

Кафедра электродинамики  
Отчет по лабораторной работе №2  
**Замедляющие системы типа гребенки**

Выполнили студенты 440 группы  
Войтович Д.А., Понур К.А.

Нижний Новгород, 2019

**Цель работы.** Цель настоящей работы состоит в изучении волн, направляемых замедляющими системами типа гребенок. Общее описание таких систем весьма непросто, поэтому мы здесь ограничимся частным случаем, допускающим использование понятия поверхностного импеданса. Сначала мы обсудим характеристики волн, направляемых плоскостью с заданным импедансом, а затем уже – конкретную реализацию импеданса в гребенчатых структурах.

## 1. Теоретическая часть

### 1.1. Введение

На направляющей границе  $x = 0$  задано граничное условие:  $[\vec{n}\vec{E}] = Z[\vec{n}[\vec{n}\vec{H}]]$ .

Поле в свободном полупространстве  $x > 0$  ищем в виде ТМ и ТЕ поперечных волн по отношению к оси распространения  $z$ . Поперечные волновые функции этих волн находятся путем решения уравнения Гельмгольца. Нас интересуют решения, локализованные вблизи направляющей границы:  $\varphi = A \exp(px)$ , где  $p = ik$ ,  $\text{Re} p > 0$ . Важное свойство поверхностных волн: они медленные, то есть их фазовая скорость не превышает скорости распространения однородных плоских волн в верхнем полупространстве, т.е. скорости света.

$$v_{\text{ф}} = \frac{\omega}{k\sqrt{1 + (p/k)^2}} < \frac{\omega}{k} = c$$

Идеально проводящая гребенчатая структура может быть описана однородным поверхностным импедансом без пространственной дисперсии применительно к волнам ТМ-типа в предельном случае длинных поверхностных волн, таких, что:

$$hD = \frac{2\pi D}{\lambda} \ll \pi$$

где  $D$  - период структуры,  $\lambda$  - длина поверхностной волны. При выполнении данного условия поле волны на протяжении одной ячейки считается однородным и внутри нее оно представляет стоячую поперечную волну типа ТЕМ. В силу граничного условия на идеально проводнике электрическое поле на дне "канавки в плоскости  $x = -l$  имеет узел и может быть записано:

$$E_z^{(i)} = E_0 \sin(k(x + l))$$

тогда магнитное:

$$H_y^{(i)} = -iE_0 \cos(k(x + l))$$

Каждую ячейку можно рассматривать как закороченную на конце ( $x = -l$ ) двухмерную двухпроводную линию. Тогда значение импеданса на поверхности гребенки  $x = 0$ :

$$Z = \frac{E_z^{(i)}(x = 0)}{H_y^{(i)}(x = 0)} = -itg(kl)$$

Отвечающее этому импедансу дисперсионное уравнение имеет вид:

$$h = \frac{k}{\cos kl}$$

Оно получено с учетом связи поперечных волновых чисел  $p_1, p_2$  с импедансом  $Z$ :

$$p_1 = -iZk, p_2 = -iZ^{-1}k.$$

Коэффициент замедления волны:  $\frac{c}{v} = (\cos kl)^{-1}$

Волна существует только в интервале:  $n\pi < kl < (n + 0.5)\pi$  и не может существовать в полосе запираения системы:  $(n + 0.5)\pi < \frac{\omega l}{c} < (n + 1)\pi$