

第一次小测

学号：33920212204567

姓名：任宇

➤ 请推导出数字图像的旋转矩阵：

$$\begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

答：在极坐标系统中，任何点的位置都可以通过一个距离 r 和一个角度 α 来描述，如果点 P 的极坐标是 (r, α) ，那么旋转后点 P' 的极坐标是 $(r, \alpha + \theta)$ 。

要将这个变换应用到图像上，需要将极坐标转换为笛卡尔坐标系中的点。极坐标 (r, α) 对应的笛卡尔坐标 (x, y) 通过以下关系计算：

$$x = r \cos(\alpha)$$

$$y = r \sin(\alpha)$$

由此关系，可以计算得到旋转后点 P' 的坐标：

$$x' = r \cos(\alpha + \theta) = r (\cos \theta \cos \alpha - \sin \theta \sin \alpha)$$

$$y' = r \sin(\alpha + \theta) = r (\sin \alpha \cos \theta + \cos \alpha \sin \theta)$$

可以将上述方程重写为：

$$x' = x \cos \theta - y \sin \theta$$

$$y' = x \sin \theta + y \cos \theta$$

这可以表示为一个矩阵乘法操作：

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

则 $\begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$ 就是绕原点旋转角度 θ 的旋转矩阵。