厦门大学《大学物理学 B》课程

期末试题·答案

考试日期：2014 年 6 月　信息学院自律督导部整理

自律督导部

1.（12 分）

一尺子静止时的长度为l_0。若尺子相对于参考系S以$0.8c$的速率，沿平行于尺子长度方向的x轴正方向运动，则

（1）从参考系S测得该尺的长度是多少？

（2）若有另一参考系S'，相对于参考系S以$0.6c$的速率沿x轴正方向运动，问从S'系测得该尺子的长度是多少？

解：（1）$l = l_0\sqrt{1-(\frac{v}{c})^2} = l_0\sqrt{1-0.8^2} = \frac{3}{5}l_0$　　（2+2=4 分）

（2）尺子相当于S'系的速度：$u_x' = \frac{u_x - v}{1-u_x v/c^2} = \frac{0.8c-0.6c}{1-0.8\times0.6} = \frac{5}{13}c$ ；（2+2=4 分）

S'系测得该尺子的长度：$l' = l_0\sqrt{1-(\frac{u_x'}{c})^2} = l_0\sqrt{1-(\frac{5}{13})^2} = \frac{12}{13}l_0$ ；（2+2=4 分）

2. （14分）

一个质量为M的静止粒子，衰变为两个静止质量为m_1和m_2的粒子，问衰变后这两个粒子的动能E_{k1}、E_{k2}各是多少？(设光速为c).

解：衰变前后总能量守恒：$Mc^2 = E_{k1} + m_1c^2 + E_{k2} + m_2c^2$　—— （1）（4分）

由相对论动量和能量的关系：$E^2 = p^2c^2 + m_0^2c^4 = (E_k + m_0c^2)^2 \to p^2 = \frac{E_k^2}{c^2} + 2m_0E_k$

衰变前后动量守恒得到：$0 = p_1 + p_2$　有：　（4 分）

$$\frac{E_{k1}^2}{c^2} + 2m_1E_{k1} = \frac{E_{k2}^2}{c^2} + 2m_2E_{k2} \qquad —— （2）$$

解得：$E_{k1}=\dfrac{c^2}{2M}[(M-m_1)^2-m_2^2]$　；$E_{k2}=\dfrac{c^2}{2M}[(M-m_2)^2-m_1^2]$　（3+3=6 分）

3. （14 分）

容器中储存有$2mol$压强为$p=6.9\times10^5 Pa$、温度$t=127^oC$的氧气（可视为理想气体），求：

（1）单位体积内的分子数；

（2）分子的平均平动动能；

（3）系统的内能；

（4）分子热运动的最可几速率v_p、平均速率$\bar{v}$和方均根速率$\sqrt{\overline{v^2}}$。

解：（1）$n=\dfrac{p}{kT}=1.25\times10^{26}(个/\mathrm{m}^3)$　（3 分）

（2）$\bar{\varepsilon}_{kt}=\dfrac{3}{2}kT=8.28\times10^{-21}(\mathrm{J})$　（3 分）

（3）$E=\dfrac{5}{2}nRT=1.66\times10^4(\mathrm{J})$　（2 分）

（4）$\because\sqrt{\dfrac{RT}{M}}=\sqrt{\dfrac{8.31\times400}{32\times10^{-3}}}=322$　，

$\therefore v_p=1.41\sqrt{\dfrac{RT}{M}}=454m/s$　，$\bar{v}=1.60\sqrt{\dfrac{RT}{M}}=515m/s$　，$\sqrt{\overline{v^2}}=1.73\sqrt{\dfrac{RT}{M}}=557m/s$

（2+2+2=6 分）

4. （15 分）

某一气体系统含有N个单原子分子，分子质量为m_0，若分子按速率分布函数曲线如图所示，其中v_0为已知常量。求：

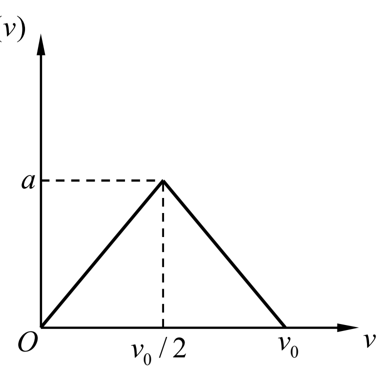
（1）$a=?$

（2）分子按速率分布函数$f(v)$；

（3）速率在$0\sim\dfrac{v_0}{4}$之间的分子数；

（4）分子的平均速率；

（5）系统内分子的总动能。



解：（1） $\int_0^{\infty} f(v)\mathrm{d}v = 1 \to \frac{1}{2}v_0 a = 1 \to a = \frac{2}{v_0}$

（2） $f(v) = \begin{cases} \frac{4}{v_0^2}v & (0 \le v \le \frac{v_0}{2}) \\ -\frac{4}{v_0^2}v + \frac{4}{v_0} & (\frac{v_0}{2} \le v \le v_0) \\ 0 & (v > v_0) \end{cases}$

（3） $\Delta N = N\int_0^{v_0/4} f(v)\mathrm{d}v = N\int_0^{v_0/4} \frac{4}{v_0^2}v\mathrm{d}v = \frac{N}{8}$

（4） $\bar{v} = \int_0^{\infty} vf(v)\mathrm{d}v = \int_0^{v_0/2} \frac{4}{v_0^2}v^2\mathrm{d}v + \int_{v_0/2}^{v_0} (-\frac{4}{v_0^2}v + \frac{4}{v_0})v\mathrm{d}v = \frac{v_0}{2}$ ；

（5） $\because \overline{v^2} = \int_0^{\infty} v^2 f(v)\mathrm{d}v = \int_0^{v_0/2} \frac{4}{v_0^2}v^3\mathrm{d}v + \int_{v_0/2}^{v_0} (-\frac{4}{v_0^2}v + \frac{4}{v_0})v^2\mathrm{d}v = \frac{7}{24}v_0^2$ ，

$\therefore E_k = N \times \frac{1}{2}m\overline{v^2} = \frac{7}{48}Nmv_0^2$

（3*5=15 分）

5. （15 分）

1mol 标态下的双原子理想气体，分别经以下两个准静态过程使体积膨胀为原来的两倍：

（1）等压过程；　　（2）等温过程；

问这两个过程中气体系统各吸收多少热量？对外做多少功？

解：（1）等压过程：

$\because \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \to T_2 = (\frac{V_2}{V_1})T_1 = 546(K)$ ，　（3分）

$W = p_1(V_2 - V_1) = p_1V_1 = \nu RT_1 = 2.27\times 10^3(J)$　（3分）

$Q = \frac{7}{2}\nu R(T_2 - T_1) = 7.94\times 10^3(J)$　（3 分）

（2） $W = \nu RT_1 \ln\frac{V_2}{V_1} = 1.57\times 10^3(J)$　（3 分）

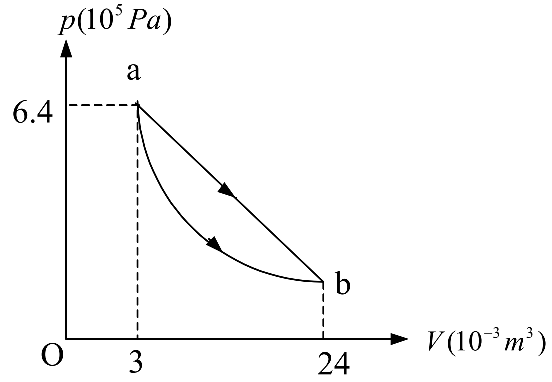
$Q = W = 1.57\times 10^3(J)$　（3 分）

6. （15 分）

如图，某单原子理想气体经一准静态绝热过程　从状态 a 过渡到状态 b。

（1）求系统对外所做的功；

（2）如果系统经直线过程从 a 过渡到 b，则系统对外做功为多少？与外界交换的热量是多少？



解：（1）$\gamma = \dfrac{i+2}{i} = \dfrac{5}{3}$　　　　（3 分）

$$p_a V_a^\gamma = p_b V_b^\gamma \to p_b = p_a \frac{V_a^\gamma}{V_b^\gamma} = 2\times 10^4 (\mathrm{Pa})$$

$$W = \frac{p_a V_a - p_b V_b}{\gamma - 1} = 2.16\times 10^3 (\mathrm{J})$$　　　　（3 分）

（2）$\Delta E = \dfrac{i}{2}\nu R(T_b - T_a) = \dfrac{3}{2}(p_b V_b - p_a V_a) = -2.16\times 10^3 (\mathrm{J})$ ；　　（3 分）

$W = \dfrac{1}{2}(p_b + p_a)(V_b - V_a) = 6.93\times 10^3 (\mathrm{J})$ ；　　　　（3 分）

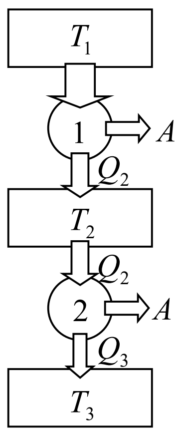
$Q = W + \Delta E = 4.77\times 10^3 (\mathrm{J})$ ；　　　　（3 分）

7. （15 分）

如图所示，两部可逆机串联起来。可逆机 1 工作于温度为 T_1 的热源与温度为 $T_2 = 400K$ 的热源之间。可逆机 2 吸收可逆机 1 排放给热源 T_2 的热量 Q_2，工作后的废热排放给温度为 $T_3 = 300K$ 的热源，

（1）在两部热机效率相同、做功不同的情况下，求 T_1；

（2）在两部热机做功相同、效率不同的情况下，求 T_1；



解：（1）$\because \eta_1 = 1 - \dfrac{Q_2}{Q_1} = 1 - \dfrac{T_2}{T_1}$，　　　　（2 分）

$\because \eta_2 = 1 - \frac{Q_3}{Q_2} = 1 - \frac{T_3}{T_2}$ ，（2 分）

$\eta_1 = \eta_2$ ，$1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_3}{T_2}$ ，（2 分）

$\boldsymbol{T}_1 = \frac{\boldsymbol{T}_2{}^2}{\boldsymbol{T}_3} = \frac{400^2}{300} \approx 533(\boldsymbol{K})$ ；（2 分）

（2）方法 1.

$\because W_1 = W_2$ ，即 $Q_1\eta_1 = Q_2\eta_2$ $\rightarrow$ 由可逆循环热温比的关系有：（4 分）

$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{\eta_2}{\eta_1} \rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \frac{1 - \frac{T_3}{T_2}}{1 - \frac{T_2}{T_1}}$ ，解得：$T_1 = 2T_2 - T_3 = 500K$ ；（3 分）

方法 **2.**

$\because Q_1\eta_1 = Q_2\eta_2$ ，即：$\boldsymbol{Q}_2\eta_2 = \frac{\boldsymbol{Q}_2}{1 - \eta_1}\eta_1$

$\eta_1 = \frac{\eta_2}{1 + \eta_2}$ ，$1 - \frac{\boldsymbol{T}_2}{\boldsymbol{T}_1} = \frac{1 - \frac{\boldsymbol{T}_3}{\boldsymbol{T}_2}}{1 + 1 - \frac{\boldsymbol{T}_3}{\boldsymbol{T}_2}}$ ，$\boldsymbol{T}_1 = \frac{\boldsymbol{T}_2}{1 - \frac{\boldsymbol{T}_2 - \boldsymbol{T}_3}{2\boldsymbol{T}_2 - \boldsymbol{T}_3}} = \frac{400}{1 - \frac{400 - 300}{2 \times 400 - 300}} = 500(\boldsymbol{K})$