厦门大学《大学物理学 B》课程
期末试题·答案

考试日期：2010 年 6 月　信息学院自律督导部整理

1.　（15 分）

有一个容器中盛有一定量的理想气体，如果抽走一半质量的气体，然后压缩气体并对它加热，使剩余气体的温度由 27℃ 升到 127℃，体积减少一半，问与抽气前相比：

（1）气体压强变为原来的多少倍？

（2）气体分子的平均动能变为原来的多少倍？

（3）分子的方均根速率变为原来的多少倍？

解：（1）$\because \begin{cases} P_1V_1 = \nu_1 RT_1 \\ P_2V_2 = \nu_2 RT_2 \end{cases}$，$\nu_1 = 2\nu_2$，$V_1 = 2V_2$，

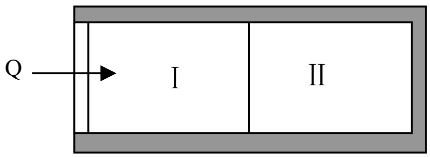
$$\therefore \frac{P_2}{P_1} = \frac{\nu_2 T_2 V_1}{\nu_1 T_1 V_2} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{4}{3};$$

（2）$$\frac{\bar{\varepsilon}_{k2}}{\bar{\varepsilon}_{k1}} = \frac{\frac{i}{2}kT_2}{\frac{i}{2}kT_1} = \frac{T_2}{T_1} = \frac{4}{3};$$

（3）$$\frac{\sqrt{\overline{v_2^2}}}{\sqrt{\overline{v_1^2}}} = \frac{\sqrt{\frac{3RT_2}{M_0}}}{\sqrt{\frac{3RT_1}{M_0}}} = \sqrt{\frac{T_2}{T_1}} = \frac{2}{\sqrt{3}}.$$　（3*5=15 分）

2.　（16 分）

如图，一容器被一可移动的、无摩擦的且绝热的活塞分割成 I，II 两部分，活塞不漏气。使容器左端封闭且导热，其他部分绝热。开始时在 I，II 中各盛有温度为 0 ℃，压强为 1 atm 的刚性双原子分子的理想气体。I、II 两部分的容积均为 36 L。现从容器左端缓慢地对 I 中的气体加热，使活塞缓慢地向右移动，直到 II 中气体的体积变为 18 L 为止。求：



（1）I 中气体末态的压强和温度；

（2）过程 II 中气体所做的功；

（3）过程外界传给 I 中气体的热量。

解：（1）过程中 $P_1 = P_2$ ，系统 II 进行绝热过程有：$P_{20}V_{20}^{\gamma} = P_2 V_2^{\gamma}$

即 $P_2 = (\frac{V_{20}}{V_2})^{\gamma} P_{20} = (\frac{36}{18})^{1.4} \times 1 = 2.64atm = 2.67\times10^5 Pa = P_1$ ；　（5 分）

又 $\because \frac{P_{10}V_{10}}{T_{10}} = \frac{P_1V_1}{T_1}$ ，$\therefore T_1 = \frac{P_1V_1}{P_{10}V_{10}}T_{10} = \frac{2.64\times(36+18)}{1\times36}\times273 = 1081K = 808^0 C$ ；

（2）$W_2 = \frac{P_{20}V_{20} - P_2V_2}{\gamma - 1} = \frac{(1\times36 - 2.64\times18)\times1.013\times10^5\times10^{-3}}{1.4-1} = -2.913\times10^3 J = -W_1$ ；

（5 分）

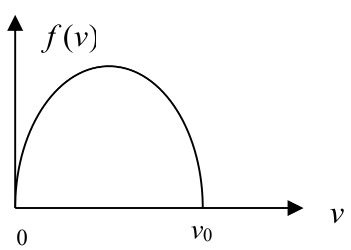
（3）
$$\because \Delta E_1 = \nu\cdot\frac{i}{2}R(T_1 - T_{10}) = \frac{i}{2}(P_1V_1 - P_{10}V_{10})$$
$$= \frac{5}{2}\times(2.64\times54 - 1\times36)\times1.013\times10^5\times10^{-3} = 2.70\times10^4 J$$

$\therefore Q_1 = \Delta E_1 + W_1 = 2.70\times10^4 + 2.96\times10^3 = 2.99\times10^4 J$　（6 分）

3.　（ 16 分）

设有 N 个粒子，其速率分布如图所示，速率分布函数为：

$$f(v) = \begin{cases} av^2 + bv + c & 0 < v < v_0 \\ 0 & v_0 < v \end{cases}$$



（1）求参数 a,b,c ；

（2）求最概然速率；

（3）求 N 个粒子的平均速率；

（4）求速率介于 $0 \sim \frac{v_0}{4}$ 之间的粒子数；

解：（1）$\because f(0) = a\cdot0 + b\cdot0 + c = 0$ ，

$f(v_0) = av_0^2 + bv_0 + c = 0$ ，

$\int_0^{\infty} f(v)dv = \int_0^{v_0}(av_0^2 + bv_0 + c)dv = 1$ ，

解得：$a = -\frac{6}{v_0^3}$ ，$b = \frac{6}{v_0^2}$ ，$c = 0$ ；

（2） 令 $\frac{df}{dv}=0$ ，得 $v_p=\frac{v_0}{2}$ ；

（3） $\bar{v}=\int_0^{\infty} vf(v)dv=\int_0^{v_0} v(av^2+bv)dv=\frac{v_0}{2}$ ；

（4） $\Delta N=N\int_0^{\frac{v_0}{4}} f(v)dv=N\int_0^{\frac{v_0}{4}}(av^2+bv)dv=\frac{5}{32}N$ 。 （4*4=16 分）

4. （15 分）

一定量的单原子分子理想气体，其体积依照 $V=a/\sqrt{p}$ （式中 p 为气体压强）的规律从 V_1 变化到 V_2，设 a 为已知常数，试求：

（1） 此过程中气体对外界所作的功；

（2） 内能增加了多少？

（3）系统的摩尔热容量 C_m 是多少？

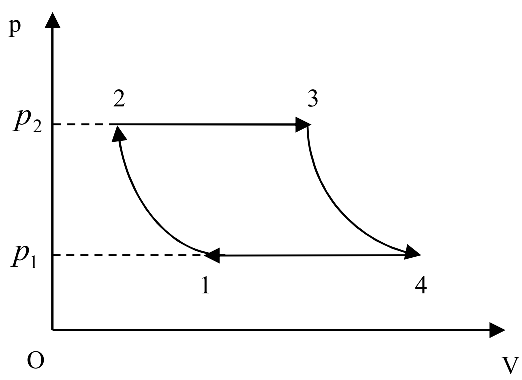
解：（1） $W=\int_{V_1}^{V_2} PdV=\int_{V_1}^{V_2}\frac{a^2}{V^2}dV=\frac{a^2(V_2-V_1)}{V_1V_2}$ ；

（2） $\Delta E=\nu\cdot\frac{i}{2}R(T_2-T_1)=\frac{i}{2}(P_2V_2-P_1V_1)=-\frac{3}{2}\frac{a^2(V_2-V_1)}{V_1V_2}$ ；

（3）
$$\because Q=\Delta E+W=-\frac{1}{2}\cdot\frac{a^2(V_2-V_1)}{V_1V_2}$$
$$=\nu C_m(T_2-T_1)=\frac{C_m}{R}(P_2V_2-P_1V_1)=-\frac{C_m}{R}\cdot\frac{a^2(V_2-V_1)}{V_1V_2}$$
$$\therefore C_m=\frac{R}{2}$$
（3*5=15 分）

5.（14 分）

设燃气涡轮机内的理想气体作如图所示的循环过程，其中 1->2，3->4 为绝热过程；2->3，4->1 为等压过程，设气体的比热容比为 γ（$\gamma=C_{p,m}/C_{V,m}$），求此循环的效率（用 p_1 、 p_2、 γ 表示）。



解：$1\to 2$： $Q_{12}=0$ ， $P_1V_1^{\gamma}=P_2V_2^{\gamma}$ ；或 $P_1^{\gamma-1}T_1^{-\gamma}=P_2^{\gamma-1}T_2^{-\gamma}$

$2\to 3$： $Q_{23}=\nu C_P(T_3-T_2)=(\frac{i+2}{2})P_2(V_3-V_2)=Q_1$ ；

$3\to 4$： $Q_{34}=0$ ， $P_2V_3^{\gamma}=P_1V_4^{\gamma}$ ； 或 $P_2^{\gamma-1}T_3^{-\gamma}=P_1^{\gamma-1}T_4^{-\gamma}$

$4\to 1$ ： $Q_{41}=\nu C_P(T_1-T_4)=(\frac{i+2}{2})P_1(V_1-V_4)=-Q_2$ ； （4*2=8 分）

$\therefore \frac{V_1}{V_4}=\frac{V_2}{V_3}$ ， $\frac{V_1}{V_2}=\frac{V_4}{V_3}=(\frac{P_2}{P_1})^{\frac{1}{\gamma}}$ ，

$$\therefore \eta=1-\frac{Q_2}{Q_1}=1-\frac{(\frac{i+2}{2})P_1(V_4-V_1)}{(\frac{i+2}{2})P_2(V_3-V_2)}=1-\frac{P_1}{P_2}\cdot\frac{V_4(1-\frac{V_1}{V_4})}{V_3(1-\frac{V_2}{V_3})}=1-(\frac{P_1}{P_2})^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

或 $\eta=1-\frac{Q_2}{Q_1}=1-\frac{\nu C_P(T_4-T_1)}{\nu C_P(T_3-T_2)}=1-\frac{T_4(1-\frac{T_1}{T_4})}{T_3(1-\frac{T_2}{T_3})}=1-(\frac{P_1}{P_2})^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$ （6 分）

6.（12 分）

在惯性系 K 中，测得有两个事件发生在同一地点，时间间隔为 4s。在另一个惯性系 K′中，测得这两个事件发生的时间间隔为 6s。试问：

（1）K′系与 K 系相对运动速度是多少？

（2）在 K′系中，测得这两个事件的空间距离是多少？

解：（1） $\because t_2'-t_1'=\frac{t_2-t_1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ 即 $6=\frac{4}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ ，解得 $v=\frac{\sqrt{5}}{3}c$ ；

（2） $\because t_2-t_1=\frac{t_2'+\frac{v}{c^2}x_2'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}-\frac{t_1'+\frac{v}{c^2}x_1'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}=\frac{(t_2'-t_1')-\frac{v}{c^2}(x_2'-x_1')}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$ ；

$\therefore x_2'-x_1'=\frac{c^2}{v}[(t_2-t_1)\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}-(t_2'-t_1')]=-2\sqrt{5}c$ （2*6=12 分）

7.（12 分）

两个静止质量都是m_0的小球，其中一个静止，另一个以$v=0.8c$运动。在他们做对心碰撞后粘在一起，求碰后：

（1）合成小球的运动速度；

（2）合成小球的静止质量。

解： $\because m_0c^2+mc^2=Mc^2$ —— （1）

$mv=MV$ —— （2）

$m=\dfrac{m_0}{\sqrt{1-\dfrac{v^2}{c^2}}}$ —— （3）

（解得：$m=\dfrac{5}{3}m_0$ ， $M=\dfrac{8}{3}m_0$）

（1）$\therefore V=\dfrac{mv}{M}=0.5c$ ；

（2） $M_0=M\sqrt{1-\dfrac{V^2}{c^2}}=2.31m_0$ （2*6=12 分）