

Санкт-Петербургский Политехнический Университет Петра Великого
Институт компьютерных наук и технологий
Кафедра компьютерных систем и программных технологий

Лабораторная работа №3
по теме
"Сигналы телекоммуникационных систем"

Выполнил студент группы 33501/3
_____ Кисличенко Б. Д

Руководитель
_____ Богач Н. В

Санкт-Петербург
2018

1 Цель

Изучить воздействие ФНЧ на тестовый сигнал с шумом.

2 Постановка задачи

Сгенерировать гармонический сигнал с шумом и синтезировать ФНЧ. Получить сигнал во временной и частотной областях до и после фильтрации. Сделать выводы о воздействии ФНЧ на спектр сигнала.

3 Теоретический раздел

Как известно, очень важную роль в технике обработки сигналов играют **гармонические** сигналы, которые записываются следующим способом:

$$s(t) = A \cos(\omega t + \varphi_0),$$

где A - амплитуда колебаний, ω - циклическая (круговая) частота, φ_0 - начальная фаза, $\varphi = \omega t + \varphi_0$ - фаза колебаний.

Амплитуда колебаний — это абсолютная величина максимального отклонения колеблющейся точки от положения равновесия.

Фаза колебаний – это аргумент периодической функции, описывающей колебательный процесс. Фаза колебания показывает, какая часть периода прошла с момента начала наблюдения колебаний. При заданной амплитуде фаза колебаний полностью определяет смещение колеблющегося тела в любой момент времени.

Начальная фаза колебаний – это фаза колебаний в начальный момент времени $t=0$.

Период колебаний (сек.) – это время, за которое тело совершает одно полное колебание.

Частота колебаний (Гц) – это число колебаний, совершаемых телом в единицу времени:

$$\nu = \frac{n}{T} = \frac{1}{T}$$

Циклическая частота (рад/с) – это число колебаний, совершаемых телом за 2π секунд:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$$

Меандр - это прямоугольный сигнал, у которого длительность импульса и паузы равны. Обычный прямоугольный сигнал отличается от меандра тем, что имеет разную длительность импульса и паузы.

Рис. 1: Параметры прямоугольного сигнала

Прямоугольные сигналы можно охарактеризовать **скважностью** (S) и **коэффициентом заполнения** (D):

$$S = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{D}$$

Совокупность амплитуд гармоник ряда Фурье часто называют **амплитудным спектром**, а совокупность их фаз - **фазовым спектром**.

Разложению в ряд Фурье могут подвергаться периодические сигналы. При этом представляются в виде суммы гармонических функций либо комплексных экспонент с частотами, образующими арифметическую прогрессию. Для того, чтобы такое разложение существовало, фрагмент сигнала длительностью в один период должен удовлетворять условиям Дирихле:

- 1) Не должно быть разрывов второго рода (с уходящими в бесконечность ветвями функциями);
- 2) Число разрывов первого рода (скачков) должно быть конечным;
- 3) Число экстремумов должно быть конечным.

Комплексная форма записи ряда Фурье:

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k e^{-jk\omega t}$$

Комплексные коэффициенты ряда связаны с амплитудами A_k и фазами φ_k , фигурирующими в вещественной форме записи ряда Фурье, следующими соотношениями:

$$C_k = \frac{1}{2} A_k e^{j\varphi_k},$$

$$A_k = 2|C_k|$$

Формула прямого преобразования Фурье:

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t) e^{-j\omega t} dt$$

Чтобы преобразование Фурье было применимо, сигнал должен удовлетворять следующим требованиям:

- 1) должны выполняться условия Дирихле;
- 2) сигнал должен быть абсолютно интегрируемым. Это означает, что интеграл от его модуля должен быть конечной величиной:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |s(t)| dt < \infty$$

Однако с привлечением математического аппарата обобщенных функций возможно выполнение Фурье-анализа и для некоторых сигналов, не удовлетворяющих этим требованиям.

Одной из часто возникающих на практике задач является создание фильтров, пропускающих сигналы в определенной полосе частот и задерживающих остальные частоты. При этом различают:

- 1) фильтры нижних частот (ФНЧ; английский термин - low-pass filter), пропускающие частоты, меньшие некоторой частоты среза ω_0 ;
- 2) фильтры верхних частот (ФВЧ; английский термин - high-pass filter), пропускающие частоты, большие некоторой частоты среза ω_0 ;
- 3) полосовые фильтры (ПФ; английский термин - band-pass filter), пропускающие частоты в некотором диапазоне $\omega_1 \dots \omega_2$ (они могут также характеризоваться средней частотой $\omega_0 = (\omega_1 + \omega_2)/2$ и шириной полосы пропускания $\delta\omega = \omega_2 - \omega_1$);
- 4) режекторные фильтры (другие возможные названия - заграждающий фильтр, фильтр-пробка, полосно-задерживающий фильтр; английский термин - bandstop filter), пропускающие на выход все частоты, кроме лежащих в некотором диапазоне $\omega_1 \dots \omega_2$ (они тоже могут характеризоваться средней частотой $\omega_0 = (\omega_1 + \omega_2)/2$ и шириной полосы задерживания $\delta\omega = \omega_2 - \omega_1$);

Частота среза - частота, выше или ниже которой мощность выходного сигнала уменьшается по сравнению с мощностью в полосе пропускания.

Фильтр с конечной импульсной характеристикой (нерекурсивный фильтр, КИХ-фильтр) — один из видов электронных фильтров, характерной особенностью которого является ограниченность по времени его импульсной характеристики (с какого-то момента времени она становится точно равной нулю). Знаменатель передаточной функции такого фильтра — некая константа.

Фильтр с бесконечной импульсной характеристикой (рекурсивный фильтр, БИХ-фильтр) — электронный фильтр, использующий один или более своих выходов в качестве входа, то есть образует обратную связь. Основным свойством таких фильтров является то, что их импульсная переходная характеристика имеет бесконечную длину во временной области, а передаточная функция имеет дробно-рациональный вид. Такие фильтры могут быть как аналоговыми так и цифровыми.

4 Ход работы

```
clc;
close all;
%частота дискретизации 800Гц
Fs=8e2;
%одна секунда дискретных значений времени
t=0:1/Fs:0.5;

%A - амплитуда
A=2;
%частота колебаний 16 Гц
f0=16;
%начальная фаза - 45 градусов
phi=pi/4;
%задание гармонического сигнала
s1=A*cos(2*pi*f0*t+phi);
%добавление белого шума к вектору сигнала
x_noise=awgn(s1,6);

%вывод графика синусоиды
figure;
subplot(2,2,1);
plot(t,s1);
title('Сигнал синусоиды');
xlabel('Время');
ylabel('Амплитуда');
```

Рис. 2: Генерируем синусоидальный сигнал? добавляем к нему шум и выводим его

```

subplot(2,2,2);
plot(t,x_noise);
title ('Сигнал синусоиды с шумом');
xlabel('Время');
ylabel('Амплитуда');

%Количество линий Фурье спектра
fftL=1000;
%вектор частот для расчета спектра
f=0:Fs/fftL:Fs-1;
%Преобразование Фурье от сигнала s1 по fftL точкам
F=fft(s1,fftL);
%вычислим спектр
sp1=abs(F);
sp2=abs(fft(x_noise,fftL));

%выведем спектр
subplot(2,2,3);
plot(f,sp1(1:length(f)));
title ('Спектр синусоиды');
xlabel('Частота (Гц)');
ylabel('Амплитуда');

```

Рис. 3: Получаем спектры синусоидального сигнала и сигнала с шумом

```

figure;
subplot(2,1,1);
y=filter(Hd,x_noise);
plot(t,x_noise, 'r', t, y, 'b');
title ('Сигнал до и после фильтрации');
xlabel('Время');
ylabel('Амплитуда');

subplot(2,1,2);
sp_filter=abs(fft(y,fftL));
plot(f,sp2(1:length(f)), 'r', f, sp_filter(1:length(f)), 'b');
title ('Сигнал до и после фильтрации');
xlabel('Время');
ylabel('Амплитуда');

```

Рис. 4: Применяем фильтр и выводим результат

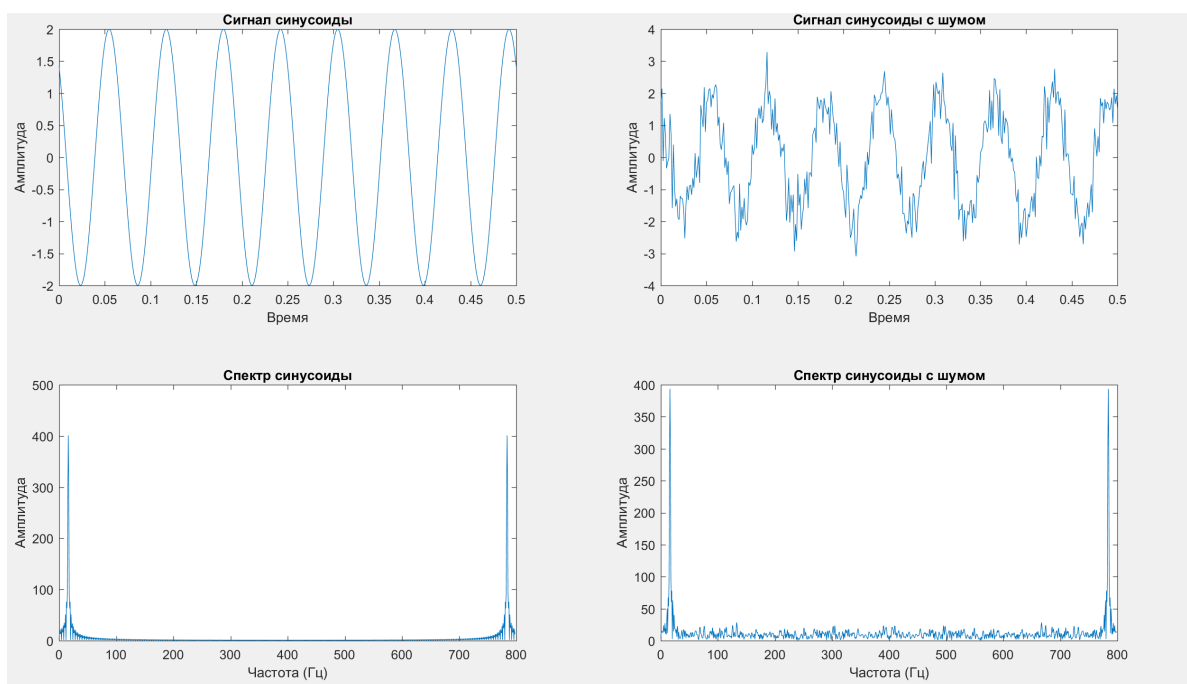


Рис. 5: Синусоида с шумом и без со спектрами

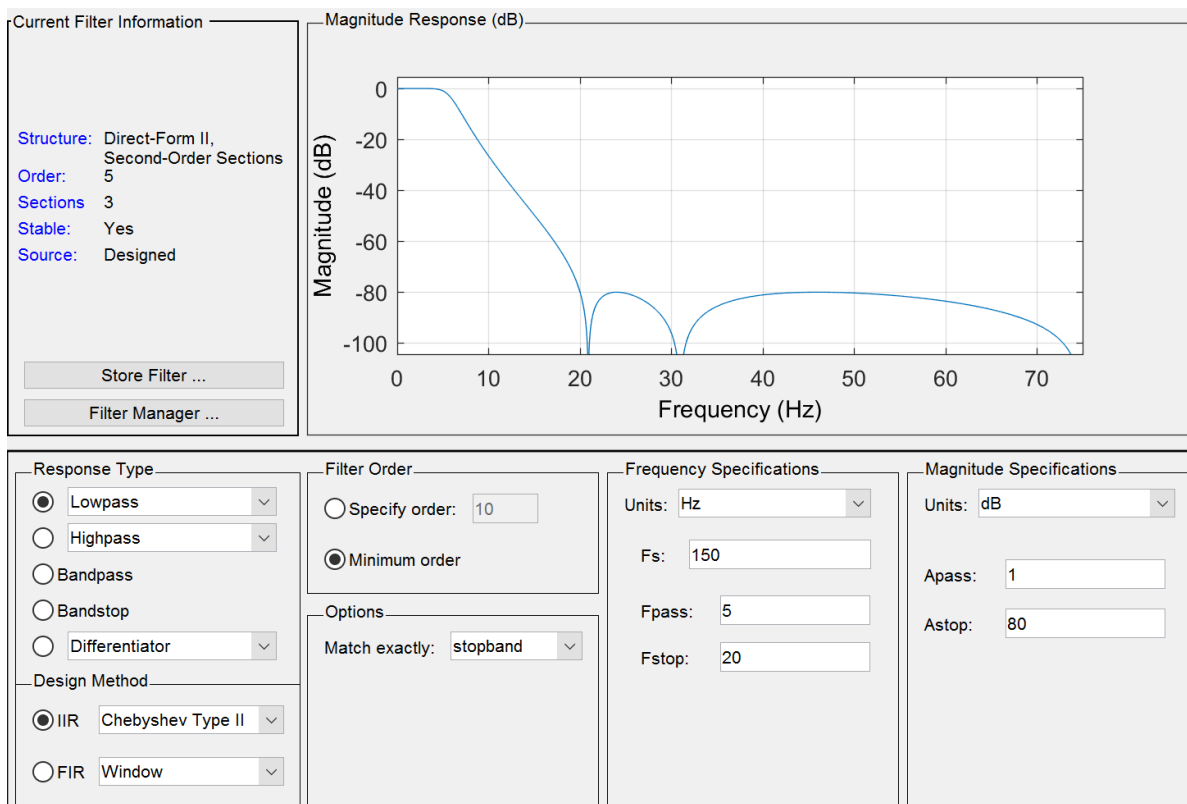


Рис. 6: Настройка рекурсивного фильтра типа chebyshev type II

```

1  function Hd = cheb_2
2  %CHEB_2 Returns a discrete-time filter object.
3  |
4  % Chebyshev Type II Lowpass filter designed using FDESIGN.LOWPASS.
5
6  % All frequency values are in Hz.
7  Fs = 150; % Sampling Frequency
8
9  Fpass = 5; % Passband Frequency
10 Fstop = 20; % Stopband Frequency
11 Apass = 1; % Passband Ripple (dB)
12 Astop = 80; % Stopband Attenuation (dB)
13 match = 'stopband'; % Band to match exactly
14
15 % Construct an FDESIGN object and call its CHEBY2 method.
16 h = fdesign.lowpass(Fpass, Fstop, Apass, Astop, Fs);
17 Hd = design(h, 'cheby2', 'MatchExactly', match);
18
19 % [EOF]

```

Рис. 7: Код фильтра типа chebyshev type II

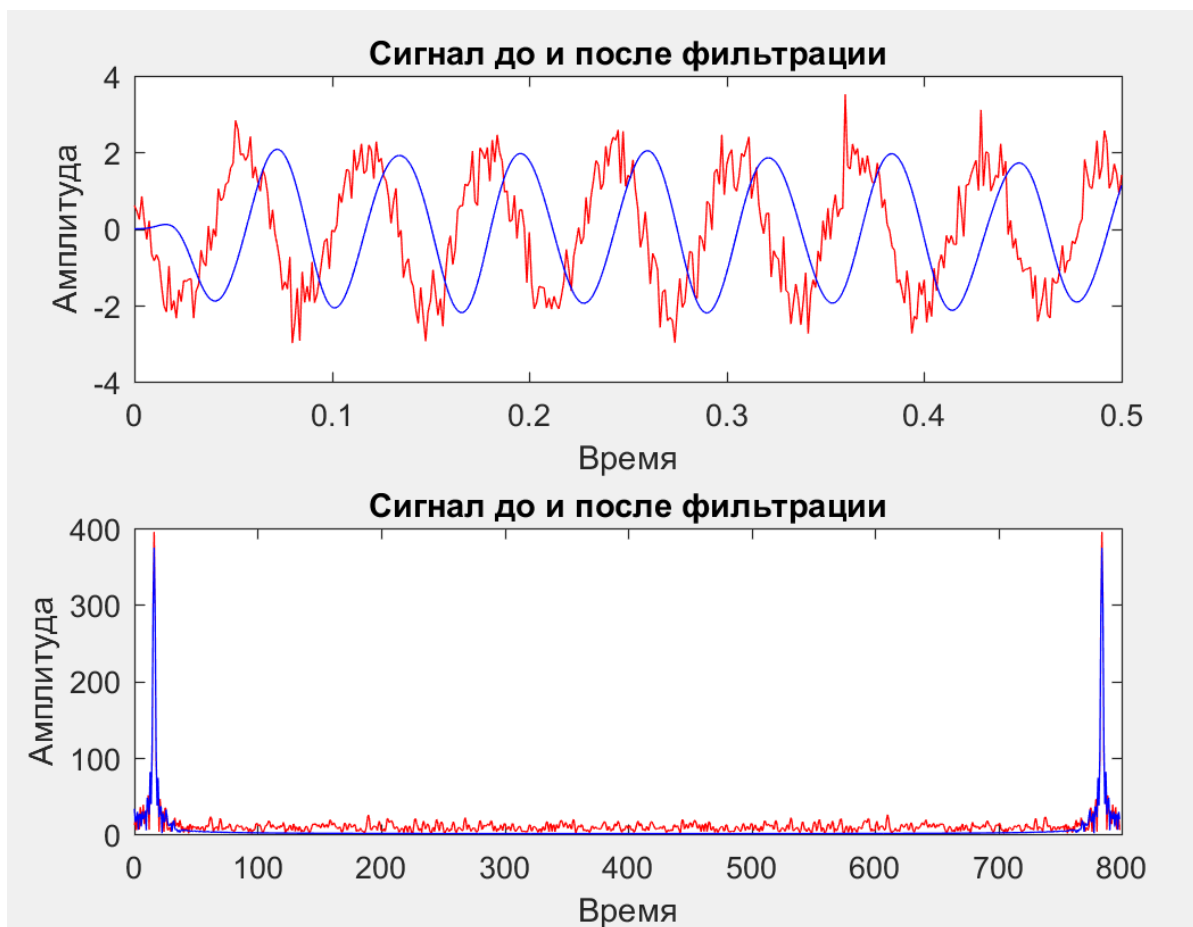


Рис. 8: Отфильтрованный сигнал фильтром БИХ и его спектр

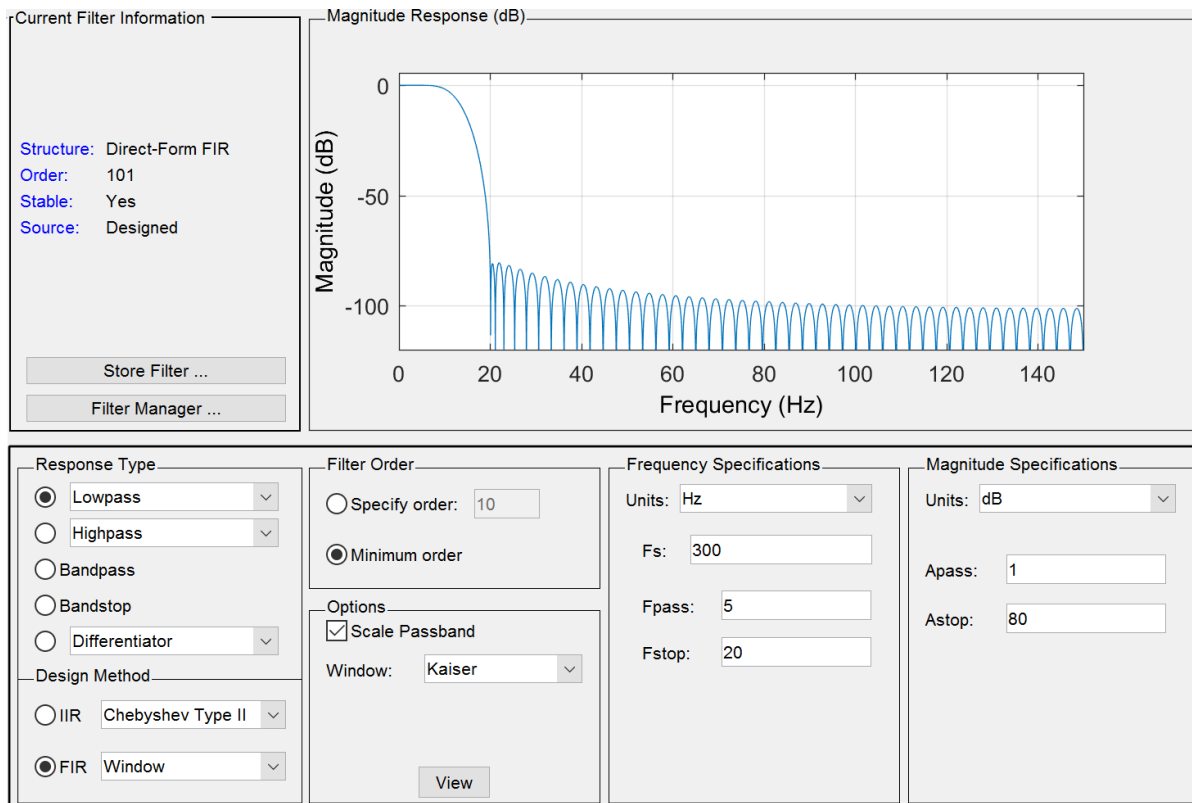


Рис. 9: Настройка КИХ фильтра (окно kaiser)

```

1      %fdatool
2      function Hd = lab3
3      %UNTITLED Returns a discrete-time filter object.
4
5      % FIR Window Lowpass filter designed using the FIR1 function.
6
7      % All frequency values are in Hz.
8      Fs = 300; % Sampling Frequency
9
10     Fpass = 5; % Passband Frequency
11     Fstop = 20; % Stopband Frequency
12     Dpass = 0.057501127785; % Passband Ripple
13     Dstop = 0.0001; % Stopband Attenuation
14     flag = 'scale'; % Sampling Flag
15
16     % Calculate the order from the parameters using KAISERORD.
17     [N,Wn,BETA,TYPE] = kaiserord([Fpass Fstop]/(Fs/2), [1 0], [Dstop Dpass]);
18
19     % Calculate the coefficients using the FIR1 function.
20     b = fir1(N, Wn, TYPE, kaiser(N+1, BETA), flag);
21     Hd = dfilt.dfir(b);
22     % [EOF]

```

Рис. 10: Код КИХ фильтра

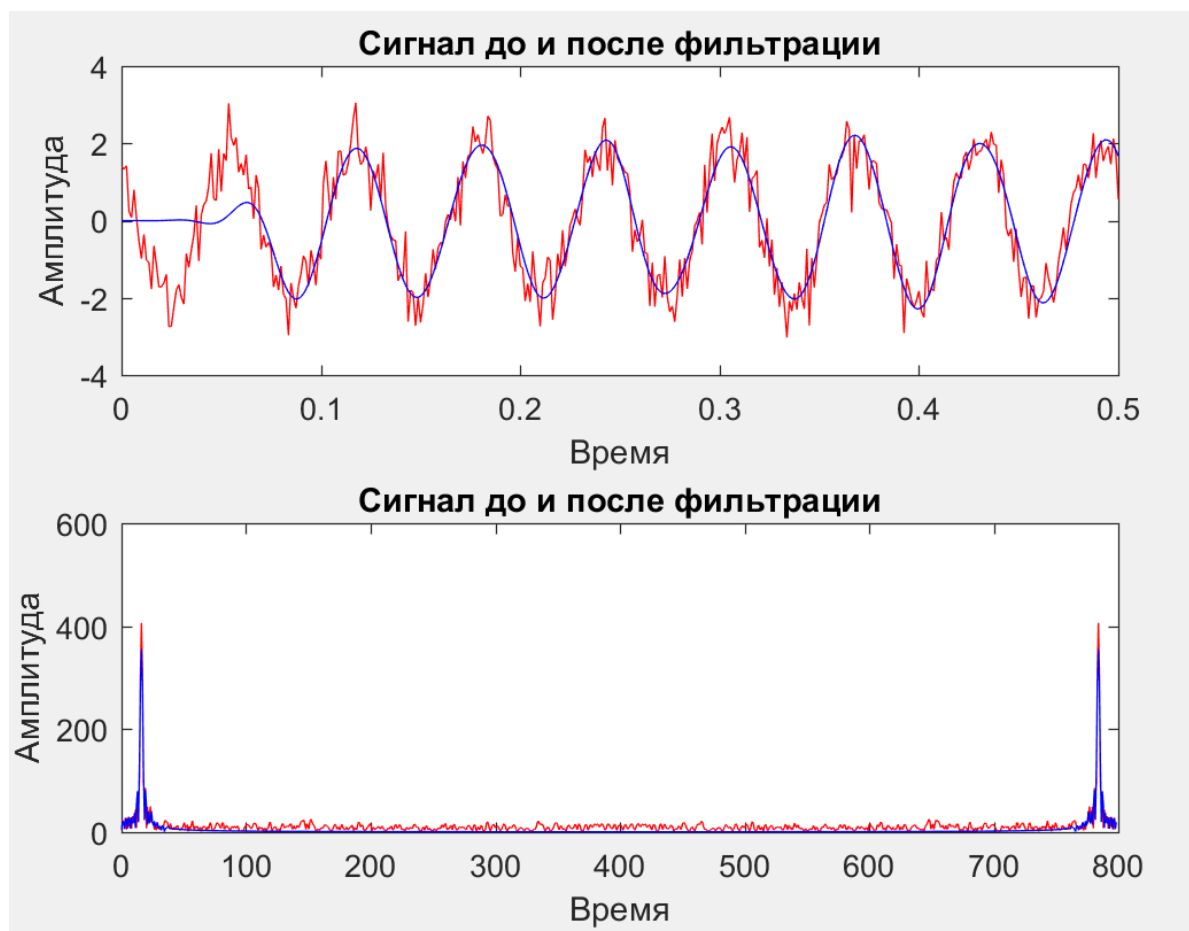


Рис. 11: Отфильтрованный сигнал фильтром КИХ и его спектр

5 Вывод

В ходе данной лабораторной работы мы познакомились со средствами генерации и описания фильтров. Были сгенерированы ФНЧ двух видов - КИХ и БИХ (фильтр Чебышева второго рода). После фильтрации был получен сигнал с небольшими искажениями и сдвигом. При этом использование и настройка КИХ фильтра позволило добиться лучшего результата и смещения, чем при использовании БИХ фильтра (см. рис.8 и рис.11).

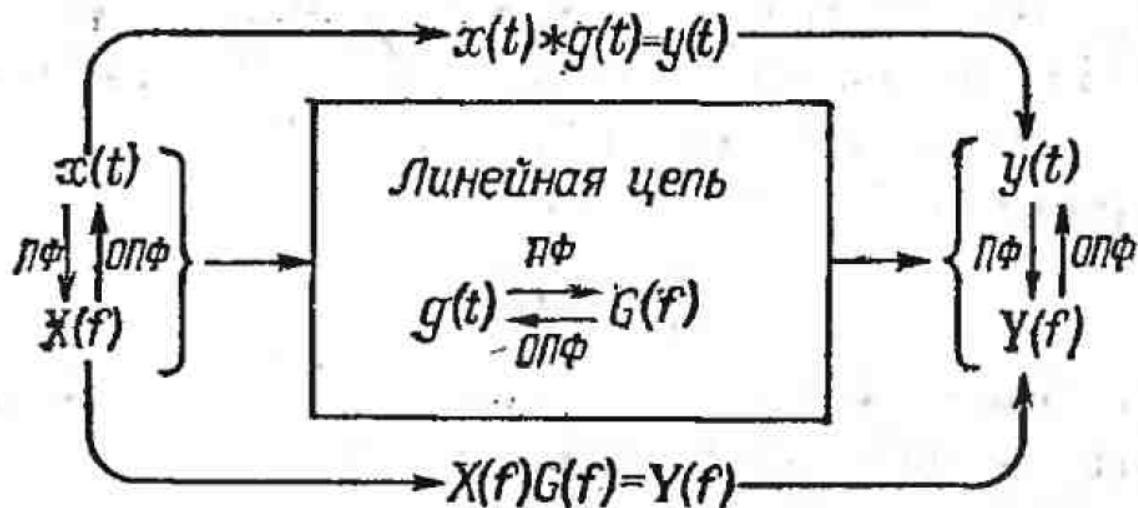


Рис. 12: Преобразование сигнала линейной цепью

Преобразование дискретных сигналов в линейных цепях описывается в принципе теми же соотношениями, что и преобразования непрерывных сигналов. Отличия заключаются лишь в том, что в случае дискретного сигнала соответствующий интеграл вырождается в сумму.

Что касается результирующего сигнала, искажения в сигнале остаются из-за неотфильтрованных шумов, который может совпадать с сигналом.