

4 - Array

4.1 - Array di Antenne

Quando due o più antenne vengono utilizzate insieme, la combinazione viene chiamata **array di antenne**. Sebbene un array non debba essere necessariamente costituito da elementi radianti simili, la maggior parte degli array di solito sono formati da **elementi identici eccitati dallo stesso tipo di distribuzione di corrente o di campo**. Gli elementi di antenna comprendenti una matrice possono essere disposti in *varie configurazioni*, ma le più comuni sono la configurazione **lineare unidimensionale**, in cui gli elementi sono disposti lungo una linea retta, e la configurazione a **reticolo bidimensionale**, in cui gli elementi formano una griglia rettangolare.

Avere più antenne a disposizione consente di modificare le caratteristiche di radiazione senza modificare il sistema di antenne stesso. Su questo principio si basa il funzionamento delle **smart antennas**, capaci di variare la loro direzione di puntamento in real-time (particolarità che la singola antenna non può effettuare) ed è ciò che accade nei sistemi di telecomunicazioni moderni, come quelli di telefonia. Nella copertura wi-fi domestica, ad esempio, il modem è in grado di seguire l'utente, al fine di offrirgli sempre la massima direttività possibile.

Come è possibile gestire i parametri della schiera attraverso la sola alimentazione?

Sia supposto di trovarsi in una situazione di **non accoppiamento tra antenne**, cioè il campo irradiato da un'antenna non risente di quello delle altre.

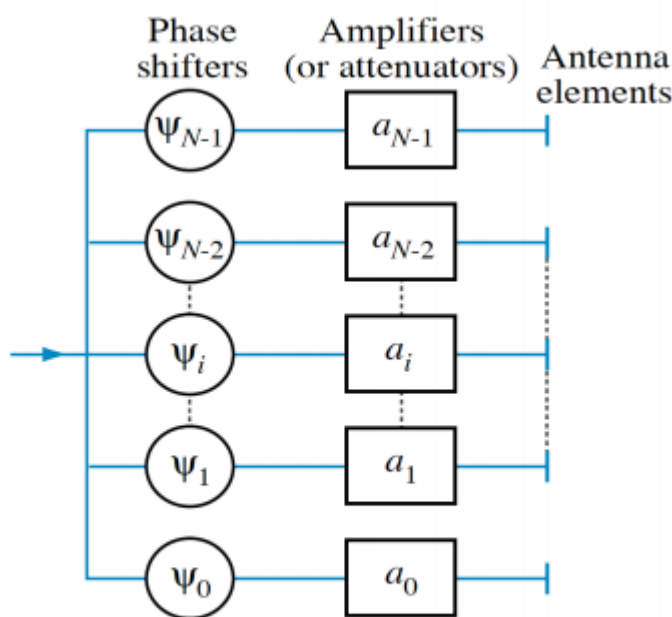
Si rievoca dunque, l'espressione del campo elettrico nella Far Field region:

$$\underline{E}(r, \theta, \Phi) = -j \frac{\beta_0 \zeta_0}{4\pi} \frac{e^{-j\beta_0 r}}{r} [N_\theta(\theta, \Phi) \hat{\theta} + N_\Phi(\theta, \Phi) \hat{\Phi}] = \frac{e^{-j\beta_0 r}}{r} \underline{AC}(\theta, \Phi)$$

dove sono state isolate le seguenti componenti:

- A : è il **coefficiente di alimentazione** che rappresenta l'ampiezza e la fase dell'eccitazione che dà origine al campo irradiato;
- $C(\theta, \Phi)$: è la **funzione caratteristica** dell'antenna, che rappresenta la dipendenza direzionale del campo elettrico dell'elemento.

4.2 - Array Lineare



(a) Array elements with individual amplitude and phase control

Si consideri una **matrice lineare di N elementi radianti identici**. La distanza tra elementi adiacenti è **d**. Si sceglie, come asse di posizionamento, l'asse z , allo scopo di utilizzare nuovamente i formalismi del Capitolo [2 - Antenna Fundamentals > 2.2 - Il sistema di riferimento sferico](#).

I **radiatori**, cioè le antenne che formano la schiera, sono alimentati da un **oscillatore comune** attraverso una *rete ramificata*.

In ogni ramo sono inseriti in serie:

- un **attenuatore (o amplificatore)**, in grado di modificare la potenza del segnale in ingresso;
- uno **sfasatore**, in grado di introdurre una variazione di fase

per controllare rispettivamente l'ampiezza e la fase del segnale che alimenta l'elemento di antenna in quel ramo.

Per ciascun radiatore risulta:

$$\underline{E}(r, \theta, \Phi) = A_n \frac{e^{-j\beta_0 R_n}}{R_n} \underline{C}(\theta, \Phi) = a_n e^{j\psi_n} \frac{e^{-j\beta_0 R_n}}{R_n} \underline{C}(\theta, \Phi)$$

R_n è la distanza tra l'antenna n-esima e il punto di osservazione

Il *coefficiente di alimentazione* è in genere complesso (si pensi ad esempio alla corrente alternata) ed avrà quindi un termine modulo ed un termine fase.

Per ipotesi le antenne irradiano in maniera indipendente.

Sotto tale ipotesi, il campo elettrico totale può essere calcolato come la somma dei campi irradiati da tutti gli N componenti della schiera; inoltre, poiché le antenne sono tutte uguali, a parità di direzione di osservazione, la funzione caratteristica (che fornisce informazioni su come l'antenna irradia) è uguale per tutti i componenti ed è pari a:

$$\underline{E}(r, \theta, \Phi) = \sum_{n=0}^{N-1} \underline{E}_n(r, \theta, \Phi) = \underline{C}(\theta, \Phi) A_r \sum_{n=0}^{N-1} \frac{A_n}{A_r} \frac{e^{-j\beta_0 R_n}}{R_n}$$

A_r è un'alimentazione di riferimento utilizzata per la moltiplicazione e la divisione nel calcolo del campo elettrico. Tale componente si rivelerà essere proprio il coefficiente di alimentazione.

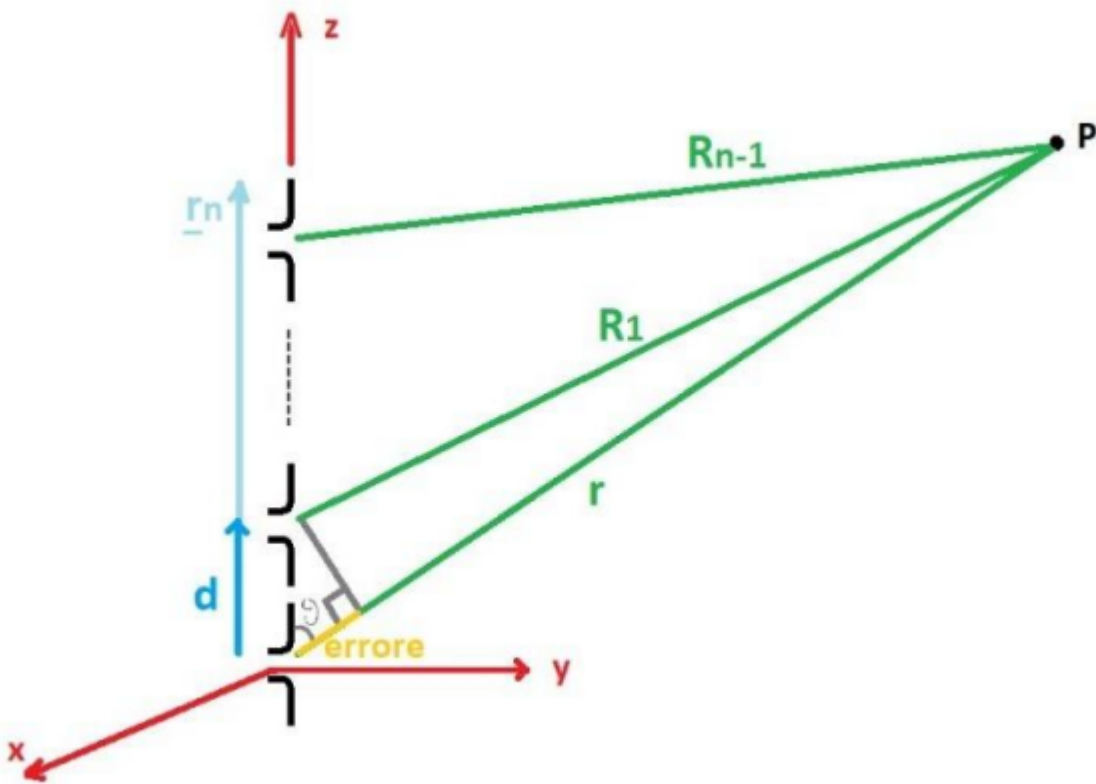
Per soddisfare la condizione di campo lontano per un array di lunghezza $l = (N - 1)d$, la distanza del punto di osservazione r dovrebbe essere sufficientemente grande, a tal punto che:

$$r_F = \frac{2D^2}{\lambda_0} = \frac{(N - 1)^2 d^2}{\lambda_0/2}$$

Si sta così definendo una nuova distanza di Fraunhofer per un array di antenne.

4.2.1 - Regione di Fraunhofer di un array situato locato sull'asse z

Ora che si conosce la distanza tale per cui si può considerare un'antenna come interna alla regione di campo lontano, è necessario approssimare, ad un valore identico, le R_n distanze di ogni antenna, facente parte dell'array, dal punto di osservazione.



Per calcolare l'approssimazione necessaria si prendono in conto delle considerazioni. Se si immaginasse di portare P (punto di osservazione) ad una distanza sempre maggiore dall'array, le R_n distanze diverrebbero uguali e parallele tra loro. R_n appare, nella [Formula campo elettrico totale array](#) al denominatore della sommatoria e all'esponente di fase. Per quanto concerne la sua presenza nel *termine di ampiezza*, si può approssimare R_n a r , commettendo un errore fisso accettabile.

Prima approssimazione: $R_n = r$

Poiché quest'approssimazione non è applicabile al termine di fase, per sviluppare la seconda approssimazione si andrà dunque a considerare la distanza di indice 0, cioè r , alla quale verrà sottratto l'errore commesso nel considerare la distanza n-esima $R_n = r$, ottenendo:

$$R_n = r - \text{errore}_n$$

Per calcolare l'errore è sufficiente applicare le formule dei triangoli rettangoli.

Per l'antenna di indice 1 vale la seguente equazione:

$$\text{errore}_1 = d * \cos \theta$$

dunque, per l'errore n-esimo varrà:

$$\text{errore}_n = dn * \cos \theta$$

Considerando che $\cos \theta = \hat{z} \cdot \hat{r}$, si può riscrivere l'errore come:

$$\text{errore}_n = dn * \hat{z} \cdot \hat{r}$$

dove $dn\hat{z} = \underline{r_n}$ ossia il vettore posizione dell'n-esima antenna, perciò l'errore diverrà:

$$\text{errore}_n = \underline{r_n} \cdot \hat{r}$$

Seconda approssimazione: $R_n = r - \underline{r_n} \cdot \hat{r}$

È ora possibile calcolare il campo elettrico sfruttando le due approssimazioni individuate in precedenza:

$$\begin{aligned} \underline{E}(r, \theta, \Phi) &= \frac{e^{-j\beta_0 r}}{r} \underline{C}(\theta, \Phi) A_r \sum_{n=0}^{N-1} \frac{A_n}{A_r} e^{j\beta_0 \underline{r_n} \cdot \hat{r}} = \\ &= \frac{e^{-j\beta_0 r}}{r} \underline{C}(\theta, \Phi) A_r \sum_{n=0}^{N-1} \frac{A_n}{A_r} e^{j\beta_0 (z_n \hat{z}) \cdot (\sin \theta \cos \Phi \hat{x} + \sin \theta \cos \Phi \hat{y} + \cos \theta \hat{z})} = \\ &= \frac{e^{-j\beta_0 r}}{r} \underline{C}(\theta, \Phi) A_r \sum_{n=0}^{N-1} \frac{A_n}{A_r} e^{j\beta_0 nd \cos \theta} \end{aligned}$$

Si noti come:

- il primo termine (gli elementi antecedenti la sommatoria) dipende solo dall'elemento di indice 0;
- il secondo elemento (l'intera sommatoria) dipende, invece, anche dalle alimentazioni dei singoli elementi e da θ .

4.2.2 - Principio di moltiplicazione dei pattern

$$S(r, \theta, \Phi) = \frac{|A_r|^2 |\underline{C}(\theta, \Phi)|^2}{2\zeta_0 r^2} \big| \sum_{n=0}^{N-1} \frac{A_n}{A_r} e^{j\beta_0 nd \cos \theta} \big|^2 = S_e(r, \theta, \Phi) F_a$$

La densità di potenza dell'array è il prodotto di due fattori. Il primo fattore S_e è la densità di potenza irradiata da un singolo elemento assunto come riferimento, il secondo è il fattore di array:

$$F_a = \big| \sum_{n=0}^{N-1} \frac{A_n}{A_r} e^{j\beta_0 nd \cos \theta} \big|^2 = \big| \sum_{n=0}^{N-1} \frac{a_n}{a_r} e^{j(\psi_n - \psi_r)} e^{j\beta_0 nd \cos \theta} \big|^2$$

Il **fattore di array** è *funzione delle posizioni dei singoli elementi e dei loro coefficienti di alimentazione*, ma non della specifica tipologia di radiatori utilizzati.

Il **principio della moltiplicazione dei modelli consente la valutazione della densità di potenza dell'array calcolando prima il modello di potenza con gli elementi dell'array sostituiti con radiatori isotropi, che produce il fattore dell'array, e quindi moltiplicando il risultato per la densità di potenza per un singolo elemento.**

Il fattore di array è governato dalla **distribuzione di ampiezza dell'array** a_n , che serve a controllare la *forma del diagramma* di radiazione dell'array, e dalla **distribuzione di fase dell'array** ψ_n , che può essere utilizzata per *orientare la sua direzione*.

Questo è importantissimo poiché sta a significare che è possibile far variare:

- forma e ampiezza del lobo principale, variando l'ampiezza del coefficiente di alimentazione dei singoli elementi.
- direzione di puntamento variando la fase del coefficiente di alimentazione dei singoli elementi.

4.3 - Array Lineare Uniforme

Si consideri un array lineare avente una **distribuzione di ampiezza uniforme** ($\frac{a_n}{a_0} = 1$, l'ampiezza del coefficiente di alimentazione è uguale per tutti gli elementi) e un **ritardo di fase da elemento a elemento linearmente progressivo** ($\psi_n - \psi_0 = n\delta$, la differenza di fase tra due elementi vicini tra loro è sempre la stessa).

Si noti che l'elemento con indice 0 è preso come riferimento:

$$F_a = \big| \sum_{n=0}^{N-1} e^{jn(\beta_0 d \cos \theta + \delta)} \big|^2 = \big| \sum_{n=0}^{N-1} e^{jn\varphi} \big|^2 = \big| \frac{\sin (N\varphi/2)}{\sin (\varphi/2)} \big|^2$$

Da tale espressione di F_a si può dedurre che il fattore di array assume valore massimo quando è verificata la seguente uguaglianza:

$$F_{a_{max}}(\varphi) = N^2 \quad \text{con} \quad \varphi = \beta_0 d \cos \theta + \delta = 0$$

ed è proprio grazie a quest'ultima che si comprende che la densità di potenza dipende direttamente dal fattore di array, dunque la densità di potenza massima (e quindi anche la direzione di puntamento dell'array) dipende dal valore massimo del fattore di array.

4.3.1 - Broadside Linear Array

Questo array ha il fascio principale del diagramma di radiazione sempre nella direzione ortogonale all’asse dell’array. Per tale motivo, questo tipo di array ha F massimo per $\theta = \frac{\pi}{2}$.
Imponiamo quindi che θ sia pari a $\pi/2$ nella [Formula di F massimo \(fattore di array\)](#) e otteniamo:

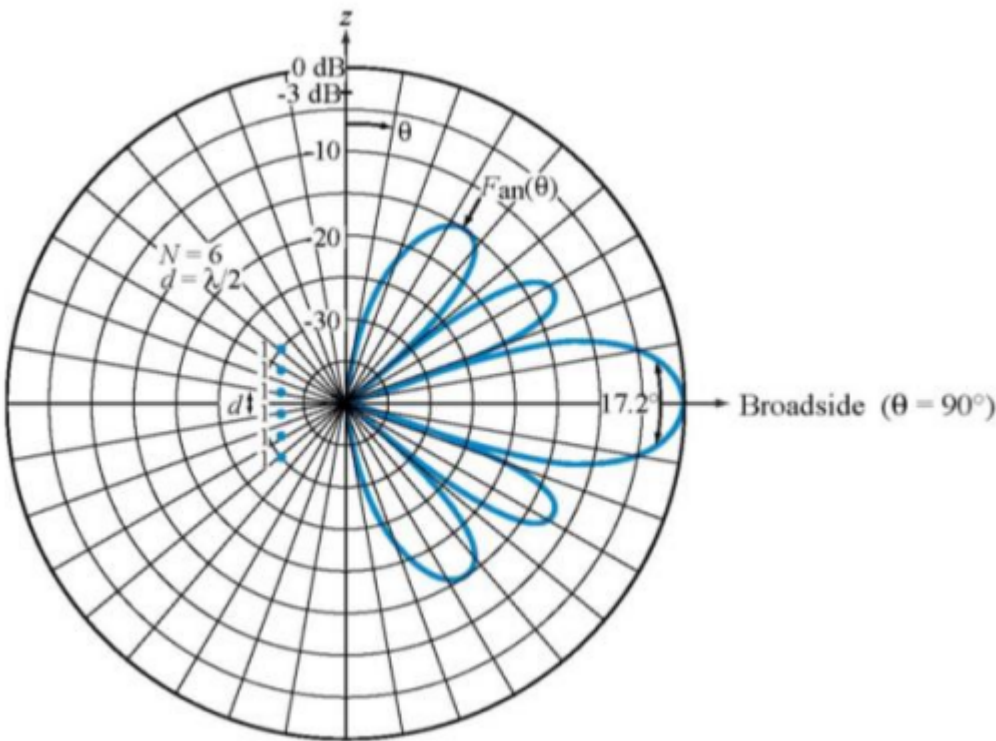
$$\theta_{max} = \cos^{-1} \frac{-\delta}{\beta_0 d} = \frac{\pi}{2} \quad \rightarrow \quad \delta = 0$$

ovvero, che $\theta = \pi/2$ quando $\delta = 0$. Ciò significa che non vi è differenza di fase nell'alimentazione dei singoli elementi dell'array, perciò tutti gli elementi hanno la stessa ampiezza e la stessa fase in alimentazione.

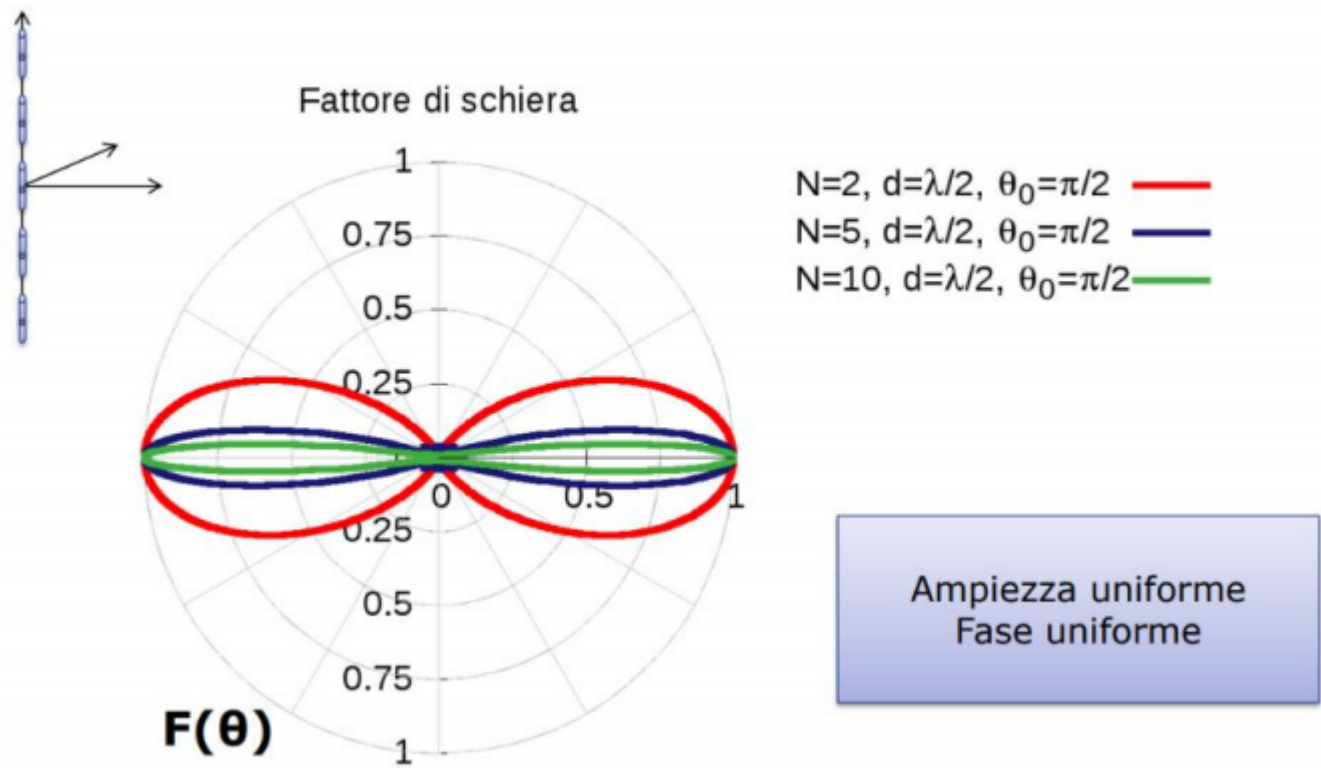
Si dirà, quindi, che: **un array lineare broadside è costituito da elementi in fase.**

4.3.1.1 - Guadagno di un array lineare broadside

Per capire come si comporta il guadagno per questo tipo di array, basta considerare una schiera di array di dipoli a mezz'onda. Tale array sarà più direttivo di un singolo dipolo a mezz'onda.



Quanto appena esplicitato è confermato dal grafico sopra-presente. Infatti, mentre col singolo dipolo a mezz'onda si aveva un intervallo angolare di 78°, con un array di 6 dipoli si ha un intervallo di 17.2°, ciò significa che il lobo principale è più stretto, il che significa, a sua volta, una maggior direttività e, di conseguenza, un maggior guadagno.
Il guadagno dell'array lineare broadside aumenta all'aumentare dei suoi elementi:



4.3.2 - Endfire Linear Array

Questo array ha il lobo principale del diagramma di radiazione lungo l'asse dell'array

$$\theta_{max} = \cos^{-1} \frac{-\delta}{\beta_0 d} = 0, \pi \quad \rightarrow \quad \delta = \mp \beta_0 d$$

In questo caso, si vuole alimentare l'elemento della schiera in modo tale che la direzione di massimo del fattore di array coincida con l'asse della schiera.

4.3.3 - Beam Scanning

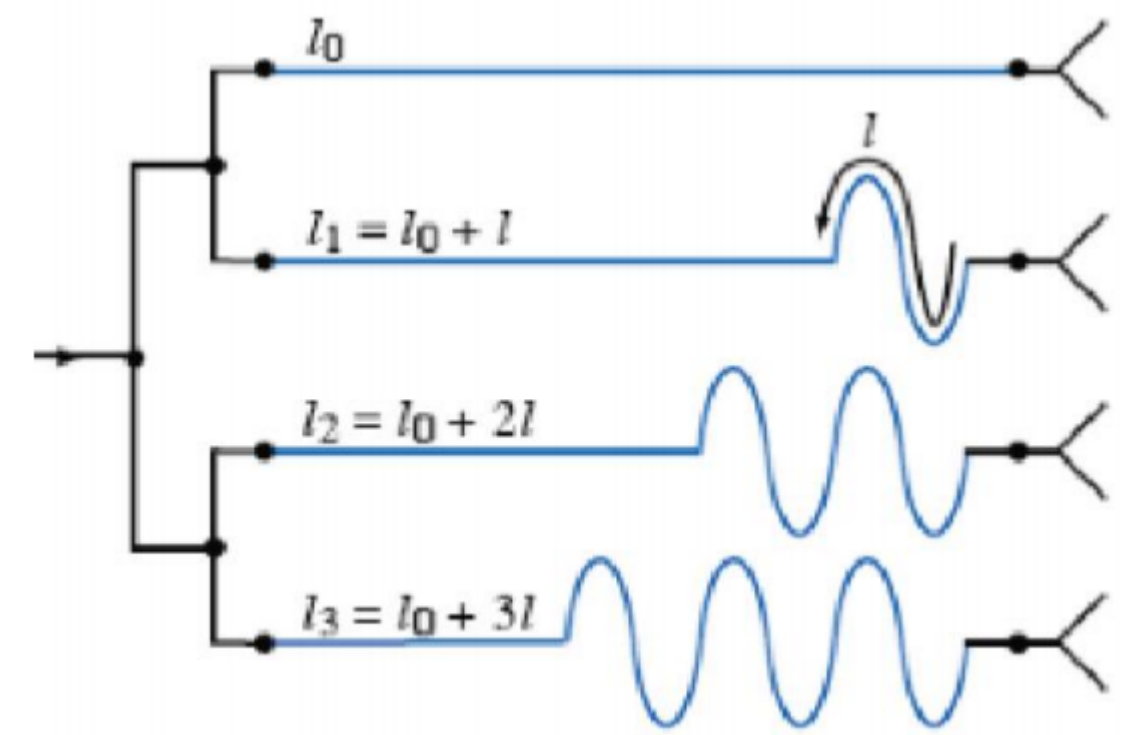
Questa tecnica consente di **variare la direzione di puntamento** attraverso una semplice rete di alimentazione. Esistono, infatti, circuiti atti proprio a **manipolare il ritardo di fase**, che si comportano, quindi, come sfasatori.

Il ritardo di fase δ tra elementi adiacenti può essere utilizzato per orientare la direzione del fascio dell'array broadside a $\theta = 90^\circ$ a qualsiasi angolo θ_0 desiderato. Oltre a eliminare la necessità di guidare meccanicamente un'antenna per cambiare la direzione di puntamento, la guida elettronica, attraverso l'uso di sfasatori controllati elettronicamente, consente la scansione del lobo a velocità molto elevate.

Una tecnica nota come **beam scanning (scansione di frequenza)** può essere utilizzata per fornire il **controllo della fase di tutti gli elementi contemporaneamente**. Un **punto di alimentazione comune** è collegato agli elementi radianti tramite **linee di trasmissione di lunghezza variabile**.

L'utilizzo di cavi di diversa lunghezza è dovuto alla variazione di fase, legata alla lunghezza del cavo, a cui gli stessi cavi sono soggetti, sia nel caso ideale senza perdite che in quello reale.

Sia, dunque, l_0 la lunghezza del cavo di indice 0, nonché cavo di riferimento. La lunghezza del cavo di indice 1 sarà: $l_1 = l_0 + l$, dove l è la lunghezza di un pezzo di cavo aggiuntivo. Iterando il ragionamento sino all'n-esimo caso, si avrà: $l_n = l_0 + nl$.



La propagazione del segnale lungo una linea di trasmissione di lunghezza l_n è caratterizzata da un **fattore di fase**:

$$e^{-j\beta l_n}$$

dove:

- $\beta = 2\pi f/v$ è la **costante di fase** e
- v è la **velocità**.

La formula per il calcolo della differenza di fase in funzione della lunghezza del cavo è la seguente:

$$\psi_n(f) - \psi_0(f) = n\delta(f) = \delta_n(f) = -\beta(l_n - l_0) = -\frac{2\pi f}{v}(l_n - l_0) = -\frac{2\pi f}{v}nl$$

Si può notare la relazione che vede la differenza di fase dipendere dalla lunghezza incrementale dei cavi, dalla velocità e dalla frequenza di lavoro.

Si supponga ora, di scegliere una frequenza di riferimento f_0 al fine di fissare la lunghezza incrementale, l sarà pari a v/f_0 (lunghezza d'onda alla frequenza f_0), per un numero intero di volte.

$$l = n_0 \frac{v}{f_0}$$

Calcolando la differenza di fase tra l'elemento di indice 0 e l'elemento di indie 1 alla frequenza di riferimento f_0 , si avrà:

$$\delta_1(f_0) = -\frac{2\pi f_0}{v}l = -\frac{2\pi f_0}{v}\left(n_0 \frac{v}{f_0}\right) = -2\pi n_0$$

Si ricava che tale differenza di fase è un multiplo intero di 2π , ciò significa che in realtà **non c'è differenza di fase** tra i primi due elementi.

Tra l'elemento 0 e l'elemento 2 la differenza di fase sarà:

$$\delta_2(f_0) = -\frac{2\pi f_0}{v}2l = -4\pi n_0$$

ossia, il doppio rispetto alla precedente differenza e così via per gli n elementi.

Alla frequenza f_0 , la schiera, per le scelte fatte sulla lunghezza incrementale, si comporta come un array broadside: tutti gli elementi sono alimentati in egual modo in ampiezza e fase e la direzione di puntamento è quella perpendicolare all'asse della schiera.

Per cambiare la direzione di massimo senza variare la lunghezza l , bisogna lavorare sul secondo grado di libertà, la frequenza.

Si sceglie una nuova frequenza diversa dalla precedente ($\neq f_0$), definita come $f_1 = f_0 + \Delta f$, dove Δf può assumere valori positivi o negativi.

Andando a calcolare nuovamente le differenze di fase, si avrà:

$$\delta_1(f_0 + \Delta f) = -\frac{2\pi(f_0 + \Delta f)}{v}l = -2\pi n_0 - \frac{2\pi f_0}{v}l\frac{\Delta f}{f_0} = -2\pi n_0 - 2\pi n_0\frac{\Delta f}{f_0} = -2\pi n_0 + \delta$$

La presenza di Δf introduce un termine aggiuntivo δ . Questo fattore incrementale di fase dipende dal rapporto: $\Delta f/f_0$.

Iterando il calcolo della differenza di fase per tutti gli elementi

$$\delta_2(f_0 + \Delta f) = 2\delta_1(f_0 + \Delta f) = -4\pi n_0 + 2\delta$$

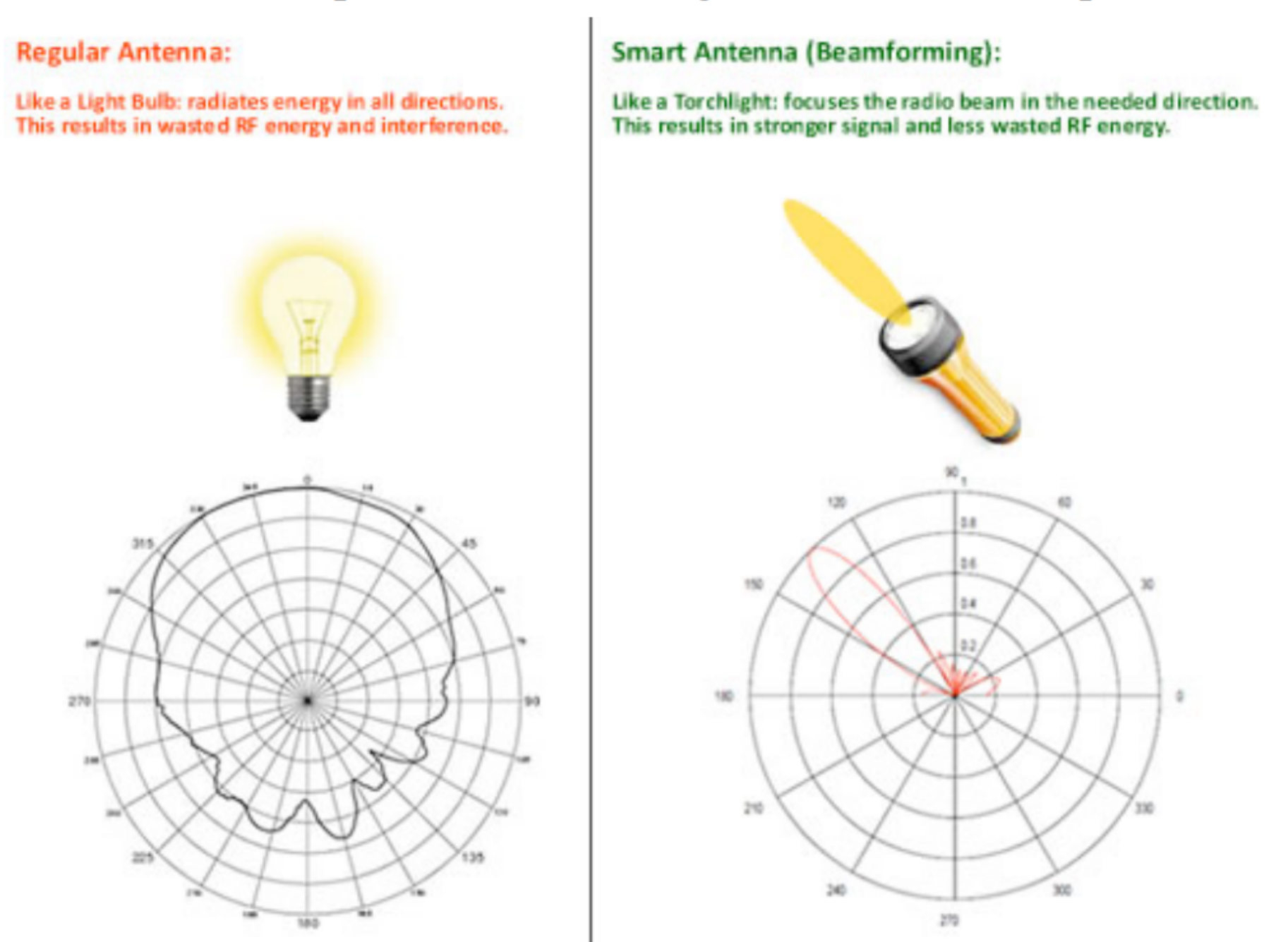
si ottiene che la differenza tra un elemento ed il suo vicino è uguale a δ , il quale è determinato dalla scelta della frequenza. Fissata una frequenza infatti, si conoscerà δ , ciò permetterà di ricavare la direzione di puntamento θ_0 (angolo di scansione).

$$\varphi = \beta_0 d \cos \theta + \delta = 0 \quad \rightarrow \quad \beta_0 d \cos \theta_0 = 2\pi n_0 \frac{\Delta f}{f_0} \quad \rightarrow \quad \theta_0 = \cos^{-1} \frac{2\pi n_0}{\beta_0 d} \frac{\Delta f}{f_0}$$

Quando f viene modificata da f_0 a $f_0 + \Delta f$, anche β_0 cambia. Tuttavia, se $\Delta f/f_0$ è piccolo, β_0 può essere considerato costante e pari a $\beta_0 = 2\pi f_0/c_0$.

4.4 - Smart Antenna Array

Se lo sfasamento tra gli elementi dell'array viene regolato elettronicamente, la configurazione dell'antenna risultante può essere modificata in direzione e larghezza anche se gli elementi dell'array sono fisicamente fissi. Questo concetto di base identifica un'antenna **phased array**.



Un'antenna intelligente (**smart antenna**) è un array in grado di regolare il diagramma di radiazione in base alle richieste dell'utente. Può avere un'ampia direttività nelle applicazioni in cui non è possibile utilizzare un'antenna fissa ad alto guadagno, come dispositivi portatili o mobili.

Gli errori nella direzione di puntamento sono soggetti a correzione da parte dell'**algoritmo di adattamento**, quindi l'utente non ha bisogno di mantenere un orientamento preciso.

Il guadagno di potenza risultante può estendere la portata o ridurre la potenza di trasmissione (o entrambi).

L'uso di antenne a guadagno più elevato pone più radiazioni dove è desiderato e meno dove non lo è, riducendo così le interferenze complessive. La loro intelligenza risiede nelle loro strutture di elaborazione del segnale digitale. Esistono diversi tipi di smart antenna.

4.4.1 - Switched Beam Antennas

Questo array è in grado di fornire un numero finito di sfasamenti e quindi di direzioni del lobo per mezzo di un lobo digitale che si forma sulla base della *matrice di Butler*. **Un modulo di controllo decide il lobo attivo in tempo reale in base alla posizione dell'utente mobile.**

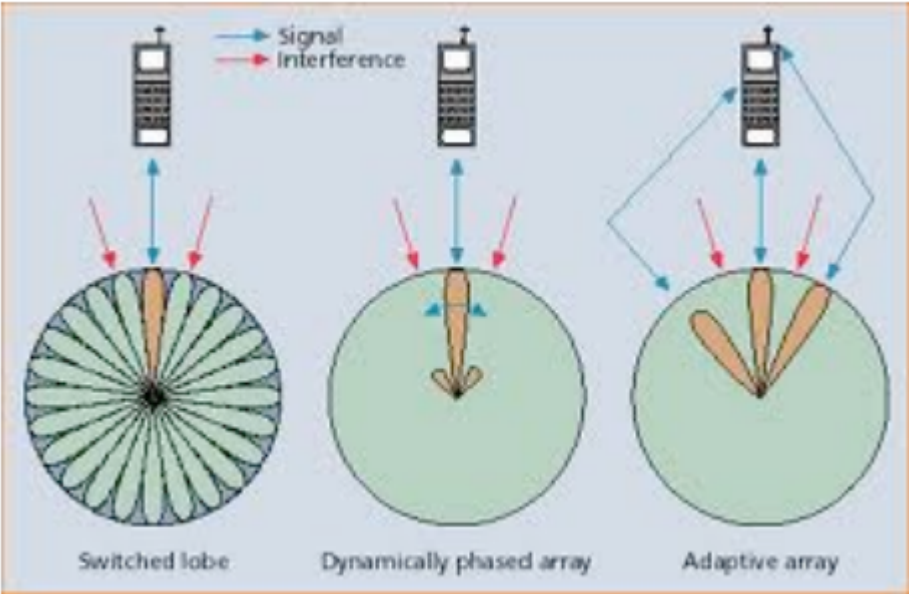
L'alimentazione di queste schiere è creata in modo tale da fornire un numero finito di lobi (quindi di direzioni) principali.

Il principale svantaggio è dato dal fatto che, se l'end user si sposta e di conseguenza l'antenna cambia lobo principale, ma in tale direzione arriva un’interferenza, le prestazioni di collegamento deteriorano.

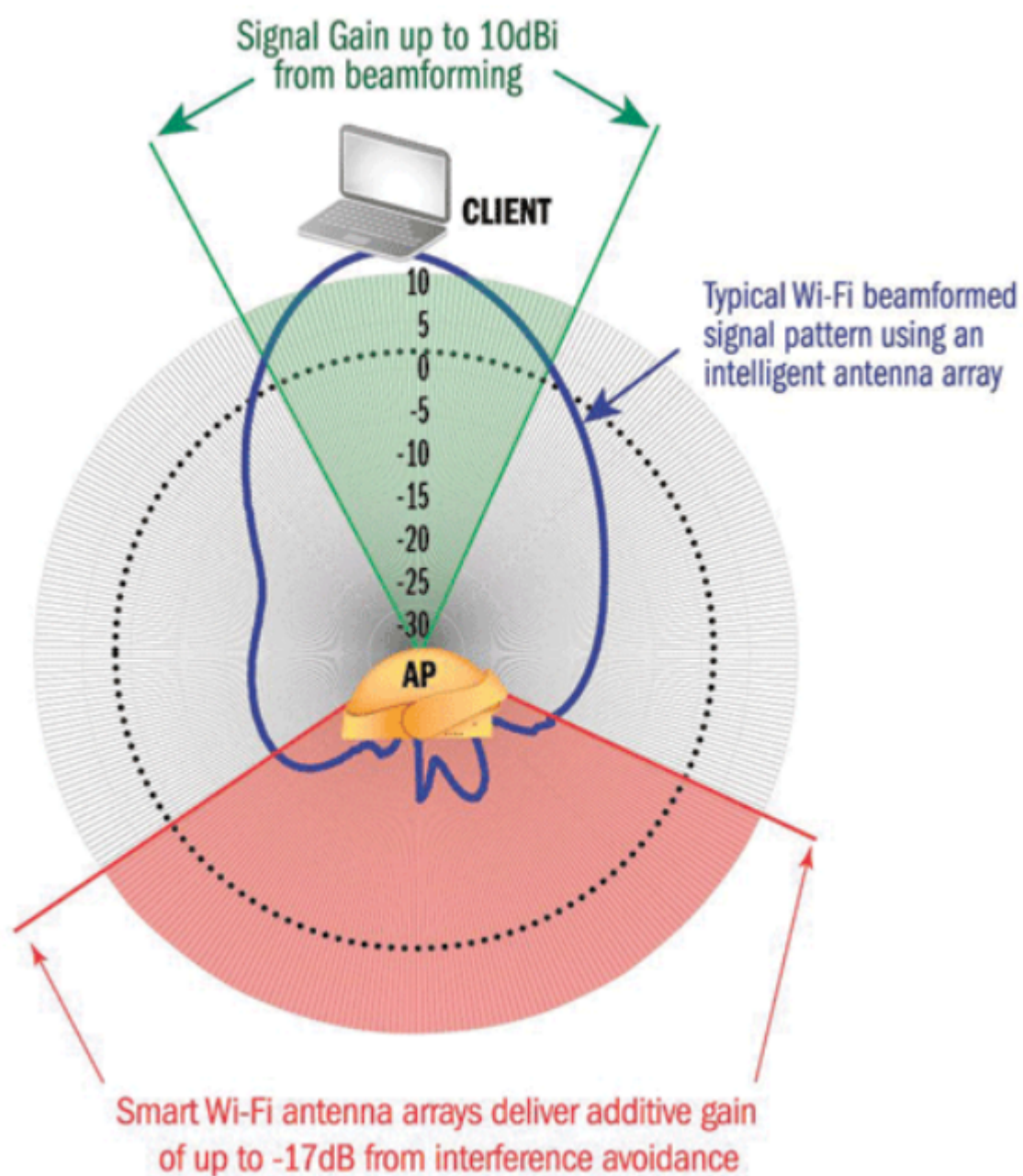
4.4.2 - Adaptive Antennas

Questo array è in grado di **modificare in tempo reale il diagramma di radiazione** dirigendo un angolo di guadagno direttivo prossimo allo zero verso l'interferente, **preservando un guadagno direttivo elevato** verso l'utente desiderato o verso access points. Gli array adattivi sono complessi e relativamente costosi rispetto ad altre soluzioni.

Queste antenne sono in grado di modificare la direzione di puntamento nonché dei nulli, in base alla direzione d'arrivo rispettivamente dei segnali provenienti da end user o da sorgenti d'interferenza.



Caratteristiche	Vantaggi
GUADAGNO: input da antenne multiple sono combinati per ottimizzare la potenza disponibile, necessaria a stabilire un certo livello di copertura	MIGLIOR RANGE/COPERTURA: Concentrare l’energia inviata in una cella aumenta il range e la copertura delle stazioni base. Requisiti di alimentazioni inferiori consentono, inoltre, un ottimo tempo di vita della batteria e un handset più piccolo/leggero
RIGETTO DELLE INTERFERENZE: Il pattern dell'antenna può essere generato verso sorgenti di interferenza co-canale, migliorando il rapporto segnale-interferenza dei segnali ricevuti	MAGGIORE CAPACITÀ: Il controllo preciso della qualità del segnale e la mitigazione dell'interferenza combinati al riutilizzo della frequenza riducono la distanza (o dimensione del cluster) migliorando la capacità. Alcune tecnologie adattive (come la divisione dello spazio ad accesso multiplo) supportano l'uso delle frequenze all'interno della stessa cella
DIVERSITÀ SPAZIALE: le informazioni composite dell'array vengono utilizzate per ridurre al minimo il fading e altri effetti indesiderati della propagazione multipath	RIGETTO DEL MULTIPATH: Può utilizzare l'effettivo ritardo di fase del canale, consentendo il supporto di bit rate più alti senza l'uso di un equalizzatore.
EFFICIENZA DI POTENZA: combina input a più elementi per ottimizzare il guadagno di elaborazione disponibile nel downlink (verso l'utente)	SPESE RIDOTTE: Ne risulteranno costi inferiori dell'amplificatore, consumo energetico e maggiore affidabilità.

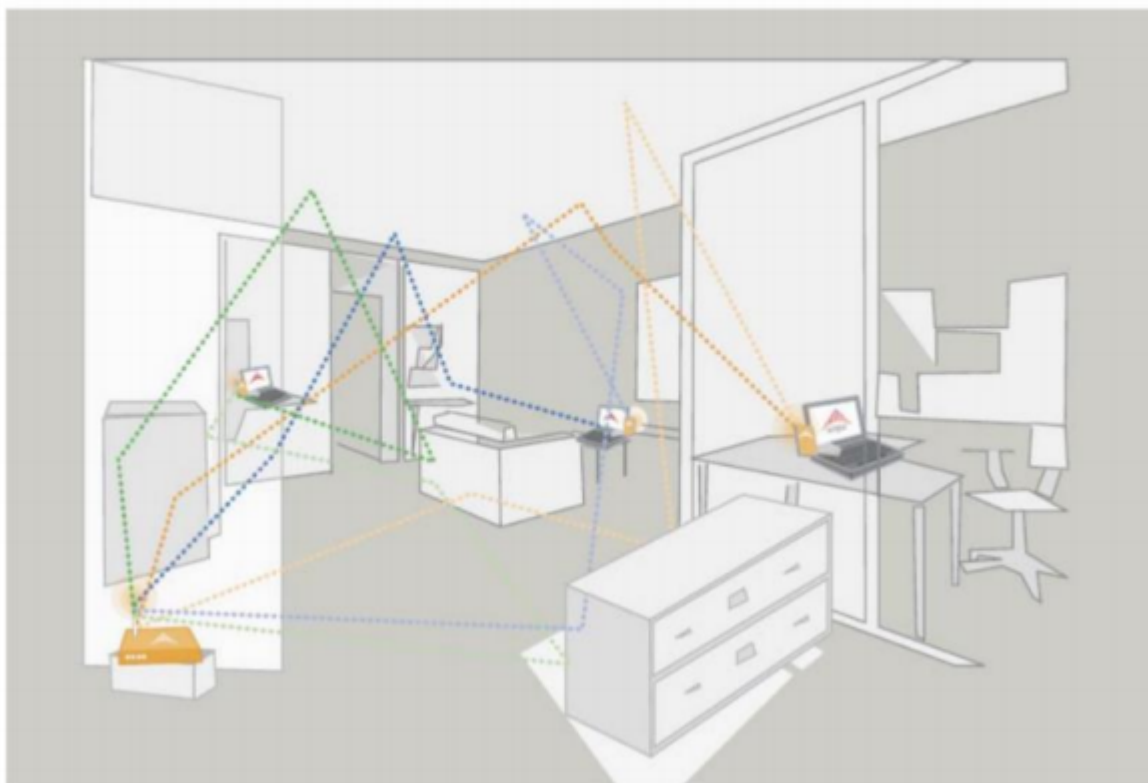


4.4.2.1 - Multipath

Le **antenne adattive e a fascio commutato soffrono di multipath**: un fenomeno di *perdita di informazioni*, dovuto al fatto che, nel percorso tra trasmittente e ricevente, il segnale può compiere diversi cammini.

Tale problema è dovuto alla presenza di ostacoli e riflessioni del segnale, che venendo riflesso arriva più volte all'antenna di ricezione.

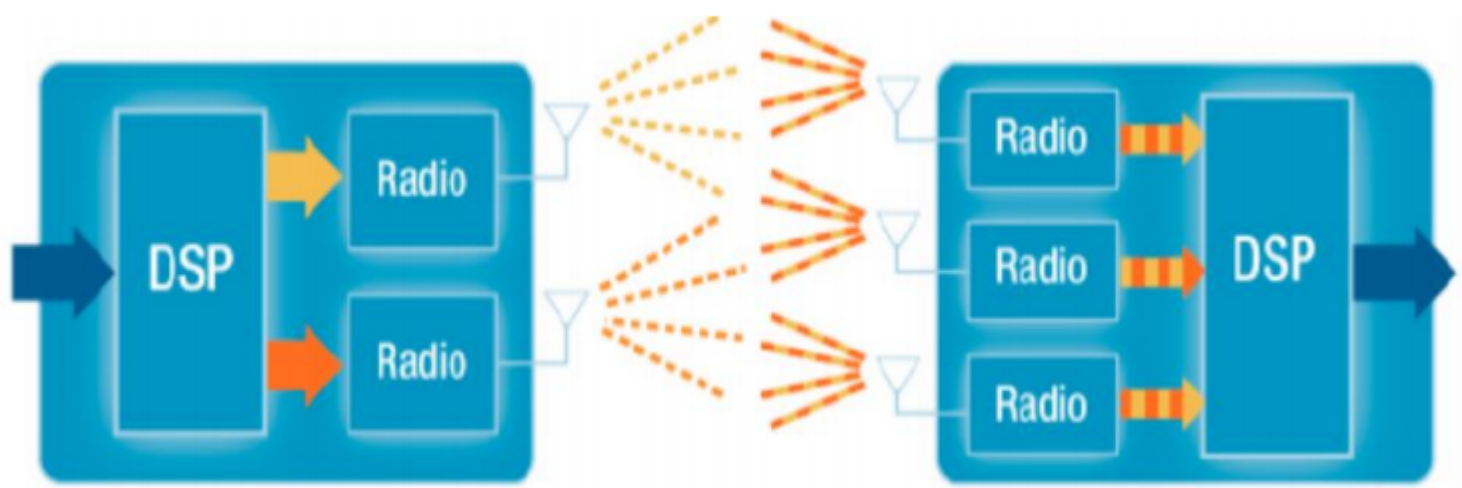
Indoor multipath



4.5 - Sistemi di Antenne MIMO

La tecnologia **Multiple Input - Multiple Output (MIMO)** utilizza più trasmettitori e ricevitori per trasferire *più dati contemporaneamente*. Sfrutta a suo favore il fenomeno di propagazione multipath in cui le informazioni trasmesse rimbalzano su pareti, soffitti e altri oggetti, raggiungendo l'antenna ricevente tramite angoli diversi in momenti diversi.

Con MIMO, l'estremità ricevente utilizza un algoritmo o un'elaborazione speciale del segnale per ordinare i segnali multipli al fine di produrre un segnale che dispone dei dati originariamente trasmessi.



MIMO fa funzionare le antenne in modo più intelligente consentendo loro di inviare e ricevere più flussi spaziali. Le antenne riceventi combinano flussi di dati provenienti da percorsi diversi e a tempi diversi sfruttando il multipath invece di mitigarlo. I sistemi MIMO offrono *velocità dati, portata e affidabilità superiori* senza richiedere larghezza di banda aggiuntiva o potenza di trasmissione.

