厦门大学《离散数学》课程试卷

软件学院 2008 年级

主考教师：金贤安 试卷类型：(A 卷)

一、 选择题（共 10 题，每题 3 分，共 30 分）

1、下列语句为命题的是（ ）。

A．勿踏草地；。

B．你去图书馆吗？；

C．月球上有水；

D．本命题为假。

2． 下列推理中，（ ）是错误的。

A. 如果 x 是有理数，则它为整数。1/2 是有理数。所以 1/2 是整数。

B. 若周末气温超过 30 度，小红就去游泳。小红周末没去游泳。所以周末气温没超过 30 度。

C. 下午小明或者去看电影，或者去打篮球。下午小明没去打篮球。因此下午小明去看电影了。

D. 若 a 能被 4 整除，则 a 能被 2 整除。a 能被 2 整除。因此 a 能被 4 整除。

3．谓词公式 $\exists x(P(x) \vee \forall y R(y)) \rightarrow Q(x)$ 中的 x( )。

A．只是约束变元

B．只是自由变元

C．既非约束变元又非自由变元

D．既是约束变元又是自由变元

4. 下列关系中，（ ）不是等价关系。

A. 非空集合的幂集的元素间包含关系；

B. 集合之间的等势关系；

C. 公式之间的等值关系；

D. 图之间的同构关系。

5. 下面等值式中，（ ）是不正确的。

A. $\forall x(A(x)\wedge B(x))\Leftrightarrow\forall xA(x)\wedge\forall xB(x)$

B. $\exists x(A(x)\vee B(x))\Leftrightarrow\exists xA(x)\vee\exists xB(x)$

C. $\exists x(A(x)\to B)\Leftrightarrow\exists xA(x)\to B$

D. $\forall x(A\to B(x))\Leftrightarrow A\to\forall xB(x)$

6．下列关于集合的势的叙述中，（ ）是错误的。

A. 实数集比自然数集优势；

B. 任一无限集合都存在与自己等势的真子集；

C. 集合之间的优势关系是偏序关系；

D. 有理数集比整数集优势。

7．设 A,B,C 是集合，F 是关系，$G:A\to B,\quad D\subseteq A$，则下列式子中不正确的是（ ）。

A．$A-B=\phi\Leftrightarrow A\cup B=B$　　B. $G^{-1}(G(D))\supseteq D$

C. $F[A\cap B]=F[A]\cap F[B]$　　D. $(A\oplus B)\oplus C=A\oplus(B\oplus C)$

8. 以下序列中，（ ）是简单可图的。

A. (4,4,3,3,2,2)； B. (3,3,3,1)； C. (5,4,3,2,2)； D. (6,6,3,2,2,2,1)。

9. 下列叙述中错误的是( )。

A．n(n≥2)阶竞赛图都具有哈密顿通路；

B．非平凡树不是欧拉图，也不是哈密顿图；

C．n(n≥3 且为奇数)阶的二部图一定不是哈密顿图；

D． 欧拉回路包含图的所有顶点，哈密顿回路包含图的所有边。

10．下列关于图的连通性的叙述中正确的是( )。

A. 有向图是连通的是指它是强连通的；

B. 任一无向图的点连通度都不超过它的边连通度；

C. 在一 n 阶圈 Cn(n≥4)上任意去掉两个顶点得到得图都有 2 个连通分支；

D. n 阶无向完全图的点连通度为 n；

二、填空题（共 8 题，每题 3 分，共 24 分）

1．令 F(x)：x 是汽车，G(y)：y 是火车，H(x,y)：x 比 y 快。则命题“不存在比所有火车都快的汽车”符号化形式为___$\neg\exists x(F(x)\wedge(\forall y(G(y)\to H(x,y)))$___________。

2．公式$(p\to q)\wedge r$的主析取范式为______$m0\vee m4\vee m6$______。

3．集合 A={a,b,c,d}上的等价关系共有______个。

4．自对偶图的顶点数 n 和边数 m 之间满足关系式为 m =______________。

5．设 T 是有 t 片树叶的 2 叉正则树，则 T 应该有_______个顶点。

6．P({Φ,{Φ}}) = _{Φ,{Φ},{Φ,{Φ}},{{Φ}}}____。

7．在 1 到 100 之间（包含 1 和 100）即不能被 2，也不能被 3，还不能被 5 整除的自然数有_______个。

8．“p 仅当 q”，“只有 q 才 p”，“除非 q 才 p”这三个命题的符号化分别为_____，____和 _____ 。（请按顺序填写）

三、应用、计算和证明题（共 6 题，46 分）

1．(6 分) 在命题逻辑的自然推理系统中构造下面推理的证明。

前提：$\neg(P\wedge\neg Q)$，$\neg Q\vee R$，$\neg R$

结论：$\neg P$

2．（8 分）设集合 A={a，b，c，d}，A 上的关系 R={<a，a>,<a，b>,<b，a>,<c，d>,<b，c>} 求：（1）画出 R 的关系图。(2 分)

（2）R 的自反闭包、对称闭包和传递闭包的关系图。（2 分，2 分和 2 分）

3．（8 分）设<A,R>为一偏序集，其中 A={1，2，...，12}，R 是 A 上的整除关系。

（1）画出<A,R>的哈斯图；（4 分）

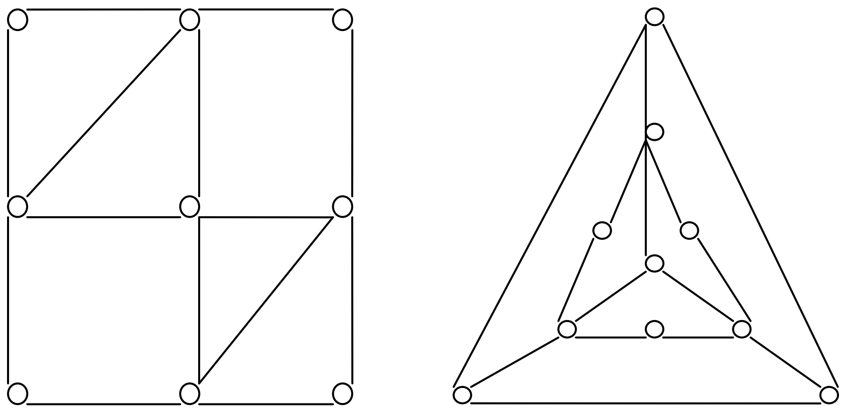
（2）求 A 的所有极大元和极小元（2 分）

（3）求 B={2,3,6}的最小上界和最大下界（2 分）。

4.（8 分）

判断左图是否为欧拉图，若是，请给出一欧拉回路(用阿拉伯数字在边上标明顺序即可)；若不是，请说明原因；（4 分）

判断右图是否为哈密顿图，若是，请给出一哈密顿回路（用阿拉伯数字在顶点上标明顺序即可）；若不是，请说明原因（4 分）；



5．（8 分） 设 G 是无向简单图且 $\delta(G)\geq k\geq 2$，试证明 G 中存在长度大于等于 k+1 的初级回路（圈）。

6．（8 分）在一棵有 3 个 2 度顶点，2 个 4 度顶点，其余顶点都是树叶的无向树中，应该有几片树叶？（2 分）

请画出所有这样的非同构的无向树。（6 分）

答案及评分标准

一 选择题

CDDAC DCADD

二

1. $\neg\exists x(F(x)\wedge\forall y(G(y)\to H(x,y)))$

或者$\forall x(F(x)\to\exists y(G(y)\wedge\neg H(x,y)))$

2. $m_1\vee m_3\vee m_7$

3. 15

4. m=2n-2

5. 2t-1

6. $\{\phi,\{\phi\},\{\{\phi\}\},\{\phi,\{\phi\}\}\}$

7. 26

8. $p\to q, p\to q, p\to q$ (该小题每空 1 分)

三

1 （1）$\neg Q\vee R$ 前提引入

（2） $\neg R$ 前提引入

（3） $\neg Q$ （1）(2）析取三段论

（4） $\neg(P\wedge\neg Q)$ 前提引入

（5） $\neg P\vee Q$ 置换

(6) $\neg P$ (3)(5)析取三段论

若未注明推理规则,或标注有错,扣 1 分.

2 （1） 如图 1

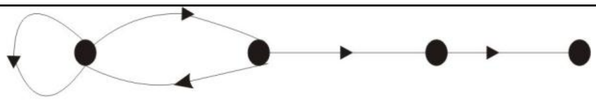


图1

（2）$r(R)=R\cup R^0=R\cup I_A=\{<a,a>,<a,b>,<b,a>,<c,d>,<b,c>\}\cup I_A$

$s(R)=R\cup R^{-1}=\{<a,a>,<a,b>,<b,a>,<c,d>,<b,c>,<d,c>,<c,b>\}$

$t(R)=R\cup R^2\cup\cdots=\{<a,a>,<a,b>,<a,c>,<a,d>,<b,b>,<b,d><b,a>,<c,d>,<b,c>\}$

该题要求画出三个闭包的关系图. 每个关系图 2 分,共 6 分. 边少画或多画一律判错.

3 (1)如图 2

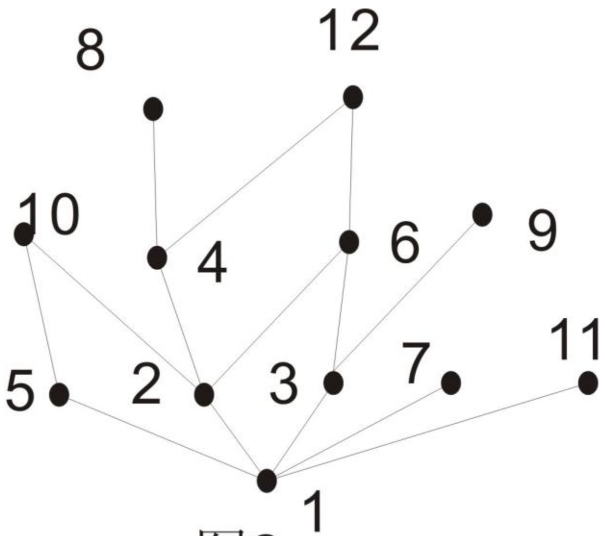


图2

（2）A 的极大元有：7，8，9，10，11，12

A 的极小元有：1

（3）B 的上界是{6,12},最小上界是 6

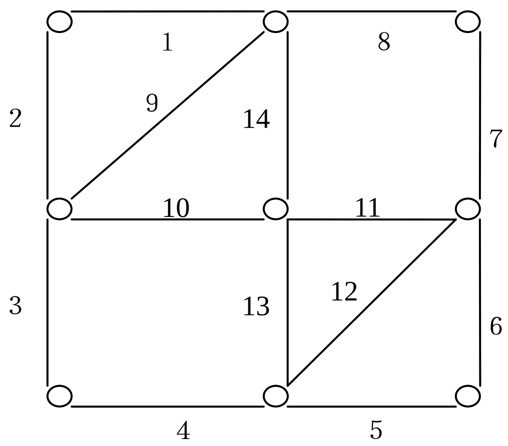
B 的下界是 1，最小下界是 1

哈斯图中若出现水平的边,扣 1 分.

4．（8分）

（1）判断下图是否为欧拉图，若是，请给出一欧拉回路（用阿拉伯数字在边上标明顺序即可）；若不是，请说明原因；（4分）

答：因为该图是连通图且图中没有奇度顶点，所以该图是欧拉图(只要判断正确给 2 分)。欧拉回路标序如下图：

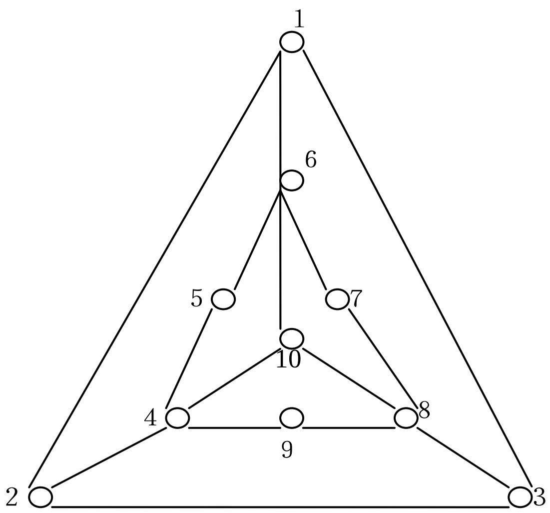


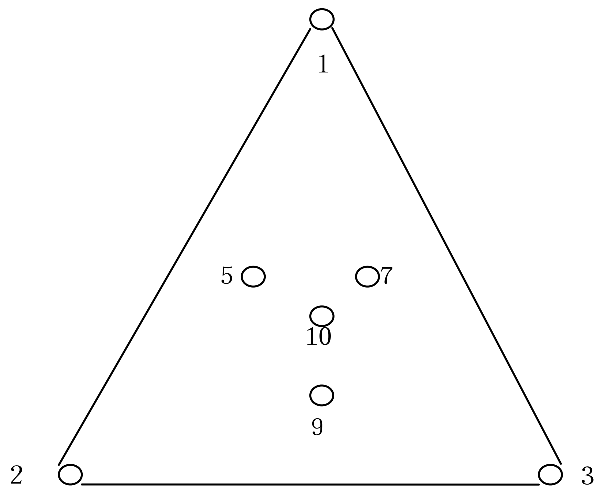
找的欧拉回路正确再 2 分

（2）判断下图是否为哈密顿图，若是，请给出一哈密顿回路（用阿拉伯数字在顶点上标明顺序即可）；若不是，请说明原因（4分）

答：该图不是哈密顿图(2 分)。取V＝｛4，6，8｝，从图中删除V，得五个连通分支，如下图所示，所以该图不是哈密顿图。(2 分)

另一证明:反证若有哈密顿圈,由于点 5,7,9 都是二度点,因此该哈密顿圈必包含边(4,5)(5,6)(6,7)(7,8)(8,9)(9,4),这 6 条边构成一个圈,矛盾.





5．（8分）设 G 是无向简单图且 $\delta(G)\geq k\geq 2$，试证明 G 中存在长度大于等于 k+1 的初级回路（圈）。

证明：不妨设G是连通图，若 G 不连通，因为G的各连通分支的最小度也都大于等于 k，因而可对它的某个连通分支进行讨论。设 u,v 为 G 中任意两个顶点，由 G 是连通图，因而 u,v 之间存在路径，用“扩大路径法”扩大这条路径，设最后得到的“极大路径”为$\Gamma_t=v_0v_1\ldots v_t$,则 $t\geq k$，事实上若存在“极大路径” $\Gamma_s=v_0v_1\ldots v_s$ 且 $s<k$，则 v_0 只能与Γ_s中的顶点相邻，因为 G 为简单图，所以与 v_0 相邻的顶点最多为 s 个，而 $s<k$，这与 $\delta(G)\geq k$ 矛盾，所以“极大路径”长度大等于 k。

在Γ_t上构造圈，由于 $\delta(v_0)\geq\delta(G)\geq k\geq 2$，因而 v_0 除与Γ_t上的 v_1 相邻外，还存在Γ_t上的 k-1 个顶点 $v_{i_1},v_{i_2},\ldots,v_{i_{k-1}}(1<i_1<i_2<\ldots<i_{k-1}\leq t)$与 v_0 相邻，则 $v_0v_1\ldots v_{i_1}\ldots v_{i_2}\ldots v_{i_{k-1}}v_0$ 为一个圈且长度大等于 k+1。

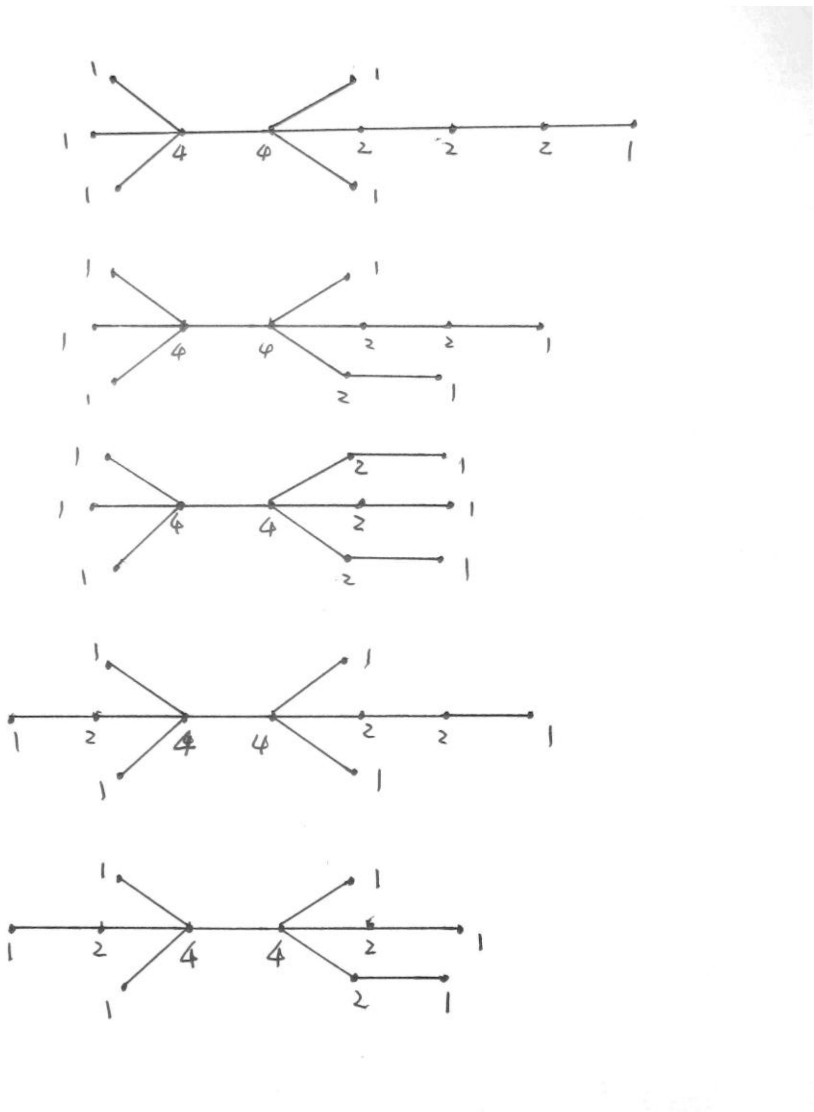
注意:也可直接设Γ是 G 的最长路径.

6．（8分）在一棵有 3 个 2 度顶点，2 个 4 度顶点，其余顶点都是树叶的无向树中，应该有几片树叶？（2分）

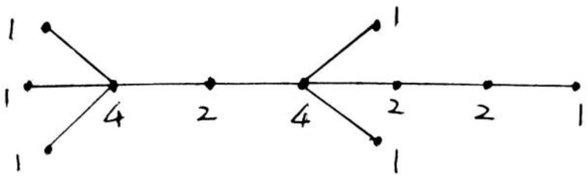
请画出所有这样的非同构的无向树。（6 分）

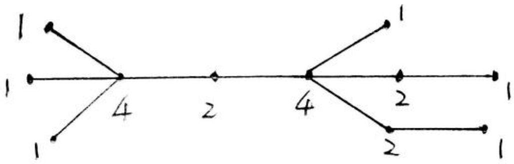
答：设树叶有 x 片，则边数 $m=3+2+x-1=4+x$，由握手定理知，$2m=2*(4+x)=\sum d(v_i)=3*2+2*4+x$ 解得 $x=6$，所以应该有 6 片树叶。共有十个非同构的无向树，如下：

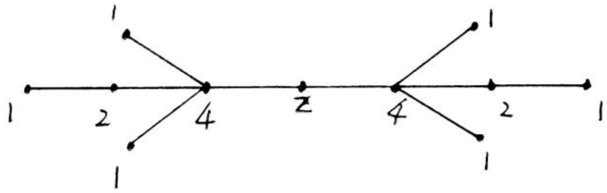
(1) 两个 4 度点相邻的情况：



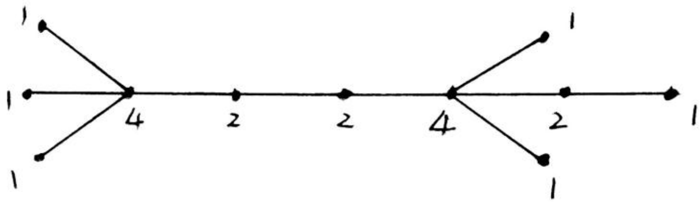
(2) 两个 4 度点中间有一个 2 度点的情况：



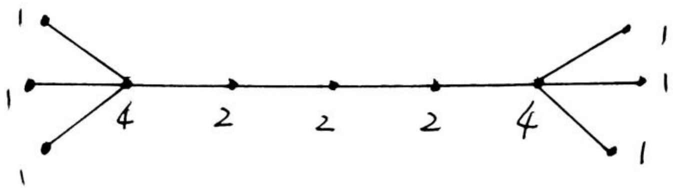




(3) 两个 4 度点中间有两个 2 度点的情况：



(4) 两个 4 度点中间有三个 2 度点的情况：



(请酌情扣分)