历届试题选（四）

$-10!$

一、已知函数 $f(x)=\arctan x+\sin x$，求 $f^{(11)}(0)$.（2016—2017）

二、已知 $y=x^2\cos^2 x+\dfrac{1}{1+x}$，求 $y^{(n)}(0)\ (n\geq 3)$.（2017—2018）

三、设函数 $f(x)=x\ln(1-x^2)$，求 $f^{(11)}(0)$.（2019—2020）

四、设 $f(x)=(x^2+x+1)\cos^2\dfrac{x}{2}$，求 $f^{(20)}(0)$.（2020—2021）

五、设函数 $f(x)=(x^2+x+1)\cos 2x$，求 $f^{(8)}(0)$.（2021—2022）

六、求函数 $y=\sqrt[3]{\dfrac{(x+1)(x+2)}{(1+x^2)(2+x^2)}}$ 在 $x=0$ 处的导数 $\left.\dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}\right|_{x=0}$.（2017—2018）

$\dfrac{1}{2}$

七、求函数 $y=\sqrt[6]{\dfrac{x^2-1}{(x+2)(x+4)}}$ 在 $x=2$ 处的微分 $\left.\mathrm{d}y\right|_{x=2}$.（2019—2020）

八、设 $y=x\cdot\sqrt{\dfrac{(x-1)(x-2)}{(x-3)(x-4)}}$，则 $\left.\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}\right|_{x=0}=$ $\dfrac{11\sqrt{2}}{72}$.（2021—2022）

九、求函数 $y=\arctan\dfrac{1-x^2}{1+x^2}$ 的微分 $\mathrm{d}y$ 和 $\left.\mathrm{d}y\right|_{x=1}$.（2017—2018）

十、设方程 $\mathrm{e}^{x-y}=y-1$ 确定了隐函数 $y=y(x)$，求此隐函数在点 $(2,2)$ 处的一阶导数和二阶导数.（2019—2020）

十一、求由方程 $y=\tan(x+y)$ 所确定的隐函数 $y=y(x)$ 的导数 $y'(x)$ 和 $y''(x)$.（2017—2018）

十二、设方程 $\ln(x^2+y^2)=2\arctan\dfrac{y}{x}$ 确定了隐函数 $y=y(x)$，求此隐函数在点 $(1,0)$ 处的一阶导数和二阶导数.（2018—2019）

十三、设方程 $2^{xy}=x^2+y$ 确定了函数 $y=y(x)$，求 $\left.\mathrm{d}y\right|_{x=0}$.（2020—2021）

十四、设方程 $y-x-\dfrac{1}{2}\sin y=0$ 确定了隐函数 $y=y(x)$，求此隐函数的一阶导数和二阶导数.（2021—2022）

十五、求星形线 $\begin{cases}x=a\cos^3\theta\\ y=a\sin^3\theta\end{cases}$ 在 $\theta=\dfrac{\pi}{4}$ 处的二阶导数 $\dfrac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}x^2}$ 的值.（2016—2017）

$\dfrac{4\sqrt{2}}{3a}$ ✓

十六、求函数$\begin{cases} x=\dfrac{t}{1+t^2} \\ y=\dfrac{t^2}{1+t^2} \end{cases}$在$t=2$所对应点处的切线方程和法线方程.（2017—2018）

十七、计算由摆线的参数方程$\begin{cases} x=t-\sin t \\ y=1-\cos t \end{cases}$（$0<t<2\pi$）所确定的函数$y=y(x)$的一阶导数和二阶导数.（2018—2019）

十八、求星形线$\begin{cases} x=\cos^3 t \\ y=\sin^3 t \end{cases}(0<t<2\pi)$在点$(\dfrac{\sqrt{2}}{4},\dfrac{\sqrt{2}}{4})$处的切线方程.（2019—2020）

$-\frac{1}{4}e^{-1}$ 错了

十九、$y=y(x)$由$\begin{cases} x=2t-1 \\ te^y+y+1=0 \end{cases}$所确定，求$\left.\dfrac{dy}{dx}\right|_{x=-1}$及$\left.\dfrac{d^2y}{dx^2}\right|_{x=-1}$.（2020—2021）

$t=0$
$y=-1$

$\dfrac{-e^{-1}}{2}$

二十、已知笛卡尔叶形线的参数方程为

$$\begin{cases} x=\dfrac{3at}{1+t^3} \\ y=\dfrac{3at^2}{1+t^3} \end{cases}$$，其中$a>0$为常数。

求由此参数方程所确定的函数$y=y(x)$在$t=1$处的一阶导数和二阶导数。

（2021—2022）