



Моделирование эпидемии методом Монте-Карло



Презентацию подготовил
Борисов Вадим Викторович,
СибГТУИ

Введение в метод Монте-Карло

Метод Монте-Карло – это группа численных методов для изучения случайных процессов. Суть метода заключается в следующем: процесс описывается математической моделью с использованием генератора случайных величин, модель многократно обчисляется, на основе полученных данных вычисляются вероятностные характеристики рассматриваемого процесса.

Применение метода Монте-Карло:

- В различных областях физики. Например, моделирование облучения твёрдых тел ионами, поведения разреженных газов.
- В бизнесе и маркетинге. Составление прогнозов и принятие решений в условиях неопределённости.
- В оптимизации и теории управления.

Метод не даёт точных и окончательных вариантов или оценок. Он показывает лишь количество и распределение вероятности наступления событий.

Описание задачи и методы ее решения

Необходимо разработать программу для моделирования распространения эпидемии с использованием метода Монте-Карло.

В рамках проекта нужно создать программу, которая будет моделировать распространение эпидемии в популяции и оценивать вероятность заражения. Программа должна быть написана на языке программирования C#. Результаты моделирования представить в виде графиков, которые будут отображать динамику распространения эпидемии и приближение вероятности заражения к её настоящему значению по мере увеличения количества выполненных симуляций.

Методы решения задачи

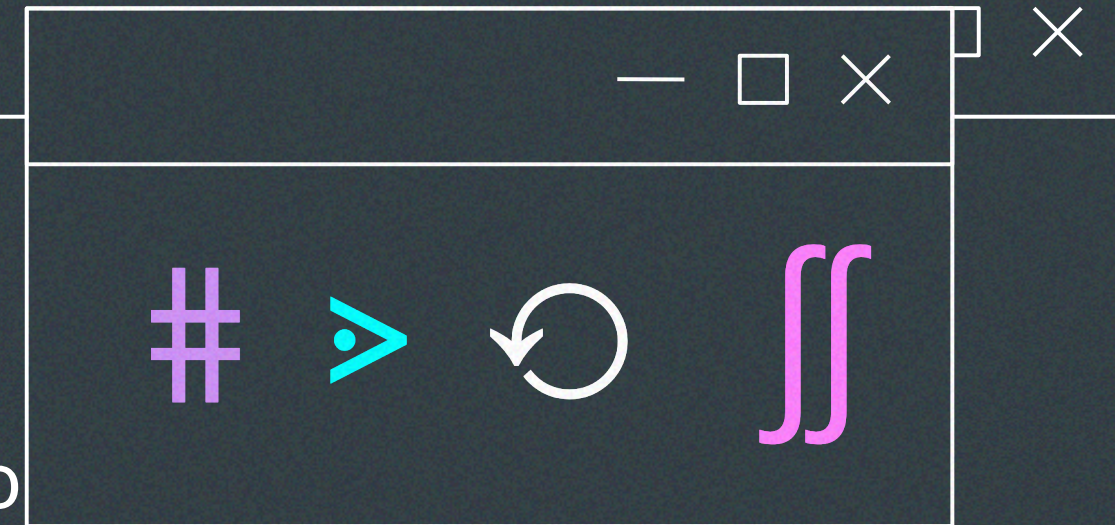
SIR – популярная эпидемиологическая модель, которую используют для моделировать эпидемии гриппа и других заболеваний в больших городах, вводить новые параметры и анализировать разные сценарии.

SEIR – модель для описания распространения заболеваний с инкубационным периодом. Инфекция развивается по схеме «восприимчивые» – «контактные» – «инфицированные» – «выздоровевшие».

SEIRD – модель, в которой учитываются 5 групп лиц: восприимчивые, бессимптомные инфицированные, инфицированные с симптомами, излечившиеся и умершие. Модель позволяет учитывать способность инфицированных индивидуумов к заражению окружающих в латентном периоде развития заболевания

Существует еще множество различных модификаций модели SIR

В моём случае будет использоваться модель SEIRD, так как она учитывает все необходимые параметры для моделирования и более точно отражает реальную ситуацию.



Стохастическая модель распространения эпидемии

Стохастическая модель распространения эпидемии – это модель, которая учитывает случайности и возможное вероятностное распределение значений факторов и параметров, определяющих развитие ситуации. Такая модель пытается ответить на вопрос, например, если на определённом этапе количество здоровых – это x , то какая вероятность, что на следующем этапе x будет означать количество заболевших.

Используемый алгоритм



1. Определяются параметры модели:

- * коэффициент передачи инфекции (β);
- * вероятность перехода из состояния E в состояние I (σ);
- * вероятность выздоровления (γ).

Также задаётся размер популяции (N) и количество шагов моделирования. По умолчанию в популяции есть один инфицированный человек (нулевой пациент).

2. Для моделирования времени до ближайшего изменения состояния используется метод обратной функции распределения.

Если случайная величина T имеет экспоненциальное распределение с параметром λ , то:

- * $T = -1/\lambda * \ln(U)$, где U – случайное значение, равномерно распределённое на интервале (0, 1);
- * λ – общая интенсивность события – рассчитывается как сумма интенсивностей для каждого состояния: $\lambda = \beta SI + \sigma E + \gamma I + \mu I$.

3. Определяется тип события и моделируется событие для одного человека. Для этого генерируется случайное число, прямо пропорциональное λ . Это число обозначает разыгранное событие. Затем определяется событие: инфицирование (βSI), переход из инкубационного периода (σE), выздоровление (γI) или смерть (в противном случае).

4. Процесс моделирования продолжается до тех пор, пока не произойдёт вырождение когорты – то есть число инфицированных (I) и находящихся в инкубационном периоде (E) станет равно нулю, или до выполнения заданного числа шагов моделирования.

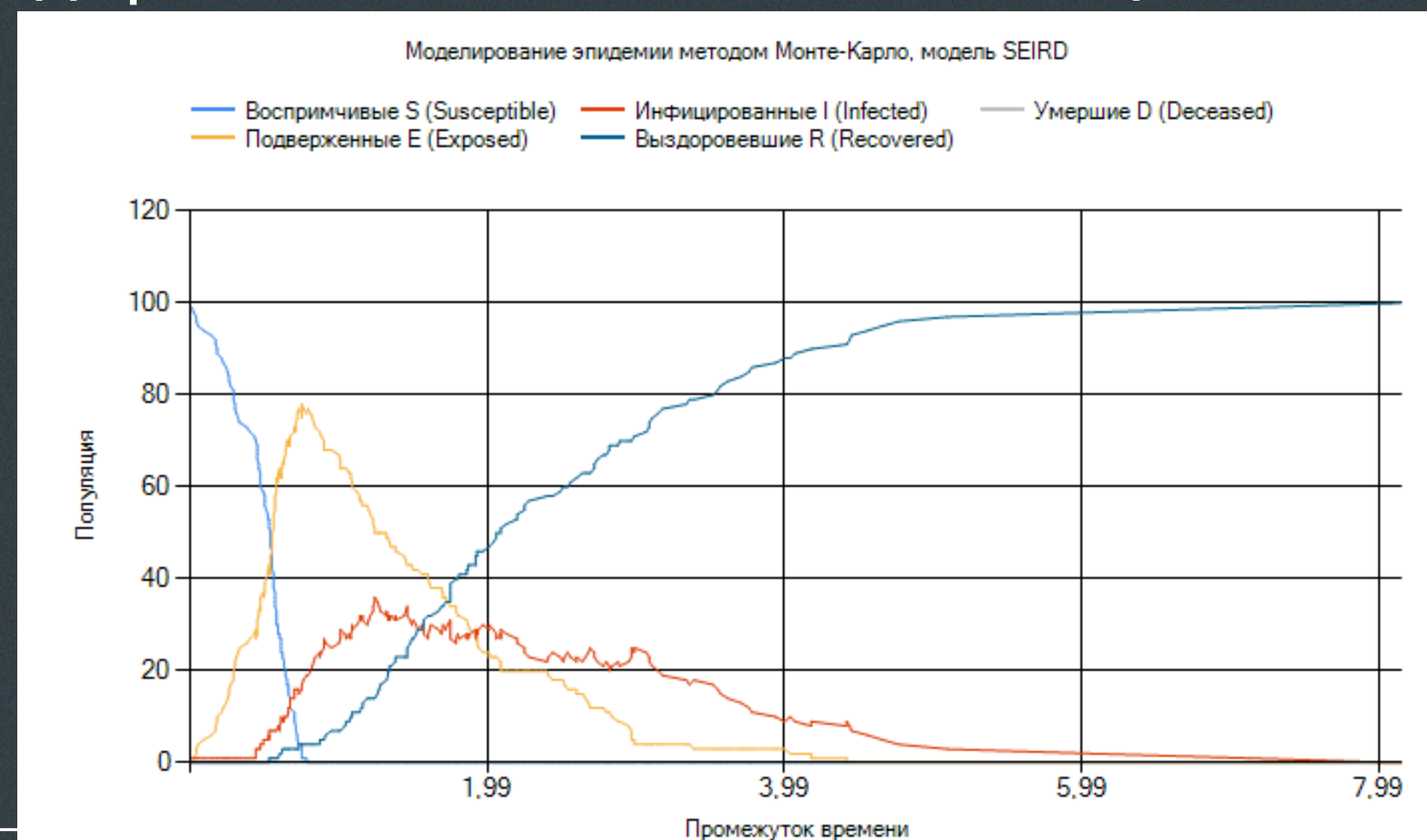
5. Полученные результаты обрабатываются и строится график.

Примеры графиков

Вероятность заражения при контакте (β): 1

Вероятность перехода из инкубационного периода (σ): 1

Вероятность выздоровления (γ): 1 Общая численность популяции (N): 10000



Вывод по графику

Начальная фаза эпидемии: Медленный рост числа инфицированных и подверженных, снижение восприимчивых.

Пик эпидемии: Активный рост числа инфицированных, снижение восприимчивых.

Снижение эпидемии: Увеличение числа выздоровевших и умерших, снижение числа инфицированных.

Конечная фаза: Стабилизация всех категорий, завершение активной фазы эпидемии.

Количество выздоровевших остается высоким, что показывает эффективность модели в прогнозировании динамики эпидемии.

Примеры графиков

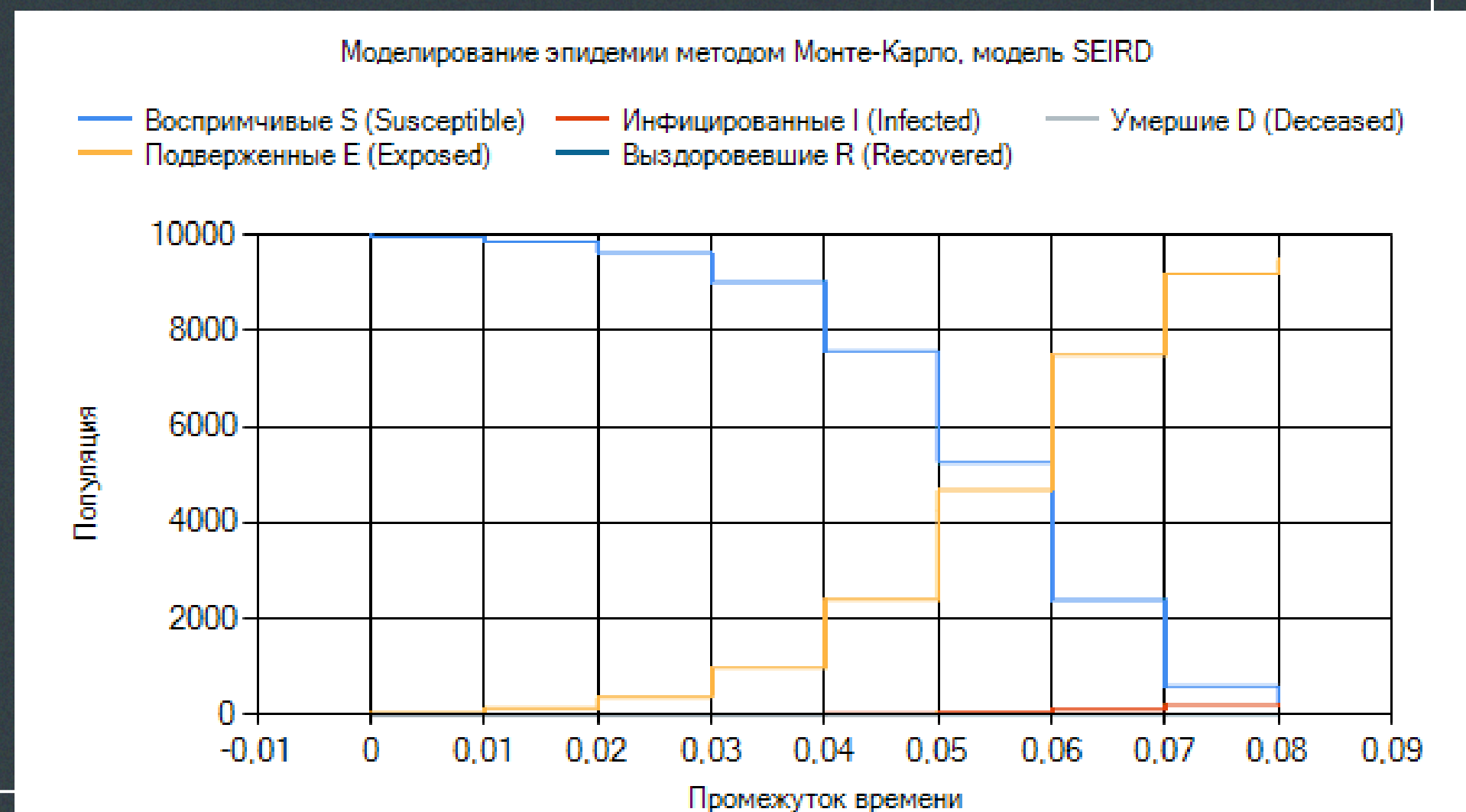
Вероятность заражения при контакте (β): 0.3

Вероятность перехода из инкубационного периода (σ):

0.2 Вероятность выздоровления (γ): 0.1

Общая численность популяции (N): 10000

Количество шагов моделирования: 10000



Вывод по графику

Начальная фаза: быстро увеличивается число подверженных и инфицированных. Это связано с высокой вероятностью заражения ($\beta=1$). Число восприимчивых стремительно уменьшается, поскольку большая часть популяции подвергается заражению.

Пик эпидемии : достигается примерно в середине моделирования (около 2,99 временного промежутка).

С течением времени количество выздоровевших начинает доминировать, что показывает, что большая часть инфицированных выздоравливает. Количество умерших также растёт, но не так сильно, как выздоровевших.

В конечной фазе моделирования: количество восприимчивых и инфицированных практически стабилизируется, а количество выздоровевших становится доминирующим состоянием в популяции.

~~Умершие составляют небольшую часть популяции.~~

Заключение

В презентации был представлен метод Монте-Карло и его применение. Также были описаны основные методы моделирования эпидемий.

Был представлен алгоритм численного моделирования методом Монте-Карло для моделирования эпидемий с использованием модели SEIRD. Были рассмотрены два примера моделей и соответствующие им графики.