3. ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ И СЕТЕЙ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

3.1. Системы массового обслуживания

Система массового обслуживания (СМО) [9] производит обслуживание требований, поступающих в нее из *источника требований* и возвращающихся после обслуживания в источник. Обслуживание требований в системе производится обслуживающими *приборами*. Система может содержать от одного до бесконечного числа приборов. В зависимости от реализации в системе возможности ожидания поступившими требованиями их обслуживания системы массового обслуживания делятся на три типа: 1) системы с потерями, в которых требования, не нашедшие в момент поступления ни одного свободного прибора, теряются (возвращаются в источник без обслуживания); 2) системы с ожиданием, в которых возможно ожидание любого числа требований, при этом ожидающие требования образуют *очередь*, длина которой не ограничена; 3) системы с ожиданием и ограничениями, в которых допускается возможность образования очереди ограниченной длины; при этом требования, поступившие в систему, когда отсутствуют свободные места для ожидания в очереди, теряются (возвращаются в источник без обслуживания). В системах с ожиданием очередь в общем случае может иметь сложную структуру, являясь некоторым набором очередей. Выбор очередного требования из очереди на обслуживание производится с помощью некоторой *дисциплины обслуживания*. Примером таких дисциплин является *FCFS* (первый пришел – первым обслужен), *LCFS* (последний пришел – первым обслужен), *RANDOM* (очередное требование выбирается из очереди наугад), *PS* (разделение процессора), *PRIORITY* (с приоритетом).

В системах обслуживания с приоритетами, требования неоднородны как по распределению длительности обслуживания, так и по занимаемому месту в очереди. Существует два варианта поведения системы в ситуации, когда во время обслуживания требования с некоторым приоритетом в СМО поступает требование более высокого приоритета. Система называется системой с *относительным приоритетом*, если поступление такого требования не прерывает обслуживание требования. В противном случае, система называется СМО с *абсолютным приоритетом*.

Случайная последовательность требований, которые поступают в систему обслуживания и которые необходимо обслуживать, называется *потоком* требований. Она определяется моментами поступлений t_i и числом требований γ_i, поступающих в момент t_i. В дальнейшем будем считать, что $\gamma_i = 1$, а t_i в общем случае случайны.

Особенно важен случай, когда все $\xi_i = t_{i+1} - t_i$, $i = 1, 2, \ldots$, имеют одинаковое экспоненциальное распределение с параметром λ. Такой поток называется *пуассоновским* (или простейшим потоком) с интенсивностью λ, так как случайное число требований, поступающих в промежутке времени длительности τ, подчинено пуассоновскому распределению с параметром $\lambda\tau$. Пуассоновский поток характеризуется тем, что вероятность поступления требований в систему обслуживания в некотором промежутке времени не зависит от того, сколько или какие требования уже находятся в ней. Системы обслуживания, в которые поступают только такие потоки, называются системами с *бесконечным* числом источников или *открытыми* системами обслуживания.

Иная ситуация в потоках требований, которые встречаются в системах обслуживания с *конечным* числом источников или в так называемых *замкнутых* системах обслуживания. Здесь принимается во внимание, что в то время, когда требование обслуживается или ожидает, его источник не может порождать новых требований.

Последовательность длительностей обслуживания на любом, но фиксированном, приборе или длительностей обслуживания требований некоторого источника, как правило, предполагается последовательностью независимых одинаково распределенных положительных случайных величин. Последовательность интервалов обслуживания, естественно, не содержит промежутков времени, когда прибор не производит обслуживания требований.

Введем общее обозначение системы массового обслуживания:

$$A \mid S \mid \kappa \mid B \mid Z.$$

Буква A характеризует поток требований. Например,

$A = M$ (Markov) – пуассоновский поток требований;

$A = G$ (general) – поток с возможной зависимостью интервалов времени между последовательными требованиями. Интервалы имеют произвольное одинаковое распределение длительностей;

$A = D$ (deterministic) – регулярный поток, поток с постоянными интервалами между требованиями.

Буква S характеризует случайные последовательности длительностей обслуживания на отдельных приборах системы обслуживания. Например,

$S = M$ – последовательность независимых, одинаково распределенных экспоненциально длительностей обслуживания на каждом приборе;

$S = G$ – последовательность одинаково распределенных длительностей обслуживания, распределение произвольное;

$S = D$ – последовательность одинаковых длительностей обслуживания.

Буква κ обозначает число обслуживающих приборов в системе.

Буква B – число мест ожидания в очереди (максимальная длина очереди). Значение $B = 0$ характеризует систему с потерями, $0 < B < \infty$ – комбинированная система с ожиданием и потерями, $B = \infty$ – система обслуживания с ожиданием. Если $B = \infty$, то запись «$\mid \infty$» в обозначении СМО обычно опускается.

Буква Z указывает число источников требований. Если $Z = \infty$, то запись «$\mid \infty$» в обозначении СМО обычно опускается.

Если Z – ограниченное число, то предполагается, что в каждом источнике находится по одному требованию. В этом случае в системе обслуживания может находиться не более Z требований.

При рассмотрении систем массового обслуживания и имитационных моделей этих систем будут использованы также следующие обозначения:

λ – интенсивность входящего потока требований (среднее число требований, поступающих в СМО в единицу времени);

μ – интенсивность обслуживания требований одним прибором (среднее число требований, обслуживаемых одним прибором при условии, что этот прибор непрерывно занят);

$\overline{u}$ – математическое ожидание длительности пребывания требований в системе обслуживания;

$\overline{w}$ – математическое ожидание длительности ожидания требований в очереди системы обслуживания;

$\overline{n}$ – математическое ожидание числа требований в системе обслуживания.

Рассмотрим теперь принципы имитационного моделирования систем на примере создания имитационной модели системы $\boldsymbol{S}$, состоящей из источника требований и системы массового обслуживания (рис. 3.1).

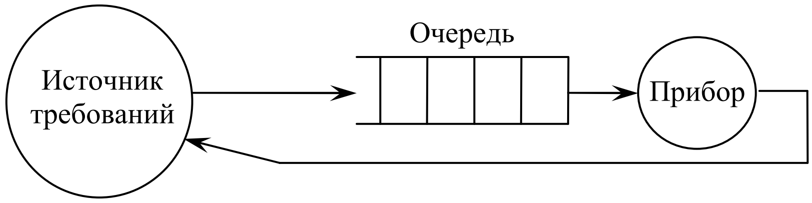

Рис. 3.1. Система S : источник требований и СМО

Система массового обслуживания состоит из одного обслуживающего прибора и очереди неограниченной длины. Из источника требований в очередь системы обслуживания поступает пуассоновский поток требований с интенсивностью λ. Постановка и выбор требований из очереди производятся прибором в соответствии с дисциплиной *FCFS*. Длительность обслуживания требований прибором является экспоненциально распределенной случайной величиной с параметром μ. Для выполнения условия существования стационарного режима полагаем $\lambda < \mu$. Необходимо построить имитационную модель системы ***S***. Модель должна вычислять оценки характеристик $\overline{u}$, $\overline{w}$ и $\overline{n}$ системы обслуживания.

Будем считать, что система ***S*** состоит из следующих объектов: источник требований, очередь требований системы обслуживания, прибор системы обслуживания, требование. Все объекты системы ***S***, за исключением требования, могут быть только в единственном экземпляре.

Объектам системы ***S*** поставим в соответствие объекты имитационной модели.

Требования. В общем случае требования представляют собой перемещаемые по системе объекты, различающиеся классом, приоритетом, номером и другими параметрами. Из всего набора параметров требования реальной системы в модели необходимо отобразить только те, которые способствуют достижению цели моделирования. В нашем случае понадобятся следующие атрибуты требования модели: момент поступления требования $t_п$ в очередь системы из источника, момент начала обслуживания требования $t_н$, момент завершения обслуживания требования $t_з$. Таким образом, требование в компьютерной модели можно представить именованной областью памяти, содержащей форматированные поля данных (атрибуты требования).

Заметим, что разность моментов $t_з$ и $t_п$ определяет длительность пребывания требования в системе обслуживания, а разность моментов $t_н$ и $t_п$ – длительность ожидания требования в очереди системы обслуживания. Для получения статистически значимых оценок характеристик $\overline{u}$ и $\overline{b}$ потребуется определенное число обслуженных требований. Организуем их хранение в модели следующим образом.

Прибор, завершив обслуживание требования, будет направлять его не в источник, а в специально организованную очередь обслуженных требований $Q_{обсл}$. Тогда признаком окончания эксперимента с имитационной моделью будет достижение заранее определенного числа обслуженных требований в очереди $Q_{обсл}$.

Очереди. Очереди являются самостоятельными объектами имитационных моделей систем обслуживания и служат для хранения требований, ожидающих обработки. Установление требований в очереди и выбор их из очередей производится программными процессами, поэтому каждая очередь считается принадлежащей конкретному процессу. Основным набором характеристик очереди являются: максимальное число требований в очереди, дисциплина установления требований в очередь и выбора их из очереди, приоритет требований, которым разрешается пребывать в очереди. Будем считать, что имитационная модель системы $\boldsymbol{S}$ содержит очередь Q требований, ожидающих обслуживания, и очередь $Q_{обсл}$ обслуженных требований.

Введем некоторые определения.

Модельное время в имитационной модели представлено глобальной переменной вещественного типа, принимающей значения на интервале $[0, \infty)$ и обеспечивающей имитацию параллельного развития процессов системы $\boldsymbol{S}$.

Обозначим Θ – текущий момент модельного времени.

Состояние модели системы $\boldsymbol{S}$ характеризуется совокупностью текущих значений ее атрибутов и связей.

Событие – мгновенное изменение состояния модели системы $\boldsymbol{S}$. Событие характеризуется:

– условиями возникновения;

– типом события, определяющим алгоритм обработки этого события;

– нулевой длительностью.

В имитационной модели будем различать события трех типов: *поступление требования* в систему массового обслуживания, *начало обслуживания требования* прибором системы обслуживания и *уход требования* из системы массового обслуживания после завершения обслуживания.

Процесс функционирования системы $\boldsymbol{S}$ в имитационной модели представим логически связанной последовательностью событий на оси модельного времени. Эта последовательность характеризуется интервалами времени между событиями и типом событий.

Заметим, что если очередь Q пуста, то событие «поступление требования» наступает раньше события «начало обслуживания требования», хотя моменты появления этих событий совпадают на оси модельного времени. Возможна другая ситуация. Если очередь Q не пуста и завершается обслуживание требования, то событие «уход требования» наступает раньше события «начало обслуживания требования», хотя моменты появления этих событий также совпадают на оси модельного времени.

Алгоритм обработки события в имитационной модели представим в виде отдельной программной единицы, называемой *сегментом процесса*.

Сегмент процесса π_n, связанный с поступлением требования в СМО, выполняет следующие операции:

– создает новое требование;

– наделяет это требование значениями атрибутов. В нашем случае текущий момент модельного времени присваивается моменту поступления требования в очередь Q системы обслуживания;

– ставит требование в очередь Q системы обслуживания;

– формирует интервал времени τ_u (длительность интервала времени между очередными поступлениями требований), по истечении которого повторится последовательность операций этого сегмента;

– определяет очередной момент выполнения сегмента процесса π_n. Он равен $\theta + \tau_u$;

– сегмент процесса завершает свою работу.

Сегмент процесса $\pi_н$, связанный с началом обслуживания требования в СМО, выполняет следующие операции:

– проверяет наличие требований в очереди Q. Если очередь Q пуста, то момент активизации данного сегмента устанавливается равным ∞ (бесконечности) и сегмент завершает свою работу.

Момент времени равный «бесконечности» (в ЭВМ это большое число, заранее большее момента модельного времени завершения эксперимента с моделью) делает невозможным активизацию процесса в текущие моменты модельного времени. Такой прием используется для активизации процессов при выполнении логических условий.

Если очередь Q не пуста, то требование выбирается из очереди согласно дисциплине FCFS;

– переводит прибор в состояние «занят»;

– наделяет выбранное требование значениями атрибутов. В нашем случае текущий момент модельного времени присваивается моменту начала обслуживания требования;

– формирует интервал времени τ_o, по истечении которого завершится обслуживание требования (длительность обслуживания требования прибором);

– определяет момент выполнения сегмента процесса, связанного с уходом требования. Он равен $\theta + \tau_o$;

– момент активизации сегмента $\pi_н$ устанавливается равным ∞. Сегмент завершает свою работу.

Сегмент процесса $\pi_з$, связанный с уходом требования из СМО, выполняет следующие операции:

– изменяет значения атрибутов требования, завершившего обслуживание. В нашем случае текущий момент модельного времени присваивается моменту ухода этого требования из системы обслуживания;

– ставит требование, завершившее обслуживание, в очередь $Q_{обсл}$;

– переводит прибор в состояние «свободен»;

– устанавливает момент выполнения сегмента $\pi_н$ равным Θ. Этим действием фактически активизируется процесс $\pi_н$;

– сегмент завершает свою работу.

Существует два способа представления сегментов процессов в компьютерной программе:

1) Каждый сегмент процесса в компьютерной модели реализуется в виде отдельной процедуры.

2) В отдельную процедуру включаются все те сегменты процессов, которые образуют законченный алгоритм функционирования объекта моделируемой системы. В нашем случае алгоритм функционирования объекта «Источник требований» целиком реализован в сегменте процесса $\pi_п$. Алгоритм функционирования объекта «Прибор системы обслуживания» состоит из сегментов $\pi_н$

и $\pi_з$. Реализованный в имитационной модели алгоритм функционирования объекта системы ***S*** называется *программным процессом*.

Каждый из рассмотренных способов представления сегментов процессов имеет достоинства и недостатки. В частности, первый способ предпочтителен, если создается сравнительно простая имитационная модель. Второй способ лучше использовать, если в модели отражено большое число связанных разнотипных объектов моделируемой системы со сложными алгоритмами функционирования.

Управление работой имитационной модели обеспечивается *ведущей программой*. Ведущая программа выполняет следующие функции:

– определяет объекты имитационной модели (сегменты процессов, очереди требований, структуру требования);

– формирует начальное состояние модели:

  – начальный момент модельного времени равен нулю,
  – прибор переводится в состояние «свободен»,
  – момент активизации сегмента $\pi_п$ равен нулю,
  – момент активизации сегмента $\pi_н$ равен ∞,
  – момент активизации сегмента $\pi_з$ равен ∞,
  – число требований в очереди Q (как правило, устанавливается в положение «пусто»),
  – очередь $Q_{обсл}$ устанавливается в положение «пусто»,
  – определяет функцию распределения длительности интервала времени между очередными поступлениями требований в СМО,
  – определяет интенсивность потока требований λ,
  – определяет функцию распределения длительности обслуживания требований прибором,
  – определяет интенсивность обслуживания требований μ,
  – определяет условие завершения выполнения имитационной модели);

– в текущий момент модельного времени Θ в установленной последовательности выполняет все сегменты процессов (сегменты программных процессов), моменты активизации которых совпадают с Θ. Результатом выполнения любого сегмента процесса, в частности, является момент его следующего выполнения или изменение моментов выполнения других сегментов процессов. Ведущая программа запоминает эти моменты и соответствующие им типы сегментов процессов;

– обеспечивает продвижение модельного времени посредством установления текущего момента Θ равным ближайшему моменту выполнения сегмента процесса;

– определяет момент завершения выполнения имитационной модели. Как правило, условием завершения выполнения имитационной модели является достижение заданного числа обслуженных требований либо превышение явно указанного момента модельного времени;

– обеспечивает обработку статистических данных;

– выводит полученные результаты в требуемом формате в файл или экран монитора.

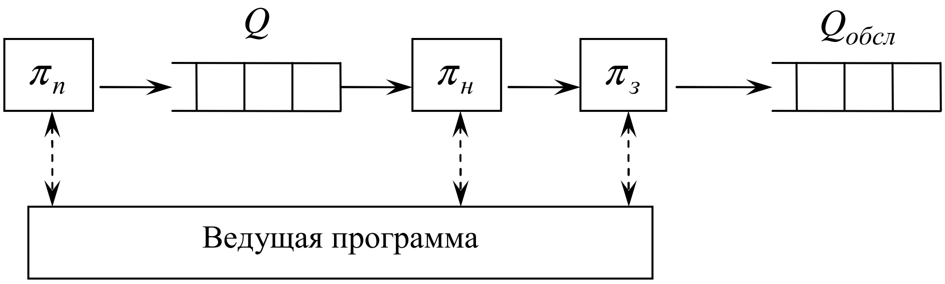

Рис. 3.2. Структура модели системы S

Графическое изображение структуры модели системы $\boldsymbol{S}$ представлено на рис. 3.2. Модель состоит из ведущей программы, трех сегментов процессов, очереди требований Q и очереди обслуженных требований $Q_{обсл}$. Сплошными стрелками показано направление движения требований. Пунктирными стрелками отображены информационные и управляющие связи между ведущей программой и сегментами процессов.

Рассмотрим теперь особенности представления в имитационной модели системы обслуживания с несколькими идентичными приборами. В этом случае модель содержит одну очередь Q, каждому j-му прибору системы обслуживания будут соответствовать сегменты процессов $\pi_{j,н}$ и $\pi_{j,з}$, $j=1,...,\kappa$, где κ – число приборов. Если одновременно несколько свободных приборов претендуют на обслуживание требования, то из очереди требование выбирается, например, тем прибором, который имеет наименьший номер. Обслуженные требования помещаются в очередь $Q_{обсл}$.

Рассмотрим метод вычисления $\tilde{u}$ – оценки математического ожидания длительности пребывания требований в системе обслуживания. Пусть K – число обслуженных требований на момент завершения выполнения имитационной модели, $t_{зi}$ – момент завершения обслуживания i-го по счету требования прибором, $t_{пi}$ – момент постановки требования в очередь Q, $i = 1, 2, ..., K$. Тогда оценка математического ожидания длительности пребывания требований в системе обслуживания определяется из выражения

$$\tilde{u} = \frac{1}{K}\sum_{i=1}^{K}(t_{зi} - t_{пi}).$$

Аналогичным образом определяется $\tilde{w}$ – оценка математического ожидания длительности пребывания требований в очереди Q системы обслуживания:

$$\tilde{w} = \frac{1}{K}\sum_{i=1}^{K}(t_{нi} - t_{пi}).$$

Представим теперь метод вычисления $\tilde{n}$ – оценки математического ожидания числа требований в системе обслуживания. Пусть T – длительность модельного времени проведения эксперимента с моделью, $\tau_i^{(k)}$ – длительность i-го интервала времени, когда в системе обслуживания находилось ровно k требований, $k = 0, 1, 2, ...$, $i = 1, 2, ..., L_k$, где R_k – число интервалов времени, когда в СМО находилось ровно k требований.

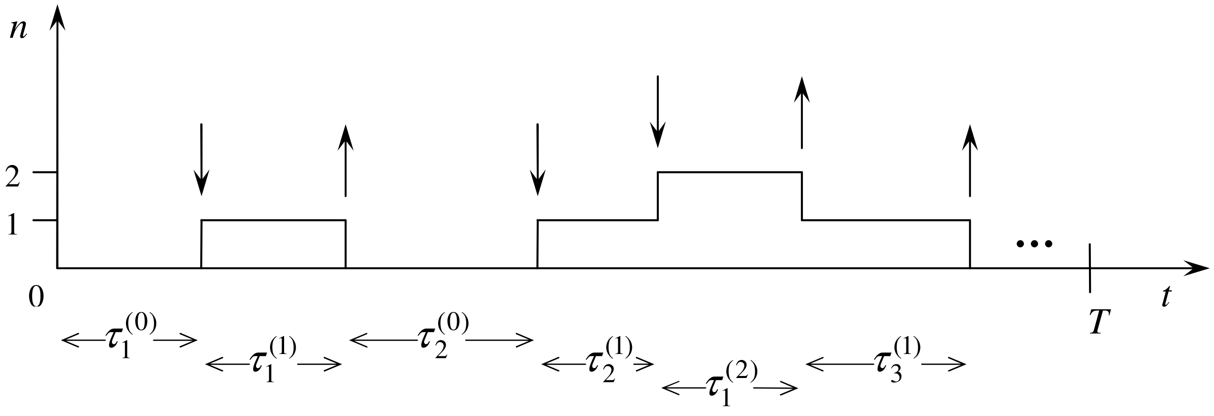

Рис. 3.3. Реализация процесса поступления и обслуживания требований

На рис. 3.3 показана одна из типичных реализаций процесса поступления и обслуживания требований системой обслуживания. На оси модельного времени t вертикальными стрелками, направленными вниз и вверх, показаны моменты соответственно поступления и ухода требований из СМО. Буквой n обозначено число требований в СМО, $\tau_1^{(0)}$, $\tau_2^{(0)}$, … – интервалы времени, в течение которых в СМО нет требований, $\tau_1^{(1)}$, $\tau_2^{(1)}$, $\tau_3^{(1)}$, … – интервалы времени, в течение которых в СМО находится одно требование, $\tau_1^{(2)}$, … – интервалы времени, в течение которых в СМО находится два требования.

Оценка вероятности того, что в системе обслуживания находится ровно k требований, равна

$$\tilde{p}_k = \frac{1}{T}\sum_{i=1}^{R_k}\tau_i^{(k)}, \quad k = 0, 1, 2, \dots .$$

Тогда оценка величины $\bar{n}$ вычисляется по формуле

$$\tilde{n} = \sum_{k=1}^{\infty} k\tilde{p}_k .$$

В задачах 1–12 предполагается, что в системах обслуживания используется дисциплина *FCFS*.

Задача 1. Дана СМО типа $M \mid M \mid 2 \mid 0 \mid \infty$. Построить имитационную модель системы. На основании 1000 выборочных значений оценить $\bar{u}$, $\bar{n}$ и вероятность отказа требованию в обслуживании.

Задача 2. Дана СМО типа $M \mid M \mid 2$. Построить имитационную модель системы. На основании 1000 выборочных значений оценить $\bar{u}$ и $\bar{n}$.

Задача 3. Дана СМО типа $M \mid M \mid 2 \mid 2 \mid \infty$. Построить имитационную модель системы. На основании 1000 выборочных значений оценить $\bar{u}$, $\bar{n}$ и вероятность отказа требованию в обслуживании.

Задача 4. Дана СМО типа $M \mid M \mid 1 \mid 4 \mid 5$. Построить имитационную модель системы. На основании 1000 выборочных значений оценить $\bar{u}$ и $\bar{n}$.

Задача 5. Дана СМО типа $M \mid M \mid 1$. Сначала в систему обслуживания поступает пуассоновский поток требований в течение длительности времени τ. Затем поток требований прерывается на время τ. Процессы поступления и прерывания требований из источника повторяются. Построить имитационную модель системы. На основании 1000 выборочных значений оценить $\bar{u}$ и $\bar{n}$.

Задача 6. Дана СМО типа $M\,|\,M\,|\,3\,|\,2\,|\,5$. Построить имитационную модель системы. На основании 1000 выборочных значений оценить $\overline{u}$, $\overline{n}$ и вероятность отказа требованию в обслуживании.

Задача 7. Дана СМО типа $M\,|\,M\,|\,1$. Предполагается, что в этой системе может изменяться параметр функции распределения длительности обслуживания требований, последовательно принимая значения из множества $\{\mu_1, \mu_2\}$. Длительности использования системой обслуживания интенсивностей μ_1 или μ_2 равны τ. Построить имитационную модель системы. На основании 1000 выборочных значений оценить $\overline{u}$ и $\overline{n}$.

Задача 8. Дана СМО типа $\bullet\,|\,M\,|\,1$. Построить имитационную модель системы обслуживания с функциями распределения длительности между последовательными поступлениями требований: постоянная величина, экспоненциальная, нормальная. На основании 1000 выборочных значений оценить $\overline{u}$ и $\overline{n}$ для каждой из функций A. Использовать одинаковые математические ожидания длительности между последовательными поступлениями требований.

Задача 9. Дана СМО типа $M\,|\bullet|\,1$. Построить имитационную модель системы обслуживания с функциями распределения длительности обслуживания требований: постоянная величина, экспоненциальная, нормальная. На основании 1000 выборочных значений оценить $\overline{u}$ и $\overline{n}$ для каждой из функций S. Использовать одинаковые математические ожидания длительности обслуживания требований.

Задача 10. Дана СМО типа $M\,|\,M\,|\,1$. Предполагается, что через экспоненциально распределенные интервалы времени в этой системе мгновенно уничтожаются все требования. После этого события система обслуживания продолжает нормальное функционирование. Построить имитационную модель системы. На основании 1000 выборочных значений оценить $\overline{u}$ и $\overline{n}$.

Задача 11. Дана СМО типа $M\,|\,M\,|\,2$. Предполагается, что через экспоненциально распределенные интервалы времени в этой системе мгновенно уничтожаются все требования, находящиеся в очереди. После этого события система обслуживания продолжает нормальное функционирование. Построить имитационную модель системы. На основании 1000 выборочных значений оценить $\overline{u}$ и $\overline{n}$.

Задача 12. Дана СМО типа $M \mid M \mid 1$. После обслуживания, требование с заданной вероятностью p возвращается в систему обслуживания, а с вероятностью $1-p$ покидает эту систему обслуживания. Построить имитационную модель системы. На основании 1000 выборочных значений оценить $\overline{u}$ и $\overline{n}$.

Задача 13. Дана СМО типа $M \mid M \mid 1$ с двумя классами требований и относительным приоритетом. Построить имитационную модель системы. На основании 1000 выборочных значений оценить $\overline{u}$ и $\overline{n}$ для каждого класса требований.

Задача 14. Дана СМО типа $M \mid M \mid 1$ с двумя классами требований и абсолютным приоритетом. Требования 2-го класса, обслуживание которых было прервано требованиями 1-го класса, встают в хвост очереди с остаточным временем обслуживания. Построить имитационную модель системы. На основании 1000 выборочных значений оценить $\overline{u}$ и $\overline{n}$ для каждого класса требований.

Задача 15. Дана СМО типа $M \mid M \mid 1$ с двумя классами требований и абсолютным приоритетом. Требования 2-го класса, обслуживание которых было прервано требованиями 1-го класса, мгновенно покидают СМО без дообслуживания. Построить имитационную модель системы. На основании 1000 выборочных значений оценить $\overline{u}$ для каждого класса требований, а также вероятность отказа в обслуживании требований 2-го класса.

Задача 16. Дана СМО типа $M \mid M \mid 1$ с двумя классами требований и абсолютным приоритетом. Требования 2-го класса, обслуживание которых было прервано требованиями 1-го класса, мгновенно встают в хвост очереди СМО с первоначальной длительностью обслуживания. Построить имитационную модель системы. На основании 1000 выборочных значений оценить $\overline{u}$ и $\overline{n}$ для каждого класса требований.

Задача 17. Дана СМО типа $M \mid M \mid 2 \mid 3$ с двумя классами требований и относительным приоритетом. Если в момент поступления требования 1-го класса в СМО имеется требование 2-го класса, то требование 2-го класса, стоящее ближе к хвосту очереди, уходит из СМО без обслуживания. Построить имитационную модель системы. На основании 1000 выборочных значений оценить $\overline{u}$ для каждого класса требований и вероятности отказов требованиям каждого класса в обслуживании.

Задача 18. Дана СМО типа $M \mid M \mid 1$ с дисциплиной *PS* (разделение процессора). Построить имитационную модель системы. На основании 1000 выборочных значений оценить $\overline{u}$ и $\overline{n}$.

Задача 19. Дана СМО типа $M \mid M \mid 1$ с дисциплиной *RANDOM* (требования случайным образом выбираются из очереди с равной вероятностью). Построить имитационную модель системы. На основании 1000 выборочных значений оценить $\overline{u}$ и $\overline{n}$.

Задача 20. Дана СМО типа $M \mid M \mid 1$. Дисциплина обслуживания: из очереди на обслуживание выбирается требование с минимальной длительностью обслуживания. Построить имитационную модель системы. На основании 1000 выборочных значений оценить $\overline{u}$ и $\overline{n}$.

Задача 21. Дана СМО типа $M \mid M \mid 1$. Дисциплина обслуживания: из очереди на обслуживание выбирается требование с максимальной длительностью обслуживания. Построить имитационную модель системы. На основании 1000 выборочных значений оценить $\overline{u}$ и $\overline{n}$.

Задача 22. Дана СМО типа $M \mid M \mid 1$. Поступающие в СМО требования покинут эту СМО, если через определенный интервал времени (экспоненциально распределенная случайная величина с параметром γ) не начнут обслуживаться прибором. Дисциплина обслуживания: из очереди на обслуживание выбирается требование с минимальной остаточной длительностью пребывания в очереди. Построить имитационную модель системы. На основании 1000 выборочных значений оценить $\overline{u}$, $\overline{n}$, а также вероятность ухода требований из СМО без обслуживания.

Задача 23. Дана СМО типа $M \mid M \mid 1$ с дисциплиной *LCFS*. Построить имитационную модель системы. На основании 1000 выборочных значений оценить $\overline{u}$ и $\overline{n}$.

Задача 24. Дана СМО типа $M \mid M \mid 1 \mid 4 \mid \infty$ с дисциплиной *LCFS*. Построить имитационную модель системы. На основании 1000 выборочных значений оценить $\overline{u}$, $\overline{n}$ и вероятность отказа требованию в обслуживании.

3.2. Сети массового обслуживания

Сеть массового обслуживания (СеМО) [9] представляет собой совокупность взаимосвязанных систем массового обслуживания, обеспечивающих в процессе функционирования сети прием, хранение, обработку и выдачу требований, поступающих в системы обслуживания.

По отношению к внешнему источнику требований сети обслуживания делятся на открытые и замкнутые. Открытые СеМО имеют внешний источник требований бесконечной емкости; требования поступают в сеть из источника, обслуживаются в сети и возвращаются в источник. Число требований, пребывающих в открытой СеМО в процессе ее эволюции, является дискретной случайной величиной. Замкнутые СеМО не имеют внешних источников требований. Число требований, пребывающих в замкнутой СеМО, является постоянной величиной.

Одним из основных параметров сети обслуживания является маршрутная матрица, элементами которой являются вероятности перехода требований между системами обслуживания в сети. Элемент θ_{ij} равен вероятности перехода требования из системы обслуживания с номером i в систему обслуживания с номером j после завершения обслуживания данного требования в i-й СМО. Элементы θ_{0j} и θ_{i0}, $1 \le i,\ j \le L$, где L – число СМО в сети обслуживания, определяют соответственно вероятности поступления требований из источника в j-ю СМО и из i-й СМО в источник. Переход требований между системами обслуживания в сетях происходит мгновенно.

Рассмотрим теперь принципы имитационного моделирования сетей массового обслуживания.

В случае, если сеть обслуживания открытая, то источник требований в имитационной модели представим сегментом процесса π_n, описанного в разделе 3.1. Если же сеть обслуживания замкнутая, то необходимо сформировать заданное число требований и распределить их некоторым образом по очередям систем обслуживания. В процессе функционирования модели сети число требований не меняется.

Модель системы обслуживания, представленную в разделе 3.1, используем в качестве структурной единицы модели сети обслуживания для отображения алгоритмов функционирования системы обслуживания с номером i, $i = 1, \ldots, L$.

Связь между системами обслуживания в имитационной модели отобразим посредством передачи требований из очереди одной системы обслуживания в очередь другой системы. Например, последовательное соединение моделей двух СМО, представлено на рис. 3.4.

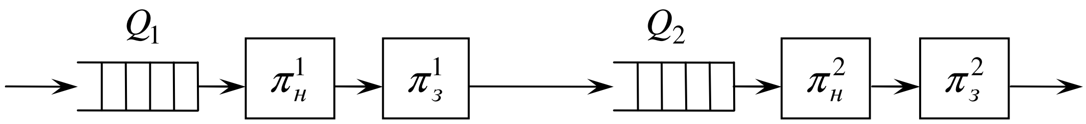

Рис. 3.4. Последовательное соединение моделей двух СМО

Параллельное соединение моделей двух СМО, т. е. когда две системы обслуживания имеют только один источник, показано на рис. 3.5.

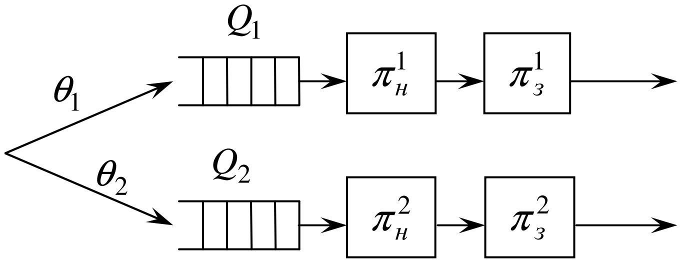

Рис. 3.5. Параллельное соединение моделей двух СМО

Буквами Q_1, $\pi_н^1$, $\pi_з^1$ и Q_2, $\pi_н^2$, $\pi_з^2$ обозначены соответственно объекты моделей первой и второй систем обслуживания, θ_1 и θ_2 – вероятности переходов требований соответственно в первую и вторую СМО. Если из источника требования поступают только в первую и вторую СМО, то $\theta_1 + \theta_2 = 1$.

Задача 1. Сеть массового обслуживания состоит из двух последовательно связанных СМО типа $M \mid M \mid 1$. Из источника требований в первую СМО сети поступает пуассоновский поток требований с интенсивностью λ. Затем требования переходят во вторую СМО. После обслуживания во второй системе, требования возвращаются в источник. Построить имитационную модель сети обслуживания. На основании 1000 выборочных значений оценить $\bar{u}_1$ и $\bar{u}_2$.

Задача 2. Сеть массового обслуживания состоит из двух последовательно связанных СМО типа $M \mid M \mid 1 \mid 0$ и $M \mid M \mid 1$. Из источника требований в первую СМО поступает пуассоновский поток требований с интенсивностью λ. Затем требования переходят во вторую СМО. После обслуживания во второй системе, требования возвращаются в источник. Построить имитационную модель сети обслуживания. На основании 1000 выборочных значений оценить $\overline{u}_1$ и $\overline{u}_2$.

Задача 3. Сеть массового обслуживания состоит из двух параллельно связанных СМО типа $M \mid M \mid 1 \mid 0$. Из источника требований в СеМО поступает пуассоновский поток требований с интенсивностью λ. Требования направляются в первую и вторую системы с заданными вероятностями. После обслуживания, требования возвращаются в источник. Построить имитационную модель сети обслуживания. На основании 1000 выборочных значений оценить м. о. числа требований в сети обслуживания и вероятность отказа требованию в обслуживании.

Задача 4. Сеть массового обслуживания состоит из двух параллельно связанных СМО типа $M \mid M \mid 2 \mid 0$. Из источника требований в сеть поступает пуассоновский поток требований с интенсивностью λ. Требования направляются в первую и вторую системы с заданными вероятностями. После обслуживания, требования возвращаются в источник. Построить имитационную модель сети обслуживания. На основании 1000 выборочных значений оценить м. о. числа требований в сети обслуживания и вероятность отказа требованию в обслуживании.

Задача 5. Сеть массового обслуживания состоит из двух параллельно связанных СМО типа $M \mid M \mid 2$. Из источника требований в сеть поступает пуассоновский поток требований с интенсивностью λ. Требования направляются в первую и вторую системы с заданными вероятностями. После обслуживания, требования возвращаются в источник. Построить имитационную модель сети обслуживания. На основании 1000 выборочных значений оценить м. о. числа требований в сети обслуживания и м. о. длительности пребывания требований в сети.

Задача 6. Сеть массового обслуживания состоит из двух параллельно связанных СМО типа $M \mid M \mid 2$. Из источника требований в сеть поступает пуассоновский поток требований с интенсивностью λ. Требования направляются в первую и вторую системы с заданными вероятностями. После обслуживания первой СМО требования с вероятностью 0,8 возвращаются в источник или с вероятностью 0,2 переходят во 2-ю СМО. После обслуживания второй СМО требования с вероятностью 0,7 возвращаются в источник или с вероятностью 0,3 переходят во 1-ю СМО. Построить имитационную модель сети обслуживания. На основании 1000 выборочных значений оценить м. о. числа требований в сети обслуживания и м. о. длительности пребывания требований в сети.

Задача 7. Сеть массового обслуживания состоит из двух последовательно связанных СМО типа $M \mid M \mid 1$. Из источника требований в первую СМО сети поступает пуассоновский поток требований с интенсивностью λ. Затем требования переходят во вторую СМО. После обслуживания во второй системе, требования с вероятностью p возвращаются в источник или с вероятностью $1-p$ переходят в очередь первой СМО. Построить имитационную модель сети обслуживания. На основании 1000 выборочных значений оценить $\overline{u}_1$ и $\overline{u}_2$.

Задача 8. Сеть массового обслуживания состоит из двух параллельно связанных СМО типа $M \mid M \mid 1$. В каждую из систем поступает пуассоновский поток требований с заданными интенсивностями. Если в первой СМО имеется хотя бы одно требование, то интенсивность обслуживания требований во второй СМО увеличивается в два раза. После обслуживания в первой или во второй системах, требования возвращаются в источник. Построить имитационную модель сети обслуживания. На основании 1000 выборочных значений оценить $\overline{u}_1$ и $\overline{u}_2$.

Задача 9. Замкнутая сеть массового обслуживания состоит из трех систем обслуживания типа $M \mid M \mid 1$, связанных в однонаправленное кольцо. В сети находится 6 требований. Построить имитационную модель сети обслуживания. На основании 1000 выборочных значений оценить $\overline{u}_1$, $\overline{u}_2$ и $\overline{u}_3$.

Задача 10. Сеть массового обслуживания состоит из двух систем обслуживания типа $M \mid M \mid 1$. Из источника в первую систему обслуживания поступает пуассоновский поток требований с интенсивностью λ. После обслуживания в первой системе, требования с вероятностью p покидают сеть или с вероятностью $1-p$ поступают во вторую систему обслуживания. После обслуживания во второй системе, требования мгновенно поступают в первую систему. Построить имитационную модель сети обслуживания. На основании 1000 выборочных значений оценить математическое ожидание длительности пребывания требований в сети обслуживания.

Задача 11. Сеть массового обслуживания состоит из двух последовательно связанных СМО типа $M|M|1$ и $M|M|1|2$. Из источника требований в первую СМО поступает пуассоновский поток требований с интенсивностью λ. Затем требования переходят во вторую СМО. После обслуживания во второй системе, требования возвращаются в источник. Если после обслуживания в первой СМО во второй СМО прибор и оба места ожидания заняты, то требование уходит в источник. Построить имитационную модель сети обслуживания. На основании 1000 выборочных значений оценить $\bar{u}_1$ и $\bar{u}_2$.

Задача 12. Замкнутая сеть массового обслуживания состоит из трех систем обслуживания типа $M|M|1|2$, связанных в однонаправленное кольцо. В сети находится 5 требований. Построить имитационную модель сети обслуживания. На основании 1000 выборочных значений оценить $\bar{u}_1$, $\bar{u}_2$ и $\bar{u}_3$.

Задача 13. Автозаправочная станция (АЗС) состоит из четырех заправочных колонок. Возле каждой колонки имеется площадка на 3 машины (одна машина обслуживается и две ожидают). На АЗС поступает пуассоновский поток машин с интенсивностью λ. Длительность обслуживания машин каждой колонкой является нормально распределенной случайной величиной $N(\mu, \sigma)$. Вновь поступающая на АЗС машина становится в очередь с минимальным количеством машин. Если одна из колонок освободилась и имеются машины, ожидающие обслуживания, то любая из машин, стоящих в хвосте очереди, мгновенно занимает свободную колонку. Если на АЗС все места заняты, то новые машины на АЗС не принимаются. Построить имитационную модель АЗС. Оценить:

– м.о. длительности пребывания машин на АЗС;

– м. о. числа машин на АЗС;

– вероятность того, что машины не принимаются на АЗС.

Задача 14. В сборочный цех поступают пуассоновские потоки деталей типов A, B и C соответственно с интенсивностями λ_a, λ_b и λ_c. На первом этапе сборки из одной детали типа A и двух деталей типа B образуется промежуточное изделие типа D. Длительность первого этапа является нормально распределенной случайной величиной $N(\mu_d, \sigma_d)$. На втором этапе из одного изделия типа D и четырех деталей типа C собирается изделие типа E, которое и является результатом работы сборочного цеха. Длительность второго этапа является нормально распределенной случайной величиной $N(\mu_e, \sigma_e)$. В случае отсутствия необходимого количества или типа деталей на любом этапе сборки, сборочный цех приостанавливает работу. Полагаем, что цех может хранить неограниченное количество деталей любого типа. Построить имитационную модель сборочного цеха. Оценить интенсивность потока изделий типа E и вероятность того, что сборочный цех простаивает.

Задача 15. На сортировочную станцию железной дороги (станция) с Первого и Второго направлений поступают железнодорожные составы. Длина любого поступающего состава – число вагонов – целочисленная равномерно распределенная случайная величина на отрезке $[10, 16]$. Длительность интервала времени между очередными поступлениями составов – нормально распределенная случайная величина $N(\mu_i, \sigma_i)$, $i = 1, 2$. На станции одновременно могут расформировываться не более двух составов. Длительность интервала времени расформирования любого состава – нормально распределенная случайная величина $N(\mu_p, \sigma_p)$. Вагоны расформированного состава распределяются и группируются по выходным направлениям Третье, Четвертое и Пятое соответственно с вероятностями θ_3, θ_4 и θ_5. Как только число вагонов в любом из выходных направлений достигает 12, то состав из этих вагонов мгновенно покидает станцию. Построить имитационную модель станции. Оценить:

– м. о. длительности пребывания вагонов на станции;

– м. о. числа вагонов на станции;

– вероятность того, что вновь поступающий на станцию состав будет вынужден ожидать освобождения места на станции.

Задача 16. В конструкторское бюро (КБ) поступает пуассоновский поток заявок с интенсивностью λ на выполнение определенных работ. В КБ производится распределение всей работы по заявке по трем отделам. Длительность интервала времени выполнения работы i-м отделом – нормально распределенная случайная величина $N(\mu_i, \sigma_i)$, $i = 1, 2, 3$. В отделе может ожидать выполнения неограниченное число работ. После завершения работ во всех отделах по заявке, считается, что заявка выполнена. Если после выполнения очередной работы за отделом числятся две или более работ, то отдел выполняет работу с наименьшим временем выполнения. Построить имитационную модель функционирования КБ. Оценить:

– м. о. длительности выполнения заявок в КБ;

– м. о. числа заявок в КБ.

Задача 17. Конвейер состоит из трех последовательно соединенных станков. Каждый станок может одновременно обрабатывать только одну деталь. Около каждого станка имеется по три места для деталей, ожидающих обработки. К первому станку поступает пуассоновский поток деталей с интенсивностью λ. Длительность обработки детали i-м станком – нормально распределенная случайная величина $N(\mu_i, \sigma_i)$, $i = 1, 2, 3$. После первого станка деталь последовательно проходит обработку на втором и третьем станках. Если после обработки детали первым или вторым станками окажется, что соответственно у второго или третьего станков все места для ожидания заняты, то деталь остается в станке и станок останавливает свою работу до освобождения мест (блокирование станка). Построить имитационную модель конвейера. Оценить м. о. длительности прохождения деталей по конвейеру; вероятность того, что i-й станок свободен, $i = 1, 2, 3$; вероятность блокировки i-го станка, $i = 1, 2$.

Задача 18. Пусть овощная база характеризуется следующими параметрами:

– имеется две группы рабочих, которые сортируют овощи по ящикам на два сорта: годен к продаже, брак;

– вмещает 200 ящиков с овощами;

– имеется четыре площадки на которые четыре машины могут разгрузить овощи;

– с фермерских хозяйств поступает пуассоновский поток машин либо с картофелем, либо с морковью соответственно с интенсивностями $\lambda_{кф}$ («кф» – картофель фермерский) и $\lambda_{мф}$ («мф» – морковь фермерская);

– от потребителей поступает пуассоновский поток машин либо за картофелем, либо за морковью соответственно с интенсивностями $\lambda_{кб}$ («кб» – картофель с базы) и $\lambda_{мб}$ («мб» – морковь с базы);

Если на базе имеется хотя бы одна свободная площадка, то вновь прибывшая машина с фермерского хозяйства сгружает на нее овощи и уезжает. Если же свободных площадок нет, то машина уезжает без разгрузки.

Свободная группа рабочих начинает немедленно сортировать овощи по ящикам. С каждой машины получается число ящиков – целочисленная равномерно распределенная случайная величина на отрезке $[18, 22]$. Длительность формирования одного ящика – нормально распределенная случайная величина

$N(\mu, \sigma)$. Картофель оказывается годным к продаже с вероятностью $\theta_{кг}$ («кг» – картофель годный к продаже) или бракованным с вероятностью $\theta_{кб}$ («кб» – картофель бракованный). Морковь оказывается годной к продаже с вероятностью $\theta_{мг}$ («мг» – морковь годная к продаже) или бракованной с вероятностью $\theta_{мб}$ («мб» – морковь бракованная).

Рабочие прекращают сортировать овощи, если на базе скопилось 200 готовых ящиков с овощами.

Прибывающие на базу машины от потребителя различаются назначением прибытия: за картофелем или за морковью, годными для продажи. Каждая машина забирает число ящиков – целочисленная равномерно распределенная случайная величина на отрезке $[2, 6]$. Если на базе нет необходимого числа ящиков, то машина забирает все ящики с овощами данного типа, которые имеются на базе. Если на базе нет готовых ящиков необходимого типа, то машина уезжает с базы ни с чем. Время загрузки машин от потребителя считается равным нулю.

Ящики с бракованными овощами обоих типов увозит специальная машина, которая за один раз может взять не больше 20 ящиков. Такая машина забирает овощи через фиксированные интервалы времени τ.

Построить имитационную модель овощной базы. Оценить

– вероятность того, что занята i-я группа рабочих, $i = 1, 2$;

– вероятность того, что машине с фермерского хозяйства с картофелем (с морковью) будет отказано в разгрузке;

– вероятность того, что машина от потребителя за картофелем (за морковью) уедет с базы без ящиков.

Задача 19. В отделе технического контроля (ОТК) изделие последовательно проходит проверку на полноту комплектации, проверку на соответствие техническим требованиям, проверку на надежность.

Изделия поступают в ОТК в соответствии с пуассоновским законом распределения с параметром λ.

Проверка на полноту комплектации (ППК) осуществляется одним работником. Длительность проверки одного изделия – нормально распределенная случайная величина $N(\mu_к, \sigma_к)$. Изделия здесь могут образовывать очередь неограниченной длины. С вероятностью 0,9 изделие проходит этот этап проверки и поступает на второй этап – проверка на соответствие техническим требованиям. С вероятностью 0,1 изделие доукомплектовывается работником ППК и передается на следующий этап. Длительность доукомплектования – нормально распределенная случайная величина $N(\mu_\partial, \sigma_\partial)$.

Проверка на соответствие техническим требованиям осуществляется двумя работниками. Длительность проверки одного изделия одним работником – нормально распределенная случайная величина $N(\mu_m, \sigma_m)$. Изделия здесь могут образовывать очередь неограниченной длины. С вероятностью 0,8 изделие проходит этот этап проверки и поступает на третий этап – проверка на надежность. С вероятностью 0,2 изделие отбраковывается.

Проверка на надежность проводится в отдельном помещении, содержащем десять мест по одному на изделие. Проверка заключается в эксплуатации изделия в течение длительного времени постоянной длины τ. Считаем, что помещение вмещает неограниченное число изделий, ожидающих проверки. С вероятностью 0,8 изделие проходит этот этап проверки и покидает ОТК с пометкой «годен к эксплуатации». С вероятностью 0,2 изделие отбраковывается.

Построить имитационную модель ОТК. Оценить м. о. длительности времени прохождения годного к эксплуатации изделия через ОТК и м. о. числа изделий в ОТК.

Задача 20. На станцию технического обслуживания (СТО) поступает пуассоновский поток автомобилей с интенсивностью λ. Здесь их встречает работник, который проводит предварительный анализ состояния автомобилей. Длительность интервала времени, в течение которого проводится проверка – нормально распределенная случайная величина $N(\mu_n, \sigma_n)$. Максимальное число автомобилей на входе в СТО равно 5. После окончания проверки работник может направить автомобиль на проведение мелкого ремонта с вероятностью θ_1, на проведение крупного ремонта с вероятностью θ_2 или сделать заключение, что автомобиль исправен с вероятностью θ_3. Если автомобиль оказался исправен, то этот автомобиль покидает СТО.

Длительность мелкого и крупного ремонта – нормально распределенные случайные величины соответственно $N(\mu_1, \sigma_1)$ и $N(\mu_2, \sigma_2)$. Автомобили могут образовывать очереди неограниченной длины, ожидая мелкого или крупного ремонтов. После проведения ремонта автомобили покидают СТО.

Построить имитационную модель СТО. Оценить м. о. длительности времени нахождения автомобилей на СТО и м.о. числа автомобилей на СТО.

Задача 21. В кафетерий поступает пуассоновский поток посетителей с интенсивностью λ. Посетители становятся в единую очередь к двум барменам. Каждый из барменов выполняет заказ посетителей в течение интервала времени распределенного по нормальному закону $N(\mu_б, \sigma_б)$. Обслуженный барменом посетитель занимает свободное место за столиком. Всего в кафетерии 5 столиков на 2 человека каждый. Новый посетитель не войдет в кафетерий, если увидит, что все столики заняты. Если посетитель получил заказ от бармена, но все столики заняты, то этот посетитель ожидает в отдельной очереди типа FCFS, пока не освободится место за столиком. Длительность пребывания посетителя за столиком – нормально распределенная случайная величина $N(\mu_c, \sigma_c)$. Закончив трапезу за столиком, посетитель покидает кафетерий.

Построить имитационную модель кафетерия. Оценить:

– м. о. числа посетителей в кафетерии;

– м. о. числа посетителей, получивших заказ от бармена и ожидающих освобождения места за столиком;

– м. о. длительности пребывания посетителей в кафетерии.

Задача 22. В кафетерии установлен большой телевизор, по которому транслируется матч по футболу. В кафетерий поступает пуассоновский поток посетителей с интенсивностью λ. Посетители становятся в очередь к бармену. Бармен выполняет заказ посетителей в течение интервала времени распределенного по нормальному закону $N(\mu_б, \sigma_б)$. Обслуженный барменом посетитель занимает свободное место за столиком. Всего в кафетерии 5 столиков на 3 человека каждый. Новый посетитель не войдет в кафетерий, если увидит, что все столики заняты. Если посетитель получил заказ от бармена, но все столики заняты, то этот посетитель ожидает в отдельной очереди типа FCFS, пока не освободится место за столиком. Посетитель заканчивает трапезу за столиком через интервал времени, который является нормально распределенной случайной величиной $N(\mu_c, \sigma_c)$. При этом, с вероятностью 0,9 он не освобождает столик, а идет в очередь к бармену за очередным заказом. С вероятностью 0,1 посетитель освобождает столик и покидает кафетерий.

Построить имитационную модель кафетерия. Оценить:

– м. о. числа посетителей в кафетерии;

– м. о. числа посетителей, получивших заказ от бармена и ожидающих освобождения места за столиком;

– м. о. длительности пребывания посетителей в кафетерии.

Задача 23. Конвейер состоит из пяти последовательно соединенных станков. Каждый станок может одновременно обрабатывать только одну деталь. Около каждого станка имеется по 4 места для деталей, ожидающих обработки. К первому станку поступает пуассоновский поток деталей с интенсивностью λ. Длительность обработки детали i-м станком – постоянная величина равная τ, $i = 1, ..., 5$. После первого станка деталь последовательно проходит обработку на 2-м, 3-м, 4-м и 5-м станках. Таким образом, момент завершения обработки детали на i-м станке, $i = 1, ..., 4$, совпадает с моментом начала обслуживания этой детали на $i+1$ станке и с началом обработки следующей детали на i-м станке. После обработки на 5-м станке деталь покидает конвейер.

Каждый из станков может выходить из строя и восстанавливаться. Длительность наработки на отказ и длительность восстановления i-го станка являются экспоненциально распределенными случайными величинами соответственно с параметрами α_i и β_i, $i = 1, ..., 5$.

Если во время обработки детали i-й станок, $i = 1, ..., 5$, выходит из строя, то деталь становится бракованной и снимается с дальнейшей обработки. Станок при этом не обрабатывает другие детали до восстановления. Если все 4 места у i-го станка, $i = 2, ..., 5$, оказываются занятыми, то вновь обработанная деталь не выходит из $i-1$ станка (станок блокируется). Этот станок останавливает свою работу до освобождения места у i-го станка. Деталь в блокированном станке считается готовой к обработке на следующем станке. Если все места оказываются занятыми у 1-го станка, то детали не поступают в конвейер.

Построить имитационную модель процесса прохождения деталей по конвейеру. Оценить:

– м. о. длительности пребывания детали на конвейере;

– м. о. числа деталей на конвейере;

– вероятность того, что деталь окажется бракованной.

Задача 24. Гражданину необходимо оформить документ № 4. Отдел № 4, который оформляет такие документы, требует с гражданина документы с номерами 1, 2 и 3, которые готовятся соответственно отделами 1, 2 и 3. Существует также дополнительный отдел № 5, в котором возможно оформление дополнительного документа № 5. Длительности времени подготовки документов в отделах 1 – 5 фиксированы и равны соответственно τ_1 – τ_5.

Начало оформления документа № 4 начинается с посещения отдела № 1. По истечении времени τ_1 отдел № 1:

– с вероятностью 0,7 выдает документ № 1. Копии этого документа гражданин мгновенно передает в отделы 2 и 3, которые начинают свою работу;

– с вероятностью 0,3 отдел № 1 дает мотивированный отказ в выдаче документа № 1. В этом случае гражданин устраняет причины отказа в течение фиксированного времени $\tau_г$ и сразу обращается в отдел № 1.

Отдел № 2 при получении документа № 1 начинает работу и по истечении времени τ_2:

– с вероятностью 0,7 выпускает документ № 2;

– с вероятностью 0,3 может понадобиться дополнительный документ № 5 для подготовки документа № 2. В этом случае включается в работу отдел № 5. По истечении времени τ_5 отдел № 2 начнет работу заново. Число дополнительных документов № 5 для работы отдела № 2 не ограничено.

Отдел № 3 при получении документа № 1 и через время равное τ_3 выдает документ № 3. Срок действия документа № 3 ограничен и равен $\tau_{огр}$, причем, если $\tau_2 > \tau_3$, то $\tau_2 - \tau_3 < \tau_{огр} < \tau_2 - \tau_3 + 2\tau_5$. Если же $\tau_3 \ge \tau_2$, то $\tau_3 - \tau_2 < \tau_{огр} < \tau_3 - \tau_2 + 2\tau_5$. Если к моменту обращения в отдел № 4 срок действия документа № 3 истек, то гражданин мгновенно обращается в отдел № 3 за новым документом.

Отдел № 4 начнет работу, только если имеются документы № 1, № 2 и не просроченный документ № 3. По истечении времени τ_4 отдел № 4:

– с вероятностью 0,7 выдает документ № 4;

– с вероятностью 0,2 отказывает в выдаче по причине выявленных противоречий в документе № 1. В этом случае документы №№ 1-3 оказываются недействительны, гражданин устраняет причины отказа в течение фиксированного времени $\tau_г$ и сразу обращается в отдел № 1;

– с вероятностью 0,1 отказывает в выдаче по причине выявленных противоречий в документе № 2. В этом случае документ № 2 оказывается недействителен, гражданин устраняет причины отказа в течение фиксированного времени $\tau_г$ и сразу обращается в отдел № 2.

Построить имитационную модель процесса прохождения документов по отделам. На основании 1000 выборочных значений оценить:

– м. о. длительности интервала времени от первого обращения гражданина в отдел № 1 и до момента получения документа № 4;

– м. о. длительности времени обработки документов одного гражданина каждым отделом.

ЛИТЕРАТУРА

1. Алексеев В.В., Крышев И.И., Сазыкина Т.Г. Физическое и математическое моделирование экосистем. – СПб.: Гидрометеоиздат, 1992. – 368 с.

2. Амелькин В.В. Дифференциальные уравнения в приложениях. – М.: Наука, 1987. – 160 с.

3. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Прикладные задачи теории вероятностей. – М.: Радио и связь, 1983. – 416 с.

4. Вишневский В. М. Теоретические основы проектирования компьютерных сетей. М.: Техносфера, 2003. – 512 с.

5. Ермаков С.М., Михайлов Г.А. Курс статистического моделирования. – М.: Наука, ГРФМЛ, 1976. – 320 с.

6. Кузенков О.А., Рябова Е.А., Круподерова К.Р. Математические модели процессов отбора. – Нижний Новгород: Нижегородский госуниверситет, 2010. – 133 с.

7. Лоу А.М., Кельтон В.Д. Имитационное моделирование. – СПб.: Питер; Киев: BHV, 2004. – 887 с.

8. Меншуткин В.В. Математическое моделирование популяций и сообществ водных животных. – Наука, Ленингр. отд., 1971. – 196 с.

9. Митрофанов Ю.И. Анализ сетей массового обслуживания: Учебное пособие. – Саратов: Научная книга, 2005. – 175 с.

10. Мун Ф. Хаотические колебания: вводный курс для научных работников и инженеров. – М.: Мир, 1990. – 312 с.

11. Полляк Ю.Г. Вероятностное моделирование на электронных вычислительных машинах. – М.: Сов. радио, 1971. – 400 с.

12. Пономарев К.К. Составление дифференциальных уравнений. – Минск: Выш. шк., 1973. – 560 с.

13. Таха Х.А. Введение в исследование операций / Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2005. – 912 с.

14. Шеннон Р. Имитационное моделирование систем – искусство и наука / Пер. с англ. – М.: Мир, 1978. – 418 с.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие 3

1. Моделирование непрерывных систем 5

1.1. Дифференциальные уравнения первого порядка 7

1.2. Системы дифференциальных уравнений 12

2. Метод статистических испытаний 19

2.1. Равномерно распределенные случайные величины 24

2.2. Нормально распределенные случайные величины 28

2.3. Экспоненциально распределенные случайные величины 34

3. Имитационное моделирование систем и сетей массового обслуживания 39

3.1. Системы массового обслуживания 39

3.2. Сети массового обслуживания 53

Литература 66

Учебное издание

Тананко Игорь Евстафьевич
Долгов Виталий Игоревич

МОДЕЛИРОВАНИЕ СИСТЕМ
ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ

Учебно-методическое пособие для студентов математических и технических специальностей высших учебных заведений

Оригинал-макет авторов

Подписано в печать 13.03.2014. Формат 60x84 1/16. Бумага офсетная.
Гарнитура Times New Roman. Печать RISO. Объем 4,25 печ. л.
Тираж 100 экз. Заказ № 205.

ООО Издательский Центр «Наука»
410600, г. Саратов, ул. Пугачевская, 117, оф. 50

Отпечатано с готового оригинал-макета
Центр полиграфических и копировальных услуг
Предприниматель Серман Ю.Б. Свидетельство № 3117
410600, Саратов, ул. Московская, д.152, офис 19, тел. 26-18-19, 51-16-28