Kiryl Paheryla

386180

Gr.22

Metody numeryczne - projekt praktyczny

Badanie metod rozwiązywania równań nieliniowych

Metoda i opis rozwiązywanych równań:

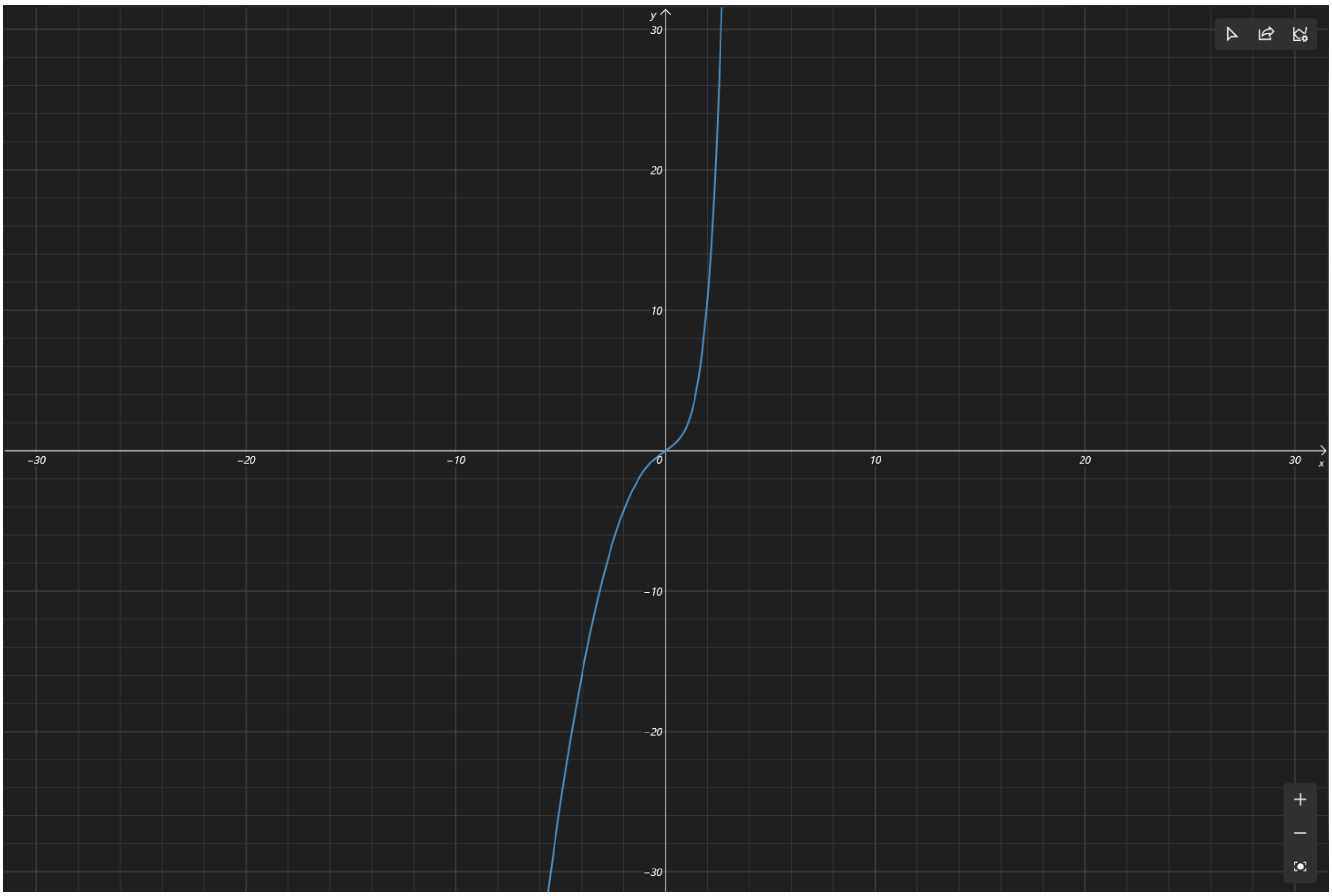
Metoda G, równanie 3.

G.

$$\varphi(x) = x - \frac{4f(x)}{f'(x) + 3f'\left(x - 2u(x)/3\right)}$$

3. $$xe^x - x^2 = 0$$

Wykres:



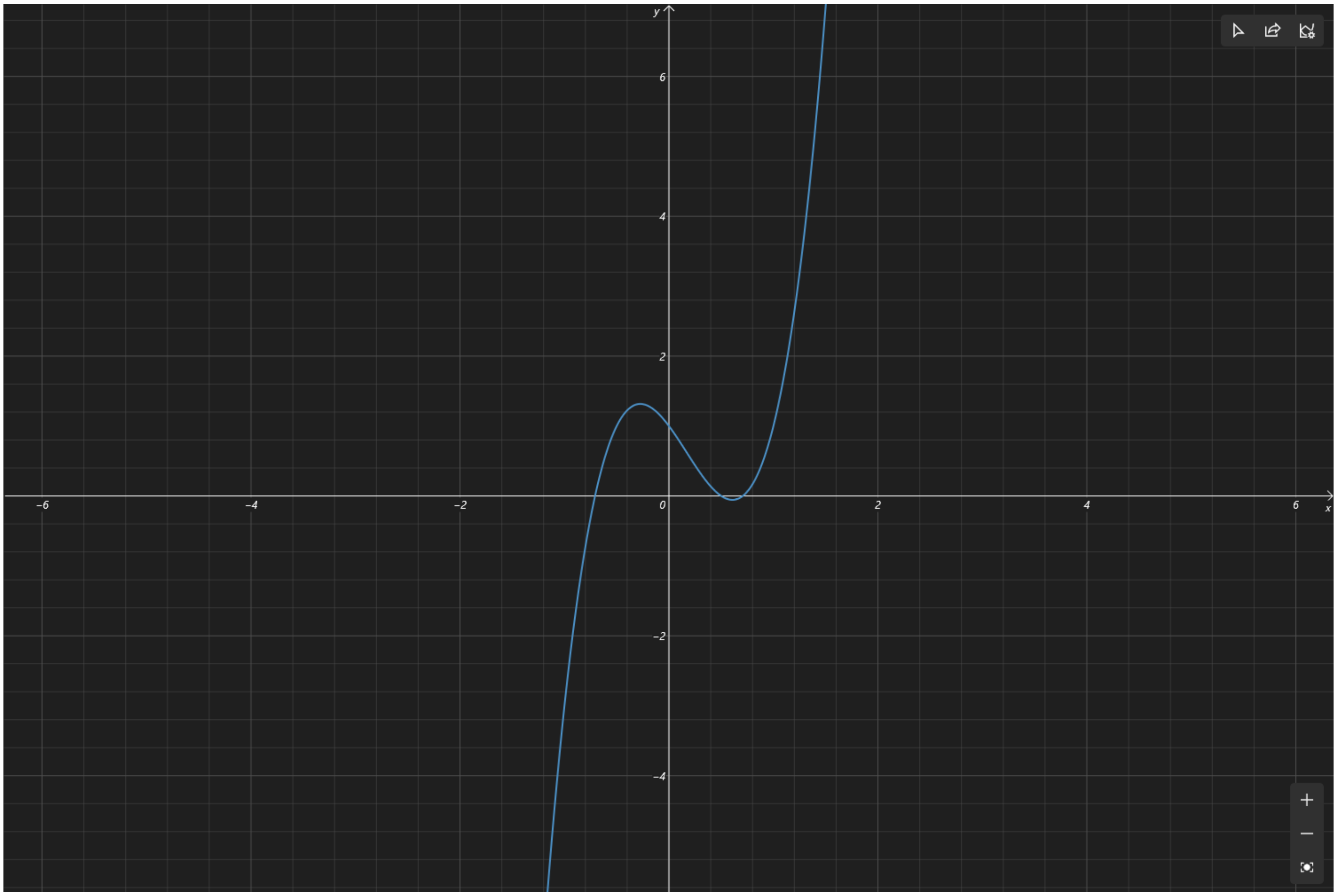
Pierwiastek: x = 0;

Pochodna: $y'(x) = e^x(x+1) - 2x$

Dowolne równanie algebraiczne stopnia trzeciego

$$4x^3 - 2x^2 - 2x + 1 = 0$$

Wykres:



Pierwiastki:

$x = \frac{1}{2}$ $x = -\frac{1}{\sqrt{2}} = -0.707106781186547$ $x = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707106781186547$

Dla obliczenia błędu względnego w kodzie używałem pierwiastek $x = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707106781186547$

Pochodna: $y'(x) = 12x^2 - 4x - 2$

Część I.

Opis i wyniki eksperymentów obliczeniowych

==

Punkt (A)

==

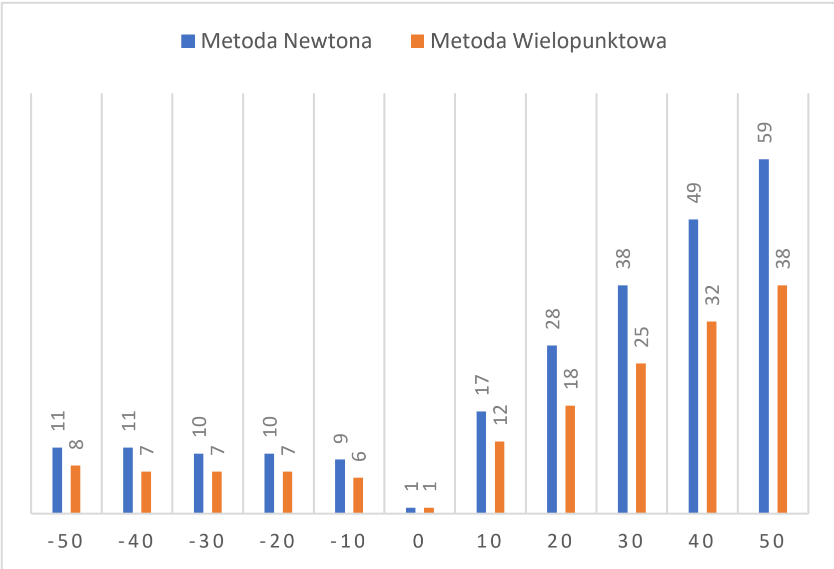
Szybkość zbieżności metody Newtona i metody Wielopunktowej dla x_0 = [-50, 50] z krokiem 10, e = $1*10^{-12}$

Równanie: $xe^x - x^2 = 0$

Wyniki:

x_0	Metoda Newtona	Metoda Wielopunktowa
-50	11	8
-40	11	7
-30	10	7
-20	10	7
-10	9	6
0	1	1
10	17	12
20	28	18
30	38	25
40	49	32
50	59	38

Wykres:



==

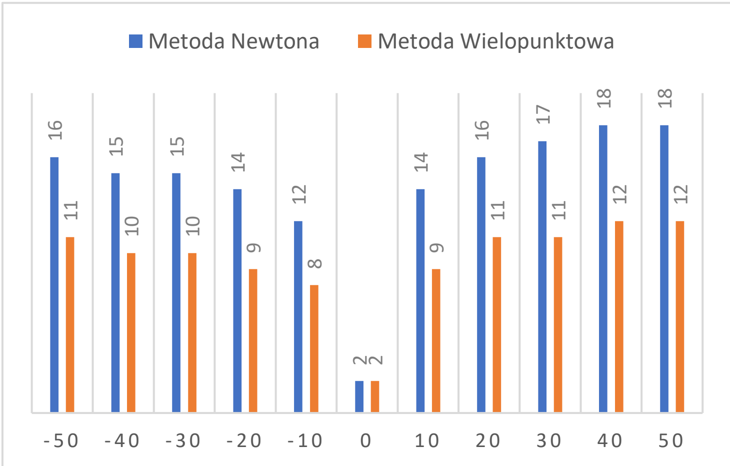
Szybkość zbieżności metody Newtona i metody Wielopunktowej dla x_0 = [-50, 50] z krokiem 10, e = $1*10^{-12}$

Równanie: $4x^3 - 2x^2 - 2x + 1 = 0$

Wyniki:

x_0	Metoda Newtona	Metoda Wielopunktowa
-50	16	11
-40	15	10
-30	15	10
-20	14	9
-10	12	8
0	2	2
10	14	9
20	16	11
30	17	11
40	18	12
50	18	12

Wykres:



==

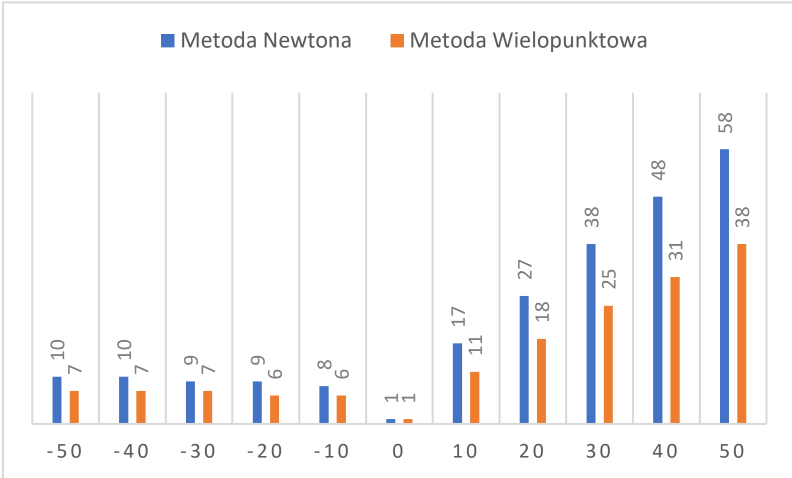
Szybkość zbieżności metody Newtona i metody Wielopunktowej dla x_0 = [-50, 50] z krokiem 10, e = $1*10^{-6}$

Równanie: $xe^x - x^2 = 0$

Wyniki:

x_0	Metoda Newtona	Metoda Wielopunktowa
-50	10	7
-40	10	7
-30	9	7
-20	9	6
-10	8	6
0	1	1
10	17	11
20	27	18
30	38	25
40	48	31
50	58	38

Wykres:



==

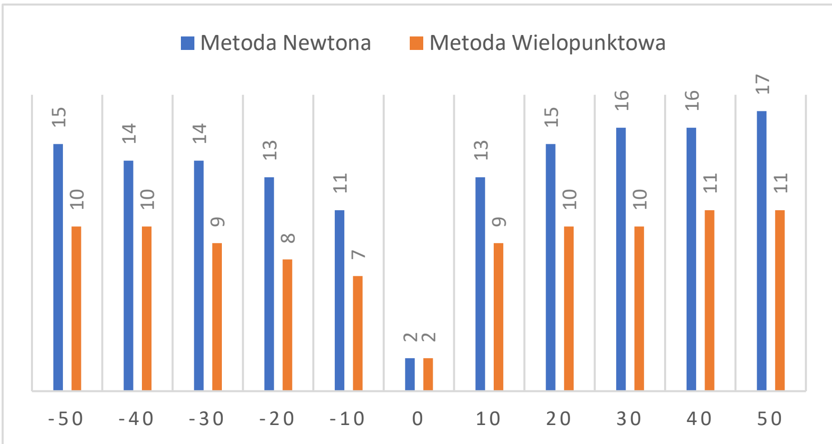
Szybkość zbieżności metody Newtona i metody Wielopunktowej dla x_0 = [-50, 50] z krokiem 10, e = $1*10^{-6}$

Równanie: $4x^3 - 2x^2 - 2x + 1 = 0$

Wyniki:

x_0	Metoda Newtona	Metoda Wielopunktowa
-50	15	10
-40	14	10
-30	14	9
-20	13	8
-10	11	7
0	2	2
10	13	9
20	15	10
30	16	10
40	16	11
50	17	11

Wykres:



==

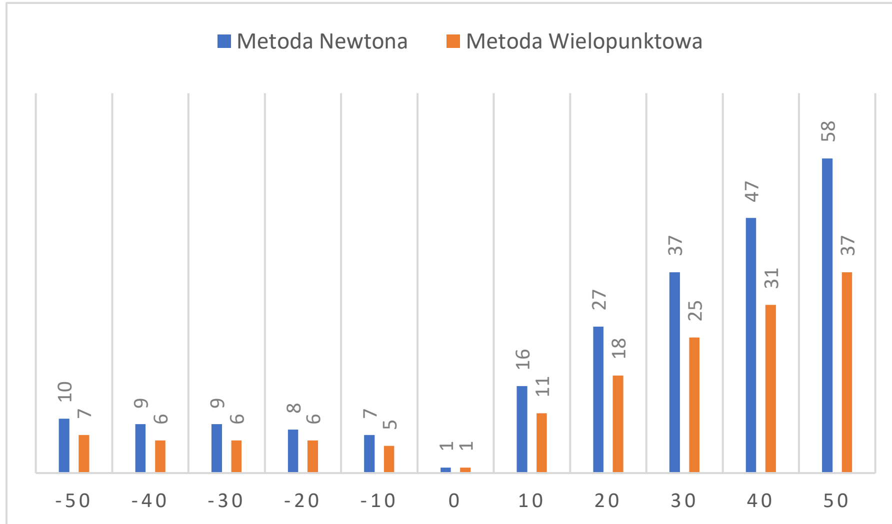
Szybkość zbieżności metody Newtona i metody Wielopunktowej dla $x_0 = [-50, 50]$ z krokiem 10, e = $1*10^{-3}$

Równanie: $xe^x - x^2 = 0$

Wyniki:

x_0	Metoda Newtona	Metoda Wielopunktowa
-50	10	7
-40	9	6
-30	9	6
-20	8	6
-10	7	5
0	1	1
10	16	11
20	27	18
30	37	25
40	47	31
50	58	37

Wykres:



==

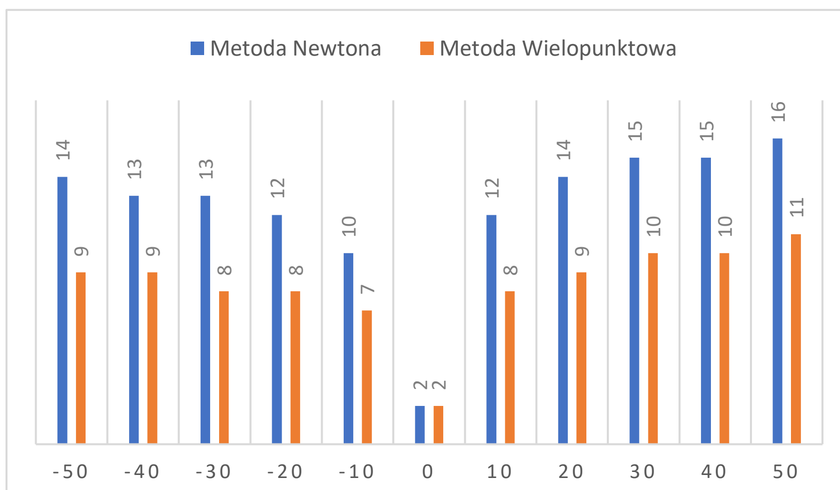
Szybkość zbieżności metody Newtona i metody Wielopunktowej dla $x_0 = [-50, 50]$ z krokiem 10, e = $1*10^{-3}$

Równanie: $4x^3 - 2x^2 - 2x + 1 = 0$

Wyniki:

x_0	Metoda Newtona	Metoda Wielopunktowa
-50	14	9
-40	13	9
-30	13	8
-20	12	8
-10	10	7
0	2	2
10	12	8
20	14	9
30	15	10
40	15	10
50	16	11

Wykres:



==

Wnioski do punktu (A):

Na podstawie tych danych wychodzi, że metoda Wielopunktowa jest szybsza niż metoda Newtona.

Punkt (B)

==

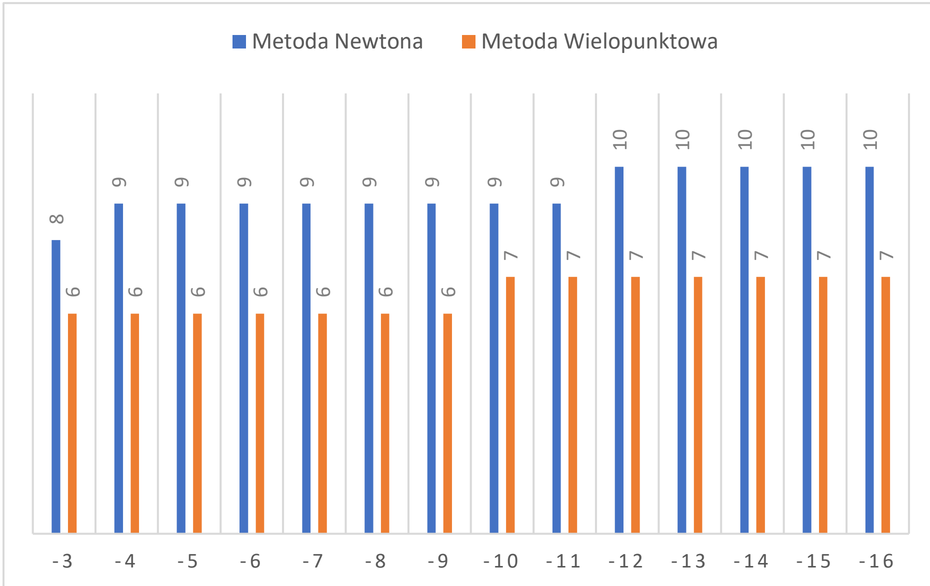
Szybkość zbieżności metody Newtona i metody Wielopunktowej dla $x_0 = -20$, $e = 1*10^{-k}$ $k = [3,16]$

Równanie: $xe^x - x^2 = 0$

Wyniki:

e	Metoda Newtona	Metoda Wielopunktowa
-3	8	6
-4	9	6
-5	9	6
-6	9	6
-7	9	6
-8	9	6
-9	9	6
-10	9	7
-11	9	7
-12	10	7
-13	10	7
-14	10	7
-15	10	7
-16	10	7

Wykres:



==

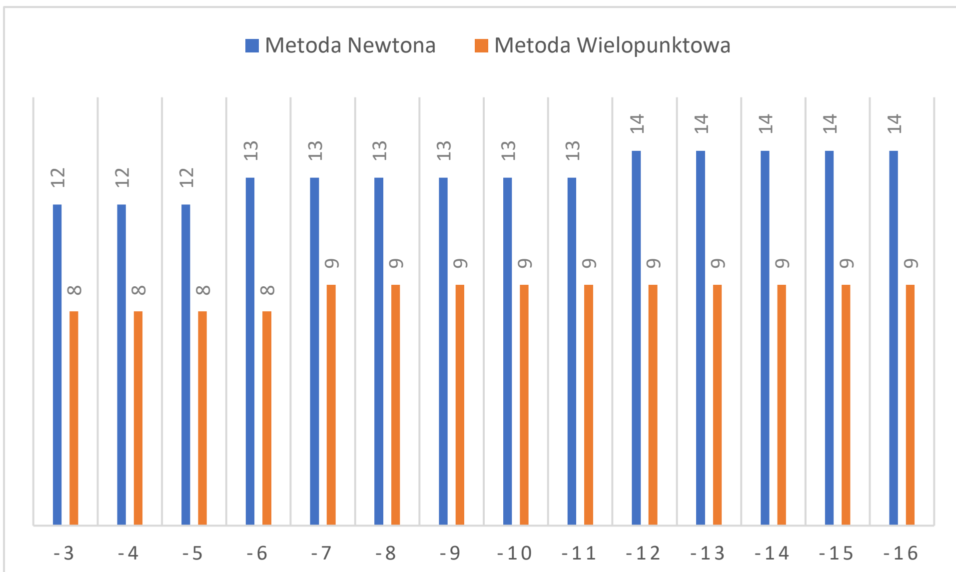
Szybkość zbieżności metody Newtona i metody Wielopunktowej dla $x_0 = -20$, $e = 1*10^{-k}$ $k = [3,16]$

Równanie: $4x^3 - 2x^2 - 2x + 1 = 0$

Wyniki:

e	Metoda Newtona	Metoda Wielopunktowa
-3	12	8
-4	12	8
-5	12	8
-6	13	8
-7	13	9
-8	13	9
-9	13	9
-10	13	9
-11	13	9
-12	14	9
-13	14	9
-14	14	9
-15	14	9
-16	14	9

Wykres:



==

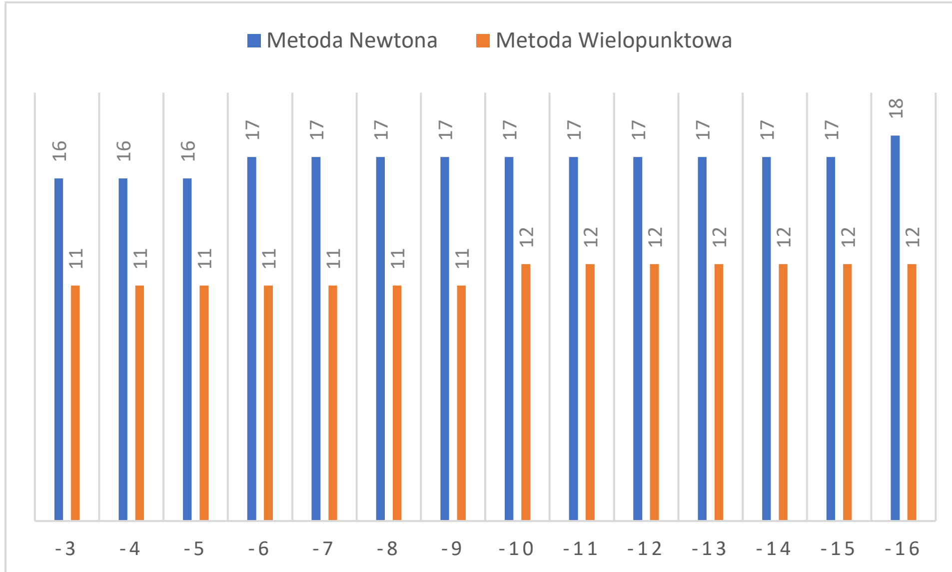
Szybkość zbieżności metody Newtona i metody Wielopunktowej dla $x_0 = 10$, $e = 1*10^{-k}$ $k = [3,16]$

Równanie: $xe^x - x^2 = 0$

Wyniki:

e	Metoda Newtona	Metoda Wielopunktowa
-3	16	11
-4	16	11
-5	16	11
-6	17	11
-7	17	11
-8	17	11
-9	17	11
-10	17	12
-11	17	12
-12	17	12
-13	17	12
-14	17	12
-15	17	12
-16	18	12

Wykres:



==

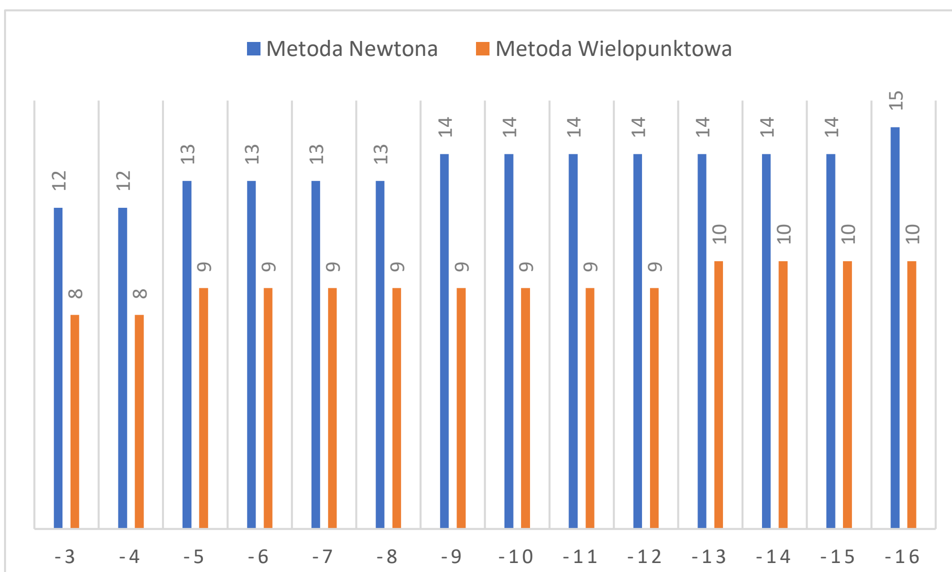
Szybkość zbieżności metody Newtona i metody Wielopunktowej dla $x_0 = 10$, $e = 1*10^{-k}$ $k = [3,16]$

Równanie: $4x^3 - 2x^2 - 2x + 1 = 0$

Wyniki:

e	Metoda Newtona	Metoda Wielopunktowa
-3	12	8
-4	12	8
-5	13	9
-6	13	9
-7	13	9
-8	13	9
-9	14	9
-10	14	9
-11	14	9
-12	14	9
-13	14	10
-14	14	10
-15	14	10
-16	15	10

Wykres:



==

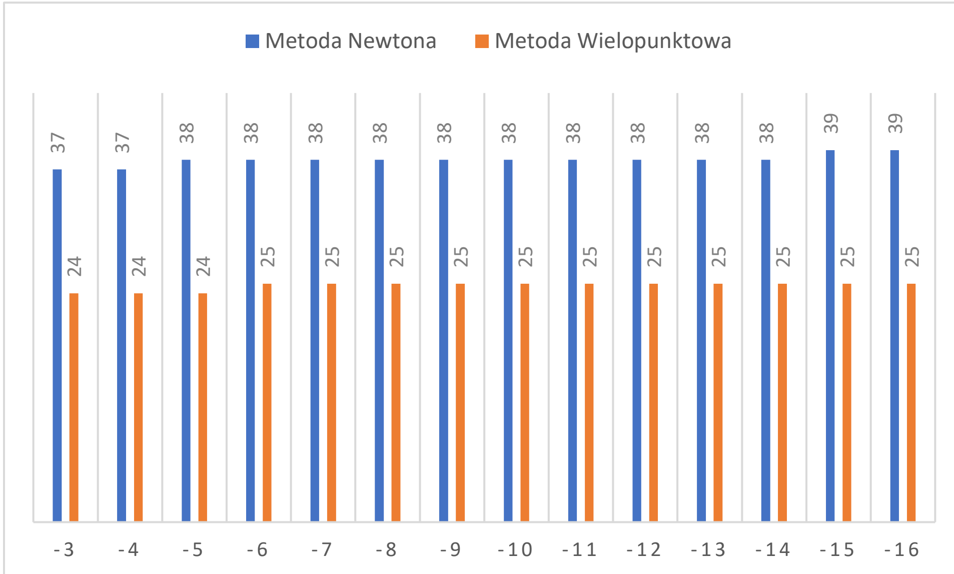
Szybkość zbieżności metody Newtona i metody Wielopunktowej dla $x_0 = 30$, $e = 1*10^{-k}$ $k = [3,16]$

Równanie: $xe^x - x^2 = 0$

Wyniki:

e	Metoda Newtona	Metoda Wielopunktowa
-3	37	24
-4	37	24
-5	38	24
-6	38	25
-7	38	25
-8	38	25
-9	38	25
-10	38	25
-11	38	25
-12	38	25
-13	38	25
-14	38	25
-15	39	25
-16	39	25

Wykres:



==

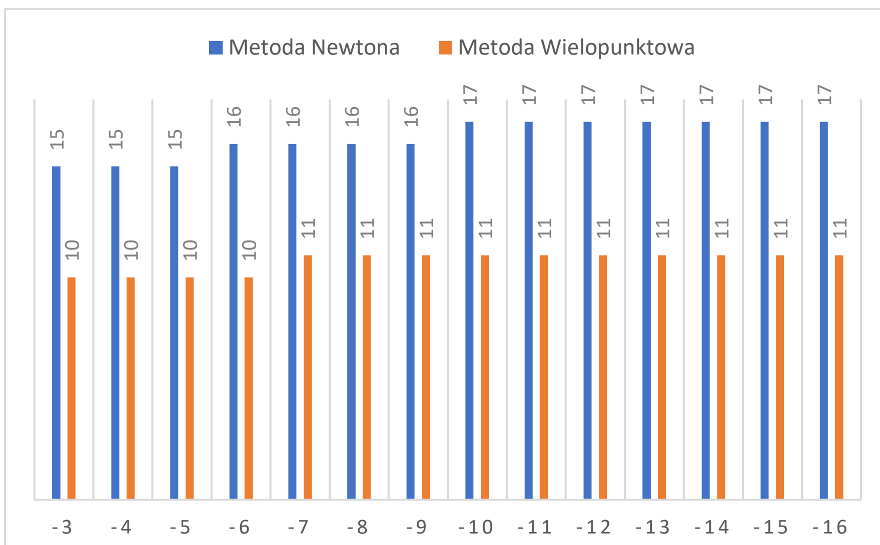
Szybkość zbieżności metody Newtona i metody Wielopunktowej dla $x_0 = 30$, $e = 1*10^{-k}$ $k = [3,16]$

Równanie: $4x^3 - 2x^2 - 2x + 1 = 0$

Wyniki:

x_0	Metoda Newtona	Metoda Wielopunktowa
-3	15	10
-4	15	10
-5	15	10
-6	16	10
-7	16	11
-8	16	11
-9	16	11
-10	17	11
-11	17	11
-12	17	11
-13	17	11
-14	17	11
-15	17	11
-16	17	11

Wykres:



==

Wnioski do punktu (B):

Na podstawie tych danych wychodzi, że metoda Wielopunktowa jest szybsza niż metoda Newtona.

Punkt (C)

===

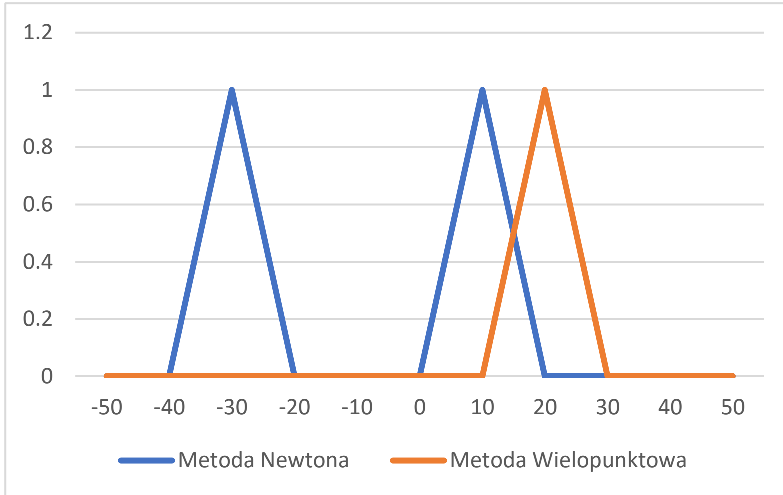
Dokładność metody Newtona i metody Wielopunktowej dla x_0 = [-50, 50] z krokiem 10, e = $1*10^{-12}$

Równanie: $xe^x - x^2 = 0$

Wyniki:

x_0	Metoda Newtona	Metoda Wielopunktowa
-50	0	0
-40	0	0
-30	1	0
-20	0	0
-10	0	0
0	0	0
10	1	0
20	0	1
30	0	0
40	0	0
50	0	0

Wykres:



===

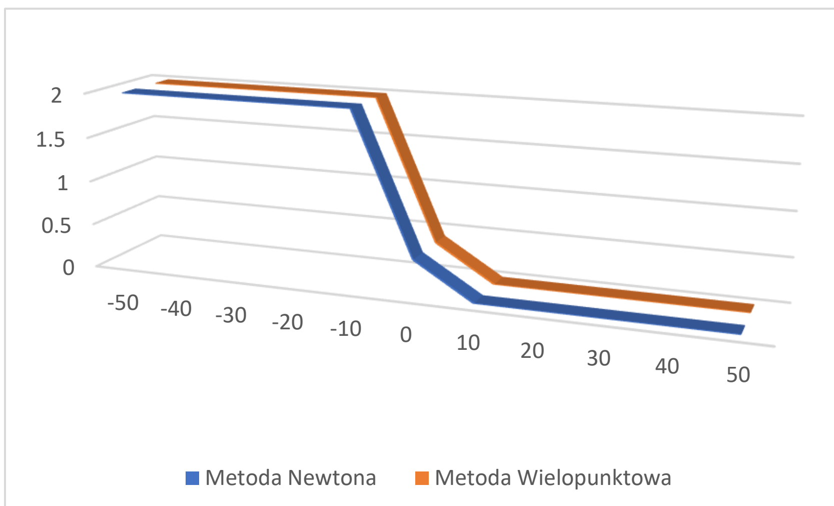
Dokładność metody Newtona i metody Wielopunktowej dla x_0 = [-50, 50] z krokiem 10, e = $1*10^{-12}$

Równanie: $4x^3 - 2x^2 - 2x + 1 = 0$

Wyniki:

x_0	Metoda Newtona	Metoda Wielopunktowa
-50	2	2
-40	2	2
-30	2	2
-20	2	2
-10	2	2
0	0.414214	0.414214
10	8.50E-16	7.17E-16
20	7.08E-16	7.17E-16
30	7.57E-16	7.17E-16
40	6.04E-16	7.17E-16
50	6.81E-16	7.17E-16

Wykres:



===

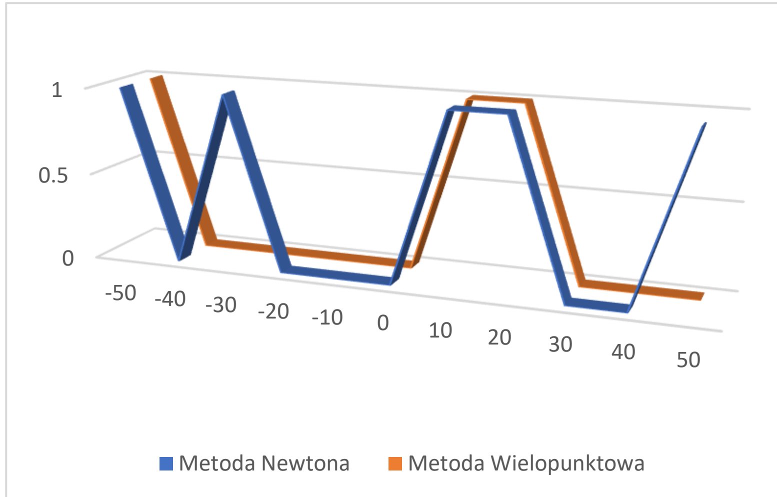
Dokładność metody Newtona i metody Wielopunktowej dla x_0 = [-50, 50] z krokiem 10, e = $1*10^{-6}$

Równanie: $xe^x - x^2 = 0$

Wyniki:

x_0	Metoda Newtona	Metoda Wielopunktowa
-50	1	1
-40	0	0
-30	1	0
-20	0	0
-10	0	0
0	0	0
10	1	1
20	1	1
30	0	0
40	0	0
50	1	0

Wykres:



==

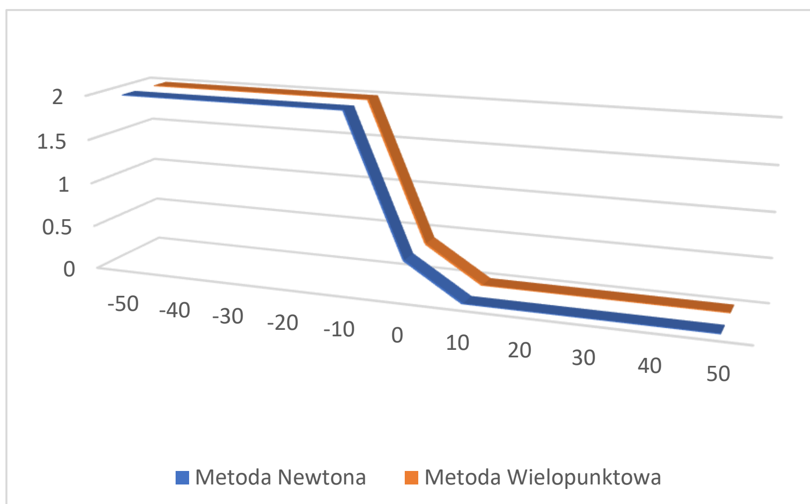
Dokładność metody Newtona i metody Wielopunktowej dla x_0 = [-50, 50] z krokiem 10, e = $1*10^{-6}$

Równanie: $4x^3 - 2x^2 - 2x + 1 = 0$

Wyniki:

x_0	Metoda Newtona	Metoda Wielopunktowa
-50	2	2
-40	2	2
-30	2	2
-20	2	2
-10	2	2
0	0.414214	0.414214
10	1.12E-15	7.17E-16
20	7.08E-16	7.17E-16
30	7.57E-16	7.42E-16
40	3.09E-12	7.17E-16
50	1.22E-15	7.17E-16

Wykres:



==

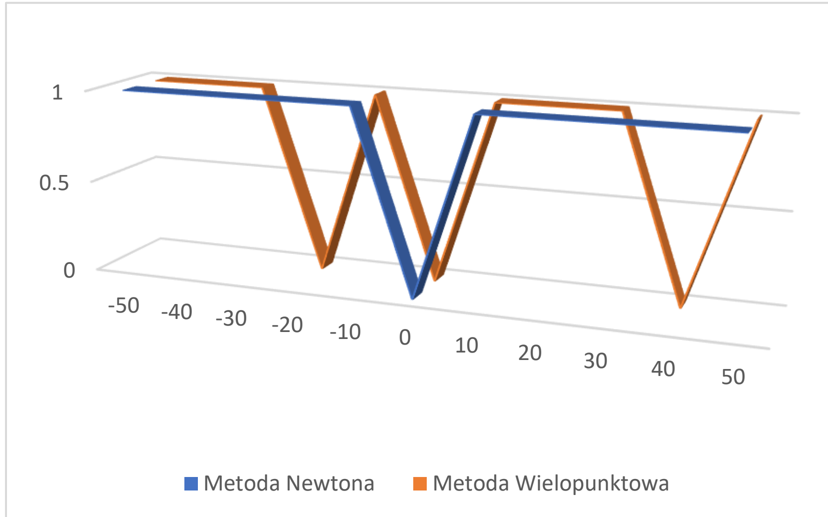
Dokładność metody Newtona i metody Wielopunktowej dla x_0 = [-50, 50] z krokiem 10, e = $1*10^{-3}$

Równanie: $xe^x - x^2 = 0$

Wyniki:

x_0	Metoda Newtona	Metoda Wielopunktowa
-50	1	1
-40	1	1
-30	1	1
-20	1	0
-10	1	1
0	0	0
10	1	1
20	1	1
30	1	1
40	1	0
50	1	1

Wykres:



==

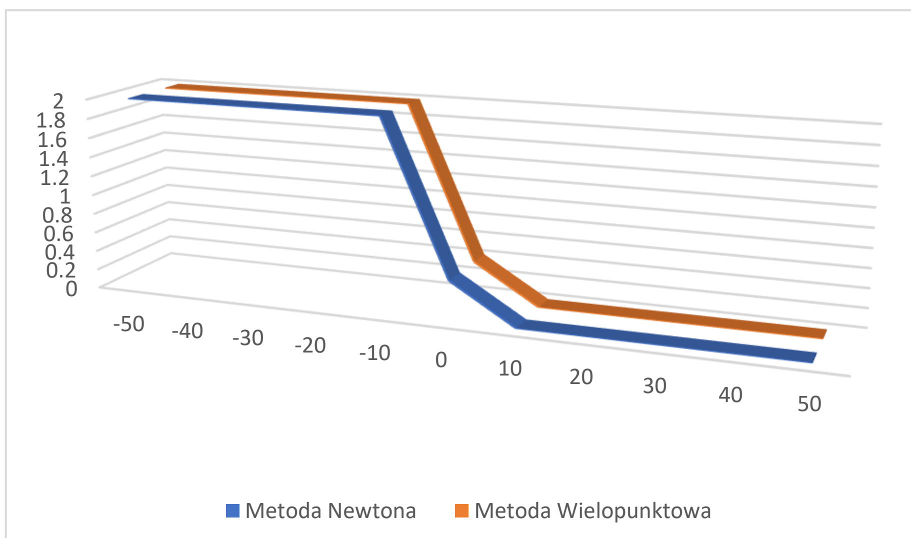
Dokładność metody Newtona i metody Wielopunktowej dla x_0 = [-50, 50] z krokiem 10, e = $1*10^{-3}$

Równanie: $4x^3 - 2x^2 - 2x + 1 = 0$

Wyniki:

x_0	Metoda Newtona	Metoda Wielopunktowa
-50	2	2
-40	2	2
-30	2	2
-20	2	2
-10	2	2
0	0.414214	0.414214
10	8.52E-09	3.14E-13
20	2.58E-10	4.74E-12
30	2.87E-10	7.42E-16
40	8.88E-07	4.49E-11
50	9.18E-09	7.17E-16

Wykres:



==

Wnioski do punktu (C):

Niestety na podstawie tych danych trudno wyciągnąć jakiekolwiek wnioski.

Jednak w większości przypadków metoda Wielopunktowa jest dokładniejsza niż metoda Newtona.

Punkt (D)

==

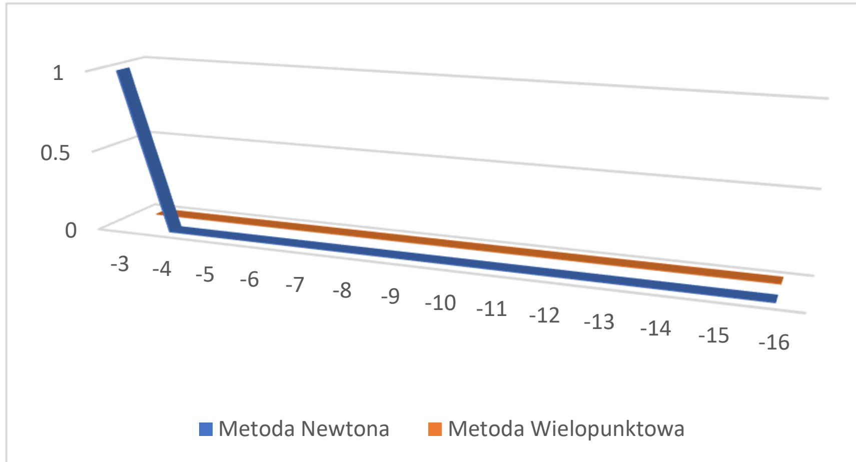
Dokładność metody Newtona i metody Wielopunktowej dla x_0 = -20, e = $1*10^{-k}$ k = [3,16]

Równanie: $xe^x - x^2 = 0$

Wyniki:

e	Metoda Newtona	Metoda Wielopunktowa
-3	1	0
-4	0	0
-5	0	0
-6	0	0
-7	0	0
-8	0	0
-9	0	0
-10	0	0
-11	0	0
-12	0	0
-13	0	0
-14	0	0
-15	0	0
-16	0	0

Wykres:



==

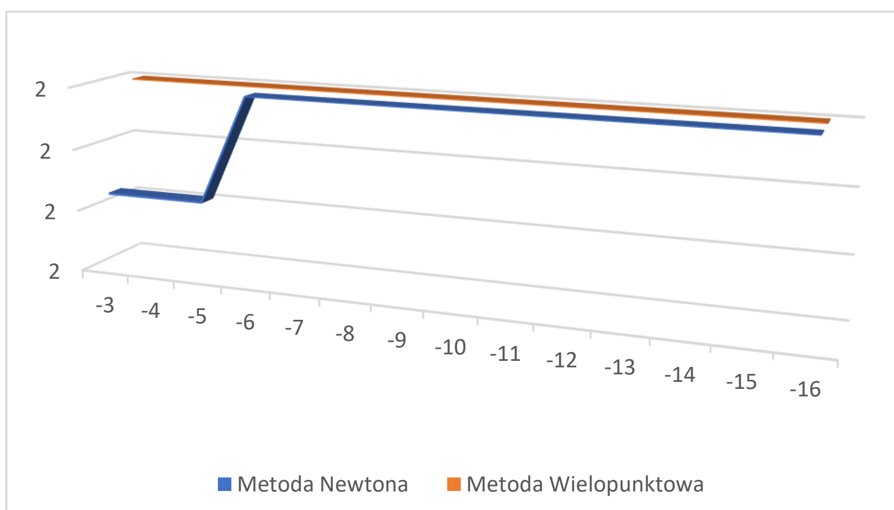
Dokładność metody Newtona i metody Wielopunktowej dla x_0 = -20, e = $1*10^{-k}$ k = [3,16]

Równanie: $4x^3 - 2x^2 - 2x + 1 = 0$

Wyniki:

e	Metoda Newtona	Metoda Wielopunktowa
-3	2	2
-4	2	2
-5	2	2
-6	2	2
-7	2	2
-8	2	2
-9	2	2
-10	2	2
-11	2	2
-12	2	2
-13	2	2
-14	2	2
-15	2	2
-16	2	2

Wykres:



==

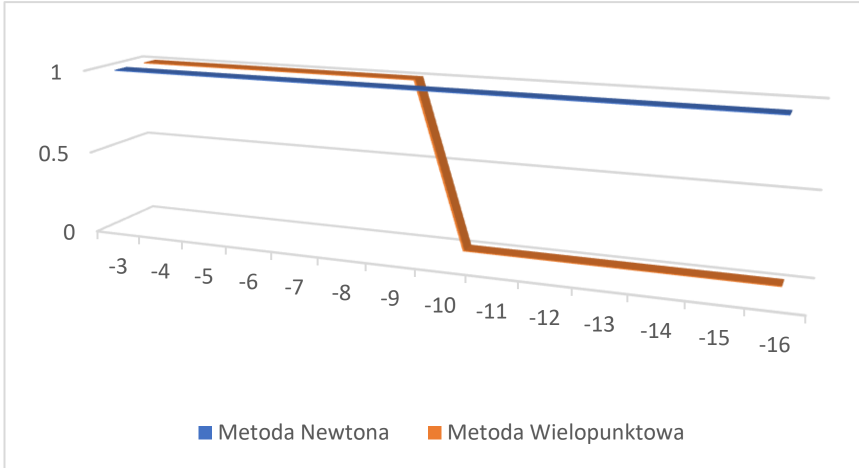
Dokładność metody Newtona i metody Wielopunktowej dla $x_0 = 10$, $e = 1*10^{-k}$ $k = [3,16]$

Równanie: $xe^x - x^2 = 0$

Wyniki:

e	Metoda Newtona	Metoda Wielopunktowa
-3	1	1
-4	1	1
-5	1	1
-6	1	1
-7	1	1
-8	1	1
-9	1	1
-10	1	0
-11	1	0
-12	1	0
-13	1	0
-14	1	0
-15	1	0
-16	1	0

Wykres:



==

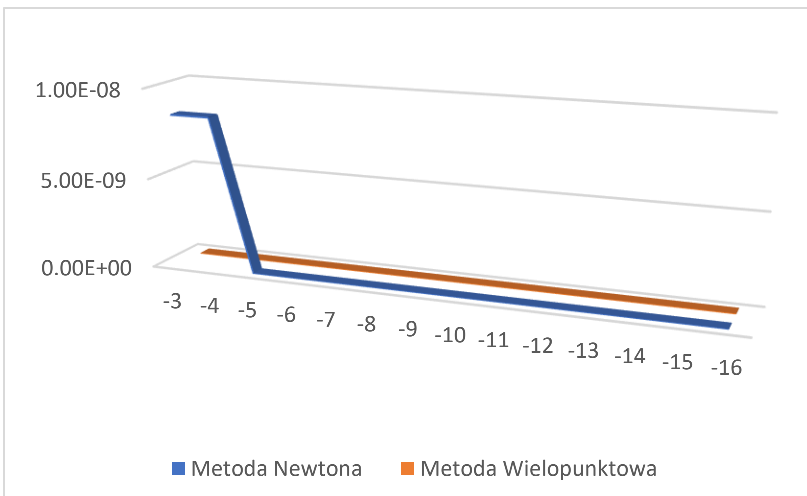
Dokładność metody Newtona i metody Wielopunktowej dla $x_0 = 10$, $e = 1*10^{-k}$ $k = [3,16]$

Równanie: $4x^3 - 2x^2 - 2x + 1 = 0$

Wyniki:

e	Metoda Newtona	Metoda Wielopunktowa
-3	8.52E-09	3.14E-13
-4	8.52E-09	3.14E-13
-5	1.12E-15	7.17E-16
-6	1.12E-15	7.17E-16
-7	1.12E-15	7.17E-16
-8	1.12E-15	7.17E-16
-9	8.50E-16	7.17E-16
-10	8.50E-16	7.17E-16
-11	8.50E-16	7.17E-16
-12	8.50E-16	7.17E-16
-13	8.50E-16	7.17E-16
-14	8.50E-16	7.17E-16
-15	8.50E-16	7.17E-16
-16	8.50E-16	7.17E-16

Wykres:



==

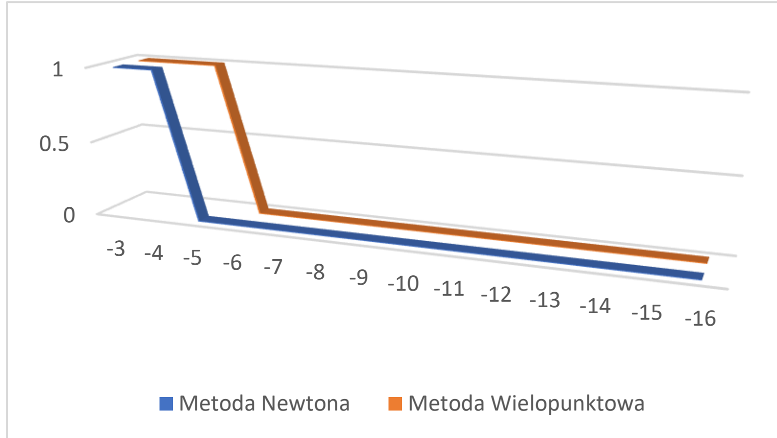
Dokładność metody Newtona i metody Wielopunktowej dla $x_0 = 30$, $e = 1*10^{-k}$ $k = [3,16]$

Równanie: $xe^x - x^2 = 0$

Wyniki:

e	Metoda Newtona	Metoda Wielopunktowa
-3	1	1
-4	1	1
-5	0	1
-6	0	0
-7	0	0
-8	0	0
-9	0	0
-10	0	0
-11	0	0
-12	0	0
-13	0	0
-14	0	0
-15	0	0
-16	0	0

Wykres:



===

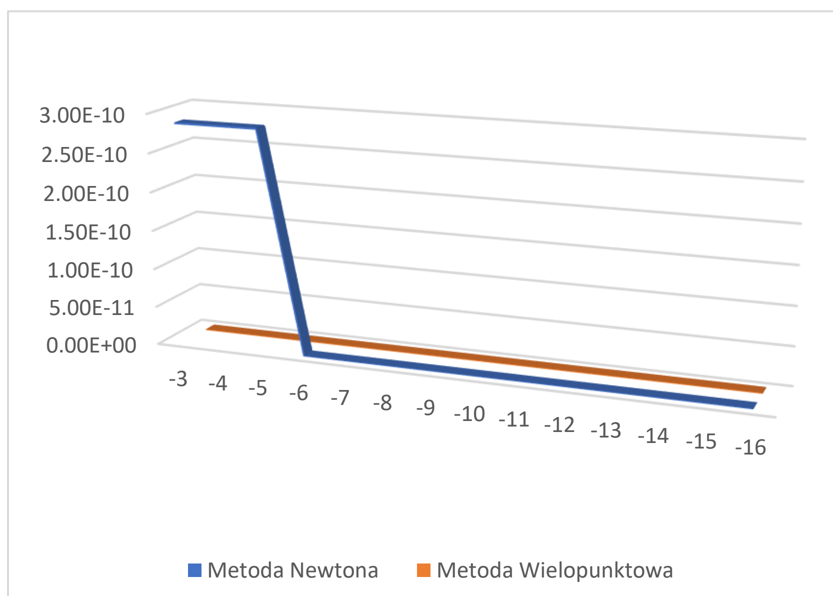
Dokładność metody Newtona i metody Wielopunktowej dla $x_0 = 30$, $e = 1*10^{-k}$ $k = [3,16]$

Równanie: $4x^3 - 2x^2 - 2x + 1 = 0$

Wyniki:

e	Metoda Newtona	Metoda Wielopunktowa
-3	2.87E-10	7.42E-16
-4	2.87E-10	7.42E-16
-5	2.87E-10	7.42E-16
-6	7.57E-16	7.17E-16
-7	7.57E-16	7.17E-16
-8	7.57E-16	7.17E-16
-9	7.57E-16	7.17E-16
-10	7.57E-16	7.17E-16
-11	7.57E-16	7.17E-16
-12	7.57E-16	7.17E-16
-13	7.57E-16	7.17E-16
-14	7.57E-16	7.17E-16
-15	7.57E-16	7.17E-16
-16	7.57E-16	7.17E-16

Wykres:



Wnioski do punktu (D):

Niestety na podstawie tych danych trudno wyciągnąć jakiekolwiek wnioski.

Jednak w większości przypadków metoda Wielopunktowa jest dokładniejsza niż metoda Newtona.

Jeśli podsumować to wszystko, wychodzi, że metoda Wielopunktowa jest lepsza.