

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ М. В. ЛОМОНОСОВА  
ФАКУЛЬТЕТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ И КИБЕРНЕТИКИ

## КУРСОВАЯ РАБОТА

«...»

Выполнил:  
студент 311 группы  
Сомов А. А.

Научный руководитель:  
Давидсон М. Р.

Москва  
2021

## Обзор данных

Мы имеем портфель из следующих производных финансовых инструментов:

- RI - маржируемый опцион колл на фьючерсный контракт на индекс РТС
- Si - маржируемый опцион колл на фьючерсный контракт на курс доллар США - российский рубль
- GZ - маржируемый опцион колл на фьючерсный контракт на обыкновенные акции ПАО «Газпром»
- SR - Маржируемый опцион колл на фьючерсный контракт на обыкновенные акции ПАО Сбербанк

Дополнительная информация по рассматриваемым опционам представлена на *рис.1*:

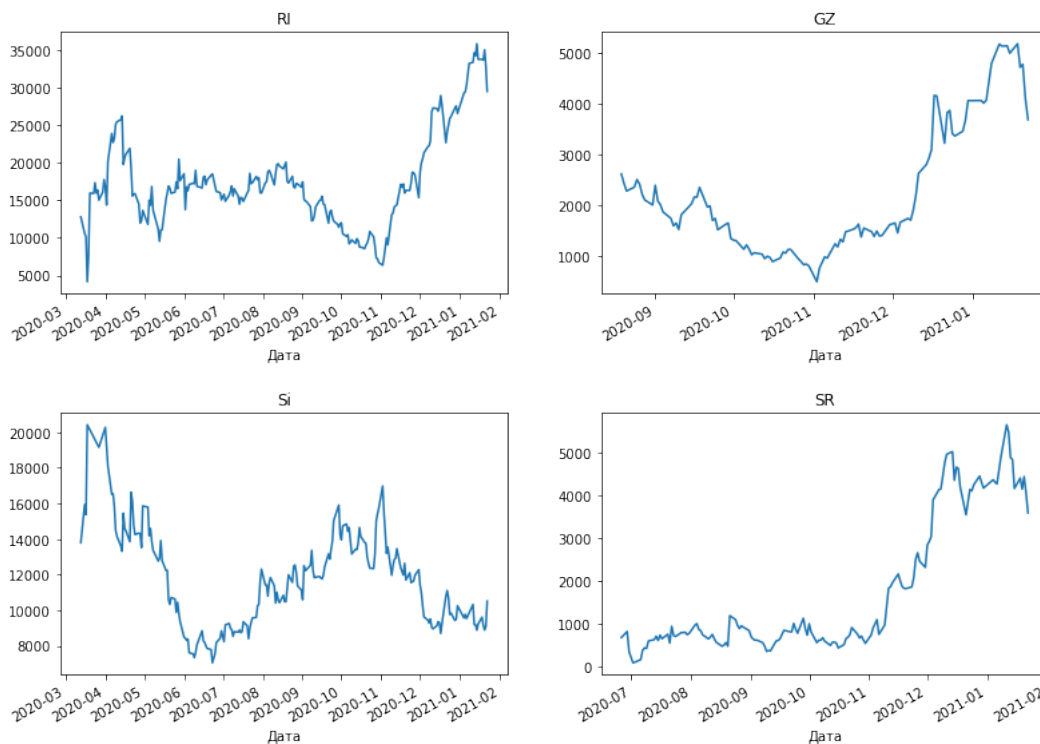
Инструмент	страйк	дата экспирации	полный код контракта на ММВБ
RI	115000	17.06.2021	RTS-6.21M170621CA115000
Si	66000	17.06.2021	Si-6.21M170621CA66000
GZ	18500	16.06.2021	GAZR-6.21M160621CA18500
SR	24500	16.06.2021	SBRF-6.21M160621CA24500

*рис.1*

На *рис.2* представлены графики цен на указанные инструменты в период с 19.08.2020 по 22.01.2021.

На *рис.3* графики цен на базовые активы соответствующих опционов за тот же период.

На *рис.4* для наглядности приведены графики цен всех опционов и их базовых активов



*рис.2*

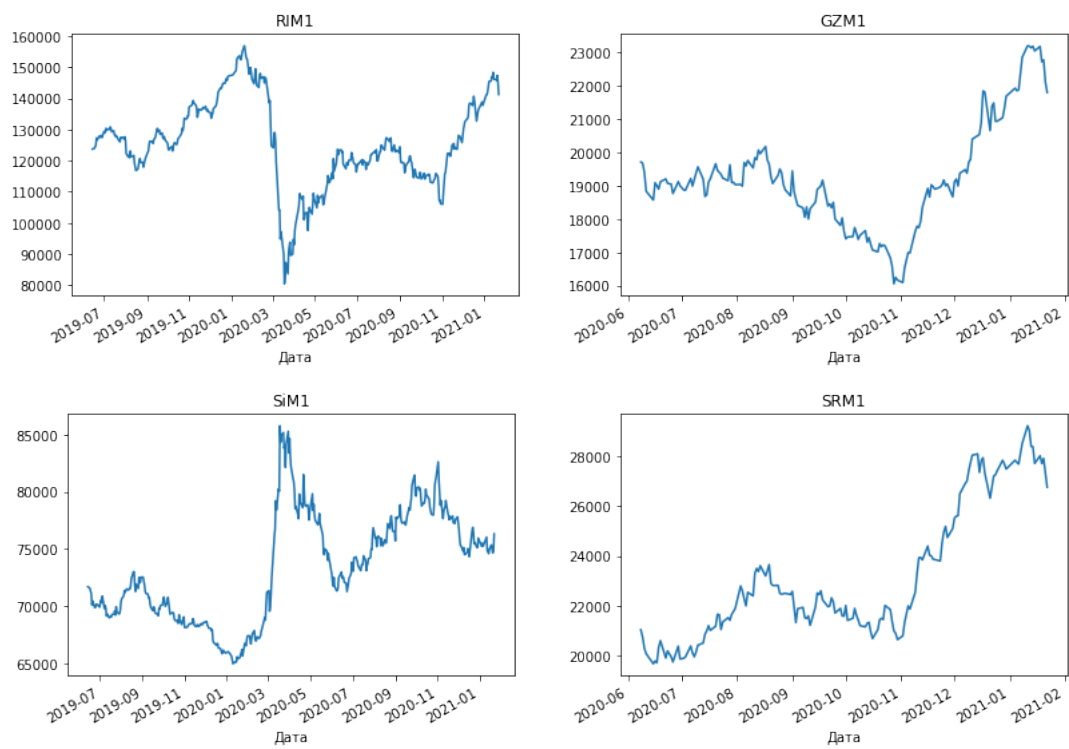


рис.3

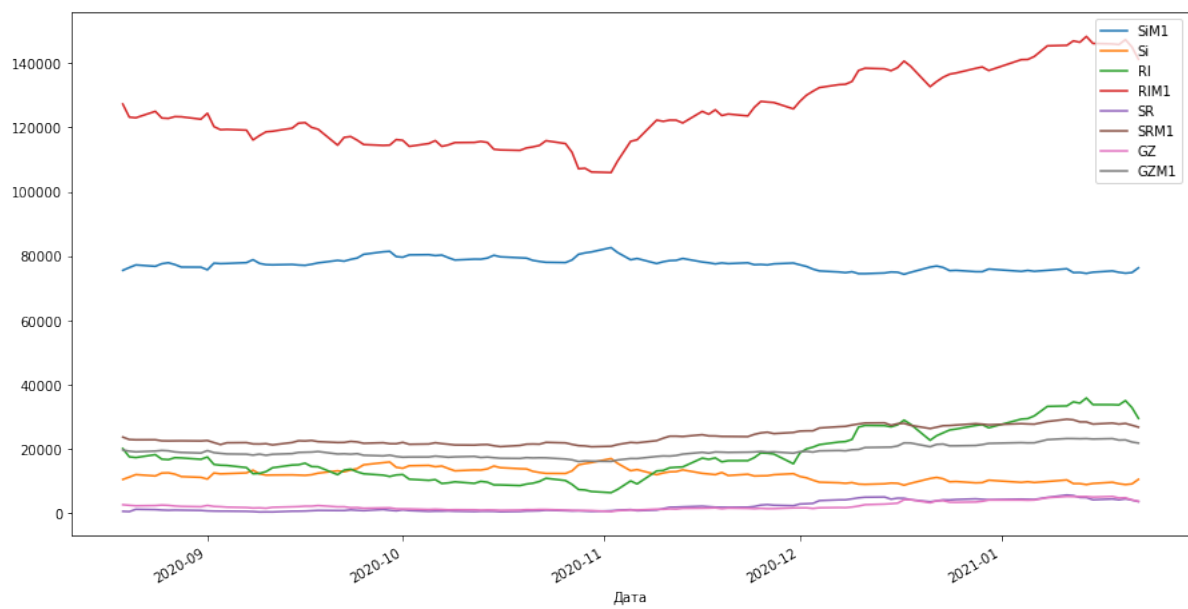


рис.4

## Постановка задачи

Рассмотрим промежуток времени  $H$ . В момент  $t = 0$  мы имеем начальный капитал  $W_0$ . Мы можем вкладывать его в моменты времени  $t = 1, \dots, H - 1$  в инструменты  $x_i$ ,  $i = \{1, 2, 3, 4\}$ , где

- $x_1$  - соответствует RI
- $x_2$  - Si
- $x_3$  - GZ
- $x_4$  - SR

В момент времени  $t = H$  наш капитал должен удовлетворять требованиям  $L$ , то есть  $W_H \geq L$ .

Введём бинарное дерево  $D$  с множеством вершин  $N$ ,  $|N| = k$ . Будем обозначать его вершины  $n_i$ ,  $n_i \in N$ ,  $i = 1, \dots, k$ . Обозначим  $S$ ,  $S \subset N$  множество листовых вершин дерева  $D$ , а  $T$ ,  $T \subset N$  - множество его внутренних вершин. Каждая вершина соответствует какому-то моменту времени  $t$  таким образом, что корень дерева  $n_0$  соответствует моменту  $t = 0$ ,  $n_1$  и  $n_2$  соответствуют  $t = 1$  и так далее с учётом того, что дерево  $D$  бинарное.

Например, для  $k = 15$  имеем (рис.5)

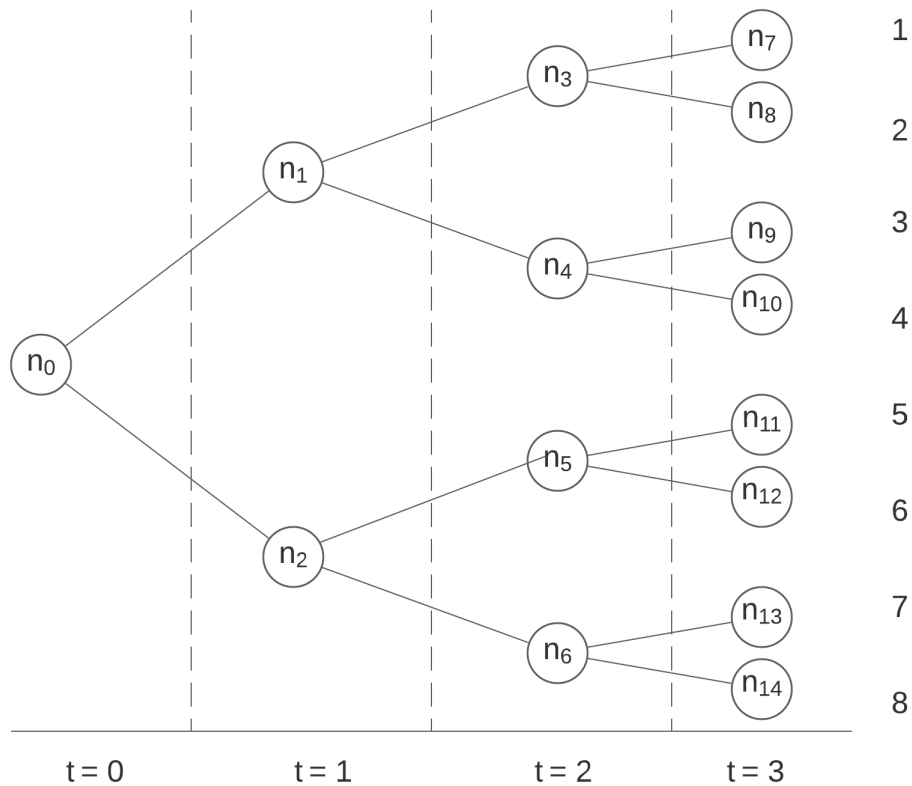


рис.5

Введём ещё несколько необходимых обозначений.

- $a(n)$  - родитель вершины  $n$
- $x_i^n \geq 0$  - количество инструмента  $x_i$  в вершине  $n$  (после покупки или продажи)
- $z_i^n \geq 0$  - размер покупки инструмента  $x_i$  в вершине  $n$
- $y_i^n \geq 0$  - размер продажи инструмента  $x_i$  в вершине  $n$
- $W^s \geq 0$  - размер капитала в листовой вершине  $s \in S$
- $\pi^s$  - вероятность попасть в листовую вершину  $s \in S$  из корневой вершины  $n_0$ . Эта вероятность рассчитывается по всем путям из  $n_0$  в  $s$
- $L^n$  - обязательства, которым должен удовлетворять капитал в вершине  $n$ , то есть  $W^n \geq L^n$
- $c$  - стоимость транзакции (покупки или продажи какого-либо инструмента) в процентах
- $h_i^{n_0}$  - начальное количество инструмента  $x_i$  в корневой вершине  $n_0$
- $P_i^n$  - цена инструмента  $x_i$  в вершине  $n$
- $u(W)$  - функция полезности

Теперь мы можем поставить задачу оптимизации:

$$\max_{x_i^{n_0}} \sum_{s \in S} \pi^s u(W^s)$$