PROBABILIDAD

EXPERIMENTOS - CLASIFICACIÓN

EXPERIMENTOS
O
FENÓMENOS

- DETERMINÍSTICOS
  "a priori" se conoce el resultado
- ALEATORIOS
  "a posteriori" se conoce el resultado

PROPIEDADES DE LOS EXPERIMENTOS

ALEATORIOS

Son de naturaleza tal que se puede concebir la repetición, en las mismas condiciones de experimentación.

El resultado de cada experimento aleatorio depende de la casualidad (esto es de influencias que no pueden ser controladas) y por lo tanto no se puede predecir un resultado único.

EJEMPLOS:

Tirar un dado y observar qué número  sale.A

Tirar una tiza al suelo y observar el número de trozos en que se divide al caer. A

Dejar caer desde cierta altura prefijada una bolita de características físicas conocidas y medir el tiempo que demora en llegar al piso. D

Tomar una bolita de una bolsa opaca cerrada que contiene 100 bolitas que sólo difieren en su color, siendo 70 negras y 30 blancas, y observar el color de la bolita elegida. A

Tirar dos monedas y observar los resultados. A

ESPACIO MUESTRAL

Definición: se llama **espacio muestral** al conjunto de todos los posibles resultados de un experimento aleatorio, ε, y se denota por la letra griega Ω **ó S** $\Omega=\{$

ω/ω es un resultado posible del ε }

Ejemplo 1:

ε: “Lanzar una moneda insesgada y observar el resultado” El espacio muestral es:

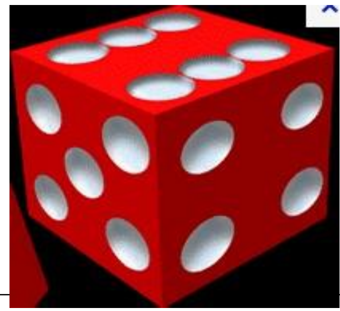
$\Omega = \{$ cara, ceca $\}$

ESPACIO MUESTRAL

Ejemplo 2:

ε: “Lanzar un dado legal y observar el resultado de la cara hacia arriba”

El espacio muestral es: $\Omega = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$



Ejemplo 3:

ε: “Observar las edades de uno de sus individuos” Ω= conjunto de todos los números reales no negativos, o bien Ω=[0,a] tal que en este intervalo queden comprendidas las edades de todos los habitantes de la ciudad.

ESPACIO MUESTRAL

Ejemplo 4 ε: Tirar una tiza al suelo y observar el número de trozos en que se divide al caer.

Ω={1,2,3,…}=N.

CLASIFICACIÓN DEL ESPACIO MUESTRAL

Clasificación
- Discretos
  - Finitos
  - Infinitos numerables
- Continuos — Infinitos no numerables

Clasificación de espacios muestrales

ε: "Hacer funcionar una batería hasta que se agote y medir el tiempo que dura". $\Omega = \{t \in R / \ t \geq 0\} = [0,a]$

¿De qué tipo es?

Espacio continuo, es infinito no numerable

ε: "Medir los posibles costos de recorridos en taxi"

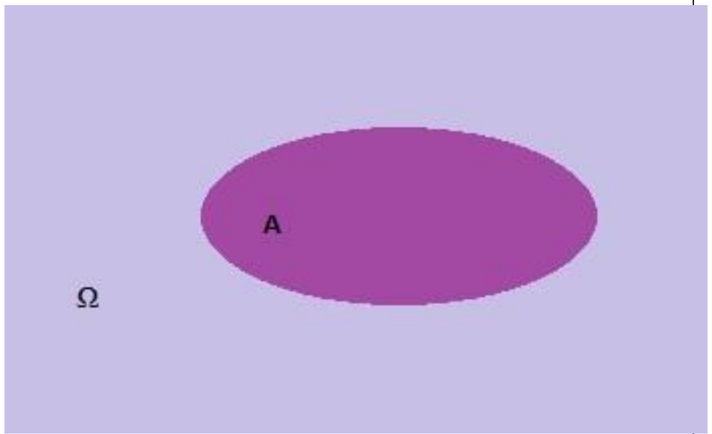
$\Omega = \{4.5bd, bd+a, bd+2a, bd+3a, \ldots, 6, 7.5, 9, 10.5, \ldots\}\}$

¿De qué tipo es?

Espacio discreto infinito numerable

SUCESO ELEMENTAL- EVENTO

Llamaremos suceso elemental a cada elemento del espacio muestral. Es un resultado posible del experimento aleatorio.



SUCESO o EVENTO: es cualquier subconjunto del espacio muestral.

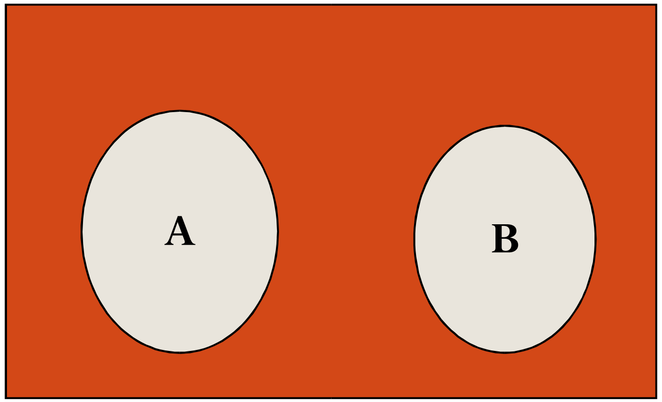
Los sucesos o eventos los designamos con una letra mayúscula imprenta.

SUCESOS ELEMENTALES O SUCESOS

ε: "Lanzar un dado legal y observar la cara superior" Ω = { 1, 2, 3, 4, 5, 6 }, sucesos elementales

Un ejemplo de evento o suceso es A:
"que salga número par", A = { 2, 4, 6 },

B: "que salga número impar", B={ 1, 3, 5 }.



SUCESOS ELEMENTALES O SUCESOS

- ε: "Tirar una tiza al suelo y observar el número de trozos en que se divide al caer".
- $\Omega=\{1,2,3,\ldots\}=N$.
- Sucesos elementales: cada uno de los elementos de Ω.
- Sucesos:
- $A=\{5,6,7,\ldots\}$
- A="que se rompa en más de 4 trozos"
- $B=\{1\}$
- Ω, $\varnothing$…

EJEMPLO

ε: lanzar dos monedas legales (una de diez centavos y una

de un peso) 

cara → (cara, cara)

cara

cruz(cara, → cruz)

cara(cruz, cara)

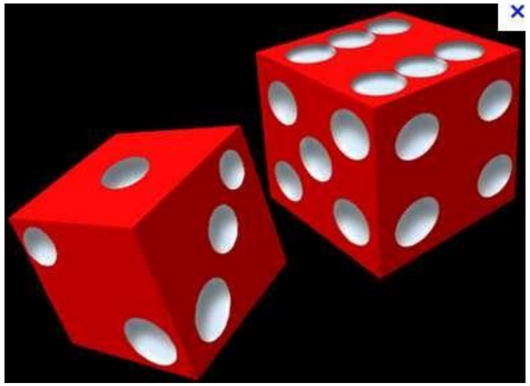
cruz

cruz → (cruz, cruz)

Cuatro sucesos elementales,

Ω = {(cara, cara), (cara, cruz), (cruz, cara), (cruz, cruz)}

EXPERIMENTO: LANZAR DOS DADOS

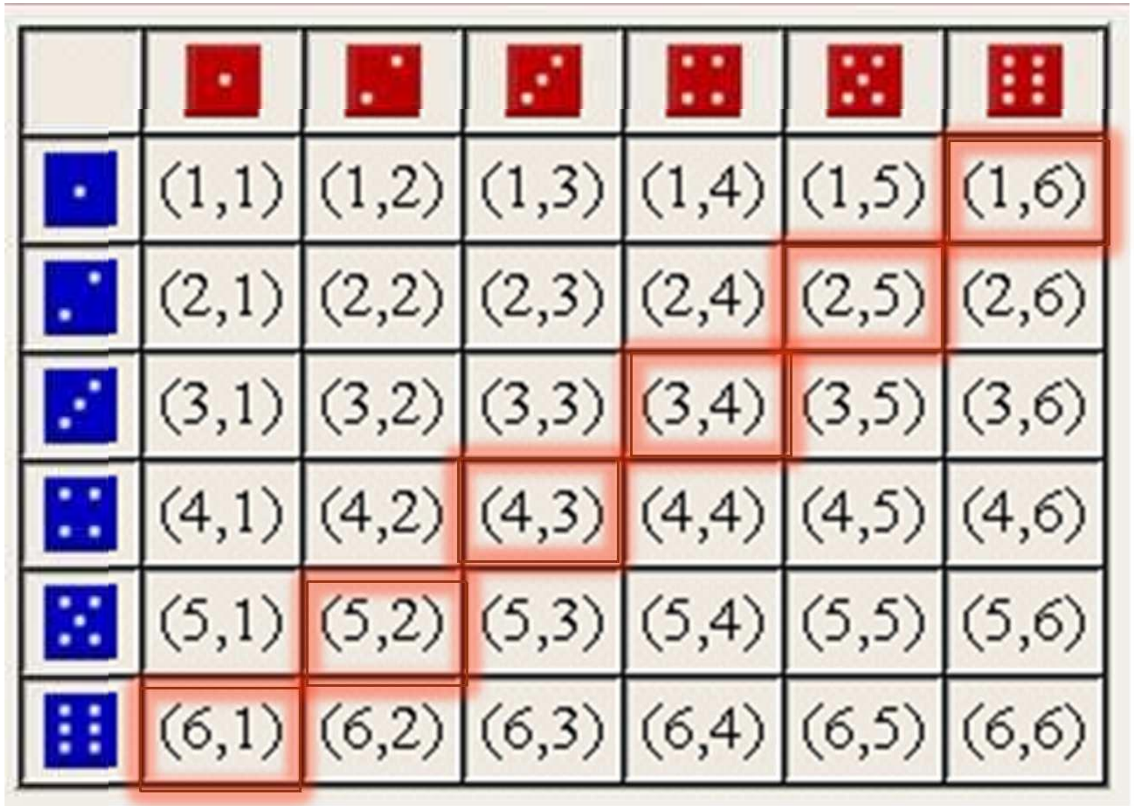


	⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
⚀	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
⚁	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
⚂	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
⚃	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
⚄	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
⚅	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

Los sucesos elementales son pares ordenados!!!!

Como Ω tiene 36 elementos (sucesos elementales), el espacio de sucesos P(Ω) tiene 2^{36} sucesos !!!!

SUCESO O EVENTO



	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

El suceso “que la suma obtenida sea 7” es

A={(6,1), (5,2),(4,3),(3,4),(2,5),(1,6)}

Veamos algunas autoevaluaciones

2. El experimento que consiste en seleccionar al azar una semana cualquiera del año calendario y observar el día de la semana que sigue al día lunes, es un *experimento estadístico*.

F

4. Dado un experimento estadístico, sólo es posible definir un *evento* o *suceso* de interés en el mismo.

F

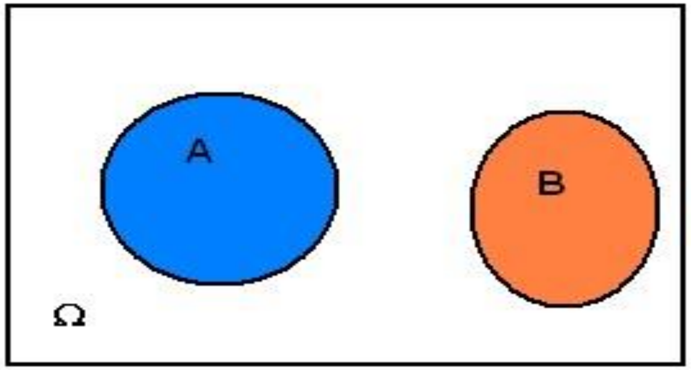
6. El *conjunto vacío*, ϕ , sólo es posible definirlo para algunos experimentos estadísticos.

F

SUCESOS MUTUAMENTE EXCLUYENTES O SUCESOS INCOMPATIBLES

Eventos o sucesos **incompatibles** o **mutuamente excluyentes** **son aquellos que no pueden presentarse conjuntamente.**

Dos sucesos A y B son mutuamente excluyentes si su intersección es el conjunto vacío.



$A \cap B = \varnothing$

EJEMPLOS DE SUCESOS M. EXCLUYENTES

Ejemplo 4: ε: “lanzamiento de una moneda insesgada”. **S = { cara, ceca }**

Sucesos incompatibles o mutuamente excluyentes en el sentido de que si sale cara, no puede salir ceca y recíprocamente.

Ejemplo 5:

ε : “Condición final de un alumno que cursó Estadística”.

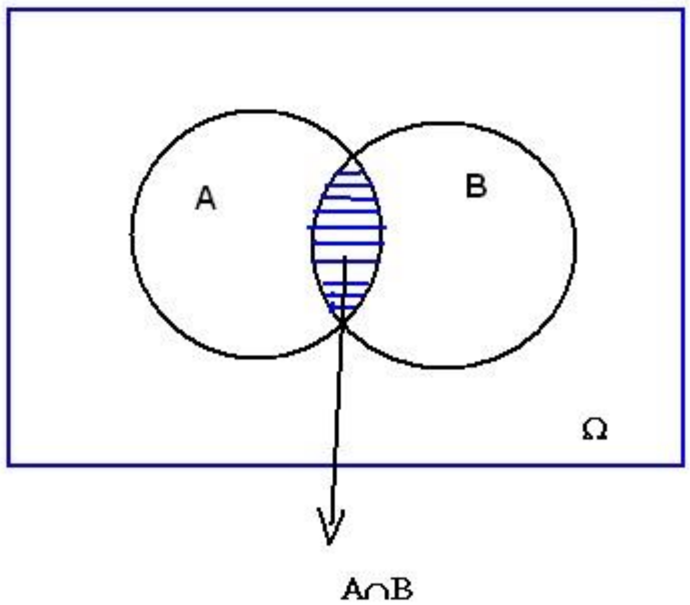
A: El alumno promocionó Estadística

B: El alumno no promocionó Estadística

Sucesos incompatibles o mutuamente excluyentes

SUCESOS NO MUTUAMENTE EXCLUYENTES O SUCESOS COMPATIBLES

Eventos o sucesos **compatibles** o **no mutuamente excluyentes** son aquellos que pueden ocurrir simultáneamente, es decir, tienen resultados en común.



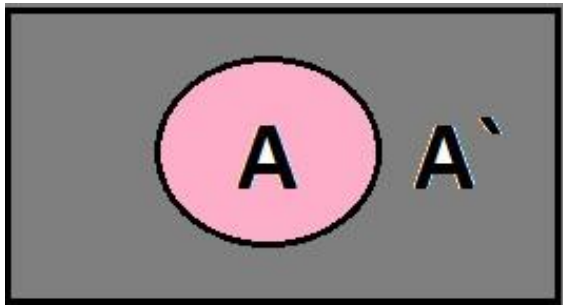
$\mathbf{A \cap B \neq \varnothing}$

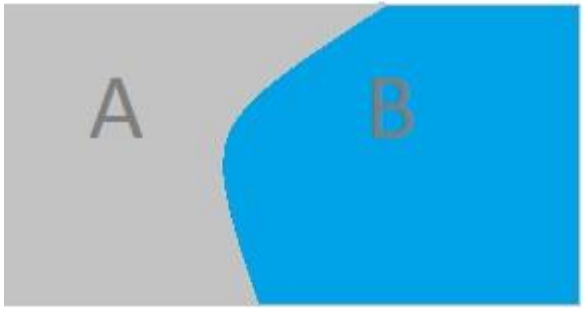
SUCESOS COMPLEMENTARIOS

Dos sucesos A y B de un espacio muestral Ω, se dicen **complementarios** si cumplen las siguientes condiciones:

A y B son mutuamente excluyentes o incompatibles, es decir, $A \cap B = \varnothing$

A y B forman el espacio muestral, es decir, $A \cup B = \Omega$





DEFINICIONES DE PROBABILIDAD

Existen tres teorías bien conocidas para medir Probabilidades:

La teoría clásica, (a priori)

La teoría frecuencial (a posteriori)

La teoría axiomática

TEORÍA CLÁSICA DE PROBABILIDAD o REGLA DE LAPLACE (a priori)

Considerando el ε: "Lanzar un dado legal "

Intuitivamente cuál es la probabilidad de que salga un 6

P({6})=_

P({2})=_

A="Número par"

P(A)=_

Cómo lo obtuvieron????

$$P(A) = \frac{\textbf{cantidad de casos favorables}}{\textbf{cantidad de casos posibles}} = \frac{\# A}{\# \Omega}$$

TEORÍA CLÁSICA DE PROBABILIDAD o REGLA DE LAPLACE (a priori)

CONDICIÓN: el espacio muestral Ω debe consistir de un número finito de sucesos elementales mutuamente excluyentes y equiprobables.

$$P(A) = \frac{\text{cantidad de casos favorables}}{\text{cantidad de casos posibles}} = \frac{\# A}{\# \Omega}$$

TEORÍA CLÁSICA DE PROBABILIDAD o REGLA DE LAPLACE (a priori)

Limitaciones:

Los sucesos tienen que ser mutuamente excluyentes.

Los sucesos deben ser equiprobables.

El espacio muestral debe ser finito.

EJEMPLO

Si tiro dos monedas legales, ¿cuál es la probabilidad de obtener al menos una cara?

$$\Omega=\{(c,c),(c,s),(s,c),(s,s)\}$$

$$A=\{(c,c),(c,s),(s,c)\}$$

$$P(A)=\frac{\#A}{\#\Omega}=\frac{3}{4}$$

TEORÍA CLÁSICA DE PROBABILIDAD

Sucesos Equiprobables

Qué significa equiprobable?

Todos los resultados tengan la misma probabilidad de salir.

En nuestro ejemplo del dado , todas las caras del dado tienen que tener igual posibilidad de salir:

$P(\{1\})=1/6$; $P(\{2\})=1/6$; $P(\{3\})=1/6$; $P(\{4\})=1/6$; $P(\{5\})=1/6$; $P(\{6\})=1/6$

Vemos que si el dado es legal, todos los resultados tienen igual probabilidad de salir.

TEORÍA CLÁSICA DE PROBABILIDAD

Análisis de la definición

S. Mutuamente Excluyente:

Es decir, si sale un evento no puede salir otro.

Si arrojamos un dado aparece en la cara superior uno de los seis números, siendo estos eventos mutuamente excluyentes.

Ω: finito

Cuidado, si no se cumplen estas condiciones no se puede aplicar…!

Espacio muestral equiprobable, M.E. y finito

Si tiro dos dados legales, ¿cuál es la probabilidad de que los resultados obtenidos sumen 7?

	⚀	⚁	⚂	⚃	⚄	⚅
⚀	(1,1)	(1,2)	(1,3)	(1,4)	(1,5)	(1,6)
⚁	(2,1)	(2,2)	(2,3)	(2,4)	(2,5)	(2,6)
⚂	(3,1)	(3,2)	(3,3)	(3,4)	(3,5)	(3,6)
⚃	(4,1)	(4,2)	(4,3)	(4,4)	(4,5)	(4,6)
⚄	(5,1)	(5,2)	(5,3)	(5,4)	(5,5)	(5,6)
⚅	(6,1)	(6,2)	(6,3)	(6,4)	(6,5)	(6,6)

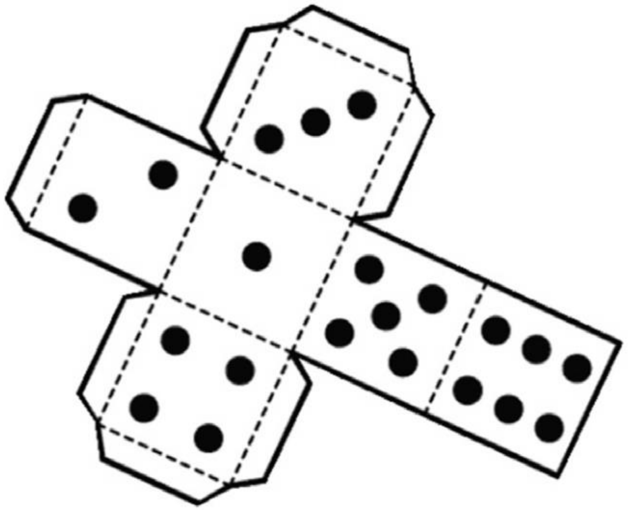
El suceso **B:** “que la suma obtenida sea 7” es

B={(6,1), (5,2),(4,3),(3,4),(2,5),(1,6)}

,(1,6)}

$$P(B) = \frac{\#B}{\#\Omega} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

ESPACIO MUESTRAL NO EQUIPROBABLE



¿Qué pasa si nuestro jugador hace trampa y tira un dado trucado?

Por ejemplo supondremos que el uno sale un 25% de las veces, a largo plazo.

ε: “Lanzar un dado” (no legal)

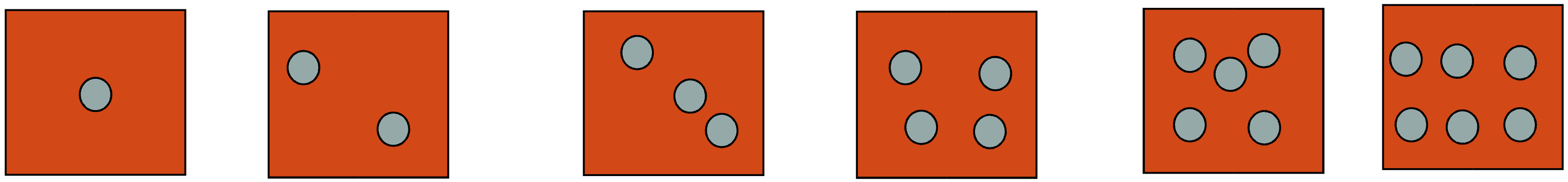
Espacio muestral no equiprobable

EL espacio muestral es el mismo que el de un dado sin trucar $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

Las probabilidades son diferentes ahora, sabemos que $P(1)=0,25$ y el resto? … suman 0,75.

Si 2,3,4,5,6 tienen la misma probabilidad de salir,

$0,75/5=0,15$



0,25 0,15 0,15 0,15 0,15 0,15

En este caso no podemos aplicar la definición clásica