



厦门大学《微积分 I-1》课程期末试卷

试卷类型：(理工类 A 卷) 考试日期 2020.01.08

一、求下列的定积分（每小题 6 分，共 18 分）：

1. $\int_{-1}^0 \frac{x^2}{(x+2)^3} dx;$

2. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{1+\sin x} dx;$

3. $\int_{-\pi}^{\pi} (x+x^2) \sin^3 x dx。$

得 分	
评阅人	

二、求下列的不定积分（每小题 6 分，共 12 分）：

1. $\int \frac{dx}{e^x(1+e^x)};$

得 分	
评阅人	

2. $\int \frac{dx}{(1+2x^2)\sqrt{1+x^2}}。$

三、（6 分）求反常积分 $\int_0^{+\infty} [\frac{1}{(x+1)\ln^2(1+x)} - \frac{1}{x^2}]dx。$

得 分	
评阅人	

四、（8 分）设 $f(x)$ 的一个原函数为 $\frac{\cos(\ln x)}{x}$ ，试求 $\int x^2 f(x) dx$ 。

得 分	
评阅人	

五、（10 分）求函数 $y = (x - 5)x^{\frac{2}{3}}$ 的极值，以及其图形的凹凸区间和拐点。

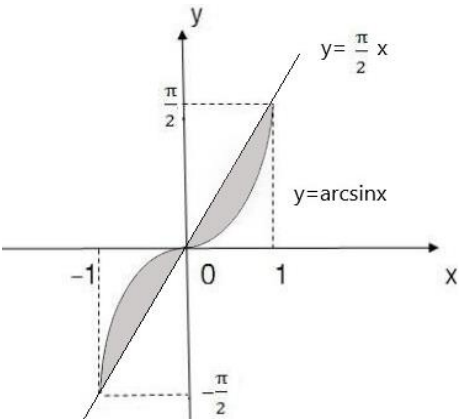
得 分	
评阅人	

六、（8 分）求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x t (e^{(x-t)^2} - 1) dt}{\cos x - e^{-\frac{x^2}{2}}}$ 。

得 分	
评阅人	

七、（8 分）求由反正弦曲线 $y = \arcsin x$ 和直线 $y = \frac{\pi}{2} x$ 所围成的平面图形的面积 A 。

得 分	
评阅人	



八、（8 分）求极坐标下的对数螺线 $\rho = e^{2\theta}$ 相应于 $0 \leq \theta \leq \ln 3$ 的一段弧长 s 。

得 分	
评阅人	

九、（8 分）由曲线 $y = x \ln x$ ($x \geq 1$) 与直线 $y = x$, $y = 0$ 围成了一个平面图形,求此平面图形绕 y 轴旋转一周所形成的旋转体的体积 V 。

得 分	
评阅人	

十、（8 分）设 $f(x)$ 为区间 $[a, b]$ 上单调增加的连续函数，证明：对

于任意的 $x \in [a, b]$ ，都有 $(b-a) \int_a^x f(t) dt \leq (x-a) \int_a^b f(t) dt$ 。

得 分	
评阅人	

十一、（6 分）设函数 $f(x)$ 在区间 $[0, \pi]$ 上连续，在 $(0, \pi)$ 内可导，

并且 $\int_0^\pi f(x) dx = 0$ ，证明在区间 $(0, \pi)$ 上存在两个不同的点

$x = \xi_1$ 和 $x = \xi_2$ ，使得 $f'(x) + 2f(x) \cot x = 0$ 。

得 分	
评阅人	