2025.12.1
東洋大学経済学部経済学科

加藤涼（2007)『現代マクロ経済学講義』東洋経済新報社.

第 2 章 第 1-3 節（pp.53-73.)

財市場の不完全性——New IS-LM モデルと価格の硬直性——

担当：岸本康佑

1. New IS-LM モデルの起源と発展

この家計(=企業)の最適化行動での重要な注意点：

①家計は，まず先に企業家として企業収益を最大化し，その後，得られた配当報酬を所与として，消費の意思決定を行う(3.3 項).

②消費総額 c_t は，異時点間の最適化条件のオイラー方程式(=expectational IS 曲線)から決まる(1.1 項).

③各財の相対価格をもとに，どの財をどの程度購入するかを決定する(同時点内の最適化行動)(3.2 項).

つまり，異時点間の最適化と同時点内の最適化を分けて考えることができる.

1.1. RBC モデルへのマネーの導入

異時点間の最適化条件である，消費のオイラー方程式(=expectational IS 曲線)を考える.
New IS-LM モデル

$$y_{t-1} = E_t y_{t-1} - \sigma \times (i_t - E_t \pi_{t+1}) \tag{1}$$

$$\pi_t = E_t \pi_{t+1} + \alpha y_t \tag{2}$$

(y: GDP ギャップ，i: 名目金利，$E_t\pi_{t+1}$: 期待インフレ率，σ・α: 正のパラメータ)

(1)式：期待を考慮した IS 曲線(expectational IS 曲線)

(2)式：期待を考慮した AS 曲線(New Keynesian Phillips curve: NKPC)

この 2 本の式は，家計と企業の動学的最適化行動から導出する(∴ミクロ的基礎付けあり).
第 1 章の RBC モデルでの家計の動学的最適化問題を修正して，

$$\max_{c_t, l_t, m_t, b_t} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, m_t) = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[\frac{c_t^{1-\theta}}{1-\theta} + \frac{m_t^{1-\mu}}{1-\mu}\right] \tag{3}$$

$$s.t. (1+\pi_t)(m_t + b_t + c_t) = (1 + i_{t-1}) b_{t-1} + m_{t-1} \tag{4}$$

$$b_{-1}, m_{-1}: given$$

（β：主観的割引要素，c_t: 消費，m_t: マネー，b_t: 債権）
目的関数に m_t が含まれているのは,「家計がマネー(実質貨幣残高)を保有すること自体から効用を得る」という money-in-utility (MIU)の仮定を用いたから[1].

ここで，実質純資産 a_t を

$$a_t \equiv b_t + m_t$$

と定義すると，(4)式は,

$$\left(\text{左辺}\right) = (1+\pi_t)(a_t + c_t)$$

$$\left(\text{右辺}\right) = b_{t-1} + i_{t-1}b_{t-1} + m_{t-1}$$

$$= a_{t-1} + i_{t-1}(a_{t-1} - m_{t-1})$$
$$= (1+i_{t-1}) + a_{t-1} - i_{t-1}m_{t-1}$$

$$\left(\text{左辺}\right) - \left(\text{右辺}\right) = (1+\pi_t)(a_t + c_t) - \{(1+i_{t-1})a_{t-1} - i_{t-1}m_{t-1}\}$$

$$= 0$$

$$\therefore (a_t + c_t) - \frac{1}{1+\pi_t}\left((1+i_{t-1})a_{t-1} - i_{t-1}m_{t-1}\right) = 0$$

となる．よって，この問題の動学的ラグランジアンは,

$$\Gamma_0 = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[\frac{c_t^{1-\theta}}{1-\theta} + \frac{m_t^{1-\mu}}{1-\mu} - \lambda_t \left\{(a_t + c_t) - \frac{1}{1+\pi_t}\left((1+i_{t-1})a_{t-1} - i_{t-1}m_{t-1}\right)\right\}\right]$$

よって，1 階の最適化条件として,

$$\frac{\partial \Gamma_0}{\partial c_t} = E_0 \beta^t (c_t - \lambda_t)$$

$$= \beta^t \left(c_t^{-\theta} - \lambda_t\right)$$

$$= 0$$

$$\frac{\partial \Gamma_0}{\partial m_t} = E_t \beta^t m_t^{-\mu} - E_t \beta^{t+1} \frac{\lambda_{t+1} i_t}{1+\pi_{t+1}}$$

$$= E^t m_t^{-\mu} - E_t \frac{\beta^{t+1} i_t}{1+\pi_{t+1}} \lambda_{t+1}$$

$$= 0$$

[1] RBC モデルにマネーを導入する方法としては，他に「消費のためにはマネーが必要である」と仮定する cash-in-advance (CIA)がある．ただし，実質的には MIU の一種とみなせる．

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial \Gamma_0}{\partial a_t} &= E_t[-\beta^t \lambda_t] + E_t \beta^{t+1} \lambda_{t+1} \frac{1+i_t}{1+\pi_{t+1}} \\
&= -\beta^t \lambda_t + E_t \frac{\beta^{t+1}(1+i_t)}{1+\pi_{t+1}} \lambda_{t+1} \\
&= 0
\end{aligned}
$$

ゆえに

$$c_t^{-\theta} = \lambda_t \tag{5}$$

$$m_t^{-\mu} = E_t \frac{\beta i_t}{1+\pi_{t-1}} \lambda_{t+1}$$

$$\lambda_t = E_t \frac{\beta(1+i_t)}{1+\pi_{t+1}} \lambda_{t+1}$$

を得る．ここから，オイラー方程式，

$$
\begin{aligned}
c_t^{-\theta} &= E_t \frac{\beta(1+i_t)}{1+\pi_{t+1}} c_{t+1}^{-\theta} \\
&= \beta E_t \left(\frac{1+i_t}{1+\pi_{t+1}}\right) c_{t+1}^{-\theta} \qquad (6)
\end{aligned}
$$

が得られる．(6)式を定常状態周りで，対数線形近似する：

$$\ln c_t^{-\theta} = \ln\left(\beta E_t \left(\frac{1+i_t}{1+\pi_{t+1}}\right) c_{t+1}^{-\theta}\right)$$

ここで，定数項 $\ln \beta$ は無視すると，

$$
\begin{aligned}
-\theta \ln c_t &= E_t\left[\ln\left(\frac{1+i_t}{1+\pi_{t+1}}\right) - \theta \ln c_{t+1}\right] \\
&\simeq E_t[i_t - \pi_{t+1}] - \theta E_t \ln c_{t+1}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\therefore \ln c_t &= E_t \ln c_{t+1} - \frac{1}{\theta} E_t[i_t - \pi_{t+1}] \\
&= E_t \ln c_{t+1} - \frac{1}{\theta}(i_t - E_t \pi_{t+1}) \qquad (7)
\end{aligned}
$$

となる．

Expectational IS 曲線を得るために，貯蓄や資本が存在しない(=当期に生産されたものは当期にすべて消費される)と仮定すると，

$$y_t = c_t$$

であり，これを(7)式に代入すると(1)式の Expectational IS 曲線が得られる．
要するに，RBC モデルから資本ストックを取り除いて，代わりにマネーを入れ，「総生産=総消費」をいう仮定を置くことによって，標準的な家計の最適化問題から(1)式が導かれる．
つまり，(1)式単体は，消費のオイラー方程式と本質的に同じ．

1.2.　ニューケインジアン・フィリップス曲線とその背景

NKPC の背景として，価格硬直性に着目しつつ，独占的競争を行っている無数の企業郡の存在を考える．

価格硬直性に関するミクロ理論(部分均衡理論)

Taylor (1979)	staggered price モデル
Calvo (1983)	staggered price (sticky price: 粘着価格)モデル
Rotemberg (1982)	調整コストモデル

New IS-LM モデル

Roberts (1995)	上表の 3 つの価格硬直性下での企業の最適化行動は，——それぞれが異なるタイプの価格硬直性であるにも関わらず——すべて同じ(2)式のような NKPC として表現できることを明らかにした．
Yun (1996)	New IS-LM モデルを RBC モデルに Calvo 型プライシングを組み込んだ厳密な DSGE モデルとして再構築．
Woodford and Rotemberg (1997) Clarida et al. (1999) Gali and Gertler (1999)	New IS-LM モデルを金融政策分析ツールとして利用．
Benhabib et al. (2001a, 2001b) Chari et al. (2000) Ball (1994)	New IS-LM モデルを批判．
Mankiw and Reis (2003)	New IS-LM モデルに代わる新たなモデルを模索．
Christiano et al. (2005) Eichenbaum	New IS-LM モデルにさらに既存の部分均衡理論を組み込む方向で改良．中銀で利用される(ex. FRB「FRB-US」，日銀「JEM」)．

2.　予備的考察：2 つのフィリップス曲線

2.1.　予備的考察：2 つのフィリップス曲線

NKPC 以前のフィリップス曲線は，

$$\pi_t = \pi_t^e + \alpha y_t + \varepsilon_t \tag{8}$$

(8)式では，期待インフレ率が漠然としているので，ミクロ的基礎付けは明確でない．
実証分析で，分布ラグで期待インフレ率を代用した場合は，ミクロ的基礎付けは完全に失われる．

(8)式は，

$$\pi_t = E_{t-1}\pi_t + \alpha y_t + \varepsilon_t \tag{9}$$

$$\pi_t = E_t\pi_{t+1} + \alpha y_t + \varepsilon_t \tag{10}$$

の 2 パターン考えられる．(9)式は，新古典派型フィリップス曲線(Neo-Classical curve: NCPC)と呼ばれる[2]．

企業群のうち，一定割合(＝ρ)の企業は，最適価格(＝p_t^*)を選び，(1－ρ)の企業は，価格$E_{t-1}p_t^*$に等しくなるように価格設定するとする．このとき，一般物価は，

$$p_t = \rho p_t^* + (1-\rho)E_{t-1}p_t^* + \nu_t \tag{12}$$

また，NCPC を導くために必要な設定として，

$$m_t - p_t = y_t \tag{13}$$

$$m_t - p_t^* = y^f \tag{14}$$

を用意する．(13)式は単純な貨幣方程式，(14)式は潜在 GDP(y^f)での貨幣方程式である．

(13)・(14)式を使って，(12)式から価格変数を消去する：

$$\begin{aligned} m_t - y_t &= \rho\left(m_t - y^f\right) + (1-\rho)E_{t-1}\left(m_t - y^f\right) + \nu_t \\ &= \rho m_t - \rho y^f + (1-\rho)E_{t-1}m_t - (1-\rho)y^f + \nu_t \\ &= \rho m_t + (1-\rho)E_{t-1}m_t - y^f + \nu_t \\ \therefore y_t &= m_t - \rho m_t - (1-\rho)E_{t-1}m_t + y^f - \nu_t \\ &= (1-\rho)(m_t - E_{t-1}m_t) + y^f - \nu_t \end{aligned} \tag{15}$$

(12)式に戻って，前期時点での期待値を取り，(12)式から引くと，

$$p_t - E_{t-1}p_t = \rho(p_t^* - E_{t-1}p_t^*) + \nu_t \tag{16}$$

これと貨幣方程式を用いて，(12)式は，

$$\begin{aligned} p_t - E_{t-1}p_t &= \rho\left(\left(m_t - y^f\right) - E_{t-1}\left(m_t - y^f\right)\right) + \nu_t \\ &= \rho(m_t - E_{t-1}m_t) + \nu_t \end{aligned} \tag{17}$$

---

[2] (9)式のミクロ的基礎付けのうち，最もシンプルなものは，事前決定価格モデル(Fischer 1977)が挙げられる．

と書き換えられる．さらに(17)式と(15)式を組み合わせて，マネーm_tを消去する：
(15)式より，

$$m_t - E_{t-1}m_t = \frac{y_t - y^f}{1-\rho} + \frac{\nu_t}{1-\rho}$$

よって，

$$\begin{aligned} p_t &= E_{t-1}p_t + \rho(m_t - E_{t-1}m_t) + \nu_t \\ &= E_{t-1}p_t + \frac{\rho}{1-\rho}\left(y_t - y^f\right) - \frac{\rho}{1-\rho}\nu_t + \nu_t \\ &= E_{t-1}p_t + \frac{\rho}{1-\rho}\left(y_t - y^f\right) - \frac{1}{1-\rho}\nu_t \end{aligned} \tag{18}$$

(18)式の両辺から前期の価格水準 p_{t-1} を引いて，潜在 GDP y^f をゼロに基準化すれば，(9)式の NKPC を得る：

$$p_t - p_{t-1} = (E_{t-1}p_t - p_{t-1}) + \frac{\rho}{1-\rho}\left(y - y^f\right) - \frac{1}{1-\rho}\nu_t \tag{19}$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\pi_t = E_{t-1}\pi_t + \alpha y_t + \varepsilon_t$$

$$where, y^f = 0, \alpha = \frac{\rho}{1-\rho}, \varepsilon_t = -\frac{1}{1-\rho}\nu_t$$

NCPC の背景となっている(15)式をみると，「予想されたマネーサプライの変化は，実体経済に全く影響を及ぼさない」ことが分かる．
次節では，NKPC の場合について議論する．

3.　価格の粘着性とニューケインジアン・フィリップス曲線

3.1.　独占的競争モデル

NKPC では，企業は価格設定と利潤最大化を行えると考えるので，企業はプライステイカーではない(=独占力を持つ)．

⇒　「独占的競争モデル」(Blanchard and Kiyotaki 1987)

第 1 段階として，基本 RBC モデルでの完全競争の仮定を緩め，不完全競争を取り入れる．

3.2.　家計の最適化問題

各財の相対価格をもとに，どの財をどの程度購入するかを考える(同時点内の最適化行

動)(3.2 項).

$$\max_{c_t,l_t} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, m_t, l_t) = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[\frac{c_t^{1-\theta}}{1-\theta} + \frac{m_t^{1-\mu}}{1-\mu} - \frac{l_t^{1+\lambda}}{1+\lambda}\right] \quad (3')$$

$$s.t. m_t + b_t + c_t = \frac{1}{1+\pi_t}[(1+i_{t-1})b_{t-1} + m_{t-1} + \psi_{t-1}] + w_t l_t \quad (4')$$

$$b_{-1}, m_{-1}: given$$

ただし，変数はすべて実質タームである：

$$\frac{W_t}{p_t} = w_t$$

$$\frac{\Psi_t}{p_t} = \psi_t$$

(ψ: 配当報酬)

さらに，独占的競争経済の下で無数の座が生産，消費されている状況を描写するために，CES aggregator を用いる：

補論：CES 関数の性質

2 財の CES 関数は,

$$C = (\nu x^{\frac{\eta-1}{\eta}} + (1-\nu) y^{\frac{\eta-1}{\eta}})^{\frac{\eta}{\eta-1}}$$

である．x 財，y 財の限界効用は,

$$\frac{dC}{dx} = \frac{\eta}{\eta-1}\left(\nu x^{\frac{\eta-1}{\eta}} + (1-\nu) y^{\frac{\eta-1}{\eta}}\right)^{\frac{\eta}{\eta-1}-1} \cdot \nu \frac{\eta-1}{\eta} x^{-\frac{1}{\eta}}$$

$$= \nu x^{-\frac{1}{\eta}}\left(\nu x^{\frac{\eta-1}{\eta}} + (1-\nu) y^{\frac{\eta-1}{\eta}}\right)^{\frac{\eta}{\eta-1}-1}$$

$$\frac{dC}{dy} = \frac{\eta}{\eta-1}\left(\nu x^{\frac{\eta-1}{\eta}} + (1-\nu) y^{\frac{\eta-1}{\eta}}\right)^{\frac{\eta}{\eta-1}-1} \cdot (1-\nu) \frac{\eta-1}{\eta} y^{-\frac{1}{\eta}}$$

$$= (1-\nu) y^{-\frac{1}{\eta}}\left(\nu x^{\frac{\eta-1}{\eta}} + (1-\nu) y^{\frac{\eta-1}{\eta}}\right)^{\frac{\eta}{\eta-1}-1}$$

ゆえに，支出最小化条件より,

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\nu}{1-\nu}\left(\frac{x}{y}\right)^{-\frac{1}{\eta}} = \frac{p_x}{p_y}$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\left(\frac{x}{y}\right)^{-\frac{1}{\eta}} = \frac{1-\nu}{\nu}\frac{p_x}{p_y}$$

$$\frac{x}{y} = \left(\frac{1-\nu}{\nu}\right)^{-\eta}\left(\frac{p_x}{p_y}\right)^{-\eta}$$

よって,

$$p_x x = \left(\frac{1-\nu}{\nu}\right)^{-\eta} p_x^{1-\eta} p_y^{\eta} y \qquad (\text{補論 }1)$$

$$p_y y = \left(\frac{\nu}{1-\nu}\right)^{-\eta} p_x^{\eta} p_y^{1-\eta} x \qquad (\text{補論 }2)$$

これらと予算制約式

$$PC = p_x x + p_y y$$

を合わせたい.（補論 2)式より,

$$\mathrm{y} = \left(\frac{\nu}{1-\nu}\right)^{-\eta} \mathrm{p}_{\mathrm{x}}^{\eta} \mathrm{p}_{\mathrm{y}}^{1-\eta} \frac{\mathrm{y}}{\mathrm{p}_{\mathrm{y}}}$$

$$PC = p_x x + p_y \left(\left(\frac{\nu}{1-\nu}\right)^{-\eta} p_x^{\eta} p_y^{1-\eta} \frac{x}{p_y} \right)$$

$$= \left(p_x + \left(\frac{\nu}{1-\nu}\right)^{-\eta} p_x^{\eta} p_y^{1-\eta} \right) x$$

$$\therefore x = \left[p_x + \left(\frac{\nu}{1-\nu}\right)^{-\eta} p_x^{\eta} p_y^{1-\eta} + \right]^{-1} PC \qquad (\text{補論 }3)$$

(補論 1)式より,

$$x = \left(\frac{1-\nu}{\nu}\right)^{-\eta} p_x^{1-\eta} p_y^{\eta} \frac{y}{p_x}$$

$$PC = p_x \left(\left(\frac{1-\nu}{\nu}\right)^{-\eta} p_x^{1-\eta} p_y^{\eta} \frac{y}{p_x} \right) + p_y y$$

$$= \left(\left(\frac{1-\nu}{\nu}\right)^{-\eta} p_x^{1-\eta} p_y^{\eta} + p_y \right) y$$

$$\therefore y = \left[\left(\frac{1-\nu}{\nu}\right)^{-\eta} p_x^{1-\eta} p_y^{\eta} + p_y \right]^{-1} PC \qquad (\text{補論 }4)$$

(補論 3)・(補論 4)式を元の CES 関数に代入すると,

$$C = [\quad]$$

$$\Leftrightarrow$$

$$P^{-1} = [\quad]$$

最終的に,

$$P = \left(\nu^{\eta} p_x^{1-\eta} + (1-\nu)^{\eta} p_y^{1-\eta} \right)^{\frac{\eta}{1-\eta}}$$

を得る．この一般物価 P は,

$$PC = p_x x + p_y y$$

を満たしている．このアナロジーから，無限個の財のケースについても，

$$c_t = \left[\int_0^1 c(i)_t^{\frac{\eta-1}{\eta}}\, di\right]^{\frac{\eta}{\eta-1}} \tag{20}$$

$$p_t = \left[\int_0^1 p(i)_t^{1-\eta}\, di\right]^{\frac{1}{1-\eta}} \tag{22}$$

が成立している．

CES 関数の性質より，パラメータηは，各財間の代替の弾力性を表している．すなわち，ηが無限大なら，すべての財は完全代替になるため，各企業の独占力は消滅する．

以上を踏まえて，任意の一時点における家計の支出最小化問題を考える：
消費総額は，異時点間の最適化条件によって最大化(1.1 項)
⇒　その効用水準を所与として，支出を最小化する各 i 財の消費割合を求める[3].
双対問題の最適化条件から，各 i 財に対する需要関数は，

$$c(i)_t = \left(\frac{p(i)_t}{p_t}\right)^{-\eta} c_t \tag{21}$$

さらに，CES 関数の性質から，

$$p_t = \left[\int_0^1 p(i)_t^{1-\eta}\, di\right]^{\frac{1}{1-\eta}} \tag{再掲 22}$$

$$p_t c_t = \int_0^1 p(i)_t c(i)_t\, di$$

が導かれる．

3.3.　企業の最適化問題

企業の利潤最大化問題を考える．生産関数を，

$$y(i)_t = z_t n(i)_t \tag{23}$$

(n: 労働投入，z: 技術水準)
とする．

どのような価格でも，費用最小化の最適化条件は満たされている必要があるから，

[3] ミクロ経済学の，「効用最大化問題と支出最小化問題のどちらを解いても同じ需要関数が得られる」という「双対問題」を用いる．

$$\min_{n(i)_t} \frac{W_t}{p_t} n(i)_t - \phi_{i,t}(y(i)_t - z_t n(i)_t) \tag{24}$$

($\phi_{i,t}$はラグランジュ乗数)
である．このラグランジュ乗数は，限界費用に等しいから，

$$\phi_{i,t} = \phi_t = \frac{\frac{W_t}{p_t} n(i)_t}{z_t n(i)_t} = \frac{W_t/p_t}{z_t} = \frac{w_t}{z_t} \tag{25}$$

総コスト TC は，限界費用×数量だから，

$$TC_{i,t} = \phi_t y_{i,t} \tag{26}$$

で表せる．

企業 i の利潤関数Π_tと，その最大化問題は，最適価格の設定問題として，

$$\max_{p_{i,t}} \Pi_{i,t} = \left(\frac{p_{i,t}}{p_t}\right) y_{i,t} - \phi_t y_{i,t} \tag{27}$$

と書ける．ただし,「すべての財は消費される」という条件(1.1)から，

$$s.t.\, y_t = c_{i,t} \tag{28}$$

$$c_{i,t} = \left(\frac{p_{i,t}}{p_t}\right)^{-\eta} c_t$$

$$y_t = c_t$$

(27)式，(30)式より，

$$\max_{p_{i,t}} \Pi_{i,t} = \left[\left(\frac{p_{i,t}}{p_t}\right)^{1-\eta} - \phi_t \left(\frac{p_{i,t}}{p_t}\right)^{-\eta}\right] y_t \tag{29}$$

を得る．ここから，独占企業の一般的な最適価格設定条件式を導出する：

$$X = \frac{p_{i,t}}{p_t}$$

とおくと，

$$\frac{\partial \pi_{i,t}}{\partial X} = [(1-\eta)X^{-\eta} + \phi_t \eta X^{-\eta-1}] y_t = 0$$

$$X = \frac{\eta}{\eta - 1} \phi_t = \frac{\eta}{\eta - 1} \frac{1}{z_t} \frac{w_t}{p_t} \left(= \frac{p_{i,t}}{p_t}\right) \tag{30}$$

が得られる．(30)式は，各企業が限界費用に一定のマージンを上乗せして価格を設定している状態を表している．

「すべての企業は均質である」という条件，

$$\frac{p_{i,t}}{p_t} = 1, for\ \forall i$$

をここで用いると，

$$1 = \frac{\eta}{\eta - 1}\frac{1}{z_t}\frac{w_t}{p_t} \tag{31}$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\frac{w_t}{p_t} = z_t \times \frac{\eta - 1}{\eta}$$

を得る．これは，総労働需要が完全に弾力的，すなわち実質賃金のレベルで水平となっていることを示している．

3.4.　AS 曲線の導出：労働市場の均衡条件

(3')式，(4')式の問題における動学的ラグランジアンは，

$$\Gamma_0 = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[\frac{c_t^{1-\theta}}{1-\theta} + \frac{m_t^{1-\mu}}{1-\mu} - \frac{l_t^{1+\lambda}}{1+\lambda}\right]$$
$$+ \delta\left\{m_t + b + c_t - \frac{1}{1+\pi_t}\big((1+i_{t-1})b_{t-1} + m_{t-1} + \psi_{t-1}\big) - w_t l_t\right\}$$

よって，

$$\frac{d\Gamma_0}{dl_t} = -\beta^t l_t^{\lambda} - \delta w_t = 0$$

$$\frac{d\Gamma_0}{dc_t} = \beta^t c_t^{-\theta} + \delta = 0$$

$$\therefore l_t^{\lambda} = -\frac{\delta}{\beta^t}\frac{w_t}{p_t} = c_t^{-\theta}\frac{w_t}{p_t} = y_t^{-\theta}\frac{w_t}{p_t} \tag{32}$$

を得る．(31)式の需要関数と合わせて実質賃金を消去すれば，

$$l_t^{\lambda} = \frac{\eta - 1}{\eta} z_t y_t^{-\theta} \tag{33}$$

となる．これを対数線形化して，

$$\ln l_t = \frac{1}{\lambda}\ln\left(\frac{\eta - 1}{\eta}\right) + \frac{1}{\lambda}\ln(z_t) - \frac{\theta}{\lambda}\ln(y_t) \tag{34}$$

(34)式に対数線形化した生産関数と労働市場の均衡条件 $l_t = n_t$ を使って書き換えると，

$$\ln l_t = \ln n_t = \ln\frac{y_t}{z_t}$$

$$\ln y_t - \ln z_t = \frac{1}{\lambda}\ln\left(\frac{\eta - 1}{\eta}\right) + \frac{1}{\lambda}\ln(z_t) - \frac{\theta}{\lambda}\ln(y_t) \tag{35}$$

$$\Leftrightarrow$$

$$\ln y_t + \frac{\theta}{\lambda}\ln(y_t) = \frac{1}{\lambda}\ln\left(\frac{\eta - 1}{\eta}\right) + \frac{1}{\lambda}\ln(z_t) + \ln z_t$$

$$\ln y_t = \frac{\lambda}{\lambda + \theta}\left[\ln\left(\frac{\eta - 1}{\eta}\right) + (1 + \lambda)\ln z_t\right]$$

となり，AS 曲線が導かれた．

2025.12.1

東洋大学経済学部経済学科

疑問点

① p. 54　$\max_{c_t,l_t,m_t,b_t} E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, m_t)$を，$\max_{c_t,l_t,m_t,b_t} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t E_t u(c_t, m_t)$と書けないのはなぜか？

② p. 61　(18)式の両辺から前期の価格水準を引いたら，潜在 GDP をゼロに基準化できるのはなぜか？

③ p. 64　(21)式の導出が分からない．

支出最小化問題は，

$$\min_{c(i)} \int p(i)c(i)\,di \qquad s.t.\, c = \left(\int c(i)^{\frac{\eta-1}{\eta}}\,di\right)^{\frac{\eta}{\eta-1}}$$

と定式化できる．ラグランジアンは，

$$\Gamma = \int p(i)c(i)\,di - \lambda\left(\int c(i)^{\frac{\eta-1}{\eta}}\,di - c^{\frac{\eta-1}{\eta}}\right)$$

であるから，1 階の最適化条件として，

$$\frac{\partial\Gamma}{\partial c(i)} = p(i) - \lambda\frac{\eta-1}{\eta}c(i)^{-\frac{1}{\eta}} = 0$$

$$\therefore p(i) = \lambda\frac{\eta-1}{\eta}c(i)^{-\frac{\eta-1}{\eta}}$$

④ p. 65　なぜラグランジュ乗数∅が，限界費用に等しいのか？

⑤ (27)式の$\frac{p_{i,t}}{p_t}$は，なぜ p_t で割っているのか？