

НИЖЕГОРОДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ Н. И. ЛОБАЧЕВСКОГО
Радиофизический факультет

Отчет по лабораторной работе №2

Эффект Зеемана

Выполнили студенты 430 группы

Нижний Новгород, 2018

Содержание

1 Теоретическая часть	2
1.1 Введение	2
1.2 Феноменологический расчет зеемановского расщепления	3
1.3 Квантовая векторная модель атома в приближении $[L - S]$ -связи	3
1.4 Интенсивность зеемановских линий	6
1.5 Классическая модель Зеемана	8
2 Практическая часть	11
2.1 Экспериментальная установка	11
2.2 Ход эксперимента	14

1. Теоретическая часть

1.1. Введение

Согласно квантовой теории излучения энергия атома может принимать лишь дискретные строго определенные значения. Совокупность таких разрешенных значений (уровней энергии) называют **энергетическим спектром атома**. Энергетический спектр атома может быть задан с помощью вполне определенного набора внутренних характеристик атома - его **квантовых чисел**. Наиболее точный смысл каждого квантового числа выясняется при решении **уравнения Шредингера**, в котором квантовые числа определяют **спектр собственных значений**. Мы же введем лишь названия и обозначения, а там, где это возможно, дадим краткую, более или менее наглядную и не слишком строгую, характеристику квантовых чисел атома:

n – главное квантовое число, определяющее среднее расстояние электронного облака от ядра;

L – орбитальное квантовое число, характеризующее сумму моментов импульса электронов \vec{P}_L , связанных с их вращением вокруг ядра;

S – спиновое квантовое число, описывающее сумму собственных моментов импульса электронов \vec{P}_S , не связанных с их вращением вокруг ядра¹;

J – азимутальное квантовое число, которому ставится в соответствие полный механический момент электронов в атоме:

$$\vec{P}_J = \vec{P}_L + \vec{P}_S \quad (1)$$

M_J – магнитное квантовое число, название которого связано с тем, что энергия атома зависит от M_J лишь при наличии внешнего магнитного поля: $E(n, J, L, S, M_J)$. В отсутствии магнитного поля для всех допустимых значений M_J энергия атома имеет одно и то же значение $E(n, J, L, S, M_J)$ – в этом случае говорят, что имеет место **вырождение** (неоднозначность) состояния атома по квантовому числу M_J . Из элементарной физики известно, что в магнитном поле могут изменить свою энергию лишь системы, имеющие (или приобретающие) **магнитный момент** μ , причем изменение энергии равно:

$$\delta E = -(\vec{\mu} \cdot \vec{H}) = -\mu_H H. \quad (2)$$

¹Наличие собственно механического момента (спина) и магнитного момента у покоящегося электрона не имеет удовлетворительного наглядного толкования и должно восприниматься как факт, однозначно следующий из результатов многочисленных экспериментов.

Из сказанного ясно, что квантовое число M_J характеризует проекцию магнитного момента атома μ на направление внешнего магнитного поля \vec{H} .

При переходе атома с более высокого энергетического уровня E_2 на более низкий E_1 , излучается квант электромагнитной энергии (??) с частотой

$$\omega_{1,2} = \frac{E_2 - E_1}{\hbar} \quad (3)$$

где $\hbar = 1.054 * 10^{-27}$ эрг·с – постоянная Планка. Поскольку при наложении внешнего магнитного поля вырождение энергетических состояний E_2 и E_1 по квантовому числу M_J снимается (т.е. происходит расщепление каждого энергетического уровня на несколько подуровней), в спектре излучения мы вместо одной наблюдаем несколько частот (линий) излучения (??). Этот эффект расщепления спектральных линий атомов в магнитном поле и называется **эффектом Зеемана**.

1.2. Феноменологический расчет зеемановского расщепления

1.3. Квантовая векторная модель атома в приближении $[L - S]$ -связи

Почему мы вообще говорим о вычислении **g**-фактора заданного квантового состояния? Разве отношение механического и магнитного моментов не есть величина, постоянная для данного атома? Оказывается нет, и связано это с тем удивительным обстоятельством, что отношение магнитного μ и механического \mathbf{P} моментов электрона различно для орбитального и спинового моментов:

$$\mu_L = -\gamma \mathbf{P}_{\mathbf{L}_i}, \quad (4)$$

$$\mu_S = -2\gamma \mathbf{P}_{\mathbf{S}_i}, \quad (5)$$

$\gamma = \frac{e}{2mc}$ - **гиromагнитное отношение**.

Поскольку в различных квантовых состояниях орбитальные и спиновые моменты электронов дают различный вклад в величину механического момента атома P_J , соотношение между μ_H и P_{J_H} в формуле (??), то есть **g**-фактор, оказывается также зависящим от квантового состояния. Для нахождения величины **g** следует, таким образом, найти среднюю по времени проекцию суммарного магнитного момента атома на направление внешнего магнитного поля **H** в данном квантовом состоянии.

Квантовомеханический расчет магнитных свойств многоэлектронных атомов представляет собой весьма сложную задачу, даже если пренебречь механическим и магнитным

моментом ядра. В общем случае *кулоновское самосогласованное поле* в атоме является *центрально-симметричным* с точностью до так называемого *остаточного взаимодействия*, величина которого, как правило, существенно больше релятивистского взаимодействия спинового \mathbf{P}_{S_i} и \mathbf{P}_{L_i} моментов для каждого из электронов оболочки.

В некоторых тяжелых атомах и атомах, содержащих почти заполненные электронные оболочки, возможны случаи, когда *спин-орбитальное* взаимодействие превышает остаточное. В этих условиях пара моментов \mathbf{P}_{L_i} и \mathbf{P}_{S_i} электрона оболочки взаимодействует между собой сильнее, чем с моментами \mathbf{P}_{L_i} и \mathbf{P}_{S_i} других электронов. Поэтому образуются результирующие моменты \mathbf{P}_{j_i} для каждого электрона в отдельности, которые затем уже объединяются в \mathbf{P}_J атома. Такой вид связи носит название *jj-связь*.

Пренебрежение же спин-орбитальным взаимодействием по сравнению с остаточным носит название приближения *[L-S]*- (или *нормальной*, или *Рассела-Саундерса*) связи. Приближение *[L-S]*-связи позволяет находить результирующие орбитальный

$$\mu_L = \sum_{i=1}^N \mu_{L_i} = -\gamma \sum_{i=1}^N \mathbf{P}_{L_i} = -\gamma \mathbf{P}_L \quad (6)$$

и спиновый

$$\mu_S = \sum_{i=1}^N \mu_{S_i} = -2\gamma \sum_{i=1}^N \mathbf{P}_{S_i} = -2\gamma \mathbf{P}_S \quad (7)$$

магнитные моменты всей электронной оболочки (N - число электронов в оболочке) атома с помощью *векторной* модели. При этом полный магнитный момент атома

$$\mu_J = \mu_L + \mu_S = -\gamma(\mathbf{P}_L + 2\mathbf{P}_S) \quad (8)$$

оказывается неколлинеарным его механическому моменту, что проиллюстрировано на рис. 1.

$$\mathbf{P}_J = \mathbf{P}_L + 2\mathbf{P}_S, \quad (9)$$

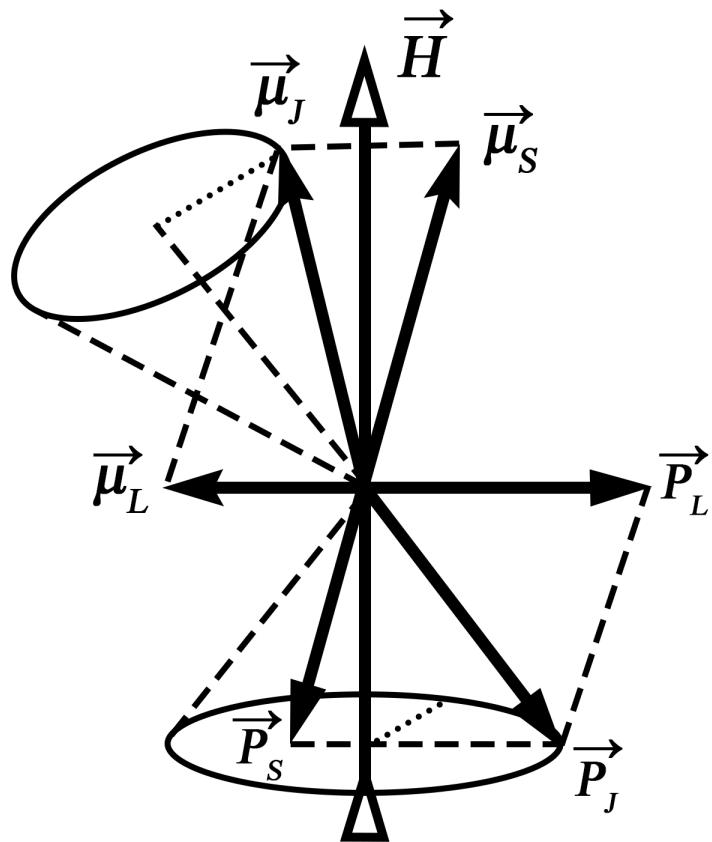


Рис. 1: Векторная модель атома

Согласно правилам построения векторной модели складываемые результирующие моменты \mathbf{P}_L и \mathbf{P}_S (а вместе с ними и магнитные моменты μ_J, μ_L, μ_S на векторной диаграмме рис. 1) прецессируют вокруг направления результирующего момента \mathbf{P}_J . Скорость прецессии пропорциональна величине спин-орбитального взаимодействия.

Качественный вид зеемановского спектра оказывается различным в зависимости от соотношения между величинами взаимодействия результирующих моментов друг с другом и магнитным полем.

Рассмотрим два случая:

1) сильное поле - действие поля на каждый из моментов \mathbf{P}_L и \mathbf{P}_S превосходит взаимодействие их между собой

2) слабое поле - взаимодействие моментов друг с другом больше взаимодействия на каждый из них магнитного поля.

1) Внешнее магнитное поле \mathbf{H} разрывает связь между результирующими моментами \mathbf{P}_L и \mathbf{P}_S , и каждый из них прецессирует вокруг направления поля независимо другого. Проектироваться на направление поля \mathbf{H} векторы \mathbf{P}_L и \mathbf{P}_S (а значит и векторы μ_L и μ_S)

будут тоже каждый в отдельности: $\mu_{\mathbf{H}} = -\gamma \hbar (M_L + 2M_S)$, то есть расщепление оказывается целым кратным $\mu_0 H$. Для переходов имеют место правила отбора: $\Delta M_L = 0, \pm 1$; $\Delta M_S = 0$. В результате получается триплет, совпадающий по виду с **нормальным зеемановским триплетом**, а само явление называется **эффектом Пашена-Бака**. Этот эффект наблюдается при $H \geq 2 * 10^5$ Гц, когда магнитное расщепление линий становится больше **мультиплетного** (связанного со спин-орбитальным взаимодействием) расщепления.

2) В случае **слабого магнитного поля** (именно этот случай реализуется в условиях нашего эксперимента) магнитный момент атома $\mu_{\mathbf{J}}$ прецессирует вокруг направления \mathbf{H} (вместе с вектором $\mathbf{P}_{\mathbf{J}}$), как это известно из классической механики, но и вокруг самого вектора $\mathbf{P}_{\mathbf{J}}$. Поскольку частота **классической (ларморовской)** прецессии пропорциональна величине H , в достаточно слабых полях ларморовскую прецессию можно считать медленной по сравнению с прецессией вокруг $\mathbf{P}_{\mathbf{J}}$. Усредняя $\mu_{\mathbf{J}}$ по периоду "быстрой" прецессии, находим, что средний по времени магнитный момент атома μ совпадает с проекцией $\mu_{\mathbf{J}}$ на направление $\mathbf{P}_{\mathbf{J}}$, то есть равен:

$$\mu = \mu_L \cos(\widehat{\mu_{\mathbf{L}}, \mathbf{P}_{\mathbf{J}}}) + \mu_S \cos(\widehat{\mu_{\mathbf{S}}, \mathbf{P}_{\mathbf{J}}}) \quad (10)$$

Из элементарной геометрии Согласно рис.?? следует:

$$\cos(\widehat{\mathbf{P}_{\mathbf{L}}, \mathbf{P}_{\mathbf{J}}}) = \frac{P_J^2 + P_L^2 - P_S^2}{2P_L P_J}, \quad (11)$$

$$\cos(\widehat{\mathbf{P}_{\mathbf{S}}, \mathbf{P}_{\mathbf{J}}}) = \frac{P_J^2 + P_S^2 - P_L^2}{2P_S P_J}, \quad (12)$$

что позволяет переписать равенство (10) в виде:

$$\mu = \gamma P_J \left(1 + \frac{P_J^2 + P_S^2 - P_L^2}{2P_J^2} \right) = \mu_0 g \frac{P_J}{\hbar}. \quad (13)$$

Подстановка формул вида (??) в (13) позволяет сразу найти связь между механическим P_J и "эффективным" магнитным моментом атома μ в состоянии с квантовыми числами \mathbf{J} , \mathbf{L} , \mathbf{S} , то есть g -фактор данного квантового состояния:

$$g = 1 + \frac{J(J+1) + S(S+1) - L(L+1)}{2J(J+1)} \quad (14)$$

1.4. Интенсивность зеемановских линий

Реально наблюдаемое в эксперименте число зеемановских линий существенным образом зависит от их относительных интенсивностей. Интенсивности зеемановских компонент могут быть рассчитаны из соображений симметрии. Результаты расчетов приведены в 1.

В качестве примера приведем результаты расчета зеемановского спектра, соответствующего переходу $J \rightarrow J + 1$ между комбинирующими уровнями $E_1(J_1 = 1, L_1 = 2, S_1 = 1)$ и $E_2(J_2 = 2, L_2 = 2, S_2 = 1)$, тогда согласно формуле 14 $g_1 = \frac{1}{2}$, $g_2 = \frac{3}{2}$. Переходы, на которых возможно получение зеемановских компонент, показаны стрелками на рис.2, а в таблице 2 приведены поляризации и интенсивности соответствующих линий.

Как видно из ?? и таблиц 1, 2, зеемановский спектр зеркально симметричен относительно несмещенной линии, поэтому достаточно рассчитать половину спектра.

Таблица 1: Относительные интенсивности зеемановских компонент

Переход	$J \rightarrow J - 1$	$J \rightarrow J$	$J \rightarrow J + 1$
---------	-----------------------	-------------------	-----------------------

Поперечный эффект

$M \rightarrow M - 1$	$\frac{(J+M-1)(J+M)}{4}$	$\frac{(J-M+1)(J+M)}{4}$	$\frac{(J-M+2)(J-M+1)}{4}$
$M \rightarrow M$	$(J + M)(J - M)$	M^2	$(J + M + 1)(J - M + 1)$
$M \rightarrow M + 1$	$\frac{(J-M-1)(J-M)}{4}$	$\frac{(J+M+1)(J-M)}{4}$	$\frac{(J+M+2)(J+M+1)}{4}$

Продольный эффект

$M \rightarrow M - 1$	$\frac{(J+M-1)(J+M)}{2}$	$\frac{(J-M+1)(J+M)}{2}$	$\frac{(J-M+2)(J-M+1)}{2}$
$M \rightarrow M + 1$	$\frac{(J-M-1)(J-M)}{2}$	$\frac{(J+M+1)(J-M)}{2}$	$\frac{(J+M+2)(J+M+1)}{2}$

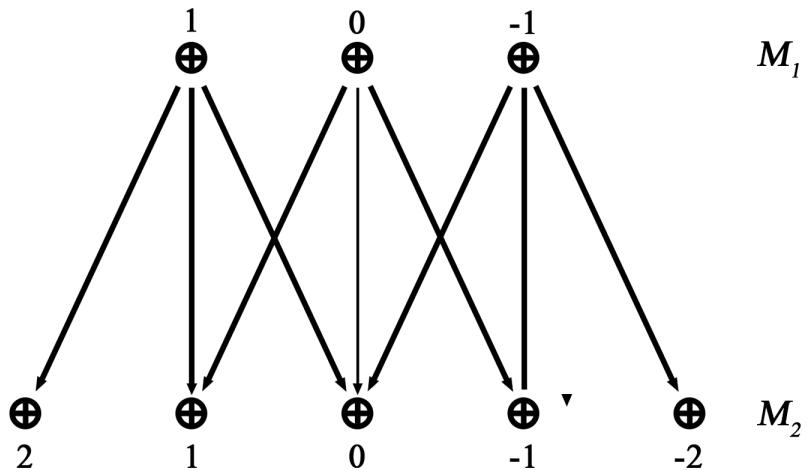


Рис. 2: Пример излучательных переходов, разрешенных правилами отбора

Таблица 2: Поляризация и интенсивности линий Зеемановского спектра соответствующего переходу $J \rightarrow J + 1$ между комбинирующими уровнями $E_1(J_1 = 1, L_1 = 2, S_1 = 1)$ и $E_2(J_2 = 2, L_2 = 1, S_2 = 1)$

$\Delta\omega_{M_1, M_2} * \hbar / (\mu_0 H)$	0	$\pm 1/2$	± 1	$\pm 3/2$	$\pm 5/2$
Поляризация	π	σ	π	σ	σ
Интенсивность (относительные единицы, поперечный эффект)	4	$1/2$	3	$3/2$	3

1.5. Классическая модель Зеемана

Некоторые закономерности эффекта Зеемана могут быть проиллюстрированы на классической модели, которая основывается на том, что движущийся вокруг ядра атома электрон обладает механическим и магнитным моментами связанными соотношением $\mu_{l_i} = -\gamma \mathbf{P}_{l_i}$. Таким образом, классическая модель, в отличие от квантовой, не учитывает собственный механический момент (спин) и магнитный момент электрона и, следовательно, может дать верные результаты лишь в частном случае, когда спины электронов в атоме скомпенсированы ($s = 0$). По чисто историческим причинам этот случай получил название **нормального (или простого) эффекта Зеемана**, тогда как при $s \neq 0$ эффект Зеемана называют **аномальным (или сложным)**.

Как легко показать из законов классической физики, орбитальный электронный ток (т.е. магнитный волчок) во внешнем магнитном поле прецессирует вокруг направления \mathbf{H} с ларморовской частотой:

$$\Omega = \gamma H = \frac{eH}{2mc}. \quad (15)$$

Чтобы объяснить спектральный состав, а также поляризацию нормальных зеемановских компонент, надо разложить сложное движение электрона на более простые составляющие.

Введем лабораторную систему отсчета (x, y, z) как показано на Змагнитное поле \mathbf{H} направлено по оси z , а плоскость (x, y) - перпендикулярна ему.

Пусть сначала магнитное поле отсутствует, то есть $\Omega = 0$ - прецессионного движения нет. Орбитальное движение разложим на движение в плоскости (x, y) и вдоль оси z . Проекция кругового орбитального движения на плоскость (x, y) является движением по эллипсу, которое, в свою очередь, можно представить в виде суммы двух круговых вращений, как это показано на 4.

Здесь вектора \mathbf{R}_1 и \mathbf{R}_2 врачаются в противоположных направлениях с угловой скоростью орбитального движения ω_0 симметрично относительно большой оси эллипса, при этом конец вектора \mathbf{R} двигается по эллипсу, большая полуось которого равна $|\mathbf{R}_1 + \mathbf{R}_2|$, а малая $|\mathbf{R}_1 - \mathbf{R}_2|$.

В свою очередь, разложив круговое орбитальное движение электрона на сумму двух линейных ортогональных гармонических колебаний, легко увидеть, что проекция этого движения на ось z есть гармоническое колебание с частотой ω_0 .

При включении магнитного поля, как уже отмечалось выше, результирующее движение

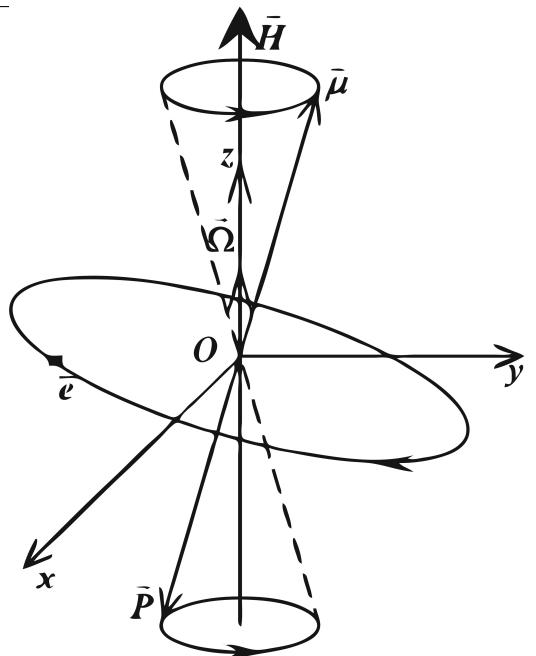


Рис. 3: Прецессия электрона в магнитном поле классической модели атома

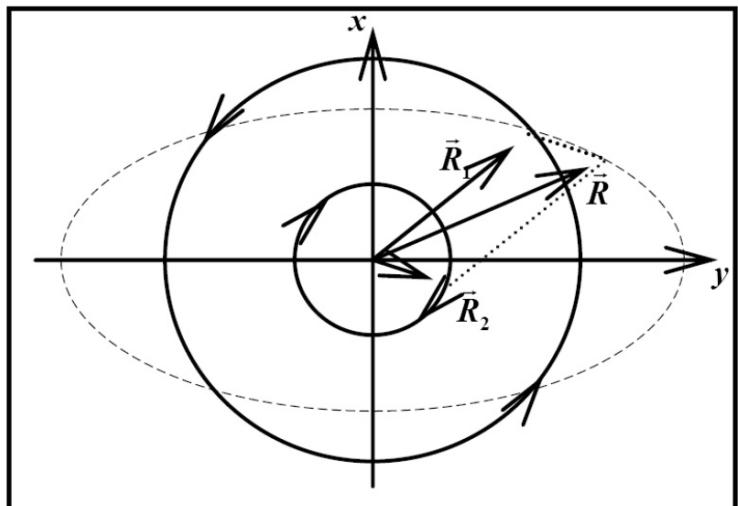


Рис. 4: Диаграмма, иллюстрирующая представление движения по эллипсу в виде суммы двух круговых

ние электрона будет суммой быстрого орбитального вращения и прецессии орбиты, то есть на орбитальное движение наложится вращение с угловой скоростью Ω вокруг оси z . Колебания вдоль оси z при этом не изменятся, скорость вращения вектора \mathbf{R}_1 уменьшится, а вектора \mathbf{R}_2 увеличится на величину Ω .

Используя элементарную дипольную модель излучающего атома, легко увидеть что в спектре излучения вдоль направления внешнего магнитного поля будут присутствовать лишь две циркулярно поляризованные волны с частотами $\omega_{1,2} = \omega \pm \Omega$ (**нормальный зеемановский дублет**), тогда как в перпендикулярном направлении будут наблюдаться три линейно поляризованные компоненты на частотах $\omega_1, \omega_0, \omega_2$ (**нормальный зеемановский триплет**).

Поскольку расщепление линии обычно весьма мало, т.е. $|\omega_1 - \omega_2| \ll \omega_0$, из статистических соображений следует, что средняя кинетическая энергия каждой из трех составляющих движения (степеней свободы) электрона примерно одинакова. Это означает, что, если в отсутствие магнитного поля интенсивность линии излучения обозначить I_0 , то интенсивности зеемановских компонент составят $I_0/2$ и $I_0/2$ в дублете и $I_0/4, I_0/2, I_0/4$ в триплете.

Таким образом, классическая теория предсказывает сам факт расщепления спектральных линий в магнитном поле, хорошо объясняет поляризацию излучения и качественно указывает на различную относительную интенсивность зеемановских компонент. Число наблюдаемых зеемановских линий, их частоты и относительные интенсивности должны рассчитываться по приведенным выше квантомеханическим формулам.

2. Практическая часть

2.1. Экспериментальная установка

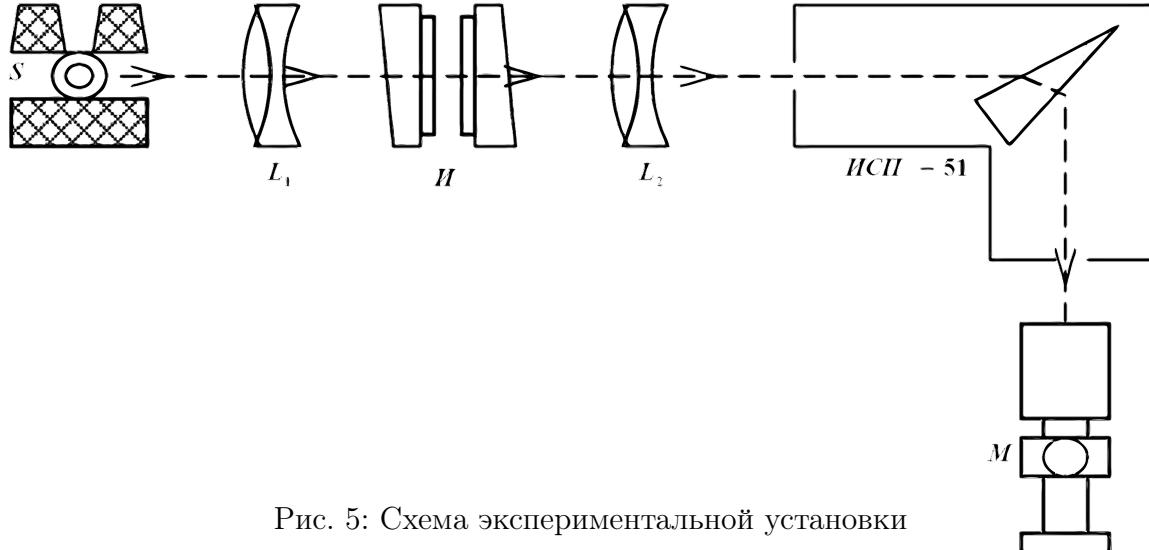


Рис. 5: Схема экспериментальной установки

Целью данной работы является изучение эффекта Зеемана на примере спектра излучения *Ne* с помощью **интерферометра Фабри-Перо (ИФП)**.

Схема экспериментальной установки приведена на 5. Здесь *S* - газосветная трубка, помещенная между полюсами поворачивающегося электромагнита, **И-ИФП**, *L₁* и *L₂* - ахроматические линзы, **ИСП-51** - призменный спектрограф, **Т** - короткофокусная зрительная трубка, **М** - окулярный микрометр.

ИФП является многолучевым интерферометром высокой разрешающей способности. Он состоит из двух прозрачных клиновидных пластин (см. рис. 6), внутренние поверхности которых ограничивают плоскопараллельный слой воздуха. На эти поверхности нанесено диэлектрическое покрытие, обеспечивающее энергетический коэффициент отражения ρ , близкий к единице.

Луч *OO₁*, вошедший в интерферометр и много-кратно отразившийся от зеркальных поверхностей 1 и 2, образует ряд проходящих параллельно лучей с постоянной разностью хода

$$\Delta = 2h \cos \Psi, \quad (16)$$

где *h* толщина воздушного слоя, $\Psi \ll 1$ – угол падения света в зазоре.

Объектив, установленный за **ИФП**, формирует **линии равного наклона**, представляющие собой

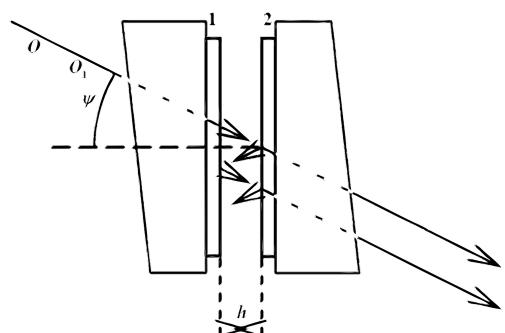


Рис. 6: Интерферометр Фабри-Перо

систему концентрических колец. Угловые радиусы Ψ_1 колец Фабри-Перо для длины волны λ удовлетворяют условию интерференционных максимумов

$$2h \cos \Psi_i = m_i \lambda = m_0 \lambda \cos \Psi_i, \quad (17)$$

где m_i - порядок интерференции (большое целое число, так как $h \gg \lambda$); $m_0 = 2h/\lambda$ - максимальный порядок интерференции, получающийся при $\Psi = 0$, то есть в центре картины; $i = 1, 2, 3, \dots$ - номер кольца по порядку от центра картины.

Легко показать, что диаметры колец Фабри-Перо описываются формулой:

$$d_i^2 = \frac{4f^2 \lambda (i - 1 + \varepsilon_\lambda)}{h} \quad (18)$$

где f - фокусное расстояние объектива $\varepsilon_\lambda \in [0; 1]$ - так называемая дробная доля порядка интерференции в центре колец, определяемая равенством

$$m_0 - m_i = i - 1 + \varepsilon_\lambda. \quad (19)$$

Характерными особенностями **ИФП** как спектрального прибора являются высокая **разрешающая способность**

$$R = \frac{m_i \pi \sqrt{\rho}}{1 - \rho} \quad (20)$$

и малая **дисперсионная область**

$$\Delta \lambda_{\text{своб}} = \frac{\lambda^2}{2h \cos \Psi}. \quad (21)$$

Как правило, это делает необходимым использование дополнительного **монохроматора**. В нашем случае им служит **призменный спектрограф ИСП-51**.

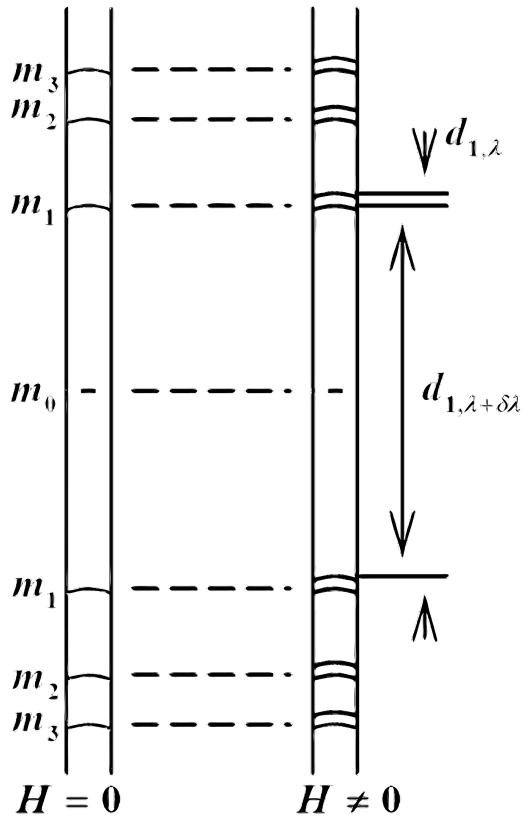


Рис. 7: Вид спектральных линий в выходной плоскости спектрографа

ИФП устанавливается таким образом, чтобы плоскость локализации колец Фабри-Перо совместились с плоскостью входной щели спектрографа. Щель вырезает из колец узкую вертикальную полоску. Таким образом, спектрограф разлагает свет в горизонтальной плоскости, а ИПФ - вдоль вертикальной входной щели спектрографа. В результате наблюдения картина, состоящая из ряда светлых вертикальных полосок, прорезанных яркими дугами колец Фабри-Перо. Положение колец определяет тонкую структуру соответствующей спектральной линии.

Параллельные пучки лучей, вышедших из интерферометра Фабри-Перо (6) в фокальной плоскости объектива образуют систему концентрических колец – линии равного наклона. Однако в окуляр зрительной трубы видны лишь небольшие участки дуг этих колец, соответствующие различным спектральным линиям неона. Для определения величины расщепления $\delta\lambda$ проводят измерения либо диаметров колец, либо лишь разностей их радиусов. В последнем случае установку надо настроить так, чтобы наблюдались лишь верхние (либо нижние) части колец. При этом можно сделать увеличение трубы больше, что облегчает измерение дуг $x_{\lambda-\Delta\lambda}$, x_λ , $x_{\lambda+\Delta\lambda}$ (см. рис. ??) и уменьшает ошибки измерений.

Получим формулу для расчёта величины $\delta\lambda$. Условие наблюдения интерференционных

кольцо выражается формулой (17). Из рис. ?? с учётом малости угла Ψ для радиуса кольца R найдем

$$R \approx f\Psi, \quad (22)$$

где f – фокусное расстояние объектива.

2.2. Ход эксперимента