厦门大学《线性代数I》期中试卷

________ 学院 ________ 系 ________ 年级 ________ 专业

主考教师：________ 试卷类型：（A卷） 2019年11月30日

注意：所有行列式化简和矩阵初等变换必须标出每一步骤!

分数	阅卷人

一、（10）设A_{ij}是a_{ij}的代数余子式，行列式$|A| = \begin{vmatrix} -1 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & -1 & 3 & 9 \\ -3 & 5 & -1 & 6 \\ 4 & -2 & 2 & 5 \end{vmatrix}$，求$A_{14} - 2A_{24} + A_{44}$.

分数	阅卷人

二、（10）已知$X\begin{bmatrix}1 & 1 & -1\\ 0 & 2 & 2\\ 1 & -1 & 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2 & -1 & 3\\ 1 & 0 & 1\end{bmatrix}$，求$X$。

(必须使用伴随矩阵计算逆矩阵!)

分数	阅卷人

三、（10）设$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 0 \\ -1 & -2 & 4 & b \\ 0 & a & 3 & 0 \end{bmatrix}$，求$R(A)$。

分数	阅卷人

四、（10）设$A = [\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4]$，其中$\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$线性无关，且$\alpha_1 = 2\alpha_2 - 3\alpha_3$。令$\beta = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4$，求方程组$AX = \beta$ 的通解。

分数	阅卷人

五、（20）解线性方程组：（必须用矩阵初等变换解题）

(1) $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 0 \\ 3x_1 + x_2 + x_4 = 0 \end{cases}$ ； (2) $\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = -1 \\ 3x_1 - 2x_2 - 4x_3 + x_4 - 3x_5 = -5 \\ x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 6x_5 = 2 \\ 5x_1 + 4x_2 + 8x_3 + 3x_4 - x_5 = -7 \end{cases}$

分数	阅卷人

六、（25）设有向量组 $\alpha_1=[1,2,3,1]^T$，$\alpha_2=[2,1,4,1]^T$，$\alpha_3=[3,0,5,1]^T$，$\alpha_4=[1,2,6,3]^T$, $\alpha_5=[-3,-6,-3,1]^T$，

(1) 求向量组的秩和一个最大线性无关组，并把其他向量用这个最大线性无关组线性表示出来。

(2) $\beta_1=[5,1,12,4]^T$，$\beta_2=[1,-1,1,0]^T$，向量组$\{\beta_i\}$是否能被向量组$\{\alpha_j\}$ 线性表示？（给出详细判断过程）

(3) 在向量组$\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\alpha_5,\beta_1,\beta_2\}$ 中，找出一个包含β_1,β_2 的最大无关组并简要说明理由。

分数	阅卷人

七、（15）1、A^*是n阶矩阵A的伴随矩阵，证明$R(A^*)=\begin{cases} n, & R(A)=n; \\ 1, & R(A)=n-1; \\ 0, & R(A)<n-1. \end{cases}$

2、若复数$\omega\neq 1$满足$\omega^n=1(n>1)$，求$D_n=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 1 & \omega & \omega^2 & \cdots & \omega^{n-1} \\ 1 & \omega & \omega^2 & \omega^3 & \cdots & 1 \\ 1 & \omega^2 & \omega^3 & \omega^4 & \cdots & \omega \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \omega^{n-1} & 1 & \omega & \cdots & \omega^{n-2} \end{vmatrix}$