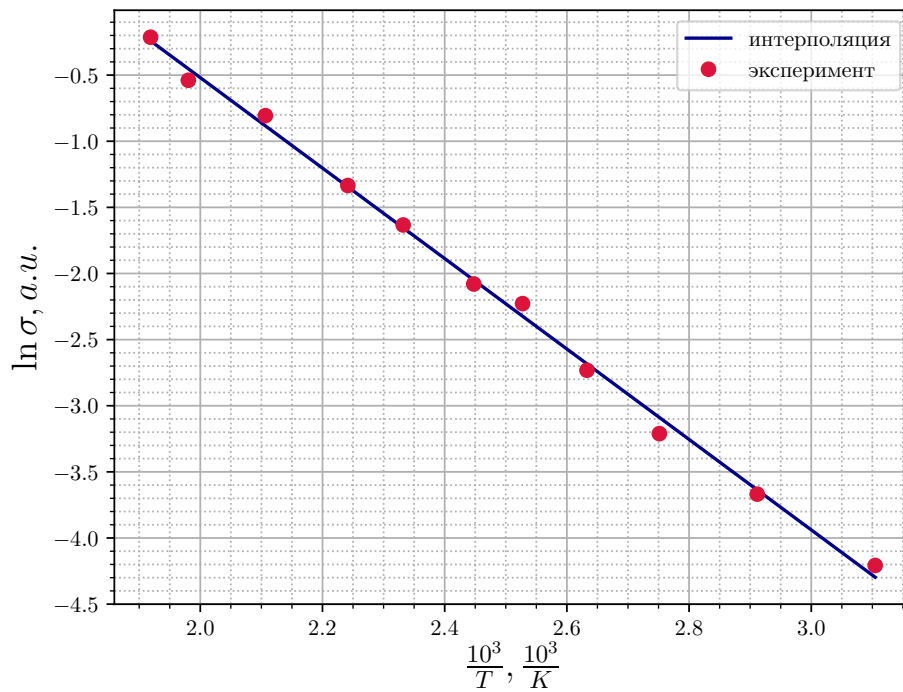


Рис. 9

Получаем  $n = 1.2$

Определили (экстраполяцией по графику) величину  $\sigma_c$ , соответствующую электропро-

водности вещества при  $T \rightarrow \infty$ .

$$\ln \sigma_c = \ln \sigma(T \rightarrow \infty) = 6.07$$

$$\sigma_c = e^{6.07} = 432.68 \text{ Ом}^{-1}\text{см}^{-1}$$

## Вывод

Проведя измерения с помощью компенсационного метода измерений на постоянном токе, получены значения теплопроводности образца в диапазоне температур от 300 до 500 К. Определен угловой коэффициент наклона кривой  $\ln \sigma(\frac{10^3}{T})$  и значение  $W_g$ :

$$\tan(\theta) \approx ?? \pm 0.6$$

$$W_g \approx ?? \pm 0.1 \text{ эВ}$$

В области истощения примесей, учитывая зависимость  $\sigma \approx T^n$ , рассчитана степень:  $n = 1.2$ , сосчитана величина  $\sigma_c$ , которая соответствует электропроводности вещества при стремлении температуры в бесконечность:  $\sigma_c = ?? \text{ Ом}^{-1}\text{см}^{-1}$