МКР №3

ІПС-11, Міцкевич Костя

№ 1. $f(x,y,z) = x \oplus (\bar{y} \to z)$

x	y	z	$\bar{y}$	$\bar{y} \to z$	$f(x,y,z)$
0	0	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1
0	1	0	0	1	1
0	1	1	0	1	1
1	0	0	1	0	1
1	0	1	1	1	0
1	1	0	0	1	0
1	1	1	0	1	0

№ 2-3.

$f(x,y) = 0010$

x	y	f
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	0

$\Rightarrow$

ДДНФ: $x_1 \bar{x}_2$

ДКНФ: $(x_1 \vee x_2)(x_1 \vee \bar{x}_2)(\bar{x}_1 \vee \bar{x}_2)$

№ 4-5.

$f(x,y,z) = x \oplus (\overline{y \to \bar{z}}) = x \oplus (\overline{\bar{y} \vee \bar{z}}) =$

$= x \oplus y\bar{z} = \bar{x} \cdot (y\bar{z}) \vee x \cdot (\overline{y\bar{z}}) =$

$= \bar{x}y\bar{z} \vee x \cdot (\bar{y} \vee z) = \bar{x}y\bar{z} \vee x\bar{y} \vee xz$ – ДНФ

ДДНФ: $\bar{x}yz \vee x\bar{y}(z \vee \bar{z}) \vee xz(y \vee \bar{y}) =$

$= \bar{x}y\bar{z} \vee x\bar{y}z \vee x\bar{y}\bar{z} \vee xyz$

ДКНФ: $\bar{x}yz \vee x\bar{y} \vee xz = (\bar{x}yz \vee x\bar{y} \vee x)(\bar{x}yz \vee x\bar{y} \vee \bar{z}) =$

$= (\bar{x}yz \vee x)(\bar{x}yz \vee x\bar{y} \vee \bar{z}) =$

$= (x \vee \bar{x})(x \vee yz)(x\bar{y} \vee \bar{z} \vee z)(x\bar{y} \vee \bar{z} \vee \bar{x}y) =$

$= (x \vee y)(x \vee z)(x\bar{y} \vee \bar{z} \vee \bar{x})(x\bar{y} \vee \bar{z} \vee y) =$

$= (x \vee y)(x \vee z)(\bar{x} \vee \bar{z} \vee \bar{y})(\bar{x} \vee \bar{z} \vee x)(y \vee \bar{z} \vee x)(y \vee \bar{z} \vee \bar{y}) =$

$= (x \vee y)(x \vee z)(\bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z})(x \vee y \vee \bar{z}) =$

$= (x \vee y \vee z\bar{z})(x \vee z \vee y \cdot \bar{y})(\bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z})(\bar{x}\bar{y}\bar{z}) =$

$= (x \vee y \vee z) \cdot (x \vee y \vee \bar{z}) \cdot (x \vee \bar{y} \vee z) \cdot (x \vee y \vee \bar{z})$

6.

$f(x_1, x_2) = 1011$ $g(x_3, x_4) = 1001$

x_1	x_2	f
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

x_3	x_4	g
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

$h(x_2, x_3, x_4) = f(g(x_4, x_2), x_3 \vee x_2)$

x_2	x_3	x_4	$g(x_4, x_2)$	$x_3 \vee x_2$	$h(x_2, x_3, x_4)$
0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	0	1
0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	1	0
1	0	0	0	1	0
1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1
1	1	1	1	1	1

7. $f = \vee$, $H = \{ \bar{\ }, \to \}$

$$x \vee y = \bar{x} \to y$$

8.

Підемо від супротивного. Нехай існує формула $F(x_1, x_2, \dots, x_n)$ над H рівносильна $\bar{x}$, тобто $\bar{x} = F(x_1, x_2, \dots, x_n)$. Підставимо замість усіх x вектор значень $(1, 1, \dots, 1)$. Оскільки результати набувають значення 1, коли їх операнди дорівнюють 1, то $F(1, 1, \dots, 1) = 1$, а у лівій частині тотожності маємо $\bar{1} = 0$. Отримали суперечність.

9.

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \bar{x}_1 \cdot \bar{x}_3 (0, x_2, 0, x_4) \vee \bar{x}_1 \cdot x_3 (0, x_2, 1, x_4) \vee$$
$$\vee\, x_1 \cdot \bar{x}_3 (1, x_2, 0, x_4) \vee x_1 x_3 (1, x_2, 1, x_4)$$

x_1	x_3	f
0	0	$(0 \mid ((x_2 \Leftrightarrow 0) \to 0)) \mid \bar{x}_4) = \bar{x}_2 \mid \bar{x}_4$
0	1	$(0 \mid ((x_2 \Leftrightarrow 0) \to 1)) \mid \bar{x}_4 = 1$
1	0	$(1 \mid ((x_2 \Leftrightarrow 1) \to 0)) \mid \bar{x}_4) = 1$
1	1	$(1 \mid ((x_2 \Leftrightarrow 1) \to 1)) \mid \bar{x}_4 = 1$

$$f(x_1, x_2, x_3, x_4) = \bar{x}_1 \bar{x}_3 (\bar{x}_2 \mid \bar{x}_4) \vee \bar{x}_1 x_3 \vee x_1 \bar{x}_3 \vee x_1 x_3$$

10.

x	y	z	f
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

$\Rightarrow x = 0, f = 1$

y, z

$\forall$

y, z

$\to x = 1, f = 0$

$\Rightarrow$ x – істотна

11.

$f(x,y,z) = \bar{x}yz \vee x\bar{y}z \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z} \ominus$

$\ominus (x \oplus 1)yz \oplus x(y \oplus 1)z \oplus (x \oplus 1)(y \oplus 1)(z \oplus 1) =$

$= xyz \oplus yz \oplus xyz \oplus xz \oplus (xy \oplus x \oplus y \oplus 1)(z \oplus 1) =$

$= x\cancel{y}z \oplus \cancel{y}z \oplus x\cancel{y}z \oplus x\cancel{z} \oplus xyz \oplus xy \oplus \cancel{x}z \oplus x \oplus \cancel{y}z \oplus y \oplus z \oplus 1 =$

$= xyz \oplus xy \oplus x \oplus y \oplus z \oplus 1$

12.

$f(x,y,z) = a_7 xyz + a_6 xy + a_5 xz \oplus a_4 yz \oplus a_3 x + a_2 y + a_1 z + a_0$

x	y	z	f		
0	0	0	1	a_0	$\Rightarrow a_0 = 1$
0	0	1	0	$a_1 \oplus a_0$	$\rightarrow a_1 = 1$
0	1	0	1	$a_2 \oplus a_0$	$\rightarrow a_2 = 0$
0	1	1	0	$a_4 \oplus a_2 \oplus a_1 \oplus a_0$	$\rightarrow a_4 = 0$
1	0	0	0	$a_3 \oplus a_0$	$\rightarrow a_3 = 1$
1	0	1	0	$a_5 \oplus a_3 \oplus a_1 \oplus a_0$	$\rightarrow a_5 = 1$
1	1	0	1	$a_6 \oplus a_3 \oplus a_2 \oplus a_0$	$\rightarrow a_6 = 1$
1	1	1	1	$a_7 \oplus a_6 \oplus a_5 \oplus a_4 \oplus a_3 \oplus a_2 \oplus a_1 + a_0$	$\rightarrow a_7 = 0$

$xy \oplus xz \oplus z \oplus y \oplus x \oplus 1$

16.

$f(x_1, x_2, x_3) = 00\,11\,0001$

x	y	z	f
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

Розглянемо ~~фу~~ попоз. ані кортежі функції:

1. $f(000) \le \begin{matrix} f(001) \\ f(010) \\ f(100) \end{matrix}$ - істина

2. $f(001) \le \begin{matrix} f(011) \\ f(101) \end{matrix}$ - істина

$f(010) \le \begin{matrix} f(011) \\ f(110) \end{matrix}$ - заперечення, адже

$f(010) = 1$, а $f(110) = 0 \Rightarrow f \notin M$.

19.

x	y	z	f	f^*
0	0	0	1	1
0	0	1	0	0
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0

f^* - двоїста до f

20. За означенням ~~двоїсті~~ самодвоїсті функції $f = f^* \Rightarrow$ що f не є самодвоїстою, бо $f \neq f^*$.