

Вопросы к экзамену по курсу Прикладная теория вероятностей и математическая статистика

Теоретические вопросы

1. Понятие вероятности случайного события: аксиоматический подход. Аксиомы А. Н. Колмогорова.
2. Понятие случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины.
3. Функция распределения случайной величины и её свойства (без доказательства).
4. Основные числовые характеристики дискретной случайной величины (математическое ожидание, дисперсия, среднеквадратическое отклонение, центральные и начальные моменты порядка k): формулы для вычисления.
5. Функция плотности распределения вероятностей непрерывной случайной величины и её свойства (без доказательства).
6. Основные числовые характеристики непрерывной случайной величины (математическое ожидание, дисперсия, среднеквадратическое отклонение, центральные и начальные моменты порядка k): формулы для вычисления.
7. Основные законы распределения дискретных случайных величин (биномиальный, Пуассона, геометрический).
8. Основные законы распределения непрерывных случайных величин (равномерный, показательный, нормальный).
9. Понятие случайного вектора.
10. Функция распределения двумерного случайного вектора и её свойства (без доказательства).
11. Маргинальные законы распределения двумерного случайного вектора.
12. Математическое ожидание двумерного случайного вектора.
13. Условные законы распределения двумерного случайного вектора.
14. Условное математическое ожидание.
15. Зависимость и независимость случайных величин: определение, критерии независимости.
16. Момент корреляции (ковариация) и его свойства (с доказательством)
17. Теорема о математическом ожидании произведения и дисперсии суммы двух независимых случайных величин (с доказательством).

18. Коэффициент корреляции и его свойства (с доказательством).
19. Ковариационная и корреляционная матрицы: формулы для вычисления.
20. Понятие генеральной совокупности и выборки.
21. Понятие статистического ряда. Сгруппированный статистический ряд, интервальный статистический ряд.
22. Эмпирические функции распределения и плотности распределения: аналитические выражения и графики.
23. Точечные оценки основных числовых характеристик для дискретных и непрерывных случайных величин.
24. Свойства точечных оценок (несмещённость, состоятельность, эффективность). Доказательство несмещённости выборочного среднего.
25. Теоремы о свойствах известных оценок ($\bar{x}, S^2, p^*, F_n^*(x)$).
26. Понятие доверительного интервала. Доверительная вероятность.
27. Доверительный интервал для неизвестного математического ожидания нормально распределённой случайной величины в случае известной дисперсии (с выводом).
28. Доверительный интервал для неизвестного математического ожидания нормально распределённой случайной величины в случае неизвестной дисперсии (без вывода).
29. Доверительный интервал для неизвестной дисперсии нормально распределённой случайной величины (с выводом).
30. Оценка объёма выборки, необходимого для обеспечения заданной точности при построении доверительных интервалов для математического ожидания и дисперсии нормально распределённой случайной величины: формулы.
31. Понятие статистической гипотезы. Параметрические и непараметрические гипотезы.
32. Общий алгоритм проверки статистической гипотезы. Виды критической области.
33. Ошибки первого и второго рода. Уровень значимости и мощность критерия.
34. Проверка гипотезы о величине математического ожидания (при известной дисперсии и при неизвестной дисперсии). Определение границ критической области для различных видов альтернативной гипотезы.
35. Проверка гипотезы о величине дисперсии. Определение границ критической области для различных видов альтернативной гипотезы.

36. Проверка гипотезы об однородности выборок.
37. Критерий Пирсона для проверки гипотезы о виде распределения для непрерывной случайной величине.
38. Критерий Колмогорова для проверки гипотезы о виде распределения для непрерывной случайной величине.
39. Понятие корреляционного анализа.
40. Понятие регрессионного анализа.
41. Интерпретация величины выборочного коэффициента корреляции.
42. Проверка значимости коэффициента корреляции.
43. Модель парной линейной регрессии.
44. Условия Гаусса – Маркова.
45. Оценка параметров регрессионной модели с помощью метода наименьших квадратов. Система нормальных уравнений.
46. Интерпретация коэффициентов функции регрессии.
47. Суммы квадратов: полная, объяснённая, остаточная. Коэффициент детерминации и его интерпретация.
48. Проверка значимости уравнения регрессии в целом.
49. Средняя ошибка аппроксимации.

Практические навыки

1. Дискретный случайный вектор:

- 1) Построение маргинальных и условных законов распределения.
- 2) Вычисление числовых характеристик (математического ожидания, коэффициента корреляции, ковариации и ковариационной и корреляционной матриц).
- 3) Построение совместного закона распределения двух случайных величин.

2. Основы обработки экспериментальных данных:

- 1) Построение статистических рядов (сгруппированного и интервального).
- 2) Построение эмпирических функций распределения и плотности.

3. Оценивание параметров:

- 1) Построение точечных оценок основных числовых характеристик случайных величин (математического ожидания, дисперсии, среднеквадратического отклонения).
- 2) Построение доверительных интервалов для математического ожидания и дисперсии нормально распределённых случайных величин.

4. Проверка статистических гипотез:

- 1) О величине математического ожидания (при известной дисперсии и при неизвестной дисперсии).
- 2) О величине дисперсии.
- 3) Об однородности выборок.
- 4) О виде распределения для непрерывной случайной величины (критерии Пирсона и Колмогорова).

5. Регрессионный анализ:

- 1) Проверка значимости коэффициента корреляции.
- 2) Построение уравнения линейной регрессии по результатам работы Excel функций.
- 3) Проверка значимости уравнения регрессии в целом.
- 4) Интерпретация коэффициентов уравнения регрессии.
- 5) Прогнозирование с помощью уравнения регрессии (построение точечной и интервальной оценок значения y).