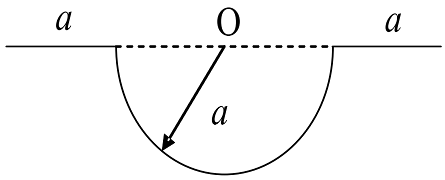
厦门大学《大学物理》C 类课程期末试卷（A 卷解答）

2015—2016 第 2 学期（2016. 6.）

一、　　（12 分）

一细棒均匀带电，其电荷线密度为λ，细棒被弯成半径为 a 的半圆形圆环和长度均为 a 的两直线段，如图所示。求环心 O 处的电场强度 $\vec{E}_o$ 和电势 V_o。



解：（1）$\vec{E}_o = \vec{E}_{左o} + \vec{E}_{半圆o} + \vec{E}_{右o} = \vec{E}_{半圆o} = \vec{E}'$ ；

$$\because dE' = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 R^2} = \frac{d\theta}{4\pi\varepsilon_0 R} \ ,$$

$$\begin{cases} dE'_x = -dE'\cos\theta = -\dfrac{\cos\theta d\theta}{4\pi\varepsilon_0 R} \\ dE'_y = dE'\sin\theta = \dfrac{\sin\theta d\theta}{4\pi\varepsilon_0 R} \end{cases} , \quad \begin{cases} E'_x = \int_0^{\pi} -\dfrac{\lambda\cos\theta d\theta}{4\pi\varepsilon_0 R} = 0 \\ E'_y = \int_0^{\pi} \dfrac{\lambda\sin\theta d\theta}{4\pi\varepsilon_0 R} = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R} \end{cases}$$

$\therefore \vec{E}_o = \vec{E}' = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}\vec{j}$ ，若 $\lambda > 0$ ，则 $\vec{E}_o$ 方向竖直向上。　　（6 分）

（2）

$$\begin{aligned} V_o &= V_{左o} + V_{半圆o} + V_{右o} \\ &= \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ln 2 + \frac{\lambda}{4\varepsilon_0} + \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\ln 2 \\ &= \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln 2 + \frac{\lambda}{4\varepsilon_0} \end{aligned}$$

。　　（6 分）

二、　　（12 分）

如图所示，半径为 R_1 的导体球，被一个与其同心的导体球壳包围着，导体球壳的内外半径分别为 R_2 和 R_3。使内球带电量为 q，球壳带电量为 Q，试求：

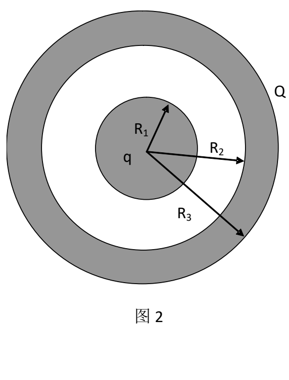


图 2

（1）空间个点的电势 $V(r)$；

（2）将（内）导体球接地后，导体球的电量如何？

解：（1）$V(r)=\begin{cases}\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_1}-\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}+\dfrac{q+Q}{4\pi\varepsilon_0 R_3},(0<r<R_1)\\ \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}-\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}+\dfrac{q+Q}{4\pi\varepsilon_0 R_3},(R_1<r<R_2)\\ \dfrac{q+Q}{4\pi\varepsilon_0 R_3},\quad (R_2<r<R_3)\\ \dfrac{q+Q}{4\pi\varepsilon_0 r},\quad (R_3<r)\end{cases}$；　　（2*4=8 分）

（2）设此时内球带电量为q'，内球电势为零：

$$\because V_{R_1}=\frac{q'}{4\pi\varepsilon_0 R_1}-\frac{q'}{4\pi\varepsilon_0 R_2}+\frac{q'+Q}{4\pi\varepsilon_0 R_3}=0$$ ，　　（2 分）

解得：$q'=\dfrac{Q}{R_3(\dfrac{1}{R_2}-\dfrac{1}{R_1}-\dfrac{1}{R_3})}=\dfrac{R_1R_2Q}{R_1R_3-R_1R_2-R_2R_3}$ 。　　（2 分）

三、　　（12 分）

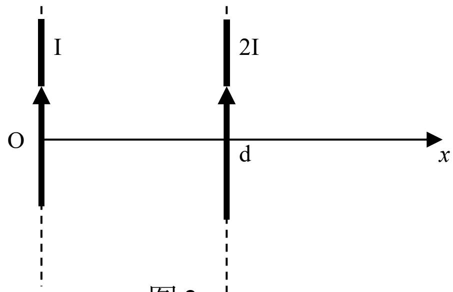


图 3

两平行放置的长直载流导线相距为d，分别通有同向的电流I和$2I$，坐标系选取如图所示，求：

（1）在$x>d$的场点的磁感应强度的函数$B(x)$；

（2）磁感应强度为零的位置。

解：（1）$\because \vec{B}(x)=\vec{B}_1(x)+\vec{B}_2(x)$ ，

$$\therefore B(x)=\frac{\mu_0 I}{2\pi x}+\frac{\mu_0 I}{\pi(x-d)}$$ ；　　（3+3=6 分）

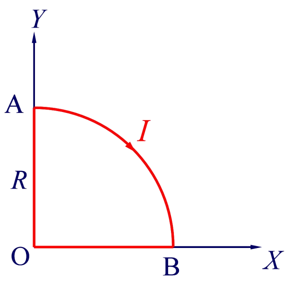
（2）在I与$2I$之间一场点的磁感应强度为：

$$B(x)=\frac{\mu_0 I}{2\pi x}-\frac{\mu_0 I}{\pi(d-x)}$$ ，另其等于零，

得：$x=\dfrac{d}{3}$ ，即磁感应强度为零的点距I为$x=\dfrac{d}{3}$处。　　（3+3=6 分）

四、　　（14 分）

如图所示，一载流线圈$ABOA$（其中AB为半径为R的四分之一圆



弧）位于 XOY 平面，线圈中通有稳恒电流 I，该线圈处于磁感应强度为： $\vec{B}=B_0(\frac{1}{2}\vec{i}+\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j})(T)$ 的匀强磁场中。试求：

（1） AB 弧受到磁场的作用力；

（2）线圈 $ABOA$ 受到的合力矩。

解：（1）根据安培定律：$d\vec{F}_m=Id\vec{l}\times\vec{B}$ ， ——（2 分）

整段 AB 弧所受到磁场的作用力为：

$$\vec{F}=\int_A^B Id\vec{l}\times\vec{B}=I(\int_A^B d\vec{l})\times\vec{B}=I\overrightarrow{AB}\times\vec{B} \quad , \quad \text{——（2 分）}$$

$$\because \overrightarrow{AB}=R\vec{i}-R\vec{j}$$

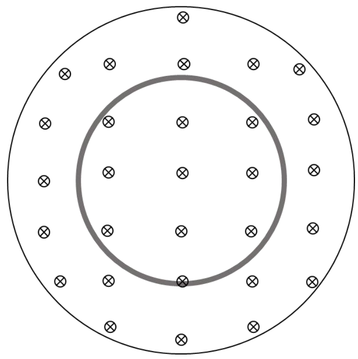
$$\therefore \vec{F}_m=I(R\vec{i}-R\vec{j})\times B_0(\frac{1}{2}\vec{i}+\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j})=\frac{1+\sqrt{3}}{2}IRB_0\vec{k}(N) \quad \text{——（3 分）}$$

（2）根据载流线圈在均匀磁场中所受的磁力矩：$\vec{M}=\vec{m}\times\vec{B}$ ， ——（2 分）

有：$\because \vec{m}=IS\vec{e}_n=-\frac{1}{4}\pi R^2 I\vec{k}$ ； ——（2 分）

$$\therefore \vec{M}=\vec{m}\times\vec{B}=-\frac{1}{4}\pi R^2 I\vec{k}\times B_0(\frac{1}{2}\vec{i}+\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{j})=\frac{1}{4}\pi R^2 IB_0(\frac{\sqrt{3}}{2}\vec{i}-\frac{1}{2}\vec{j})(N\cdot m) \text{。（3 分）}$$

五、 （12 分）



如图所示大圆内各点的磁感应强度 $\vec{B}$ 的大小为 $0.5T$，方向垂直于纸面向里，每秒钟减少 $0.1T$。 大圆内有一个半径为 $R=0.10m$ 的同心圆环，求：

（1） 圆环上任意一点的感生电场 $\vec{E}_i$ 的大小和方向；

（2） 整个圆环上的感应电动势 ξ_i 大小；

（3） 若圆环的电阻为 2Ω， 求感应电流 I_i。

解：（1）根据电磁感应定律有：$\iint_s \frac{d\vec{B}}{dt}\cdot d\vec{s}=-\oint_L \vec{E}_i\cdot d\vec{l}$ （2 分）

即：$\frac{dB}{dt}\cdot\pi R^2=E_i\cdot 2\pi R$ ，

解得： $E_i = -\frac{R}{2}\cdot\frac{dB}{dt} = -\frac{0.10}{2}\cdot(-0.1) = 0.005V/m$ ，方向顺时针。 （2+1=3 分）

（2）感应电动势大小为：

$$\xi_i = \oint_L \vec{E}_i \cdot d\vec{l} = E_i \cdot 2\pi R = 0.005\times 2\pi \times 0.10 = \pi \times 10^{-3} V \qquad (2+2=4\text{ 分})$$

（3）圆环内的感应电流为： $I_i = \frac{\xi_i}{R} = 1.57\times 10^{-3} A = 1.57mA$ （2+1-3 分）

六、 （14 分）

一束单色平行光垂直入射到缝距为 $d = 1.1297mm$ 的双缝上，在缝后距其 $D\ (D \gg d)$ 处的屏幕上测得两相邻干涉条纹间的距离为 $\Delta x = 0.5362mm$ ，现将幕移远 $50.00cm$ 后，测得屏幕上两相邻亮条纹的距离增加到 $\Delta x' = 0.8043mm$ 。求：

（1）入射光的波长 λ（取 4 位有效数字)；

（2）原来缝与屏幕的距离 D（取 3 位有效数字）.

解：（1）双缝干涉明纹位置为：

$$x = \pm k\frac{D\lambda}{d},\quad \text{k=0, 1, 2, . . .} \qquad \text{——（3 分）}$$

相邻明纹间距为

$$\Delta x = \frac{D\lambda}{d} \qquad \text{——（1）}$$

将屏幕移远 L=50.00cm 后，相邻明纹间距增大为：

$$\Delta x' = \frac{(D+L)\lambda}{d} \qquad \text{——（2）——（3 分）}$$

由式（1)、(2）可解得：

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{d}{L}(\Delta x' - \Delta x) = \frac{1.1297\times 10^{-3}}{50.00\times 10^{-2}}\times(0.8043-0.5362)\times 10^{-3} m \\ &= 6.057\times 10^{-7} m = 605.7nm\end{aligned} \qquad \text{——（3 分）}$$

（2）原来缝与屏幕的距离：

$$D = \frac{\Delta x}{\Delta x' - \Delta x}L = \frac{0.5362}{0.8043-0.5362}\times 50.00\times 10^{-2} m = 1.00m \qquad \text{——（3+2=5 分）}$$

七、 （14 分）

用光栅常数 $d = 4.0\times 10^{-3} mm$ ，狭缝宽度 $b = 2.0\times 10^{-3} mm$ 的平面透射光栅观察光谱，若入射光波长 $\lambda = 400nm$ ，设透镜焦距 $f = 1.0m$ ，问：

（1）光线垂直入射时，最多能看到多少条明条纹？

（2）改用白光（$400\sim760nm$）垂直照射光栅，求第一级明条纹宽度。

解：（1）根据光栅公式：$d\sin\varphi=k\lambda$ ，

有：$d\sin90^0=k_{\max}\lambda \quad\Rightarrow\quad k_{\max}=\dfrac{d}{\lambda}=\dfrac{4.0\times10^{-3}}{400\times10^{-6}}=10$ ，（3 分）

又缺级：$k=\dfrac{d}{b}k'=2k'=\pm2,\pm4,\pm6,\pm8$ ，（3 分）

因而可以见到的明纹级次 $k=0,\pm1,\pm3,\pm5,\pm7,\pm9$，共 11 条明纹；（2 分）

（2）$\because\begin{cases}d\sin\varphi_{11}=\lambda_1\\ d\sin\varphi_{12}=\lambda_2\end{cases}\quad\Rightarrow\quad \sin\varphi_{12}-\sin\varphi_{11}=\dfrac{\lambda_2-\lambda_1}{d}$ ，（3 分）

第一级谱线宽度：
$$\begin{aligned}\Delta x_1&=ftg\varphi_{12}-ftg\varphi_1\approx f(\sin\varphi_{12}-\sin\varphi_{11})=f\,\frac{\lambda_2-\lambda_1}{d}\\&=\frac{1.0}{4.0\times10^{-6}}\times(760-400)\times10^{-9}=0.09m\end{aligned}$$
。（3 分）

八、（10 分）

一束平行自然光以α角从空气中入射到平面玻璃表面上，发现反射光束是完全线偏振光。试求：

（1） 投射光束的折射角多大？

（2） 玻璃折射率是多大？

解：（1）根据布鲁斯特定律，当入射角为布鲁斯特角时有：

$\alpha+\gamma=\dfrac{\pi}{2} \quad\Rightarrow$ 此时投射光束的折射角：$\gamma=\dfrac{\pi}{2}-\alpha$ ；（3+2=5 分）

（2）根据布鲁斯特定律有：$tg\alpha=\dfrac{n_2}{n_1}=\dfrac{n}{1}=n$ ，

所以玻璃折射率：$n=tg\alpha$ 。（3+2=5 分）