

Кафедра электродинамики
Отчет по лабораторной работе №2
Замедляющие системы типа гребенки

Выполнили студенты 440 группы
Войтович Д.А., Понур К.А.

Нижний Новгород, 2019

Цель работы. Цель настоящей работы состоит в изучении волн, направляемых замедляющими системами типа гребенок. Общее описание таких систем весьма непросто, поэтому мы здесь ограничимся частным случаем, допускающим использование понятия поверхностного импеданса. Сначала мы обсудим характеристики волн, направляемых плоскостью с заданным импедансом, а затем уже – конкретную реализацию импеданса в гребенчатых структурах.

1. Теоретическая часть

На направляющей границе $x = 0$ задано граничное условие: $[\vec{n}\vec{E}] = Z[\vec{n}[\vec{n}\vec{H}]]$.

Поле в свободном полупространстве $x > 0$ ищем в виде ТМ и ТЕ поперечных волн по отношению к оси распространения z . Поперечные волновые функции этих волн находятся путем решения уравнения Гельмгольца. Нас интересуют решения, локализованные вблизи направляющей границы: $\varphi = A \exp(px)$, где $p = ik$, $\text{Re } p > 0$. Важное свойство поверхностных волн: они медленные, то есть их фазовая скорость не превышает скорости распространения однородных плоских волн в верхнем полупространстве, т.е. скорости света.

$$v_{\text{ф}} = \frac{\omega}{k\sqrt{1+(p/k)^2}} < \frac{\omega}{k} = c$$

Идеально проводящая гребенчатая структура может быть описана однородным поверхностным импедансом без пространственной дисперсии применительно к волнам ТМ-типа в предельном случае длинных поверхностных волн, таких, что:

$$hD = \frac{2\pi D}{\lambda} \ll \pi$$

где D - период структуры, λ - длина поверхностной волны. При выполнении данного условия поле волны на протяжении одной ячейки считается однородным и внутри нее оно представляет стоячую поперечную волну типа ТЕМ. В силу граничного условия на идеально проводнике электрическое поле на дне «канавки» - в плоскости $x = -l$ имеет узел и может быть записано:

$$E_z^{(i)} = E_0 \sin(k(x+l))$$

тогда магнитное:

$$H_y^{(i)} = -iE_0 \cos(k(x+l))$$

Каждую ячейку можно рассматривать как закороченную на конце ($x = -l$) двухмерную двухпроводную линию. Тогда значение импеданса на поверхности гребенки $x = 0$:

$$Z = \frac{E_z^{(i)}(x=0)}{H_y^{(i)}(x=0)} = -i \operatorname{tg}(kl)$$

Отвечающее этому импедансу дисперсионное уравнение имеет вид:

$$h = \frac{k}{\cos kl}$$

Оно получено с учетом связи поперечных волновых чисел p_1 , p_2 с импедансом Z :

$$p_1 = -iZk, p_2 = -iZ^{-1}k.$$

Коэффициент замедления волны: $\frac{c}{v_f} = (\cos kl)^{-1}$

Волна существует только в интервале: $n\pi < kl < (n + 0.5)\pi$ и не может существовать в полосе запираения системы: $(n + 0.5)\pi < \frac{\omega l}{c} < (n + 1)\pi$

2. Практическая часть

Задание 1. Дисперсионные характеристики гребенок.

Были сняты дисперсионные характеристики двух гребенок, различающихся высотой зубьев: $l_1 = 8$ мм и $l_2 = 22$ мм. Зависимость частоты ν от продольного волнового числа h представлена на рис.1.

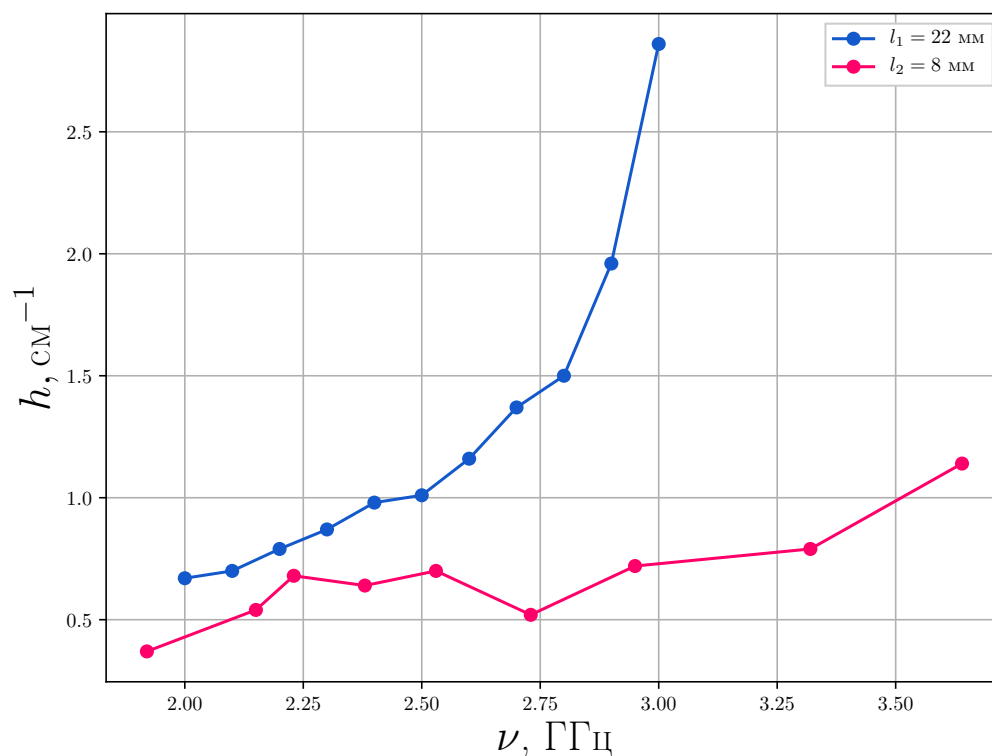


Рис. 1: Дисперсионные характеристики гребенок

Задание 2. Продольное распределение поля.

На гребенке 1 было прослежено изменение характера распределения поля вдоль системы с изменением частоты в широких пределах вплоть до частоты запираения: $\omega_{\text{зап}} \sim \frac{c\pi}{2l}$. На основе экспериментальных данных (см. рис.2) можно сделать вывод о частоте запираения данной гребенки $\omega_{\text{зап}} \simeq 3100$ ГГц.

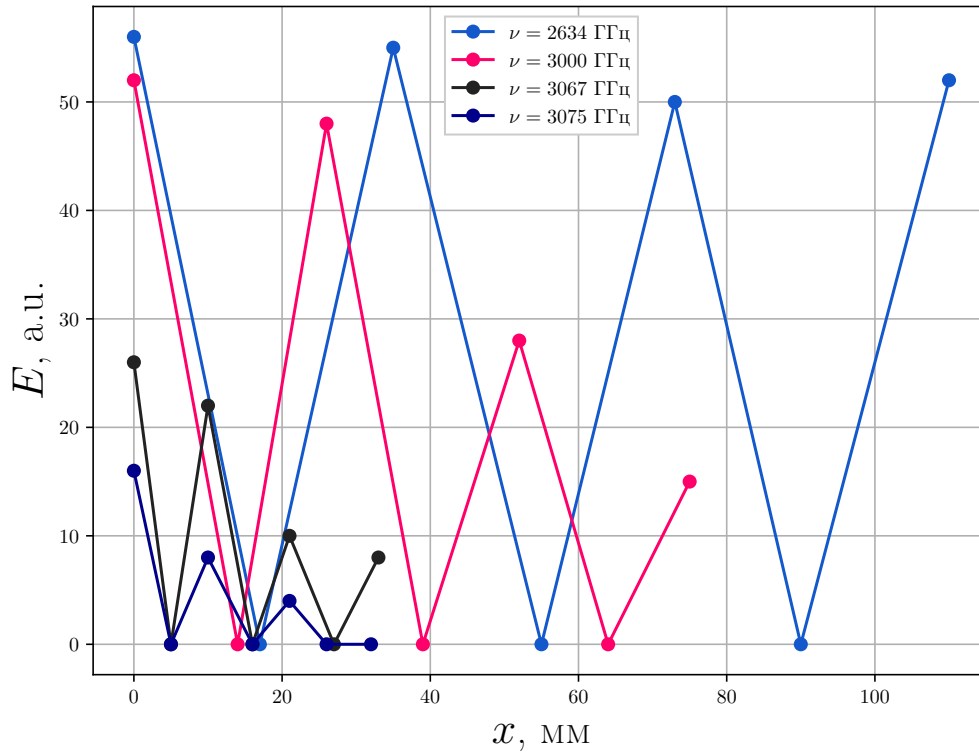


Рис. 2: Распределение поля вдоль системы

Задание 3. Зависимость поля от положения крышки гребенки.

Вывод из экспериментов: чем меньше расстояние между гребенкой и крышкой, тем больше поле прижато к системе, тем больше замедление, чем больше замедление, тем меньше длина волны. Это можно показать, представив систему в виде LC линии. $v_f = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Расчет системы (гребенка+крышка) в импедансном приближении.

$$\Delta\varphi + \kappa^2\varphi = 0$$

$$\varphi = Ae^{-i\kappa x} + Be^{i\kappa x}$$

$$E_z = 0|_{x=h}$$

ТМ-волна: $E_z = \frac{\varkappa^2}{ik_0\epsilon}\varphi$

$$Z = \frac{E_z}{H_y}$$

$$H_y = -\frac{d\varphi}{dx} = Ai\varkappa e^{-i\varkappa x} - Bi\varkappa e^{i\varkappa x}$$

$$\begin{cases} Ae^{-i\varkappa x} + Be^{i\varkappa x} = 0 \\ ZAi\varkappa - ZBi\varkappa = \frac{\varkappa^2}{ik_0\epsilon}(A + B) \end{cases}$$

$$e^{2i\varkappa h}(Zk_0\epsilon + \varkappa) - \varkappa + Zk_0\epsilon = 0$$