

Модульна контрольная работа №2
3 дискретной математики
Студентки ФДС-12
Гореловой В. В.
Вариант - 50

2) Застосуємо уркову модель

Поди, кількість розв'язків нерівності:

$$\overline{C_5^{12}} + \overline{C_5^{11}} + \overline{C_5^{10}} + \overline{C_5^9} + \overline{C_5^8} + \overline{C_5^7} + \overline{C_5^6} + \overline{C_5^5} + \overline{C_5^4} + \overline{C_5^3} +$$
$$+ \overline{C_5^2} + \overline{C_5^1} + \overline{C_5^0}$$

4) Б, Д.

9) Скористаємося формулою розв'язання з повтореннями

$$\overline{A_{18}^{11}} = 18^{11}$$

10) Позначимо книжки, що взяли — одиницями, і книжки — нулями. Поді є послідовність з n нулів та m одиниць, де n одиниць не стає поруч. Отже, k — це способів:

$$C_{n-z+1}^z$$

$$\text{Відповідь: } C_{n-z+1}^z$$

13) Кількість усіх перестановок: P_7 .

Кількість перестановок, де дві книжки стоять поруч: P_6

Кількість перестановок, де третій і четвертий
поми стаєть не поруз: $P_7 - P_6 = 5040 - 720 = 4320$
Відповідь: 4320

15) Найменша кількість купів:

$$9 + 11 + 12 + 11 = 43 \text{ (за принципом Діріхле)}$$

16) Застосуємо уривку модель
Поді, к-сть способів:

$$C_{s+h_1-1}^{h_1} \cdot C_{s+z_2-1}^{z_2} \cdot C_{s+g_3-1}^{g_3}$$

19) а) 5^n

б) 9^n

в) $9 \cdot 10^{n-1} - 5^n$

г) 2

д) $8 \cdot 9^{(n-1)}$

е) $9 \cdot 10^{(n-2)}$

є) $9 \cdot 10^{n-1} - 8 \cdot 9^{n-1}$

21) Кількість браслетів-перестановка з
повтореннями

$$P_{22}(6, 9, 7) = \frac{22!}{6! \cdot 9! \cdot 7!} =$$

$$= \frac{10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14 \cdot 15 \cdot 16 \cdot 17 \cdot 18 \cdot 19 \cdot 20 \cdot 21 \cdot 22}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} =$$

$$= 11 \cdot 13 \cdot 2 \cdot 17 \cdot 3 \cdot 19 \cdot 20 \cdot 7 \cdot 22$$

24) б) Семінар А та Б:

$$17 + 13 - (30 - 8) = 8$$

а) Лише семінар А:

$$17 - 8 = 9, \text{ де } 8 = |A \cap B|.$$

25) а) $40\% + 25\% + 35\% - 10\% \cdot 3 = 70\%$

б) $100\% - (60\% + 50\% + 40\% - 40\% - 25\% - 35\% + 10\%) = 40\%$

в) 40% - подвоєно \Rightarrow кожна з одних:

$$100\% - 40\% = 60\%$$

г) не менше двох: лише два та усі три

$$70\% + 10\% = 80\%$$

Відповідь: а) 70% , б) 40% , в) 60% , г) 80% .

29) Лише два варіанти: дві точки на одній прямій, одна на іншій, і

навісаків. Отже, трикутників:

$$h \cdot C_g^2 + g \cdot C_h^2.$$

Відповідь: $h \cdot C_g^2 + g \cdot C_h^2.$

30) Непарна сума:

1) Три непарних числа: $C_{50}^3.$

2) 2 непарних, 1 парне: $50 \cdot C_{50}^2.$

Відповідь: $C_{50}^3 + 50 \cdot C_{50}^2.$

31) Оскільки дві цифри мають фіксовані позиції, то переставляти будемо 3 цифри на 8 позиціях:

$$P_8 = 8! = 40320. \text{ Відповідь: } 40320$$

33) Оберемо 3 інженерів з 12 і 9 робітників з 22:

$$C_{12}^3 \cdot C_{22}^9$$

Відповідь: $C_{12}^3 \cdot C_{22}^9.$

35) Прикладі триголосні можна поставити на 5 позицій: к-2 літери, в-дві літери, р-одна

$$P_5(2, 2, 1) = \frac{5!}{2! \cdot 2! \cdot 1!} = 30$$

Талані — на 4 позиції, а — 3 літери,
о — одна.

$$P_4(3, 1) = \frac{4!}{3! \cdot 1!} = 4.$$

Всього способів: $P_5(2, 2, 1) \cdot P_4(3, 1) =$
 $= 30 \cdot 4 = 120$

37) Всього перестановок: $P_9(4, 3, 2)$.

Перестановки, де є підслово аааа, ввв, еє:

43) За поліноміальною теоремою:

$$\begin{aligned} (x + 4y + 2z)^3 &= \sum_{\substack{k_1, k_2, k_3 \geq 0 \\ k_1 + k_2 + k_3 = 3}} C_3(k_1, k_2, k_3) x^{k_1} (4y)^{k_2} (2z)^{k_3} = \\ &= x^3 + 64y^3 + 8z^3 + x^2 \cdot 4y + x^2 \cdot 2z + 16y^2 \cdot x + \\ &+ 16y^2 \cdot 2z + 4z^2 \cdot x + 4z^2 \cdot 4y + x \cdot 4y \cdot 2z = \\ &= x^3 + 64y^3 + 8z^3 + 4x^2y + 2x^2z + 16xy^2 + 32y^2z + \\ &+ 4xz^2 + 16yz^2 + 8xyz. \end{aligned}$$

44) $(1 + 2x^2 - x^4)^{10}$, $k = 8$

За поліноміальною теоремою, коефіцієнт
при x^8 :

$$-4 C_{10}(7, 2, 1) + C_{10}(8, 0, 2) + 16 C_{10}(6, 4, 0) =$$

$$= -4 \cdot \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{7! \cdot 2!} + \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{8! \cdot 2!} + 16 \cdot \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}{6! \cdot 4! \cdot 1! \cdot 2! \cdot 3! \cdot 4!} =$$

$$= -1440 + 45 + 3360 = 1965.$$

Результат: 1965