Писаренков ПІ-12

МКР 2

Варіант №39

№1

$|A| = 9$ $|B| = 5$

а)

б)

в)

№2

$|M| = d$

а)

б)

№3

29 ст $|A| = 16$ $|B| = 12$ 7 - жодного

$|A \cup B| = 29 - 7 = 22$

а) лише A — $|A \setminus B| = |A \cup B| - |B| = 22 - 12 = 10$

б) A та B — $|A \cap B| = |A| + |B| - |A \cup B| = 16 + 12 - 22 = 6$

Відп: 10, 6.

№ 4

Всього – 100% $|A| = 65(\%)$ $|B| = 50(\%)$

$|C| = 45(\%)$ $|A \cap B| = 35(\%)$

$|B \cap C| = 15(\%)$ $|A \cap C| = 40(\%)$ $|A \cap B \cap C| = 10(\%)$

а) принаймні 1 ж-л — $|A \cup B \cup C|$

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |B \cap C| - |A \cap C| +$$
$$+ |A \cap B \cap C| = 65 + 50 + 45 - 35 - 15 - 40 + 10 =$$
$$= 160 - 90 + 10 = 80$$

80%

б) жодного: $100 - |A \cup B \cup C| = 100 - 80 = 20$

20%

в) точно 2 журнали:

$$|A \cap B| + |B \cap C| + |A \cap C| - 3|A \cap B \cap C| =$$
$$= 35 + 15 + 40 - 30 = 60$$ 60 %

г) ≥ 2; к-ість тих, що читають 2 ж.

$+ |A \cap B \cap C| = 60 + 10 = 70$ 70%

Відп: 80%, 20%, 60%, 70%

№6

$m \cdot n$ дошка

Припустимо, що заміна ≥ 2 тур місцями – це окремий спосіб. Тоді усіх варіантів розміщення є:

$A^4_{m \cdot n}$

З них в-тів, коли одна тура б'є іншу: $A_m^2 + A_n^2$

по гориз. по вертикалі

або 2 тури: $A_m^3 + A_n^3 + A_m^2 \cdot A_{n-1}^1 + A_{m-1}^1 \cdot A_n^2$

або всі 4: $A_m^4 + A_n^4 + A_m^3 \cdot A_{n-1}^1 +$

$+ A_{m-1}^1 \cdot A_n^3 + A_m^2 A_{n-1}^2 + A_{m-1}^2 \cdot A_m^2 + A_m^2 \cdot A_{n-1}^1 \cdot A_{n-2}^1 +$

$+ A_n^2 \cdot A_{m-1}^1 \cdot A_{m-2}^1$

Тобто, в-тів коли тури не б'ють одна одну (за умови, що $m \geq 4, n \geq 4$)

$A^4_{m \cdot n} - A_m^2 - A_n^2 - A_m^3 - A_n^3 - A_m^2 \cdot A_{n-1}^1 - A_{m-1}^1 \cdot A_n^2 -$

$- A_m^4 - A_n^4 - A_{m-1}^1 \cdot A_n^3 - A_m^3 \cdot A_{n-1}^1 - A_m^2 \cdot A_{n-1}^2 -$

$- A_m^2 \cdot A_{n-1}^1 \cdot A_{n-2}^1 - A_n^2 \cdot A_{m-1}^1 \cdot A_{m-2}^1$

№8

б, д.

$C_б^2 \cdot C_д^1 + C_б^1 \cdot C_д^2$

2 т. на I пр., 1 т. на II   1 т. на I, 2 на II

В.: $C_б^2 \cdot C_д^1 + C_б^1 \cdot C_д^2$.

№9

[1; 100)

Сума таких чисел ділиться на 3:

1) Всіх таких, що кратні 3 — 33 шт.

C_{33}^3 сп. вибору

2) 1 кратне 3, 1 дає при діленні на 3 остачу 1, 1 — остачу 2

$C_{33}^1 \cdot C_{33}^1 \cdot C_{33}^1$

3) Остача при д. на 3 всіх трьох є 1:

C_{33}^3

4) Остача всіх трьох — 2:

C_{33}^3

Всього: $3C_{33}^3 + C_{33}^1 \cdot C_{33}^1 \cdot C_{33}^1 = 3C_{3}^3 + (C_{33}^1)^3$

№10

0...9 $\quad$ 1 - I $\quad$ 4 - IV

1 $\quad$ 4

1 8 7 ~~6~~ 6 5 4 3 2 1 ~~4~~

1

$P_8 = 8!$ $\quad$ Відп.: 8!

№11

Типу a — ~~n~~ n, типу b — m, типу c — k

з a і b

всього слів: $C_{m+n+\cancel{k}}(m, n, \cancel{k}) = \frac{(m+n\cancel{+k})!}{m!\,n!\,\cancel{k!}}$

аби символи c не опинились поруч, запишемо їх між a або b по одному

Місць для такого запису: $n+m+1$

Варіантів такого запису:

$$C^k_{n+m+1} \cdot \frac{(m+n)!}{n!\,m!} = \frac{(n+m+1)!\,(m+n)!}{k!\,n!\,m!}$$

Відп.: $\frac{(m+n)!\,(m+n+1)!}{m!\,n!\,k!}$

№12

$C_8^4 \cdot C_{16}^7$ род.

інож.

Відп.: $C_8^4 \cdot C_{16}^7$.

№13

Група з ≥ g чоловік. тобто можливі групи з

g, g+1, g+2, ..., b-1, b чоловік.

Відповідно способів:

$$C_b^g + C_b^{g+1} + C_b^{g+2} + \dots C_b^{b-1} + C_b^b = \sum_{i=g}^{b} C_b^i$$

Відп.: $\sum_{i=g}^{b} C_b^i$.

№14

палеонтолог: 6 приголосних, 5 голосних

Тобто приголосні будуть на неп. позиціях, а голосні на парних:

П Г П Г П Г П Г П Г П

6 5 4 3 2 1

5 4 3 2 1

таких

Перестановок: 6! 5!

Відп.: 6! 5!

№15

4 – a   3 – в   – 2 – c   №16

Всього слів: ~~4!3!~~ $\frac{(4+3+2)!}{4!\,3!\,2!} = \frac{9!}{4!\,3!\,2!}$

Візьмемо підслова аааа, ввв, сс

як один елемент.

Слів із аааа: $\frac{6!}{3!\,2!}$

із ввв: $\frac{7!}{4!\,2!}$

із сс: $\frac{8!}{4!\,3!}$

Зі всіма трьома: $3!$

із аааа і ввв: $\frac{4!}{2!}$

із ввв і сс: $\frac{6!}{4!}$

із аааа і сс: $\frac{5!}{3!}$

З хоча б одним: $\frac{6!}{3!2!} + \frac{7!}{4!2!} + \frac{8!}{4!3!} - \frac{4!}{2} - \frac{6!}{4!} - \frac{5!}{3!} + 3!$

Без жодного: $\frac{9!}{4!3!2!} - \frac{6!}{3!2!} - \frac{7!}{4!2!} - \frac{8!}{4!3!} + \frac{4!}{2} + \frac{6!}{4!} + \frac{5!}{3!} - 3!$ — відповідь

N17

Перестановок: $\frac{6!}{2!2!2!} = \frac{6!}{8}$

N18

$(1+x)^n$ $\quad C_n^4 = C_n^{10}$

$C_n^k = C_n^{n-k} \Rightarrow 10 = n-4$ $\quad n=14$

N19

$C_{k+1}^{k-1} + C_k^{k-2} = 9k+10$

$\frac{(k+1)!}{(k-1)!\cdot 2} + \frac{k!}{(k-2)!\cdot 2} = \frac{1}{2}\left(\frac{(k+1)!}{(k-1)!} + \frac{k!(k-1)}{(k-1)!}\right) =$

$= \frac{1}{2}\left(\frac{(k+1)!\,k!\,(k-1)}{(k-1)!}\right) = \frac{1}{2}(k+1)k(k-1) =$

$= \frac{1}{2}k(k^2-1) = 9k+10$

$k^3 - 1 - 18k - 20 = k^3 - 18k - 21 = 0$

1 + 7 C(

1+ 7 n/(n-

1 + 7

1+7n+6

n^3 +

C

⇒ C

C+1

№ 20

$$1 + 7\,C(n,1) + 12\,C(n,2) + 6\,C(n,3) = (n+1)^3$$

$$1 + 7\frac{n!}{(n-1)} + 12\frac{n!}{(n-2)\,2} + 6\frac{n!}{(n-3)\,3!} = (n+1)^3$$

$$1 + 7n + 6(n-1)n + (n-1)(n-2)n = (n+1)^3$$

$$1 + 7n + 6n^2 - 6n + n^3 - 3n^2 + 2n = (n+1)^3$$

$$n^3 + 3n^2 + 3n + 1 = (n+1)^3$$

за ф-лою
скор множ.

№ 24

1 пиріжка

C_{14}^{1} – способів вибору ~~по~~ 1 сорту

~~2 тістечка 1 сорту~~ =>

=> ~~$\frac{C_{14}^{1}}{2!}$ – сп. вибору 2 тістечок 1 сорту~~

C_4^1

№25

$11!$ – перестановок усіх верб.

$10!$ – коли змінили 1 раз і того, що ішов попереду більше не може бути так

$11! - 10! - 9! - 8! \ldots - 3! - 2! - 1!$ – Відповідь.

№34

а 2 діагоналі – по 2 верш. на кінцях кожної – 4 вершини.

k-кість діагоналей: $\frac{k(k-3)}{2}$

Т. перетину: C_k^4

Відп.: $\frac{k(k-3)}{2}$, C_k^4.

№36

Щоб не брати 2 книги поруч, беремо їх з $\frac{k}{2}$ позицій

Для парного k: $2 \cdot C^{n}_{k \cdot \frac{1}{2}}$

Для непарного: $C([\frac{k}{2}]+1, n) + C([\frac{k}{2}]-1, n)$.

N48

$q = 3^{15} \cdot 5^{32} \cdot 7^{422}$

16 33 423

Дільників: $16 \cdot 33 \cdot 423$

N47

$\dfrac{17!}{6!\,3!\,8!}$

N45

а) $9 \cdot 10^{n-1} - 8 \cdot 9^{n-1}$

всі можливі нема 3

в) 5^n

г) $9 \cdot 10^{n-1} - 4 \cdot 5^{n-1}$

всі парні

д) $8 \cdot 9^{n-1}$

е) $9 \cdot 10^{n-2}$

є) $\cancel{10}\, A_{10}^{n} - A_{9}^{n-1}$

всі

нуль на I місці

N32

$a_n = 4a_{n-1} - 4a_{n-2}$ $\quad a_0 = 1 \quad a_1 = 0$

$f(x) - 4x f(x) + 4x^2 f(x) =$

$= a_0 + (a_1 - 4a_0)\,x + (a_2 + 4a_1 + 4a_0)\,x^2 + \ldots$

$f(x)(1-4x+4x^2) = 1 + (0-4)\,x = 1 - 4x$

$f(x) = \dfrac{1-4x}{1-4x+4x^2}$