

基于大数据的不确定交通流实时分配研究^{*}

苏 兵^{1,3}, 邵艳君¹, 姬 浩^{1,3}, 陈金鑫¹, 张 娟¹, LIN Guohui²

(1. 西安工业大学 经济管理学院, 西安 710021; 2. 阿尔贝塔大学 计算机科学系, 加拿大 埃德蒙顿 T6G 2E8;
3. 陕西高校军民融合科技创新研究中心, 西安 710021)

摘 要: 为实现每个出行者出行费用尽可能少的目标, 针对城市交通路网起始节点择路到目的地节点的交通流实时分配问题, 选取适用于预测不确定交通流的非参数回归模型、Kalman 滤波模型和神经网络模型, 建立基于交通大数据的贝叶斯组合预测模型预测未来长度为 T 时间段内的交通流量, 研究采用在线理论与方法, 设计 BOUE 策略, 将当前时间段到达出发节点的实际交通流量和下一时间段到达出发节点的预测交通流量一起分配到交通网络上。研究结果表明该策略在路段通行能力受限时不同形式路阻函数下的执行效果较好, 可为交通管理部门指挥交通流和出行者出行提供有效理论依据。

关键词: 交通流; 实时分配; 在线理论; 贝叶斯组合

中图分类号: U491.1

文献标志码: A

文章编号: 1673-9965(2020)05-0567-06

Research on Real-Time Assignment of Uncertain Traffic Flow Based on Big Data

SU Bing^{1,3}, SHAO Yanjun¹, JI Hao^{1,3}, CHEN Jinxin¹, ZHANG Juan¹, LIN Guohui²

(1. School of Economics and Management, Xi'an Technological University, Xi'an 710021, China;

2. Department of Computing Science, University of Alberta, Edmonton, Alberta T6G 2E8, Canada;

3. Civil-Military Integration Science and Technology Innovation Research Center of Shaanxi's Colleges and Universities, Xi'an 710021, China)

Abstract: In order for each user to travel at little cost as possible and to solve the problem of real-time traffic flow assignment from the origin nodes to the destination nodes of the urban traffic network, the nonparametric regression model, the Kalman filtering model and the neural network model are selected to establish a Bayesian combination forecasting model based on large traffic data to predict the future traffic flow during a time period of T . The Online theory and method are adopted to design the BOUE strategy for distributing both the actual traffic flow arriving at the departure node in the current time period and the predicted traffic flow arriving at the departure node in the next time period to the traffic network.

^{*} 收稿日期: 2020-01-28

基金资助: 教育部人文社科基金项目(18YJAZH080)。

第一作者简介: 苏 兵(1970—), 女, 西安工业大学教授, 主要研究方向为交通运输管理, E-mail: subing684@sohu.com。

引文格式: 苏兵, 邵艳君, 姬浩, 等. 基于大数据的不确定交通流实时分配研究[J]. 西安工业大学学报, 2020, 40(5): 567-572.

SU Bing, SHAO Yanjun, JI Hao, et al. Research on Real-Time Assignment of Uncertain Traffic Flow Based on Big Data [J]. Journal of Xi'an Technological University, 2020, 40(5): 567-572.

together. The results show that the strategy performs well under different road resistance functions when the road capacity is limited. The study can provide an effective theoretical basis for the traffic management department to direct traffic flow and user travel.

Key words: traffic flow; real-time assignment; online theory; Bayesian combination

交通网络的用户均衡指所有出行者在完全理性的情况下独立做出令自身出行费用最小的决策,使得网络流量分布时无人能够通过单方面改变自己的路径降低自身的费用^[1]。现有基于用户均衡的交通流实时分配,一类假设实时交通流量确定,构建基于变分不等式的用户均衡模型等方法^[2-3]。另一类假设实时交通流量不确定,或为随机化交通流量,将其转化为静态问题进行处理^[4-5];假设实时交通流量变化不具有任何规律,采用在线理论与方法设计基于用户均衡的在线策略^[6-9],证明策略的竞争比^[10-11]。在实际中交通流分配是一个由出行者参与且不断变化的能动过程,出行者无法获取确定的或统计意义下的交通流量,通常可以采用大数据分析的方法预判未来交通量从而进行路径选择。“车联网”技术使得所有的交通流量以数据的形式实时记录,“交通大数据”即由这些数据串联融合形成,因此,基于交通大数据预测未来交通流量进行交通流分配,从而减少每个出行者出行费用是研究关注的重点问题。现有基于交通大数据的交通流预测大多以提高交通流预测准确度为目标,建立单一预测模型反应时间长、受外界干扰大^[12-13];最优权重组合预测模型中各模型预测值权重的设定受预测人的主观影响较大^[14-15],未将交通流预测结果贡献于交通流的有效分配上。

本文考虑实际中未来交通流量无法获知的情形,针对城市路网起始节点择路去目的地节点的交通流分配问题,基于出行者均根据费用最小原则选择各自出行路径,采用多元概率比较回归(Probit)模型计算时间段 T 内到达起始节点的当前交通流量大数据,选取适用于不确定交通流预测的非参数回归模型、卡尔曼(Kalman)滤波模型和神经网络模型建立贝叶斯组合预测模型,预测下一个时间段 T 内到达出发节点的交通流量,在此基础上,采用在线理论与方法,以达到用户均衡为目标设计贝叶斯在线用户均衡(Bayesian Online User Equilibrium, BOUE)策略,分析策略在该路段通行能力受限时不同形式路阻函数下的竞争比,并分析策略执行效果。

1 问题描述和基本假设

给定一个城市交通网络 $G(V, E)$, V 为节点集合, E 为路段集合, $O', O, D \in V$, 其中 $O' = \{o'_s = 1, 2, \dots, n\}$ 为节点 O 交通流量的来源节点集合, O, D 分别为所有出行起始节点和讫节点的集合, 即 $O = \{o_j \mid j = 1, 2, \dots, w\}$, $D = \{d_m \mid m = 1, 2, \dots, y\}$ 。 P_{jm} 是点对 $\{o_j, d_m\}$ 间路径集合, 点对 $\{o_j, d_m\}$ 间路径用 p_{jm} 表示且 $p_{jm} \in P_{jm}$, $r_{p_{jm}}$ 为 $\{o_j, d_m\}$ 上的交通流量; e 上的交通流量为

$$r_e = \sum_j \sum_m \sum_{p_{jm} \in P_{jm}} r_{p_{jm}}(e);$$

$l_e = l_e(r_e)$ 为路阻函数, 用来度量 e 上流量为 r_e 时的通行费用, 路段的通行费用 $l(r_e)$ 与流量成正比。任意交通流量 r_e 的总通行费用可以表示为

$$C(r_e) = \sum_e l_e(r_e) r_e.$$

提出问题: 设计分配策略将到达 o_j 的不确定交通流量 R'_j 从 o_j 到 d_j 进行分配使得 G 中每个出行者的出行费用尽可能少。

该问题符合不确定性和序贯决策过程的在线问题特征, 可以采用在线理论与方法来解决, 所设计在线策略下的出行费用与对应离线问题最优费用的比值越接近于1, 证明策略的性能越好^[7]。

为了便于分析, 提出假设为

- 1) 出行者均选择自己认为出行费用最少的路径出行;
- 2) 交通流量任意可分配;
- 3) 出行者选择好路径后不再改变路径;
- 4) 把以出行者为单位的出行量转化为以用户为单位的交通流量。

2 策略及其竞争分析

出行者通过大数据分析的方法对未来交通量进行预测后主观选择出行费用最小的路径, 采用Probit方法计算当前时间段内到达出发节点的交通流量数据, 然后根据每个出行者出行时间不同导致交通流量在不同时间段到达节点 O 波动很大的特征, 选取适用于预测不确定交通流量的非参数回

归模型、Kalman 滤波模型和神经网络模型建立贝叶斯组合预测模型来预测未来时间段内的交通流量,进一步设计策略,并对路段通行能力受限时策略的执行效果进行分析。

2.1 基于大数据的节点 O 的不确定交通流量计算

根据用户均衡原则,即所有出行者在完全理性情况下独立做出令自身出行费用最小的决策,计算当前到达的交通流量,在此基础上建立贝叶斯组合预测模型计算未来到达路网节点 O 的交通流量,计算过程如下。

1) 当前时间段到达节点 O 的交通流量计算

给出时间点序列 $t_0, t_1, \dots, t_{i-1}, t_i, t_{i+1}, \dots$, $[t_{i-1}, t_i]$ 为任意一个时间段, T 为某个时间段的长度, $r_{P_{sj}}(t_i)$ 表示时间段 $[t_{i-1}, t_i]$ 内到达节点 O 的交通流量,如图 1 所示。

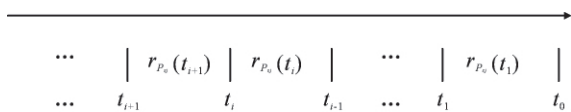


图1 每个时间段到达节点 O 的流量图(min)

Fig. 1 Traffic flow at Node O during each time period (min)

用 Probit 方法计算第 i 个时间段 $[t_{i-1}, t_i]$ 内到达节点 O 的交通流量为 $r_{P_{sj}}(t_i)$ 。

假定任一路段的通行费用满足正态分布,则出行者选择通行费用最小路径的概率为

$$P_{P_{sj}}^*(r) = \Pr(C_{P_{sj}}^*(r) \leq C_{P_{sj}}^p(r), \forall p \in P_{sj})$$

其中 $P_{P_{sj}}^*$ 为出行者主观认定的点对 (o'_s, o_j) 间路径 p^* 上的通行费用。若点对 (o'_s, o_j) 间的出行者数量非常多,则该概率相当于选择出行费用最小路径的出行者数量占所有出行者数量的比率。计算交通流量分配均衡解,即达到用户均衡下的出行费用。据此给出模型为

$$r_{p^*} = q_{P_{sj}} \cdot P_{P_{sj}}^*(r), \quad (1)$$

$$\sum r_{P_{sj}} = q_{P_{sj}}.$$

求解上述模型,可获得每个时间段到达路网节点 O 的当前交通流量数据。

2) 下一时间段到达节点 O 的交通流量预测

为减小预测误差,克服单项预测模型反应能力差、受外界干扰大的缺陷,基于交通流量大数据并结合贝叶斯组合模型对未来交通流量进行预测,选取适用于预测不确定交通流的非参数回归模型、

Kalman 滤波模型和神经网络模型。其中,神经网络模型能根据实时交通流量的变化自动调整预测精度;Kalman 滤波模型的预测误差与时间段长度 T 的变化基本无关;非参数回归模型操作方便,可预测每个时间段内不同路段上的交通流量,且预测误差分布均衡。

选用 3 个预测模型(非参数回归模型、Kalman 滤波模型和神经网络模型)中任意一个模型的预测值 $r_{P_{sj}}^k(t_i)$ 来表示第 i 个时间段 $[t_{i-1}, t_i]$ 内到达路网出发节点 O 的当前交通流量 $r_{P_{sj}}(t_i)$ ($k=1, 2, 3, \dots$ 表示模型的编号), $r_{P_{sj}}(t_i) = r_{P_{sj}}^k(t_i) + \epsilon_{P_{sj}}^k(t_i)$, 式中 $r_{P_{sj}}^k(t_i)$ 为 k 模型预测的交通流量, $\epsilon_{P_{sj}}^k(t_i)$ 为 k 模型的预测误差。在任一时间段上,3 个模型中总存在 1 个模型的预测精度相对更高,即该模型的预测值与实际值更接近,但不能事先获知是哪个模型,因此引入变量 z 表示 k 的取值,取值的条件概率为 $p^k r_{P_{sj}}(t_i) = P(z) = k | r_{P_{sj}}(t_i), pr_{P_{sj}}(t_{i-1}), \dots, pr_{P_{sj}}(t_1))$, 根据贝叶斯定理可得预测模型 k 的权值,并将其用于下一时间段的预测中。在第 t_i 时刻,将预测值与模型权重分别相乘后的加和值作为组合模型预测的交通流量,即

$$r'_{P_{sj}}(t_{i+1}) = \sum_{k=1}^3 p^k r_{P_{sj}}(t_i) p^k r_{P_{sj}}(t_{i+1}).$$

由于受到路段通行能力的限制,有

$$p^k r_{P_{sj}}(t_i) = \frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} p^k r_{P_{sj}}(t_{i-1}) e^{r_{P_{sj}}(t_i) - r_{P_{sj}}^k(t_i) / \sigma^2}}{\sum_{k=1}^3 \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} p^k r_{P_{sj}}(t_{i-1}) e^{r_{P_{sj}}(t_i) - r_{P_{sj}}^k(t_i) / \sigma^2}}. \quad (2)$$

当前时间段实际交通流量与下一时间段预测交通流量可能无法全部被分配到网络上,且当前时间段到达出发节点的实际交通流量已经无法改变,故提出可分配的预测交通流量 $\lambda_j(t_i) r'_{P_{sj}}(t_{i+1})$, $\lambda_j(t_j) \in (0, 1]$ 与路段最大通行能力和时间段 $[t_{i-1}, t_i]$ 内到达路网节点 O 的当前实际交通流量强相关。

设计在线策略对可分配的交通量进行实时分配如下。

2.2 BOUE 策略设计

BOUE 策略为基于最小费用出行原则分配 $R'_{P_{sj}}, R'_{P_{sj}}$ 表示在 t_i 时刻到达路网节点 O 的实际交通流量 $r_{P_{sj}}$ 与下一时段 $(t_i, t_{i+1}]$ 到达的部分预测交

通流量 $\lambda_j(t_i)r'_{p_{sj}}(t_{i+1})$ 之和,分配完所有到达的交通流量,达到用户均衡目标下的出行费用。

BOUE 策略下的交通流量分配如图 2 所示。

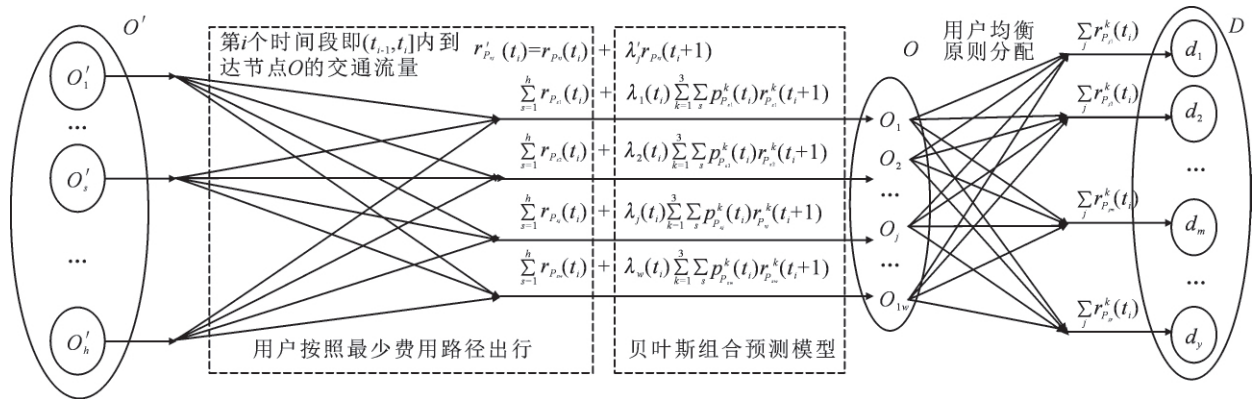


图2 贝叶斯在线用户均衡策略分配交通流量图

Fig. 2 Traffic flow distribution by Bayesian online user equilibrium strategy

2.3 策略竞争比分析

令 M_e 为 e 路段的最大通行能力,根据第 i 个时间段到达起点 o_j 的当前交通流量 $r_e(t_i)$ 预测第 $i+1$ 时间段到达起点 o_j 的交通流量为 $r'_e(t_{i+1})$ 。由每个路段最大通行能力限制给出流量分配的情形,分为路阻函数为线性函数和 g 次幂的多项式函数两种情形讨论出行者出行费用。

情形1 到达起始节点的当前交通流量均大于路段最大通行能力

情形1下,即 $\{o_j, d_m\}$ 点对间路段 $e \in E$ 上交通流量 $r_e = \sum_j \sum_m \sum_{p \in p_{jm}} r_{p_{jm}} \delta_{jm}^{ep} > M_e$,基于用户均衡原则将当前交通流量 M_e 分配到路网上,所有出行者的出行费用为 $C(R) = \sum_{i=1}^n \sum_e l_e(M_e) M_e$ 。

路阻函数为线性函数时,所有出行者的出行费用为 $C(R) = \sum_{i=1}^n \sum_e (aM_e + b) M_e$ 。

路阻函数为 g 次幂的多项式函数时所有出行者的出行费用为 $C(R) = \sum_{i=1}^n \sum_e (a_g M_e^g + \dots + a_1 M_e + a_0) M_e$ 。

在情形1下,在线策略的竞争比与路阻函数的形式无关,所有出行者的出行费用等于对应离线问题的最优费用。

情形2 起始节点的当前交通流量大于路段最大通行能力的同时,到达路段起始节点的当前交通流量小于等于路段最大通行能力。

按照路阻函数的不同形式将情形2分为情形

2.1 和情形2.2,并讨论这两个子情形下BOUE策略的竞争比。

情形2.1 路阻函数为非负非递减线性函数。

路阻函数为线性函数时,BOUE策略下出行者的出行费用为

$$C(R') = \sum_{i=1}^n \sum_e (\gamma_i (aM_e + b) M_e) + \sum_{i=1}^n \sum_e \eta_i \left[\int_0^{r_e(t_i) + \lambda_i \cdot p_{jm} r'_e(t_{i+1})} (ar + b) dr \right]. \quad (3)$$

用 $\alpha_{i,j}$ 和 $\beta_{i,j}$ 分别表示预测的下一时间段交通流量小于等于当前时间段交通流量和预测的下一时间段交通流量大于当前时间段交通流量时,预测值 $r'_e(t_{i+1})$ 与当前交通流量 $r_e(t_i)$ 之间的比值,满足 $\alpha_{i,p_{jm}} r_e(t_i) = r'_e(t_{i+1}), \beta_{i,p_{jm}} r_e(t_i) = r'_e(t_{i+1})$, 其中 $\alpha_{i,p_{jm}}, \beta_{i,p_{jm}}$ 为常数且 $\beta_{i,p_{jm}} \in [0, 1], \alpha_{i,p_{jm}} \in [1, 2]$ 。假设预测值 $r'_e(t_{i+1})$ 在区间 $(\alpha_{i,p_{jm}} r_e(t_i), \beta_{i,p_{jm}} r_e(t_i))$ 上符合均匀分布,则预测交通流量的期望为 $E(r'_e(t_{i+1})) = \frac{\alpha_{i,p_{jm}} + \beta_{i,p_{jm}}}{2} r_e(t_i), i = 1, 2, \dots, n-1, j = 1, 2, \dots, w, m = 1, 2, \dots, y$ 。式(3)可改写为

$$C(R') = \sum_{i=1}^n \sum_e (\gamma_i (aM_e + b) M_e) + \sum_{i=1}^n \sum_e \eta_i \left[\int_0^{(1 + \frac{\lambda_i \cdot p_{jm} (\alpha_{i,p_{jm}} + \beta_{i,p_{jm}})}{2}) r_e(t_i)} (ar + b) dr \right]. \quad (4)$$

令 $\alpha = \max_{i,p_{jm}} \alpha_{i,p_{jm}}, \beta = \max_{i,p_{jm}} \beta_{i,p_{jm}}, \lambda = \max_{i,p_{jm}} \lambda_{i,p_{jm}}, i = 1, 2, \dots, n-1, j = 1, 2, \dots, w, m = 1, 2, \dots, y$,

结合式(4)可得

整理可得

$$C(R') \leqslant (1 + \int_{r_e(t_i)}^{(1+\frac{\lambda(\alpha+\beta)}{2})r_e(t_i)} (ar+b)dr) \cdot \\ (\sum_{i=1}^n \sum_e \gamma_i (aM_e + b)M_e) + \\ \sum_{i=1}^n \sum_e \eta_i [\int_0^{r_e(t_i)} (ar+b)dr] + \epsilon \leqslant \\ (1 + (\frac{\lambda(\alpha+\beta)}{2})^2 C(R) + \epsilon)$$

$$\text{其中, } \gamma_i = \begin{cases} 1, & \text{第 } i \text{ 个时间段交通量达到时,} \\ & M_e < r_e(t_i) \\ 0, & \text{否则} \end{cases}$$

$$\eta_i = \begin{cases} 1, & \text{第 } i \text{ 个时间段交通量达到时,} \\ & r_e(t_i) < M_e < r_e(t_i) + r'_e t_{i+1} \\ 0, & \text{否则} \end{cases}$$

且 γ_i, δ_i 之间互斥, 当第 i 个时间段的交通流量到达时满足 $\gamma_i + \eta_i = 1$ 。

从情形 2.1 的分析可知在路段通行能力受限时, 根据 BOUE 策略分配交通流量的竞争比为 $1 + (\frac{\lambda(\alpha+\beta)}{2})^2$ 。

情形 2.2 路阻函数是系数非负非递减且为次幂的多项式函数。

路阻函数为 g 次幂的多项式函数时, 出行者的出行费用为

$$C(R') = A + \sum_{i=1}^n \sum_e \eta_i [\int_0^{r_e(t_i)+\lambda_{i,p_{jm}} r'_e(t_{i+1})} \leftarrow (a_g r^g + \dots + a_1 r + a_0) dr. \quad (5)$$

与式(3)的处理方法类似, 将式(5)改写为

$$C(R') = A + \sum_{i=1}^n \sum_e \eta_i [\int_0^{r_e(t_i)+\lambda_{i,p_{jm}} \frac{\alpha_{i,p_{jm}}+\beta_{i,p_{jm}}}{2} r_e(t_i)} \leftarrow (a_g r^g + \dots + a_1 r + a_0) dr. \quad (6)$$

令 $\alpha = \max \alpha_{i,p_{jm}}, \beta = \max \beta_{i,p_{jm}}, \lambda = \max \lambda_{i,p_{jm}}, i = 1, 2, \dots, n-1, j = 1, 2, \dots, \omega, m = 1, 2, \dots, y$, 结合式(6)可得

$$C(R') \leqslant A + \sum_{i=1}^n \sum_e \eta_i [\int_0^{r_e(t_i)+\lambda_{i,p_{jm}} \frac{\lambda(\alpha+\beta)}{2} r_e(t_i)} \leftarrow (a_g r^g + \dots + a_1 r + a_0) dr.$$

整理可得

$$C(R') \leqslant A + (1 + (\frac{\lambda(\alpha+\beta)}{2})^{g+1}) \cdot \\ \sum_{i=1}^n \sum_e \eta_i [\int_0^{r_e(t_i)+\lambda_{i,p_{jm}} \frac{\lambda(\alpha+\beta)}{2} r_e(t_i)} \leftarrow$$

$$\leftarrow (a_g r^g + \dots + a_1 r + a_0) dr] < \\ (1 + \frac{\lambda(\alpha+\beta)}{2})^{g+1}) C(R) + \epsilon.$$

其中, η_i, γ_i 的定义与情形 2.1 中的定义是相同的, 同时有当第 i 个时间段的交通流量到达时满足 $\eta_i +$

$$\gamma_i = 1, A = \sum_{i=1}^n \sum_e (\gamma_i (a_g M_e^g + \dots + a_1 M_e + a_0) M_e).$$

因此给出定理 1。

定理 1 针对一个长度为 T 的连续时间段内到达路网出发节点的交通流量, 在 $r_e(t_i) > m_e$ 的情形下, BOUE 策略的竞争比为 1; 存在到达路段起始节点的当前交通流量 $r_e(t_i) \leqslant m_e$ 且存在到达路段起始节点的当前到达交通流量 $r_e(t_i) > m_e$ 的情形下, 当路阻函数 l_e 是非负非递减的线性函数时, BOUE 策略的竞争比为 $1 + (\lambda(\alpha+\beta)/2)^2$; 当路阻函数 l_e 是非负非递减且为 g 次幂的多项式函数时, BOUE 策略的竞争比为 $1 + (\lambda(\alpha+\beta)/2)^{g+1}$, 其中 $\alpha = \max \alpha_{i,p_{jm}}, \beta = \max \beta_{i,p_{jm}}, \lambda = \max \lambda_{i,p_{jm}}, i = 1, 2, \dots, n-1, j = 1, 2, \dots, \omega, m = 1, 2, \dots, y$ 。

3 结语

为实现每个出行者的出行费用尽可能少且不能通过单方面改变路径来进一步降低自身出行费用的目标, 文中通过大数据分析的方法计算 n 个长度为 T 的连续时间段内到达路网节点 O 择路去路网节点 D 的交通流量, 设计 BOUE 策略进行实时交通流分配, 即将当前时间段到达出发节点的实际交通流量和下一时间段到达出发节点的预测交通流量一起分配到交通网络上, 对策略竞争比的分析, 结果表明, 该策略在路段通行能力受限时不同形式路阻函数下的执行效果较好。其中, 在路段通行能力受限、存在到达路段起始节点的当前交通流量 $r_e(t_i) \leqslant m_e$ 且存在到达路段起始节点的当前到达交通流量 $r_e(t_i) > m_e$ 的情形下, 当路阻函数为线性函数时 BOUE 策略的竞争比为 $1 + (\lambda(\alpha+\beta)/2)^2$, 当路阻函数为 g 次幂的多项式函数时 BOUE 策略的竞争比为 $1 + (\lambda(\alpha+\beta)/2)^{g+1}$ 。研究结果表明, 在未来交通流量不确定的基础上, 结合大数据分析的方法, 采用 BOUE 策略进行实时交通流分配可为交通管理部门指挥疏导交通流和出行者出行的实时路径选择提供有效理论依据。

参考文献:

[1] WARDROP J G. Some Theoretical Aspects of Road

- Traffic Research; Road Paper[J]. Ice Proceedings Engineering Divisions, 1952, 1(3): 325.
- [2] ZENG M, LING Z, ZHANG B, et al. Stochastic Route Choice Models Based on VMS Information and Hierarchy for Urban Transport Network[J]. KSCE Journal of Civil Engineering, 2018, 22(2): 850.
- [3] 岳昊, 张鹏, 刘晓玲, 等. 拥堵路网交通流均衡分配模型[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2019, 51(9): 103.
YUE Hao, ZHANG Peng, LIU Xiaoling, et al. The Equilibrium Model for Congested Traffic Assignment in Road Networks[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2019, 51(9): 103. (in Chinese)
- [4] GENTILE G. New Formulations of the Stochastic User Equilibrium with Logit Route Choice as an Extension of the Deterministic Model[J]. Transportation Science, 2018, 52(6): 1.
- [5] 肖海燕. 组合用户平衡和随机用户平衡条件下的交通配流模型[J]. 华中师范大学学报(自然科学版), 2009, 43(4): 555.
XIAO Haiyan. An Equilibrium Assignment Model for Combined User Equilibrium with Stochastic User Equilibrium[J]. Journal of Huazhong Normal University (Natural Science), 2009, 43(4): 555. (in Chinese)
- [6] JAILLET P, LU X. Online Traveling Salesman Problems with Rejection Options[J]. Networks, 2014, 64(2): 84.
- [7] 苏兵, 林刚, 郭清娥. 带有信息有限预知的片堵塞加拿大旅行者问题[J]. 系统工程理论与实践, 2016, 36(10): 2673.
SU Bing, LIN Gang, GUO Qinge. Regional Blockage Canadian Traveler Problem with Finite Lookahead[J]. Systems Engineering - Theory & Practice, 2016, 36(10): 2673. (in Chinese)
- [8] 廉文琪, 徐寅峰. 基于预知信息和实时服务选择的在线 TSP 问题[J]. 系统工程理论与实践, 2016, 36(1): 86.
LIAN Wenqi, XU Yinfeng. The Online Traveling Salesman Problem with Real-Time Rejection Options and Advanced Information[J]. Systems Engineering - Theory & Practice, 2016, 36(1): 86. (in Chinese)
- [9] 苏兵, 林刚, 程新峰, 等. 突发性片堵塞下两车信息共享的加拿大旅行者问题[J]. 中国管理科学, 2018, 26(7): 151.
SU Bing, LIN Gang, CHEN Xinfeng, et al. Regional Blockage Canadian Traveler Problem under Two Vehicles Information Sharing[J]. Chinese Journal of Management Science, 2018, 26(7): 151. (in Chinese)
- [10] HARKS T, HEINZ S, PFETSCH M E, et al. Online Multicommodity Routing with Timewindows[R]. Berlin: Konrad-Zuse-Zentrum für Informationstechnik, 2007.
- [11] 武小平. 基于用户均衡策略的在线交通量分配[J]. 系统工程, 2013, 31(6): 83.
WU Xiaoping. Online Traffic Routing Based on the User Equilibrium Strategy[J]. Systems Engineering, 2013, 31(6): 83. (in Chinese)
- [12] GHOSH B, BASU B, O'MAHONY M. Multivariate Short-Term Traffic Flow Forecasting Using Time-Series Analysis[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2009, 10(2): 246.
- [13] 郭海锋, 方良君, 俞立. 基于模糊卡尔曼滤波的短时交通流量预测方法[J]. 浙江工业大学学报, 2013, 41(2): 218.
GUO Haifeng, FANG Liangjun, YU Li. A Short-Term Traffic Flow Prediction Model Based on Fuzzy Kalman Filtering[J]. Journal of Zhejiang University of Technology, 2013, 41(2): 218. (in Chinese)
- [14] 郑中为, 史其信. 基于贝叶斯组合模型的短期交通流量预测研究[J]. 中国公路学报, 2005, 18(1): 85.
ZHENG Zhongwei, SHI Qixin. Study of Short-Term Freeway Traffic Flow Prediction Based on BAYESIAN Combined Model[J]. China Journal of Highway and Transport, 2005, 18(1): 85. (in Chinese)
- [15] 王建, 邓卫, 赵金宝. 基于改进型贝叶斯组合模型的短时交通流量预测[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2012, 42(1): 162.
WANG Jian, DENG Wei, ZHAO Jinbao. Short-Term Freeway Traffic Flow Prediction Based on Improved Bayesian Combined Model[J]. Journal of Southeast University (Natural Science Edition), 2012, 42(1): 162. (in Chinese)

(编辑、校对 白婕静)