МКР №3 з дискретної математики
група 1ПС-11
Вербицький А. В.

Варіант 8

1) $f(x, y, z) = \overset{1}{x} \overset{3}{\oplus} (y \overset{2}{\to} z)$

x	y	z	1	2	3 (f)
0	0	0	0	1	1
0	0	1	0	1	1
0	1	0	0	0	0
0	1	1	0	1	1
1	0	0	1	1	0
1	0	1	1	1	0
1	1	0	1	0	1
1	1	1	1	1	0

2) $\forall f, g \in M: f = (\delta_1, \delta_2, \ldots, \delta_n),\ g = (\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n)$

$f \le g \Leftrightarrow \delta_1 \le \varepsilon_1,\ \delta_2 \le \varepsilon_2, \ldots, \delta_n \le \varepsilon_n$

$\bar{f}$ і $\bar{g} \in M^*: \bar{f} = (\bar{\delta}_1, \bar{\delta}_2, \ldots, \bar{\delta}_n),\ \bar{g} = (\bar{\varepsilon}_1, \bar{\varepsilon}_2, \ldots, \bar{\varepsilon}_n) \Rightarrow$

$\Rightarrow \bar{f} \ge \bar{g} \Leftrightarrow \bar{\delta}_1 \ge \bar{\varepsilon}_1,\ \bar{\delta}_2 \ge \bar{\varepsilon}_2, \ldots, \bar{\delta}_n \ge \varepsilon_n \Rightarrow$

$\Rightarrow f$ і $\bar{g} \in M$ □

3) $f(x, y, z) = x \oplus \overline{(y \to z)} = x \oplus (y \wedge \bar{z}) =$

$= (\bar{x} \wedge (y \wedge \bar{z})) \vee (x \wedge \overline{(y \wedge \bar{z})}) = \bar{x} y \bar{z} \vee (x \wedge (\bar{y} \vee z)) =$

$= \bar{x} y \bar{z} \vee x\bar{y} \vee xz = \bar{x} y \bar{z} \vee x\bar{y}z \vee x\bar{y}\bar{z}\ \cancel{\vee x\bar{y}z}$ //

4) $\bar{x} y \bar{z} \vee x\bar{y}z \vee x\bar{y}\bar{z} = \bar{x} y \bar{z} \vee x\bar{y} = (\bar{x} y \bar{z} \vee x)(\bar{x} y \bar{z} \vee y) =$

$= (x \vee y)(x \vee \bar{z})(\bar{x} \vee y)(y \vee \bar{z})\, y =$

$= (x \vee y \vee z)(x \vee y \vee \bar{z})(x \vee \bar{y} \vee z)(\bar{x} \vee y \vee z)(\bar{x} \vee y \vee \bar{z})$

5)

x_1	x_2	f	g
0	0	1	0
0	1	0	1
1	0	1	1
1	1	1	1

$h(x_1, x_2, x_3) = g(x_1 \Leftrightarrow x_3, f(x_2, x_1 \oplus 1))$

x_1	x_2	x_3	$\oplus$	f	$\Leftrightarrow$	h
0	0	0	1	0	1	1
0	0	1	1	0	0	0
0	1	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	0	1
1	0	0	0	1	0	1
1	0	1	0	1	1	1
1	1	0	0	1	0	1
1	1	1	0	1	1	1

$h(x_1, x_1, x_3) = (10111111)$

6) $x \to y = \bar{x} \vee y$

$x | y = \bar{x} \vee \bar{y}$

$\bar{y} = \overline{y|y} = y \wedge y = y = y|y$

$x \to y = x | (y|y)$

7) Згідно з теоремою Поста БФ f можна подати формулою над множиною операцій H $\Leftrightarrow$ коли f можна виразити у вигляді базових БФ, які можна побудувати на множині H. Для заперечення це неможливо.

8) $f(x_1, x_2, x_3, x_4) = ((x_1 \downarrow ((x_2 \Leftrightarrow x_1) \to x_3)) | \bar{x}_4) =$

$= x_3 x_4 \cdot 0 \vee \bar{x}_3 x_4 \cdot 0 \vee x_3 \bar{x}_4 \cdot 0 \vee \bar{x}_3 \bar{x}_4 (x_1 \downarrow \overline{(x_2 \Leftrightarrow x_1)}) =$

$= \bar{x}_3 \bar{x}_4 (x_1 \downarrow \overline{(x_2 \Leftrightarrow x_1)})$

9)

x	y	z	f
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

$\leftarrow x=0,\ f=1$
$y, z\ \forall$ $\Longrightarrow$ x - істотна
y, z
$\leftarrow x=1,\ f=0$

10) $xyz \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee xy\bar{z} = x(y\oplus 1)z \oplus (x\oplus 1)(y\oplus 1)(z\oplus 1)\oplus$

$\oplus\ xy(z\oplus 1) = \cancel{xyz} \oplus \cancel{xz} \oplus xyz \oplus \cancel{xy} \oplus \cancel{xz} \oplus yz \oplus$

$\oplus\ x \oplus y \oplus z \oplus 1 \oplus \cancel{xyz} \oplus \cancel{xy} =$

$= xyz + yz + x + y + z + 1$ //

11) $a_7xyz \oplus a_6xy \oplus a_5xz \oplus a_4yz \oplus a_3x \oplus a_2y \oplus a_1z \oplus a_0$

$a_0 = 1$

$a_0 \oplus a_1 = 0 \quad a_1 = 1$

$a_0 \oplus a_2 = 0 \quad a_2 = 1$

$a_0 \oplus a_1 \oplus a_2 \oplus a_4 = 0 \quad a_4 = 1$

$a_0 \oplus a_3 = 1 \quad a_3 = 0$

$a_0 \oplus a_1 \oplus a_3 \oplus a_5 = 1 \quad a_5 = 1$

$a_0 \oplus a_2 \oplus a_3 \oplus a_6 = 0 \quad a_6 = 0$

$a_0 \oplus a_1 \oplus a_2 \oplus a_3 \oplus a_4 \oplus a_5 \oplus a_6 \oplus a_7 = 1 \quad a_7 = 1$

$f = xyz \oplus xz \oplus yz \oplus y \oplus z \oplus 1$

14) $a_3x \oplus a_2y \oplus a_1z \oplus a_0,\ a_4 = a_5 = a_6 = a_7 = 0$

$a_0 + a_1 = 0 \quad a_1 = 1$

$a_0 + a_2 = 0 \quad a_0 = 1$

$a_0 + a_1 + a_2 + a_4 = 1 \quad a_2 = 1$

$a_0 + a_1 + a_3 + a_5 = 1 \quad a_3 = 1$

(10010110) //

15) Не є монотонною, однак набір $(110) \geq (010)$, проте $f(110) < f(010)$ $(0 < 1)$

38)

x	y	f
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

ДДНФ$(f) = \bar{x}\bar{y} \vee xy$

39) ДКНФ$(f) =$ ~~[illegible]~~ $(x \vee \bar{y})(\bar{x} \vee y)$

31) 1) $\bar{\ }$ - не T_0
2) $\bar{\ }$ - не T_1
3) $\bar{\ }$ - не M
4) $\wedge$ і $\vee$ - не L
5) $\wedge$ і $\vee$ - не C

$\Rightarrow$ за теоремою Поста $\{\vee, \wedge, \bar{\ }\}$ є надлишковий базис, бо можна вилучити $\vee$ або $\wedge$.

30) 1) всі зберігають 0 $\Rightarrow$ за теоремою Поста система $\{\wedge, \oplus, 0\}$ не є функціонально повною

29) $\{(x \wedge y) \oplus z,\ (x \leftrightarrow y) \oplus z\} =$

$= \{((\overline{x \wedge y}) \wedge z) \vee ((x \wedge y) \wedge \bar{z}),\ (\overline{((x \wedge y) \vee (\bar{x} \wedge \bar{y}))} \wedge z) \vee (((x \wedge y) \vee (\bar{x} \wedge \bar{y})) \wedge \bar{z})\}$

$= \{\bar{x}z \vee \bar{y}z \vee x\bar{z} \vee y\bar{z},\ ((\bar{x} \vee y) \wedge (x \vee y) \wedge z) \vee ((x \wedge y) \vee (\bar{x} \wedge \bar{y})) \wedge \bar{z})\}$ □

23) Двоїста для БФ $f = (00011101)$ є $f^* = (01000111)$, тому що вона приймає протилежні значення на протилежних наборах.

24) БФ не є самодвоїстою, бо f^* має інший вектор значень.

Scanned with CamScanner