МКР №3 з дискретної математики, ІПС-11,
Павлюченко Б. Д., Варіант №24

1) $f(x,y,z) = x \oplus (\bar{y} \to z)$

x	y	z	$\bar{y} \to z$	f
0	0	0	0	0
0	0	1	1	1
0	1	0	1	1
0	1	1	1	1
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	0

8) $\cancel{f(x,y,z) = x \oplus (\bar{y} \to z) = x | y}$

3) ~~Ні. Якщо розглянути вектори даної с-ми БФ не важко~~

35) За означенням самодвоїстих функцій, $f^* = f$. Тобто якщо $M \in S \Rightarrow M^* = M$.

30) Побудуємо таблицю належності ф-цій цієї системи до 5 класів БФ:

	T_0	T_1	M	L	S
$\vee$	+	+	+	-	-
$\wedge$	+	+	+	-	-
$\oplus$	+	-	-	+	-
0	+	-	+	+	-

За теоремою Поста дана система БФ не є функціонально повною, так як жодна з БФ цієї системи не є такою, що $f \notin T_0$

32) Ні, бо вона є надлишковою. Цю систему можна розбити на 2 інші функціонально повні системи: $\Sigma_1 = \{\wedge, \bar{x}\}$ $\Sigma_2 = \{\vee, \bar{x}\}$. Тому, за означенням базису БФ, Σ не є базисом.

31) $f(x,y,z) = 11000101$

$f(0,0,0) = a_{000} = 1 \Rightarrow a_{000} = 1$

$f(1,0,0) = a_{000} \oplus a_{100} = 1 \oplus a_{100} = 0 \Rightarrow 1$

$f(0,1,0) = a_{000} \oplus a_{010} = 1 \oplus a_{010} = 0 \Rightarrow 1$

$f(0,0,1) = a_{000} \oplus a_{001} = 1 \oplus a_{001} = 1 \Rightarrow 0$

$f(1,1,0) = a_{000} \oplus a_{100} \oplus a_{010} \oplus a_{110} = \cancel{101} \oplus a_{110} = 0 \Rightarrow 1$

$f(1,0,1) = a_{000} \oplus a_{100} + a_{001} \oplus a_{101} = \cancel{1010} \oplus a_{101} = 1 \Rightarrow 1$

$f(0,1,1) = a_{000} \oplus a_{010} \oplus a_{001} + a_{011} = 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus a_{011} = 0 \Rightarrow 0$

$f(1,1,1) = a_{000} \oplus a_{100} \oplus a_{010} \oplus a_{001} \oplus a_{110} \oplus a_{101} \oplus a_{011} \oplus a_{111}$

$= 1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 \oplus a_{111} = 1 \Rightarrow a_{111} = 0$

Відповідно маємо: $1 \oplus x_1 \oplus x_2 \oplus x_1 x_2 \oplus x_1 x_3$

37) $f(x,y,z) = xy\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee x\bar{y}z = xy(1 \oplus z) \vee$

$\vee (1 \oplus x)(1 \oplus y)(1 \oplus z) \vee xz(1 \oplus y) =$

$= xy \oplus xyz \oplus xz \oplus x \oplus y \oplus z \oplus yz \oplus 1 = 1 \oplus x \oplus y \oplus$

$\oplus z \oplus yz \oplus xyz$

41) З ~~означення~~ самодвоїстої БФ випливає, що вона істотно залежить хоча від 1 змінної. Щоб переконатися в цьому, достатньо помітити, що самодвоїстими є функції $\{x, \bar{x}, y, \bar{y}\}$.

42) Якщо ~~f-так~~ f - не константа, а f^* - так, то $f \neq f^*$, відповідно $f \notin S$.

43) $f = xy \Rightarrow f^* = \overline{\bar{x}\bar{y}} = \bar{\bar{x}} \vee \bar{\bar{y}} = x \vee y$

(21) За означенням, $f^* = \overline{f}(\overline{x_1}, \ldots \overline{x_n}) \Rightarrow$

$f^* = 01011010$.

(22) За означенням, якщо $f \in S$, то $f^* = f$.

З попередньої задачі бачимо, що $f^* \neq f$.
Відповідно $f \notin S$.

(19) Скористаймося властивістю: якщо $\alpha_i \leq \beta_i$, то $\alpha_i \vee \beta_i = \beta_i$ та $\alpha_i \beta_i = \alpha_i$, де $i = \overline{0, n}$, $\alpha = \beta = \{0, 1\}$

Тоді, при підстановці цих даних співвідношень кортежів $(0, x_1 \ldots x_n)$ та $(1, x_1 \ldots x_n)$ легко переконатися, що розклад є справедливим

(18) $f = (00110001)$ не є монотонною. Щоб впевнитися в цьому, достатньо порівняти значення (0011) і (0001). Умова монотонності порушується, тому $f \notin M$.

(16) Так як БФ, що набуває 1 на $(0,0,0)$, і 0 на $(1,1,1)$ (що слідує з умови), за означенням монотонності БФ, що умову монотонності порушує, то множина буде порожньою. Тобто $M \setminus (T_0 \cup T_1) = \varnothing$

(14) 1. Знайдемо СДНФ за методом Блейка

$(\bar{x} \vee \bar{z})(y \vee \bar{z}) \vee x(y \vee \bar{y}z) \vee \bar{x}\bar{y} = xy \vee x\bar{y}z \vee$

$\vee xz \vee \bar{y}z \vee \bar{x}\bar{y} = xy \vee xz \vee \bar{y}z \vee \bar{x}\bar{y}$

2. Побудуємо ІТ, модифіковану для методу К

Потрібна:

	$\bar{x}\bar{y}\bar{z}$	$\bar{x}\bar{y}z$	$x\bar{y}z$	$xy\bar{z}$	xyz
				*	*
A xy			*		*
B xz		*	*		
C $\bar{y}z$					
D $\bar{x}\bar{y}$	*	*			

3. Побудуємо КПІТ: $D(C \vee D)(B \vee C)A(A \vee B) =$

$= AD(B \vee C) = ABD \vee ACD$

Відповідно, маємо такі ТДНФ:

$xy \vee xz \vee \bar{x}\bar{y}$ та $xy \vee \bar{y}z \vee \bar{x}\bar{y}$.

(9) $f = (1111, 010)$. Порівнюємо набори по змінній z:
$1 = 1$
$1 = 1$
$1 \neq 0$ => z - не є фіктивною

(7) Із означення БФ еквівалентності відомо, що вона є запереченням виключної диз'юнкції, тобто $x \leftrightarrow y = \overline{(x \oplus y)}$. Так як функцію логічного заперечення ~~за означенням~~ очевидно не можна подати як суперпозицію функцій самої множини, то і еквівалентність не можна також.

(33) $f = (10, 1)$, відповідно ДДНФ $f = \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee$
$f = \bar{x}_1\bar{y} \vee x_1\bar{y} \vee x_1 y$

(34) ДКНФ $f = x_1 \vee \bar{x}_2$

Для розв'язку задач 33; 34 використав індекси 1 і 0

$$③\quad x \oplus \overline{(\bar{y} \to z)} = x \oplus \overline{(y \vee z)} = x \oplus (\bar{y}\bar{z}) \,.$$

$$= \cancel{x\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}} \quad x(y \vee z) \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z} =$$

$$= xy \vee xz \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z} = xy(z \vee \bar{z}) \vee xz(y \vee \bar{y}) \vee$$

$$\vee\, \bar{x}\bar{y}\bar{z} = xyz \vee x\bar{y}z \vee xy\bar{z} \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z}$$