厦门大学《大学物理学B》课程

期末试题·答案

考试日期：2015年6月　信息学院自律督导部整理

自律督导部

1.（15分）

一立方米的密闭容器内盛有14克的氮气，若氮气可视为刚性的理想气体，在$27^{0}C$的室温下，试求：

（1）容器内气体的压强；

（2）氮气分子热运动的最可几速率v_p、平均速率$\bar{v}$和方均根速率$\sqrt{v^2}$；

（3）一个氮气分子的平均平动动能；容器内氮气的内能是多少？

解：（1）由理想气体状态方程有：

$$p=\frac{m}{M_{mol}}\frac{RT}{V}=\frac{14}{28}\times\frac{8.31\times 300}{1}=1.25\times 10^{3}(Pa)\text{；——（3分）}$$

（2）最概然速率为：$v_p=\sqrt{\dfrac{2RT}{M}}=422.0(m/s)$；

平均速率为：$\bar{v}=\sqrt{\dfrac{8RT}{\pi M}}=476.2(m/s)$；

方均根速率为：$\sqrt{v^2}=\sqrt{\dfrac{3RT}{M}}=516.8(m/s)$；——（$3\times 2=6$分）

（3）平均平动动能为：$\overline{\varepsilon_t}=\dfrac{3}{2}kT=6.210\times 10^{-21}(J)$;

而内能为：$E=\dfrac{m}{M}\dfrac{i}{2}RT=\dfrac{14}{28}\times\dfrac{5}{2}\times 8.31\times 300=3.12\times 10^{3}(J)$。——（$2\times 3=6$分）

2.（14分）

一容器中间被一隔板分成体积相等的两半，一半装有氦气，温度为$250K$；另一半装有氧气，温度为$310K$。二者压强相等，求去掉隔板两种气体混合后的温度。

解：依题意，假设初态氦气状态参量为：P_1,V_1,T_1;　而氧气为：P_2,V_2,T_2;

$\because P_1V_1 = \nu_1 RT_1 = P_2V_2 = \nu_2 RT_2 \cdots\cdots\cdots(1)$ ——（3分）

又因为两种气体在混合过程中，系统与外界没有热量和功的交换，

根据热力学第一定律：$Q = \Delta E + W$ ，有 $\Delta E = 0$ ——（4分）

即 $E_1 = E_2 = E$ ，

故得： $E = \nu_1 \times \frac{3}{2} \times RT_1 + \nu_2 \times \frac{5}{2} \times RT_2 = (\nu_1 \times \frac{3}{2} + \nu_2 \times \frac{5}{2})RT \cdots\cdots\cdots(2)$

（或：$\Delta E = \nu_1 \times \frac{3}{2} R(T - T_1) + \nu_2 \times \frac{5}{2} R(T_2 - T) = 0$ ） ——（4分）

解得混合后气体温度为： $T = \frac{8T_1T_2}{5T_1 + 3T_2} = \frac{8 \times 250 \times 310}{5 \times 250 + 3 \times 310} = 284.4K$ ——（3分）

3. （15 分）

导体中共有 N 个自由电子（电子的分布可视为电子气），电子气中电子的最大速率 v_F 称为费米速率。电子按速率的分布遵从费米分布律，其分布函数为：

$$f(v) = \frac{dN}{Ndv} = \begin{cases} \frac{4\pi v^2 A}{N} & (v_F > v > 0) \\ 0 & (v > v_F) \end{cases}$$，其中 A 为常量。

（1）求常数 A；

（2）求电子气中电子的平均动能。

解：（1）由归一化条件：$\int \frac{dN}{N} = \int_0^{v_F} \frac{4\pi v^2 A dv}{N} = \frac{4\pi A}{N} \frac{1}{3} v_F^3 = 1$ ——（4 分）

解得：$A = \frac{3N}{4\pi v_F^3}$ ；——（3 分）

（2）$\because \overline{v^2} = \int_0^{v_F} v^2 f(v) dv = \frac{4\pi A}{N} \int_0^{v_F} v^4 dv = \frac{4\pi A}{N} \frac{1}{5} v_F^5 = \frac{3}{5} v_F^2$，——（4 分）

所以电子平均动能： $\bar{\varepsilon}_k = \frac{1}{2} m_e \overline{v^2} = \frac{1}{2} m_e \cdot \frac{3}{5} v_F^2 = \frac{3}{10} m_e v_F^2$ ——（4 分）

4. （14 分）

某单原子理想气体经历一准静态过程，压强 P 与温度 T 成反比。

（1）求此过程中该气体的摩尔热容 C；

（2）设此过程中某一时刻气体压强为 P_0，体积为 V_0，求在体积从 V_0 增加到 $2V_0$ 过程中气体对外所做的功。

解：（1）设过程方程为： $pT=\alpha$，其中 α 为常量。

将此方程与 $pV=\nu RT$ 联立，消去 p，

可得： $V=\dfrac{\nu RT^2}{\alpha}=\dfrac{\nu\alpha R}{P^2}$ ——（4 分）

由热力学第一定律有：

$$dQ=pdV+\frac{3}{2}\nu RdT=2p\frac{\nu}{\alpha}RTdT+\frac{3}{2}\nu RdT=(2+\frac{3}{2})\nu RdT=\frac{7}{2}\nu RdT$$ ——（4 分）

所以，摩尔热容 $C=\dfrac{7}{2}R$ ——（2 分）

（2）又因为：$p=\sqrt{\dfrac{\alpha\nu R}{V}}=\sqrt{\dfrac{p_0T_0\nu R}{V}}=\sqrt{\dfrac{p_0^2V_0}{V}}$

所以过程气体做功：$W=\displaystyle\int_{V_0}^{2V_0}p\,dV=\int_{V_0}^{2V_0}\sqrt{\frac{p_0^2V_0}{V}}\,dV=2(\sqrt{2}-1)p_0V_0$ ——（4 分）

5. （14 分）

一热机每秒从高温热源 $T_1=600K$ 吸取热量 $Q_1=3.34\times10^4(J/s)$，做功后向低温热源 $T_2=300K$ 放出热量 $Q_2=2.09\times10^4(J/s)$ 。试问：

(1) 问它的效率是多少？它是不是可逆机？

(2) 如果尽可能地提高了热机的效率，问每秒从高温热源吸热 $3.34\times10^4(J/s)$，则每秒最多能作多少功？

解：（1）由：$\eta=1-\dfrac{Q_2'}{Q_1'}=1-\dfrac{Q_2/\Delta t}{Q_1/\Delta t}=1-\dfrac{2.09\times10^4}{3.34\times10^4}=37.4\%$；——（3分）

根据卡诺定理： $\eta_{可逆}=\eta_{卡诺}=1-\dfrac{T_2}{T_1}=1-\dfrac{300}{600}=50\%$ ；——（3分）

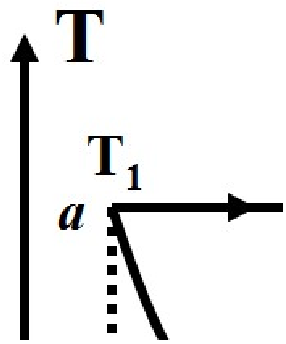
由以上两种热机效率的比较，可知：$\eta<\eta_{卡诺}$，说明该热机不是可逆机。——（2分）

（2）由： $\eta_{\max}=\eta_{可逆}=\frac{W'}{Q_1'}=\frac{W_{\max}/\Delta t}{Q_1/\Delta t}$ $\Rightarrow$ ——（3分）

$$\frac{W_{\max}}{\Delta t}=\eta_{可逆}\times\frac{Q_1}{\Delta t}=50\%\times 3.34\times 10^4=1.670\times 10^4 (J/s)$$ 。——（3 分）

6. （14 分）

某循环过程的T-V 曲线如图所示。该循环的工作物质为ν摩尔理想气体，其等容摩尔热容C_V和比热容γ均已知，且为常量。已知a点的温度为T_1，体积为V_1；b点的体积为V_2；ca为绝热过程。求：



（1）c点的温度T_C；

（2）循环的效率η。

解：（1）$\because b\to c$为等容过程，有：$V_c=V_2$；

$c\to a$为绝热过程，其过程方程为：$T_1V_1^{\gamma-1}=T_cV_c^{\gamma-1}$，——（4 分）

解得：$T_c=T_1(\frac{V_1}{V_2})^{\gamma-1}$ ；——（2 分）

（2）$a\to b$为等温膨胀过程，吸热：$Q_1=\nu \mathrm{R}\mathrm{T}_1\ln\frac{V_2}{V_1}$，——（3 分）

$b\to c$为等容降温过程，放热：$-Q_2=\nu C_V(T_1-T_c)$ ——（3 分）

$c\to a$为绝热过程，与外界无热量交换。

因而循环效率： $\eta=\frac{W}{Q_1}=1-\frac{Q_2}{Q_1}=1-\frac{C_V}{R}\cdot\frac{[1-(\frac{V_1}{V_2})^{\gamma-1}]}{\ln(\frac{V_2}{V_1})}$ 。——（2 分）

7. （14 分）

说明：

（1）一条等温线与一条绝热线可以有两个交点吗？为什么？

（2）一可逆卡诺热机工作在两个恒温热源T_1与T_2（$T_1>T_2$）之间，如果工作物质的体积膨胀得多些，则热机做的净功是否就多些？效率是否会因此高一些？为什么？

答：（1）一条等温线与一条绝热线不可能有两个交点。——（3分）

因为，若假设可以有两个交点，那么，它将形成一个循环过程。这样的循环过程导致从单一热源吸取热量使之变有用的功而不产生其他影响，这显然违背了热力学第二定律。所以，一条等温线与一条绝热线不可能有两个交点；——（3分）

（2）卡诺热机效率为： $\eta_c=\dfrac{W}{Q_1}=1-\dfrac{T_2}{T_1}$ ，

a. 若工作物质的体积膨胀得多些，则循环过程曲线所包围的面积将大一些，也即热机做的净功就是就多一些；——（4分）

b. 但工作物质的体积膨胀得多些，在热机做的净功增大的同时，从高温热源T_1吸收的热量也增大。由热机效率关系式可见，η_c仅与恒温热源T_1与T_2有关，所以，此时热机效率将保持不变。——（4 分）