Содержание

1. Квантовая механика

1.1. Билет 1

1.2. Билет 2

1.3. Билет 3

1.4. Билет 4

1.5. Билет 5

1.6. Билет 6

1.7. Билет 7

Вопрос 3

Найти $\Psi(p)$ зная $\Psi(x)$. Найти нормировочный множитель, найти связь ширины x и p (Δx и Δp).

$$\Psi(x) = \exp\{-U|x|\}$$

$$\Psi_0(x) = c\Psi(x)$$

– нормированная функция

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} |\Psi_0(x)|^2 dx = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} |\Psi(x)|^2 C^2 dx = 1$$

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \exp\{-2U|x|\} dx = \int\limits_{-\infty}^{0} \exp\{2Ux\} dx + \int\limits_{0}^{+\infty} \exp\{-2Ux\} dx = \frac{2}{U} \exp\{2Ux\} \Big|_{-\infty}^{0}$$

1.8. Билет 8

1.9. Билет 9

1.10. Билет 10

1.11. Билет 11

1.12. Билет 12

1.13. Билет 13

1.14. Билет 14

1.15. Билет 15

1.16. Билет 16

1.16.1 Вопрос 1

От каких переменных может зависеть волновая функция. Полный набор.

Волновая функция должна полным образом описывать систему, а изменение волновой функции от времени полностью описывает эволюцию квантово-механической системы (Уравнение Шредингера).

Существует несколько вариантов представления волновых функций (координатный, импульсный, энергетический и т.д). Соответственно, они могут быть описаны через разные переменные.

Максимальная информация о системе (Полнота описания системы) определяет количество степеней свободы. Чтобы волновая функция полностью описывала систему, необходимо, чтобы количество ее переменных равнялось количеству степеней свободы.

Переменными волновой функции могут быть собственные значения какого-то оператора. Одновременно являться переменными волновой функции могут быть лишь те величины, операторы которых коммутируют между собой. Соответственно, переменные волновой функции могут быть взяты даже из различных операторов, но главное, чтобы выполнялось условие коммутации. Сколько переменных необходимо для полного описания волновой функции? Количество переменных должно равняться количеству степеней свободы.

Дальше идет отсебятина: уверенности нет, но скорее всего это так. говорите на свой страх и риск. Пример: для описания квантово-механической системы, состоящей из одного свободного электрона, на самом деле недостаточно знать координат или импульсов этой частицы, так как она обладает как минимум еще и спином., что дает ему еще как минимум одну степень свободы. Получаем, что у электрона степеней свободы как минимум 4 (x,y,z, проекции координат или импульсов +спин).

1.17. Билет 17

1.17.1 Вопрос 1

Дайте определение сопряженного по Эрмиту оператора. Ответ сформулируйте в явной интегральной форме в x представлении, в обозначениях Дирака и обычных абстрактных векторных обозначениях.

Сопряженным по Эрмиту оператором называется оператор, который и транспонирован, и сопряжен

$$A^{+} = A^{*T}$$

Сопряженным по Эрмиту оператором называется такой оператор, что $(\phi, A\Psi) \underset{def}{=} (A^{+}\phi, \Psi)$

В интегральной форме:

$$\int \phi^*(x)K(x,x')\Psi(x')\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}x' \underset{def}{=} \int N^*(x,x')\phi(x')\,\mathrm{d}x'\,\Psi(x)\,\mathrm{d}x = *$$

Обозначим ядро оператора A^{+} как $N(x,x')$. Тогда $A^{+}\phi = \int N(x,x)'\phi(x')\,\mathrm{d}x'$

$$* = \int N^*(x',x)\phi^*(x)\,\mathrm{d}x\,\Psi(x')\,\mathrm{d}x'$$

Тогда $N^*(x',x) = K(x,x')$

В обозначениях Дирака:

$$|\Psi\rangle = \hat{A}\,|x\rangle$$

Тогда эрмитово сопряжение:

$$\langle\Psi| \underset{def}{=} \langle x|\,\hat{A}^{+}$$

В абстрактных векторных обозначениях:

$$|\Psi\rangle^{T} = |\Psi\rangle^{*}, \quad \text{но}(T*) = +$$

$$|\Psi\rangle^{T*} = |\Psi\rangle^{**}$$

Значит, что

$$|\Psi\rangle^{+} \underset{def}{=} \langle\Psi|$$

1.18. Билет 18

1.18.1 Вопрос 1

Докажите, что если операторы коммутируют, то они имеют общие собственные функции.

$$\hat{M}\hat{F} - \hat{F}\hat{M} = 0$$

Пусть Ψ_n образуют полную систему собственных функций оператор $\hat{M}$, то есть $\hat{M}\Psi_n = M_n\Psi_n$.

Подействуем оператором $\hat{F}$

$$\hat{M}\hat{F} = \hat{F}\hat{M}$$

$$\hat{M}\hat{F}\Psi_n = \hat{F}\hat{M}\Psi_n = \hat{F}M_n\Psi_m = M_n\hat{F}\Psi_n$$

$$\hat{M}(\hat{F}\Psi_n) = M_n(\hat{F}\Psi_n), F\hat{\Psi}_n - \text{собственная функция оператора } \hat{M}$$

Следовательно $\hat{F}\Psi_n = \Psi_n$. $\hat{F}\Psi_n$ отличается от собственной функции только на константу, пусть $\mathrm{const} = F_n$

Тогда $\hat{F}\Psi_n = F_n\Psi_n$.

1.19. Билет 19

Билет 1

1.20. Билет 20

1.21. Билет 21

1.22. Билет 22