Чи існує РФ s:

1) $\forall x \forall y\ E_{s(x,y)} = (E_{2y} \cup D_{3x}) \cup \{x\}$

$(E_{2y} \cup D_{3x}) \cup \{x\} = L$

f(x, y, z) = $\begin{matrix} z, \text{якщо} z \epsilon L \\ \perp, \text{інакше} \end{matrix}$ - ЧРФ? (+)

Покажемо z є L — ЧРП:

z є L <=> z є $E_{2y}$ v z є $D_{3x}$ v z є {x} <=> z є $E_{2y}$ v z є $D_{3x}$ v z = x <=>$\exists a \exists k((P_{2y}(a) \downarrow = z \text{накроці} k) v (P_{3x}(z) \downarrow \text{накроці} k) v (z = x))$- ЧРП

Отже f(x, y, z) – ЧРФ

Тоді за s-m-n Th ∃РФ$s(x, y)$

f(x, y, z) = $\varphi_{s(x,y)}(z) \forall x, y, z$

Зафіксуємо x, y (аргументи S):

$z \epsilon L \Leftrightarrow f(x, y, z) \downarrow \Leftrightarrow \varphi_{(s(x,y))}(z) \downarrow \Leftrightarrow z \epsilon D_{(s(x,y))}$, за побудовою $D_{(s(x,y))}$
$= E_{(s(x,y))}$, тому $z \epsilon E_{(s(x,y))}$

2) $\forall x \forall y\ D_{s(x,y)} = (E_{2x} \cup D_{3y}) \cup \{2x, x+y\}$

$(E_{2x} \cup D_{3y}) \cup \{2x, x+y\} = L$

f(x, y, z) = $\begin{matrix} z, \text{якщо} z \epsilon L \\ \perp, \text{інакше} \end{matrix}$ - ЧРФ? (+)

Покажемо z є L — ЧРП:

z є L <=> $(E_{2x} \cup D_{3y}) \cup \{2x, x+y\}$ <=> z є $E_{2x}$ v z є $D_{3y}$ v z = 2x v z = x+y <=>
$\exists a \exists k((P_{2x}(a) \downarrow = z \text{накроці} k) v (P_{3y}(z) \downarrow \text{накроці} k) v (z = x) v (z = x + y))$

Отже f(x, y, z) – ЧРФ

Тоді за s-m-n Th ∃РФ$s(x, y)$

f(x, y, z) = $\varphi_{s(x,y)}(z) \forall x, y, z$

Зафіксуємо x, y (аргументи S):

$z \epsilon L \Leftrightarrow f(x, y, z) \downarrow \Leftrightarrow \varphi_{(s(x,y))}(z) \downarrow \Leftrightarrow z \epsilon D_{(s(x,y))}$

3) $\forall x \forall y\ E_{s(x,y)} = (E_{2x} \cup E_{x+y}) \cap D_{2y}$

$(E_{2x} \cup E_{x+y}) \cap D_{2y} = L$

f(x, y, x) = $\begin{matrix} z, \text{якщо} z \epsilon L \\ \perp, \text{інакше} \end{matrix}$ - ЧРФ? (+)

Покажемо z є L — ЧРП:

z є L <=> z є $(E_{2x} \cup E_{x+y})$ & z є $D_{2y}$ <=> (z є $E_{2x}$ v z є $E_{x+y}$) & z є $D_{2y}$ <=>
$\exists a \exists k(((P_{2x}(a) \downarrow = z \text{накроці} k) v (P_{(x+y)}(a) = z \downarrow \text{накроці} k)) \wedge P_{2y}(z) \downarrow \text{накроці} k)$- ЧРП

Отже f(x, y, z) – ЧРФ

Тоді за s-m-n Th ∃РФ$s(x, y)$

f(x, y, z) = $\varphi_{s(x,y)}(z) \forall x, y, z$

Зафіксуємо x, y (аргументи S):

$z \epsilon L \Leftrightarrow f(x, y, z) \downarrow \Leftrightarrow \varphi_{(s(x,y))}(z) \downarrow \Leftrightarrow z \epsilon D_{(s(x,y))}$, за побудовою $D_{(s(x,y))}$
$= E_{(s(x,y))}$, тому $z \epsilon E_{(s(x,y))}$

4) $\forall x \forall y\ D_{s(x,y)} = (D_{2x} \cup D_{x+y}) \cap E_{2y}$
$(D_{2x} \cup D_{x+y}) \cap E_{2y} = L$
$f(x, y, z) = \begin{matrix} z, \text{якщо} z \epsilon L \\ \perp, \text{інакше} \end{matrix}$ - ЧРФ? (+)
Покажемо z є L — ЧРП:
$z \in L \Leftrightarrow (D_{2x} \cup D_{x+y}) \cap E_{2y} \Leftrightarrow z \in (D_{2x} \cup D_{x+y})\ \&\ z \in E_{2y} \Leftrightarrow$
$\exists a \exists k(((P_{2x}(z) \downarrow \text{накроці}k) v (P_{(x+y)}(z) \downarrow \text{накроці}k)) \wedge (P_{2y}(a) = z\text{накроці}k))$
Отже f(x, y, z) – ЧРФ
Тоді за s-m-n Th $\exists$РФ$s(x, y)$
$f(x, y, z) = \varphi_{s(x,y)}(z) \forall x, y, z$
Зафіксуємо x, y (аргументи S):
$z \epsilon L \Leftrightarrow f(x, y, z) \downarrow \Leftrightarrow \varphi_{(s(x,y))}(z) \downarrow \Leftrightarrow z \epsilon D_{(s(x,y))}$

5) $\forall x \forall y\ E_{s(x,y)} = (D_{2x} \cap D_{x+y}) \cup E_{2y}$
$(D_{2x} \cap D_{x+y}) \cup E_{2y} = L$
$f(x, y, x) = \begin{matrix} z, \text{якщо} z \epsilon L \\ \perp, \text{інакше} \end{matrix}$ - ЧРФ? (+)
Покажемо z є L — ЧРП:
$z \in L \Leftrightarrow z \in (D_{2x} \cap D_{x+y}) \cup E_{2y} \Leftrightarrow (z \in D_{2x}\ \&\ z \in D_{x+y})\ v\ z \in E_{2y} \Leftrightarrow$
$\exists a \exists k(((P_{2x}(z) \downarrow \text{накроці}k) \wedge (P_{(x+y)}(z) \downarrow \text{накроці}k)) v (P_{2y}(z) \downarrow \text{накроці}k))$- ЧРП
Отже f(x, y, z) – ЧРФ
Тоді за s-m-n Th $\exists$РФ$s(x, y)$
$f(x, y, z) = \varphi_{s(x,y)}(z) \forall x, y, z$
Зафіксуємо x, y (аргументи S):
$z \epsilon L \Leftrightarrow f(x, y, z) \downarrow \Leftrightarrow \varphi_{(s(x,y))}(z) \downarrow \Leftrightarrow z \epsilon D_{(s(x,y))}, \text{запобудовою} D_{(s(x,y))} = E_{(s(x,y))}, \text{тому} z \epsilon E_{(s(x,y))}$

6) $\forall x \forall y\ D_{s(x,y)} = (E_{2y} \cap D_{3x}) \cup \{y\}$
$(E_{2y} \cap D_{3x}) \cup \{y\} = L$
$f(x, y, z) = \begin{matrix} z, \text{якщо} z \epsilon L \\ \perp, \text{інакше} \end{matrix}$ - ЧРФ? (+)
Покажемо z є L — ЧРП:
$z \in L \Leftrightarrow z \in (E_{2y} \cap D_{3x}) \cup \{y\} \Leftrightarrow (z \in E_{2y}\ \&\ z \in D_{3x})\ v\ z = y \Leftrightarrow \exists a \exists k(((P_{2y}(a) \downarrow = z\text{накроці}k) \wedge (P_{3x}(z) \downarrow \text{накроці}k)) v (z = y))$- ЧРП
Отже f(x, y, z) – ЧРФ
Тоді за s-m-n Th $\exists$РФ$s(x, y)$
$f(x, y, z) = \varphi_{s(x,y)}(z) \forall x, y, z$
Зафіксуємо x, y (аргументи S):
$z \epsilon L \Leftrightarrow f(x, y, z) \downarrow \Leftrightarrow \varphi_{(s(x,y))}(z) \downarrow \Leftrightarrow z \epsilon D_{(s(x,y))}$

7) $\forall x \forall y\ E_{s(x,y)} = (E_{2y} \cap D_{3x}) \cup \{x\}$
$(E_{2y} \cap D_{3x}) \cup \{y\} = L$
$f(x, y, z) = \begin{matrix} z, \text{якщо} z \epsilon L \\ \perp, \text{інакше} \end{matrix}$ - ЧРФ? (+)
Покажемо z є L — ЧРП:
$z \in L \Leftrightarrow z \in (E_{2y} \cap D_{3x}) \cup \{x\} \Leftrightarrow (z \in E_{2y}\ \&\ z \in D_{3x})\ v\ z = x \Leftrightarrow \exists a \exists k(((P_{2y}(a) \downarrow = z\text{накроці}k) \wedge (P_{3x}(z) \downarrow \text{накроці}k)) v (z = x))$- ЧРП
Отже f(x, y, z) – ЧРФ
Тоді за s-m-n Th $\exists$РФ$s(x, y)$
$f(x, y, z) = \varphi_{s(x,y)}(z) \forall x, y, z$
Зафіксуємо x, y (аргументи S):

$z \epsilon L \Leftrightarrow f(x, y, z) \downarrow \Leftrightarrow \varphi_{(s(x,y))}(z) \downarrow \Leftrightarrow z \epsilon D_{(s(x,y))}$, за побудовою $D_{(s(x,y))} = E_{(s(x,y))}$, тому $z \epsilon E_{(s(x,y))}$

Чи існує РФ s(Заперечення існування):

1) $\forall x \forall y \forall z\ E_{s(x, y, z)} = D_x \setminus (E_y \cap \hat{E}_z)$

Візьмемо x, y, z такі що:

$D_x = N$

$E_y = D$ $\quad D_x \setminus (E_y \cap \hat{E}_z) = N \setminus (D \cap N) = \check{D}$

$E_z = \emptyset$

отже такої РФ не існує.

2) $\forall x \forall y \forall z\ D_{s(x, y, z)} = \check{D}_x \setminus (E_y \cap D_z)$

Візьмемо x, y, z такі що:

$D_x = \emptyset$

$E_y = D$ $\quad \check{D}_x \setminus (E_y \cap D_z) = N \setminus (D \cap D) = \check{D}$

$D_z = D$

отже такої РФ не існує.

3) $\forall x \forall y \forall z\ D_{s(x, y, z)} = E_x \setminus (D_y \cap \check{D}_z)$

Візьмемо x, y, z такі що:

$E_x = N$

$D_y = D$ $\quad E_x \setminus (D_y \cap \check{D}_z) = N \setminus (D \cap N) = \check{D}$

$D_z = \emptyset$

отже такої РФ не існує.

4) $\forall x \forall y \forall z\ E_{s(x, y, z)} = (E_x \text{ u } \check{D}_z) \setminus E_y$

Візьмемо x, y, z такі що:

$E_y = D$

$E_x = \emptyset$ $\quad (E_x \text{ u } \check{D}_z) \setminus E_y = (\emptyset \text{ u } N) \setminus D = \check{D}$

$D_z = \emptyset$

отже такої РФ не існує.

5) $\forall x \forall y \forall z\ E_{s(x, y, z)} = D_x \text{ u } (\hat{E}_y \setminus D_z)$

Візьмемо x, y, z такі що:

$D_x = \emptyset$

$E_y = \emptyset$ $\quad D_x \text{ u } (\hat{E}_y \setminus D_z) = \emptyset \text{ u } (N \setminus D) = \check{D}$

$D_z = D$

отже такої РФ не існує.

6) $\forall x \forall y \forall z\ E_{s(x, y, z)} = \hat{E}_x \text{ u } (D_z \setminus E_y)$

Візьмемо x, y, z такі що:

$E_x = N$

$D_z = N$ $\quad \hat{E}_x \text{ u } (D_z \setminus E_y) = \emptyset \text{ u } (N \setminus D) = \check{D}$

$E_y = D$

отже такої РФ не існує.

7) $\forall x \forall y \forall z\ E_{s(x, y, z)} = \check{D}_y \text{ u } (D_z \setminus D_x)$

Візьмемо x, y, z такі що:

$D_y = N$

$D_z = N$ $\quad \check{D}_y \text{ u } (D_z \setminus D_x) = \emptyset \text{ u } (N \setminus D) = \check{D}$

$D_x = D$

отже такої РФ не існує.

Покажіть чому предикат частково рекурсивний:

1) "$3x + 1 \in E_y^2$"

$\exists a \exists b \exists k$ ($P_y(a, b)\downarrow = 3x + 1$ на кроці k)

2) "$\varphi_{3x} = 2y$ – добуток двох кубів"

$\exists a \exists b \exists c \exists k$ ($P_{3x}(a)\downarrow = 2y$ на кроці k & $2y = b^3 * c^3$)

3) "$\varphi_{x+y}(2x)$ – сума трьох квадратів"

$\exists a \exists b \exists c \exists k$ ($P_{x+y}(2x)\downarrow = a^2 + b^2 + c^2$ на кроці k)

4) "$\varphi_{3x}(y+1)$ кратне 100"

$\exists a \exists k$ ($P_{3x}(y+1)\downarrow = 100 * a$ на кроці k)

5) "$x^2 \in E_y^3$"

$\exists a \exists b \exists c \exists k$ ($P_y(a, b, c)\downarrow = x^2$ на кроці k)

6) "$\varphi_y(2x) \in D_{x+y}$"

$\exists a \exists k$ ($P_y(2x)\downarrow = a$ на кроці k & $P_{x+y}(a)\downarrow$)

Чи буде ЧРП предикат:

1) "$2z \in C(D_x^2)$"

$\exists a \exists b \exists n \exists k$ ($P_x^2(a, b)\downarrow$ на кроці k & $2z = C(a, b)$)

2) "$\varphi_{2x}(y) \in D_{2x}$"

$\exists a \exists k$ ($P_{2x}(y)\downarrow = a$ на кроці k & $P_{2x}(a)\downarrow$)

3) "$\varphi_{2y}(x) \in D_{2x+y}$"

$\exists a \exists k$ ($P_{2y}(x)\downarrow = a$ на кроці k & $P_{2x+y}(a)\downarrow$)

4) "$\varphi_{17x+5}(y)$ дільник числа 100"

$\exists a \exists k$ ($P_{17x+5}(y)\downarrow = 100 * a$ на кроці k)

5) "$(0; \varphi_y(0)) \in C^{-1}(D_x)$" – Посна хуйня якась, ну нахуй

$\exists a \exists n \exists k$($P_y(0)\downarrow = a$ на кроці k & $n = C(0, a)$ & $P_x(n)\downarrow$ на кроці k)

6) "$2x + y \in E_y^3$"

$\exists a \exists b \exists c \exists k$ ($P_y(a, b, c)\downarrow = 2x + y$ на кроці k)