

Лабораторная работа 1. Модели структуры систем с использованием теории графов

Задача 1

1. Выполнить матричное и множественное описание графа топологии системы;
2. Выполнить топологическую декомпозицию системы (рис.17);
3. Разработать алгоритм решения задачи топологической декомпозиции на одном из языков программирования. Привести результаты работы программы.

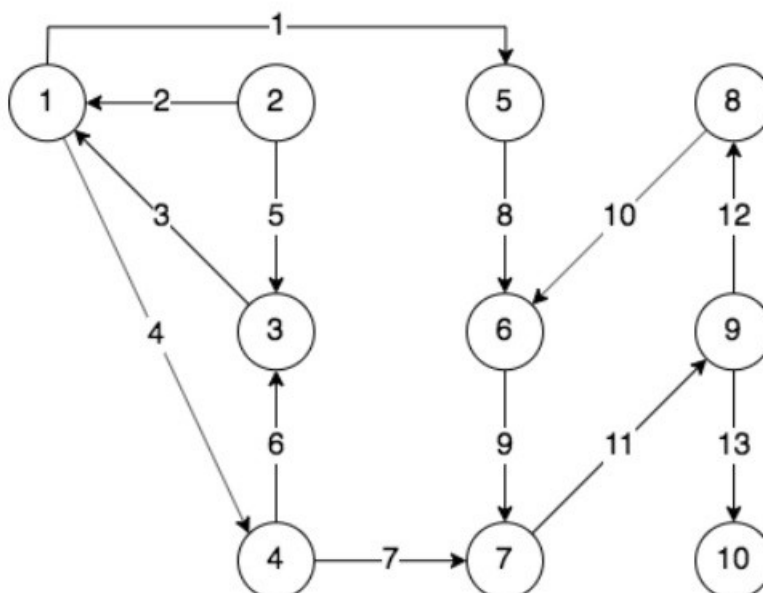


Рис. 17. Описание системы

Выполнение:

1. Матричное представление

Таблица 1- Матрица смежности

[illegible]

Таблица 2- Матрица инциденций

$i \backslash j$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	1	-1	-1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	1	0	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	-1	0	1	1	0	0	0	0	0	0
5	-1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	-1	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	-1	0	-1	0	1	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	-1	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	1	1
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1

2. Множественное представление

$$G(1)=(4,5);$$

$$G(2)=(1,3);$$

$$G(3)=(1);$$

$$G(4)=(3,7);$$

$$G(5)=(6);$$

$$G(6)=(7);$$

$$G(7)=(9);$$

$$G(8)=(6);$$

$$G(9)=(8,10);$$

$$G(10)=(0);$$

$$G^{-1}(1)=(2,3);$$

$$G^{-1}(2)=(0);$$

$$G^{-1}(3)=(2,4);$$

$$G^{-1}(4)=(1);$$

$$G^{-1}(5)=(1);$$

$$G^{-1}(6)=(5);$$

$$G^{-1}(7)=(6);$$

$$G^{-1}(8)=(9);$$

$$G^{-1}(9)=(7);$$

$$G^{-1}(10)=(9);$$

3. Топологическая декомпозиция системы

Достижимое множество:

$$R(i)=(i) \vee G(i) \vee \dots \vee G^{\lambda}(i) \vee \dots, \text{ где } \lambda - \text{длина пути графа}; \quad (1)$$

Контрдостижимое множество:

$$R(i)=(i) \vee G(i)^{-1} \vee \dots \vee G^{\lambda}(i)^{-1} \vee \dots; \quad (2)$$

Сильно связный подграф:

$$V_n=R(i) \cap Q(i); \quad (3)$$

$$\begin{aligned} R(1) &= (1) \vee R(1)^1 \vee R(1)^2 \vee R(1)^3 \vee R(1)^4 = \\ &= (1) \vee (4,5)^1 \vee (3,7,6)^2 \vee (7,9)^3 \vee (8,10)^4 = \\ &= (1,4,5,3,7,6,9); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Q(1) &= (1) \vee Q(1)^{-1} \vee Q(1)^{-2} = \\ &= (1) \vee (2,3)^{-1} \vee (2,4)^{-2} = \\ &= (1,2,3,4); \end{aligned}$$

$$V_1=R(1) \cap Q(1)=(1,3,4);$$

$$\begin{aligned}
 R(5) &= (5) \vee R(5)^1 \vee R(5)^2 \vee R(5)^3 \vee R(5)^4 = \\
 &= (5) \vee (6)^1 \vee (7)^2 \vee (9)^3 \vee (8, 10)^4 = \\
 &= (5, 6, 7, 8, 9, 10); \\
 Q(5) &= (5); \\
 V_2 &= R(5) \cap Q(5) = (5);
 \end{aligned}$$

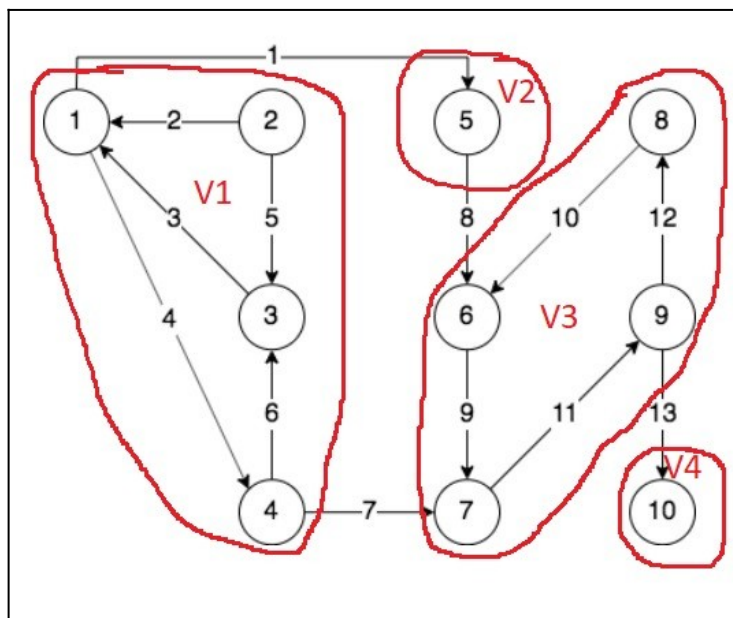
$$\begin{aligned}
 R(6) &= (6) \vee R(6)^1 \vee R(6)^2 \vee R(6)^3 = \\
 &= (6) \vee (7)^1 \vee (9)^2 \vee (8, 10)^3 = \\
 &= (6, 7, 8, 9, 10); \\
 Q(6) &= (6) \vee Q(6)^{-1} \vee Q(6)^{-2} \vee Q(6)^{-3} = \\
 &= (6) \vee (8)^{-1} \vee (9)^{-2} \vee Q(7)^{-3} = \\
 &= (6, 7, 8, 9); \\
 V_3 &= R(6) \cap Q(6) = (6, 7, 8, 9);
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R(10) &= (10); \\
 Q(10) &= (10); \\
 V_4 &= R(10) \cap Q(10) = (10);
 \end{aligned}$$

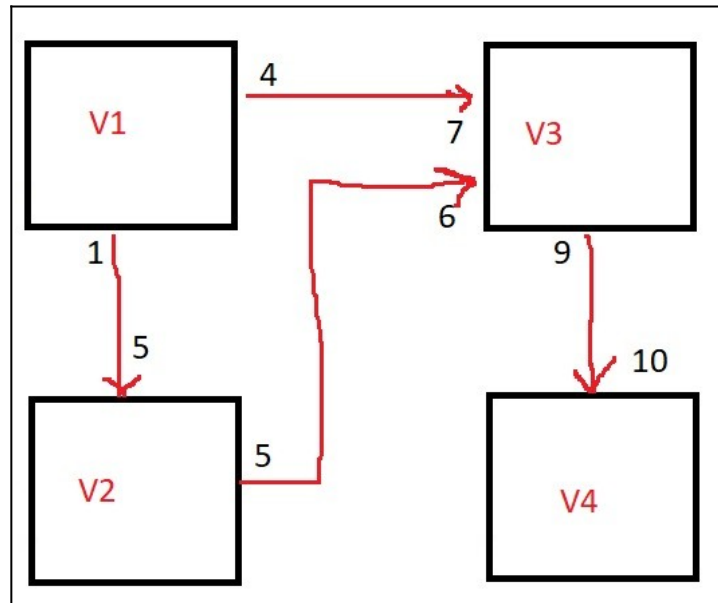
Итого имеем:

1. $G_1(V_1) = G_1(1, 2, 3, 4);$
2. $G_2(V_2) = G_2(5);$
3. $G_3(V_3) = G_3(6, 7, 8, 9);$
4. $G_4(V_4) = G_4(10).$

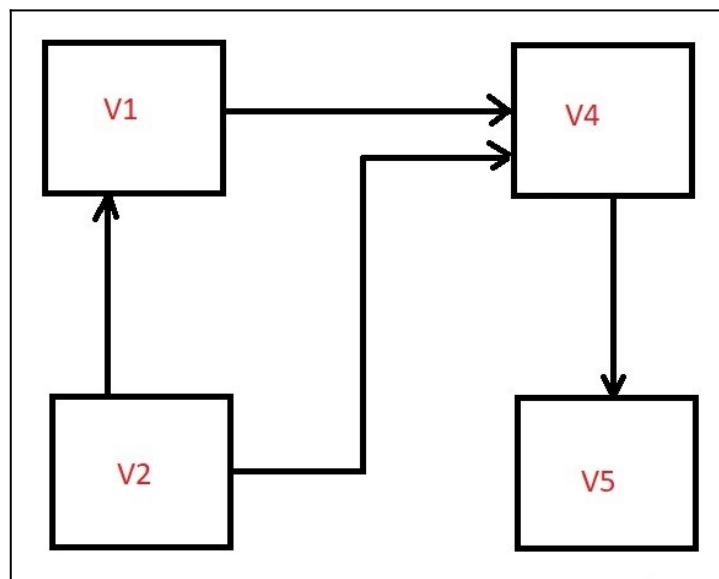
Вид подграфов:



Вид сильно связанных подграфов:



Результат декомпозиции исходного графа:



4. Алгоритм решения задачи топологической декомпозиции (python)

Алгоритм и результат решения задачи приведён на ЯП Python по следующей ссылке:
https://github.com/Kirpo97/MMTS_labs/blob/main/lab_1/topological_decomposing_graph.ipynb

Задача 2

1. Выполнить топологическую декомпозицию одной системы из предложенных ниже вариантов, используя разработанную программу
2. Привести результаты работы программы

Выполнение: