第9章 排序

本章重点与难点

- 重点：

  插入排序、快速排序、选择排序、归并排序、基数排序的思想和算法。

- 难点：

  堆排序的思想和算法，在实际应用中如何根据实际情况，选择最优的排序算法。

第九章 排序

第九章 排序

9.1 概述

- 排序是计算机程序设计中的一种重要操作，它的功能是将一个数据元素(或记录)的任意序列，重新排列成一个按关键字有序的序列。
- 排序的目的之一是方便数据查找。

9.1 概述

排序方法的稳定和不稳定

在排序过程中，有若干记录的关键字相等，即$K_i=K_j$($1\leqslant i\leqslant n$，1 $1\leqslant j\leqslant n$，$i\neq j$），在排序前后，含相等关键字的记录的相对位置保持不变，即排序前R_i在R_j之前，排序后R_i仍在R_j之前，称这种排序方法是稳定的；

反之，若可能使排序后的序列中R_i在R_j之后，称所用排序方法是不稳定的。

9.1 概述

内部排序和外部排序

在排序过程中，只使用计算机的内存存放待排序记录，称这种排序为内部排序。

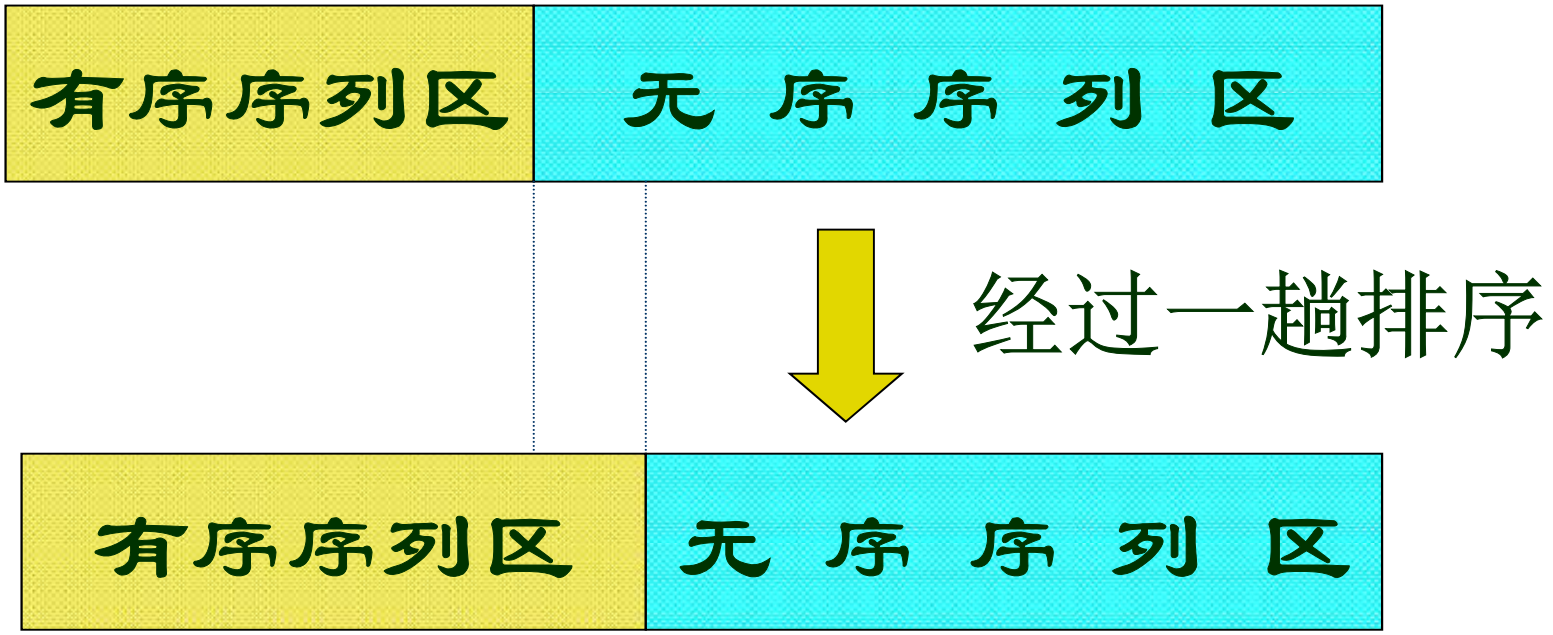
排序期间文件的全部记录不能同时存放在计算机的内存中，要借助计算机的外存才能完成排序，称之为“外部排序”。

内外存之间的数据交换次数就成为影响外部排序速度的主要因素。

9.1 概述

- 内部排序

内部排序的过程是一个逐步扩大记录的有序序列长度的过程。



9.1 概述

内部排序

基于不同的“扩大”有序序列长度的方法，内部排序方法大致可分下列几种类型：

插入类　　交换类　　选择类

归并类　　其它方法

9.1 概述

- 内部排序

1. 插入类

将无序子序列中的一个或几个记录“插入”到有序序列中，从而增加记录的有序子序列的长度。

9.1 概述

- 内部排序

2. 交换类

通过“交换”无序序列中的记录从而得到其中关键字最小或最大的记录，并将它加入到有序子序列中，以此方法增加记录的有序子序列的长度。

9.1 概述

- 内部排序

3. 选择类

从记录的无序子序列中“选择”关键字最小或最大的记录，并将它加入到有序子序列中，以此方法增加记录的有序子序列的长度。

9.1 概述

- 内部排序

4.归并类

通过“归并”两个或两个以上的记录有序子序列，逐步增加记录有序序列的长度。

5.其它方法

9.1 概述

内部排序

排序算法的性能：

- 基本操作。内排序在排序过程中的基本操作：
  - 比较：关键码之间的比较；
  - 移动：记录从一个位置移动到另一个位置。
- 辅助存储空间。
  - 辅助存储空间是指在数据规模一定的条件下，除了存放待排序记录占用的存储空间之外，执行算法所需要 的其他额外存储空间。
- 算法本身的复杂度。

9.1 概述

存储结构

```
#define MAXSIZE  1000 // 待排顺序表最大长度
typedef  int  KeyType;  // 关键字类型为整数类型
    typedef  struct {
       KeyType   key;                    // 关键字项
        InfoType  otherinfo;             // 其它数据项
    } RcdType;                           // 记录类型
typedef  struct {
   RcdType    r[MAXSIZE+1];             // r[0]闲置
   int            length;               // 顺序表长度
} SqList;                                // 顺序表类型
```

第九章 排序

9.2 插入排序

9.2.1 直接插入排序

9.2.2 折半插入排序

9.2.3 表插入排序

9.2.4 希尔排序

9.2.1 直接插入排序

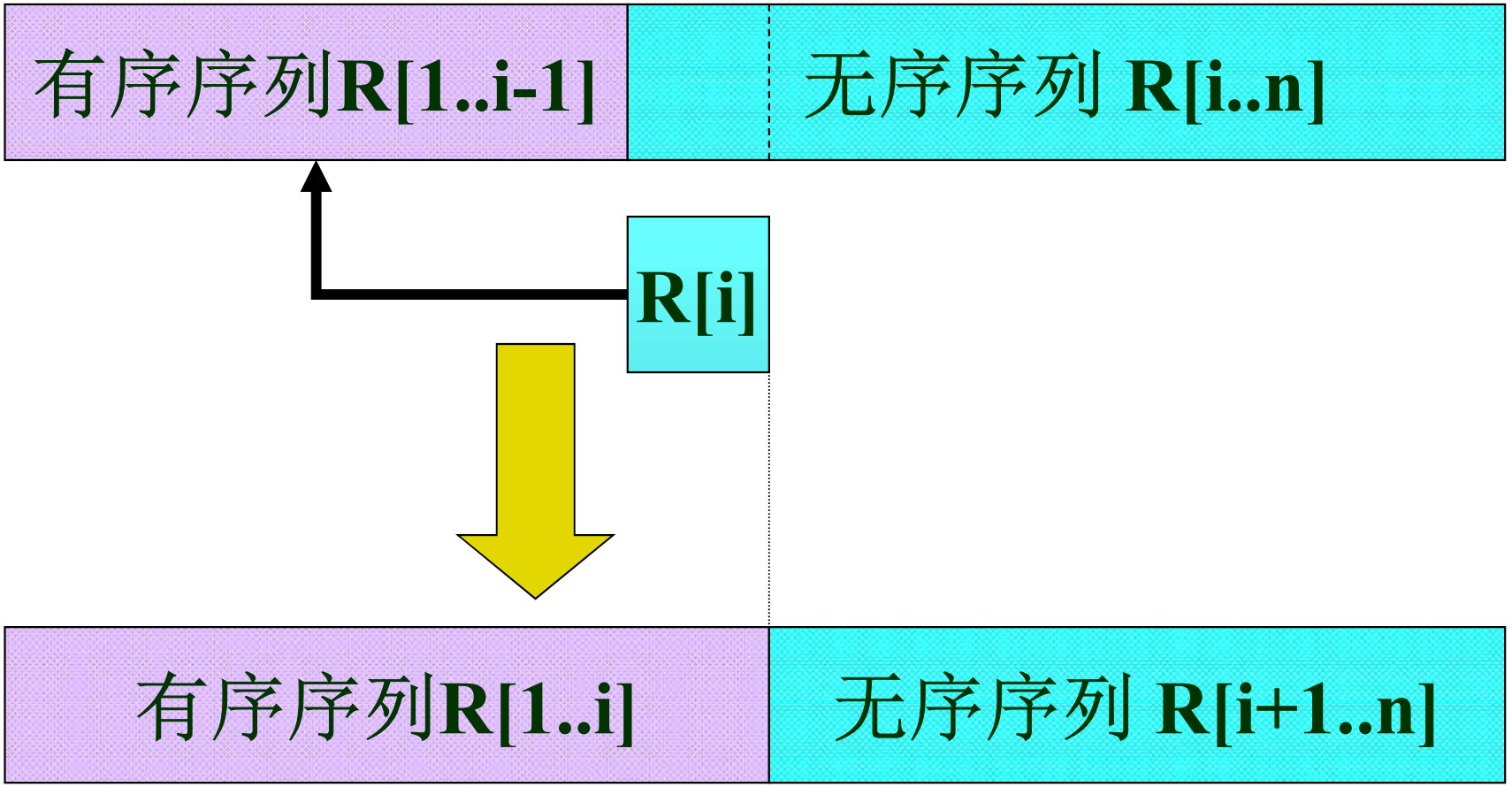
不同的具体实现方法导致不同的算法描述

- 直接插入排序（基于顺序查找）
- 折半插入排序（基于折半查找）
- 表插入排序（基于链表存储）
- 希尔排序（基于逐趟缩小增量）

9.2.1 直接插入排序

- 插入排序的思想

一趟直接插入排序的基本思想：



9.2.1 直接插入排序

◘ 插入排序的思想

实现“一趟插入排序”可分三步进行：

1．在R[1..i-1]中查找R[i]的插入位置，

R[1..j].key ≤ R[i].key < R[j+1..i-1].key；

2．将R[j+1..i-1]中的所有记录均后移一个位置；

3．将R[i] 插入(复制)到R[j+1]的位置上。

9.2.1 直接插入排序

◘ 直接插入排序算法概述

(1)将序列中的第1个记录看成是一个有序的子序列;

(2)从第2个记录起逐个进行插入，直至整个序列变成按关键字有序序列为止;

整个排序过程需要进行比较、后移记录、插入适当位置。从第二个记录到第n个记录共需n-1趟。

9.2.1 直接插入排序

直接插入排序示例演示

例1 直接插入排序的过程。

初始关键字： (49) 38 65 97 76 13 27 49

i=2: (38) (38 49) 65 97 76 13 27 49

i=3: (65) (38 49 65) 97 76 13 27 49

i=4: (97) (38 49 65 97) 76 13 27 49

i=5: (76) (38 49 65 76 97) 13 27 49

i=6: (13) (13 38 49 65 76 97) 27 49

i=7: (27) (13 27 38 49 65 76 97) 49

i=8: (49) (13 27 38 49 49 65 76 97)

图示

9.2.1 直接插入排序

利用“顺序查找”实现

“在**R[1..i-1]**中查找**R[i]**的插入位置”

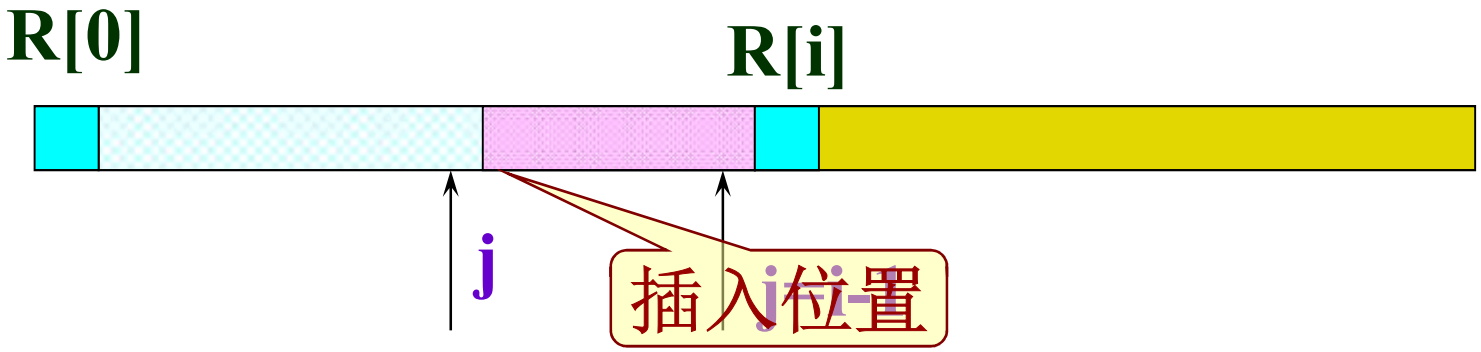
算法的实现要点：

9.2.1 直接插入排序

- 直接插入排序算法要点

从R[i-1]起向前进行顺序查找，

监视哨设置在R[0]；




```
R[0] = R[i];            // 设置“哨兵”
for (j=i-1; R[0].key<R[j].key; --j);
                        // 从后往前找
```

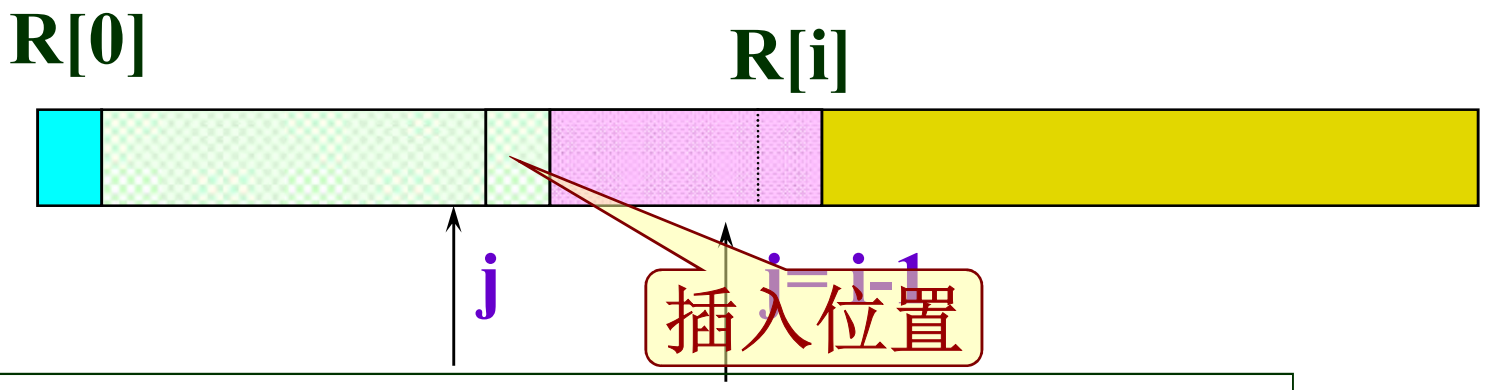
循环结束表明R[i]的插入位置为 *j +1*

9.2.1 直接插入排序

直接插入排序算法要点

对于在查找过程中找到的那些关键字不小于R[i].key的记录，并在查找的同时实现记录向后移动；

```
for (j=i-1; R[0].key<R[j].key; --j);
    R[j+1] = R[j]
```



上述循环结束后可以直接进行“插入”

9.2.1 直接插入排序

直接插入排序算法

```
void InsertionSort ( SqList &L ) {
  // 对顺序表 L 作直接插入排序。
   for ( i=2; i<=L.length; ++i )
      if (L.r[i].key < L.r[i-1].key) {
          L.r[0] = L.r[i];                  // 复制为监视哨
          for ( j=i-1; L.r[0].key < L.r[j].key;  -- j )
              L.r[j+1] = L.r[j];            // 记录后移
              L.r[j+1] = L.r[0];            // 插入到正确位置
      }
} // InsertSort
```

图示

9.2.1 直接插入排序

直接插入排序算法分析

实现内部排序的基本操作有两个：

（1）“比较”序列中两个关键字的大小；

（2）“移动”记录。

9.2.1 直接插入排序

直接插入排序算法分析

最好的情况（关键字在记录序列中顺序有序）：

“比较”的次数：

$$\sum_{i=2}^{n} 1 = n - 1$$

“移动”的次数：

$$0$$

最坏的情况（关键字在记录序列中逆序有序）：

“比较”的次数：

$$\sum_{i=2}^{n} (i+1) = \frac{(n+4)(n-1)}{2}$$

“移动”的次数：

$$\sum_{i=2}^{n} (i+1) = \frac{(n+4)(n-1)}{2}$$

9.2.1 直接插入排序

- 直接插入排序算法分析

(1)稳定性

直接插入排序是稳定的排序方法。

(2)算法效率

a.时间复杂度

最好情况:比较O(n),移动O(1);

最坏情况:比较$O(n^2)$,移动$O(n^2)$;

平均$O(n^2)$

b.空间复杂度

O(1)。

9.2.2 折半插入排序

◘ 折半插入排序思想

(1)在直接插入排序中，r[1..i-1] 是一个按关键字有序的有序序列;

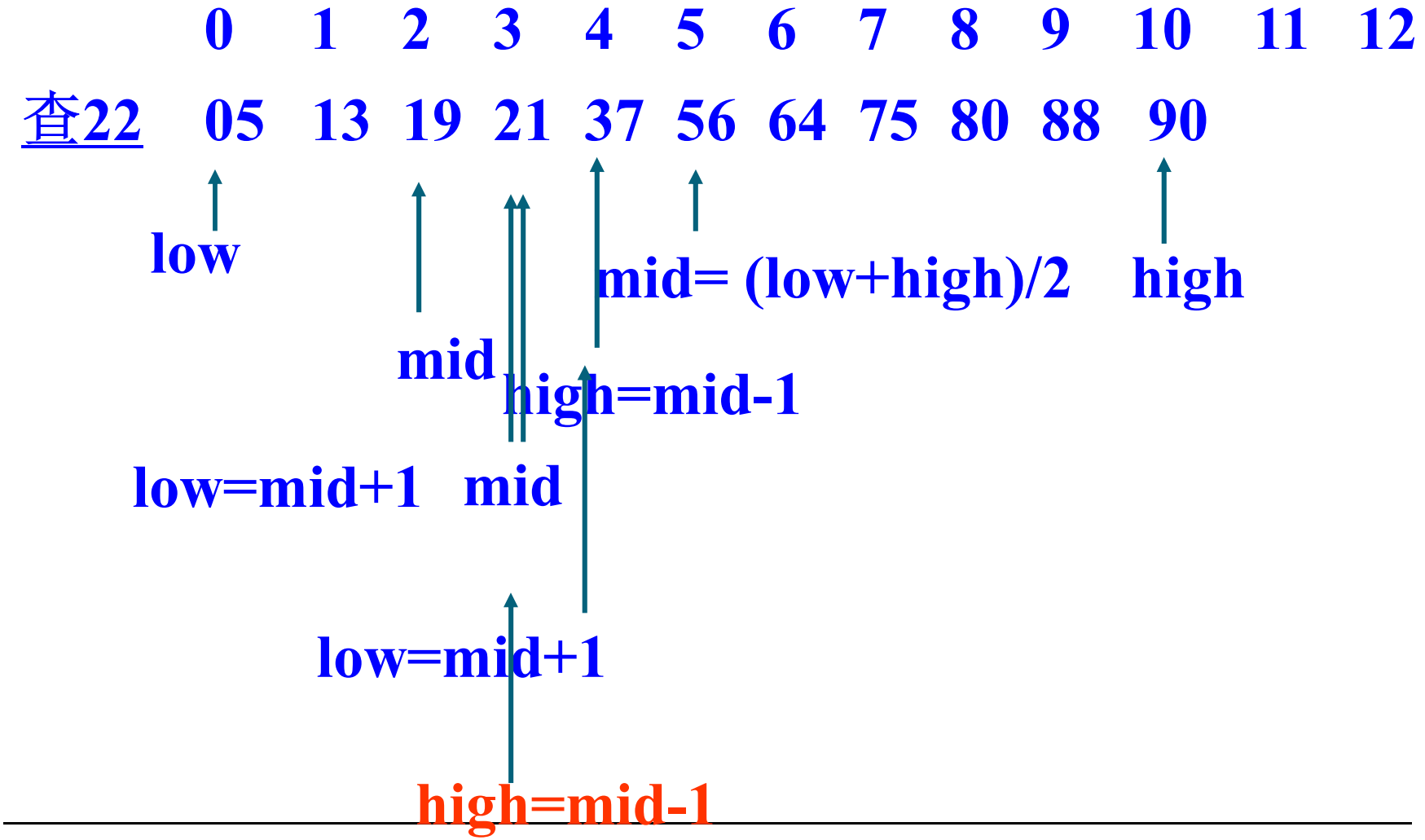
(2)可以利用折半查找实现“在r[1..i-1]中查找r[i]的插入位置”;

(3)称这种排序为折半插入排序。

图示

9.2.2 折半插入排序

- 折半插入排序的演示过程



9.2.2 折半插入排序

□ 折半插入排序算法

```
void BiInsertionSort ( SqList &L )
{
    for ( i=2; i<=L.length; ++i ) {
    L.r[0] = L.r[i];              // 将 L.r[i] 暂存到 L.r[0]
       在 L.r[1..i-1]中折半查找插入位置；//见下一页
       for ( j=i-1;  j>=high+1;  --j )//插入位置为high+1
       L.r[j+1] = L.r[j];                    // 记录后移
       L.r[high+1] = L.r[0];                 // 插入
    }                                        // for
}                                            // BInsertSort
```

9.2.2 折半插入排序

折半插入排序算法

```
low = 1;   high = i-1;              //查找区间
while (low<=high) {
    m = (low+high)/2;                    // 折半
    if (L.r[0].key < L.r[m].key)
        high = m-1;              // 插入点在低半区
      else  low = m+1;           // 插入点在高半区
}
```

9.2.2 折半插入排序

不同的具体实现方法导致不同的算法描述

- 直接插入排序—（基于顺序查找）
- 折半插入排序（基于折半查找）

} 移动相同数量的关键字

- 表插入排序（基于链表存储）→ 改进排序的存储结构
- 希尔排序（基于逐趟缩小增量）

9.2.3 表插入排序

表插入排序的思想

所谓表插入排序，是利用静态链表的形式，分两步完成排序。

一、对一个有序的循环链表，插入一新的元素，修改每个节点的后继指针的指向，使顺着这个指针的指向，元素是有序的。在这个过程中，我们不移动或交换元素，只是修改指针的指向。

二、顺着指针的指向调整元素的位置，使其在链表中真正做到物理有序。

9.2.3 表插入排序

表插入排序的思想

思路：

1、构建一新的结构体类型，使其封装了值域和指针域。并增加一结点，当做头结点，为循环终止创造条件，头结点值域存贮的值应不小于原序列中的最大值。

2、初始化静态链表：使第一个结点和头结点构成循环的链表。由于链表中只有一个元素，那当然是有序的。

3、把后续的结点依次插入到该循环链表中，调整各结点的指针指向，使其沿着指针方向是有序的。

9.2.3 表插入排序

表插入排序的思想

小结：

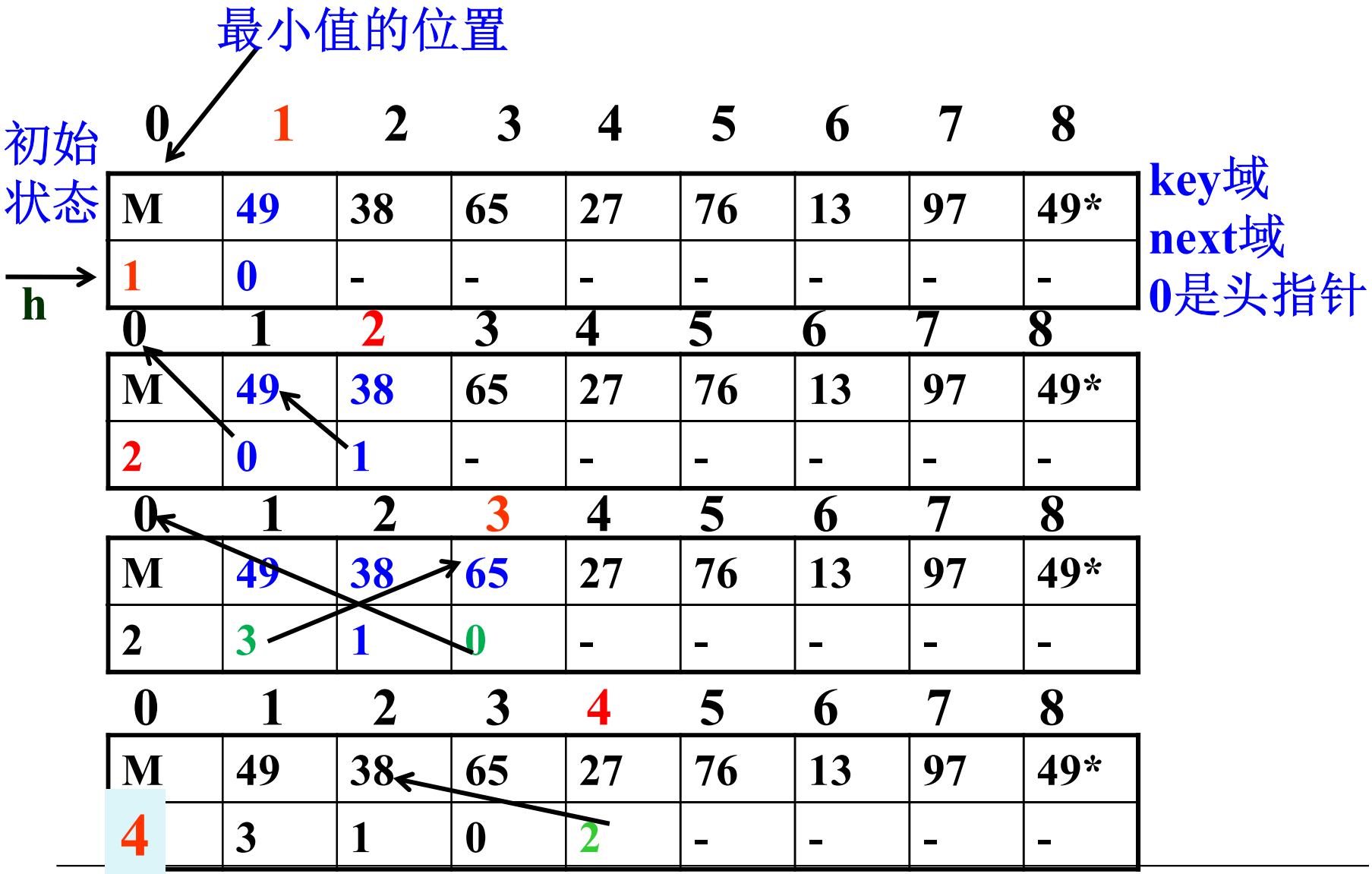
(1)目的是为了减少在排序过程中进行的“移动”记录的操作；

(2)利用静态链表进行排序，排序中只修改指针指向；

(3)在排序完成之后，一次性地调整各个记录相互之间的位置。

图示

9.2.3 表插入排序


最小值的位置
初始状态
h
key域
next域
0是头指针
0 1 2 3 4 5 6 7 8
M 49 38 65 27 76 13 97 49*
1 0 - - - - - - -
0 1 2 3 4 5 6 7 8
M 49 38 65 27 76 13 97 49*
2 0 1 - - - - - -
0 1 2 3 4 5 6 7 8
M 49 38 65 27 76 13 97 49*
2 3 1 0 - - - - -
0 1 2 3 4 5 6 7 8
M 49 38 65 27 76 13 97 49*
4 3 1 0 2 - - - -

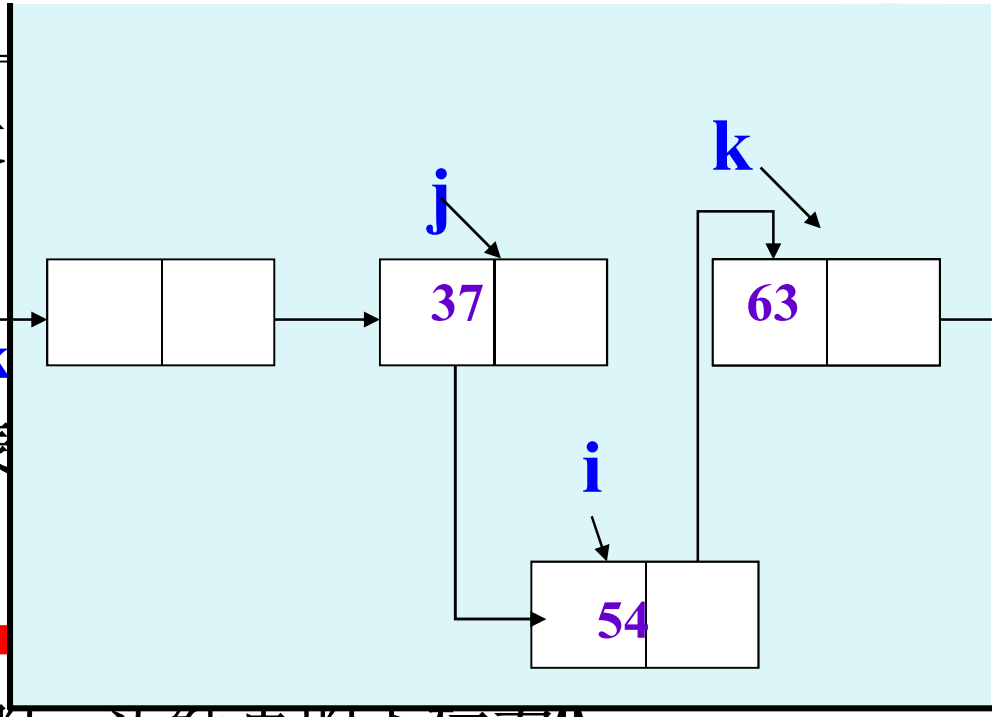
9.2.3 表插入排序

- 表插入排序的存储结构

```
#define SIZE 100
typedef struct {
    RcdType   rc; //记录项
    int       next; //指针项
}SLNode;  //表结点类型

typedef struct {
    SLNode    r[SIZE]; //0号单元为表头结点
    int       length; //链表当前长度
}SLinkListType;
```

9.2.3 表



- 表插入排序的算法

```
void LInsertionSort (SLink
  // 对记录序列SL[1..n]作表
  SL.r[0].key = MAXINT ;
  SL.r[0].next = 1;  SL.r[1].
  //初始状态，一个是有序的，头结点的下标为0
  for ( i=2; i<=n; ++i )//i指示要处理的位置
     for ( j=0, k = SL.r[0].next;SL.r[k].key<=
           SL.r[i].key ; j=k, k=SL.r[k].next )
                 //查找插入位置
       { SL[j].next = i;  SL[i].next = k; }
           // 结点i插入在结点j和结点k之间
}// LinsertionSort
```

只是求得一个有序链表，则只能对它进行顺序查找，不能进行随机查找。

9.2.3 表插入排序

表插入排序的示例演示

i=1
p=6
q=7

0	1	2	3	4	5	6	7	8
M	49	38	65	97	76	13	27	52
6	8	1	5	0	4	7	2	3

i　　p　q

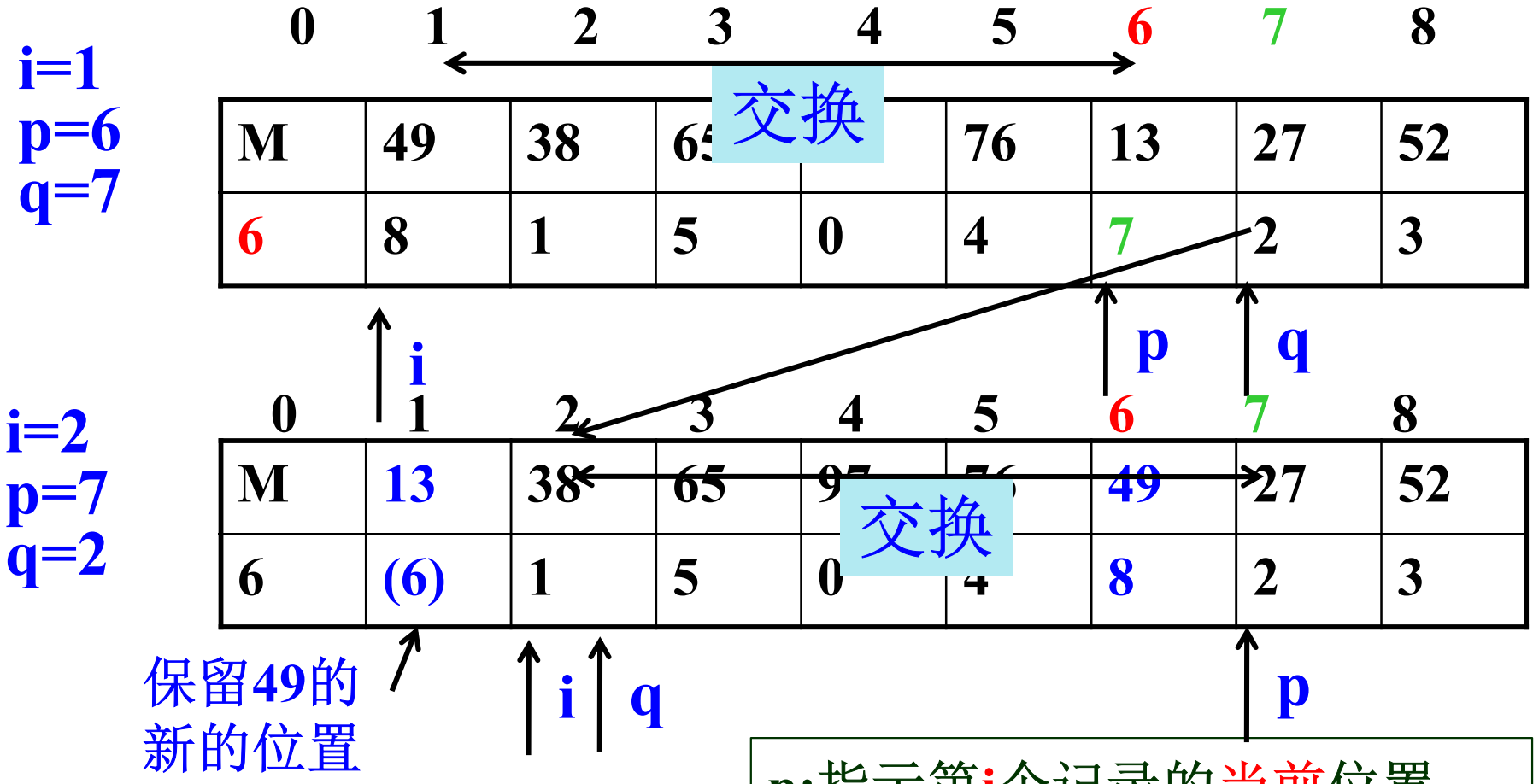
p:指示第i个记录的当前位置

i :指示第i个记录应在的位置

q :指示第i+1个记录的当前位置

9.2.3 表插入排序

表插入排序的示例演示



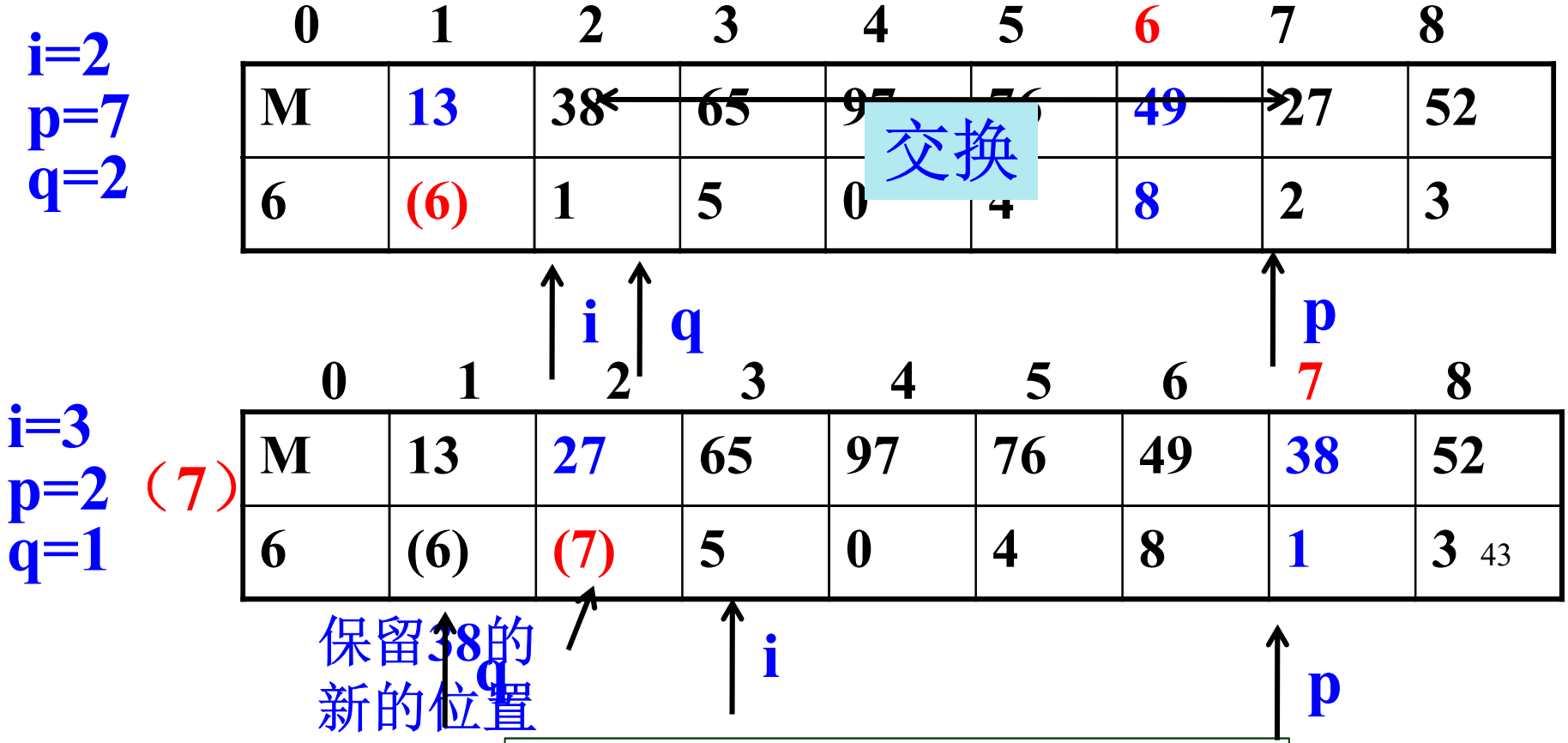
p:指示第i个记录的当前位置

i :指示第i个记录应在的位置

q :指示第i+1个记录的当前位置

9.2.3 表插入排序

表插入排序的示例演示



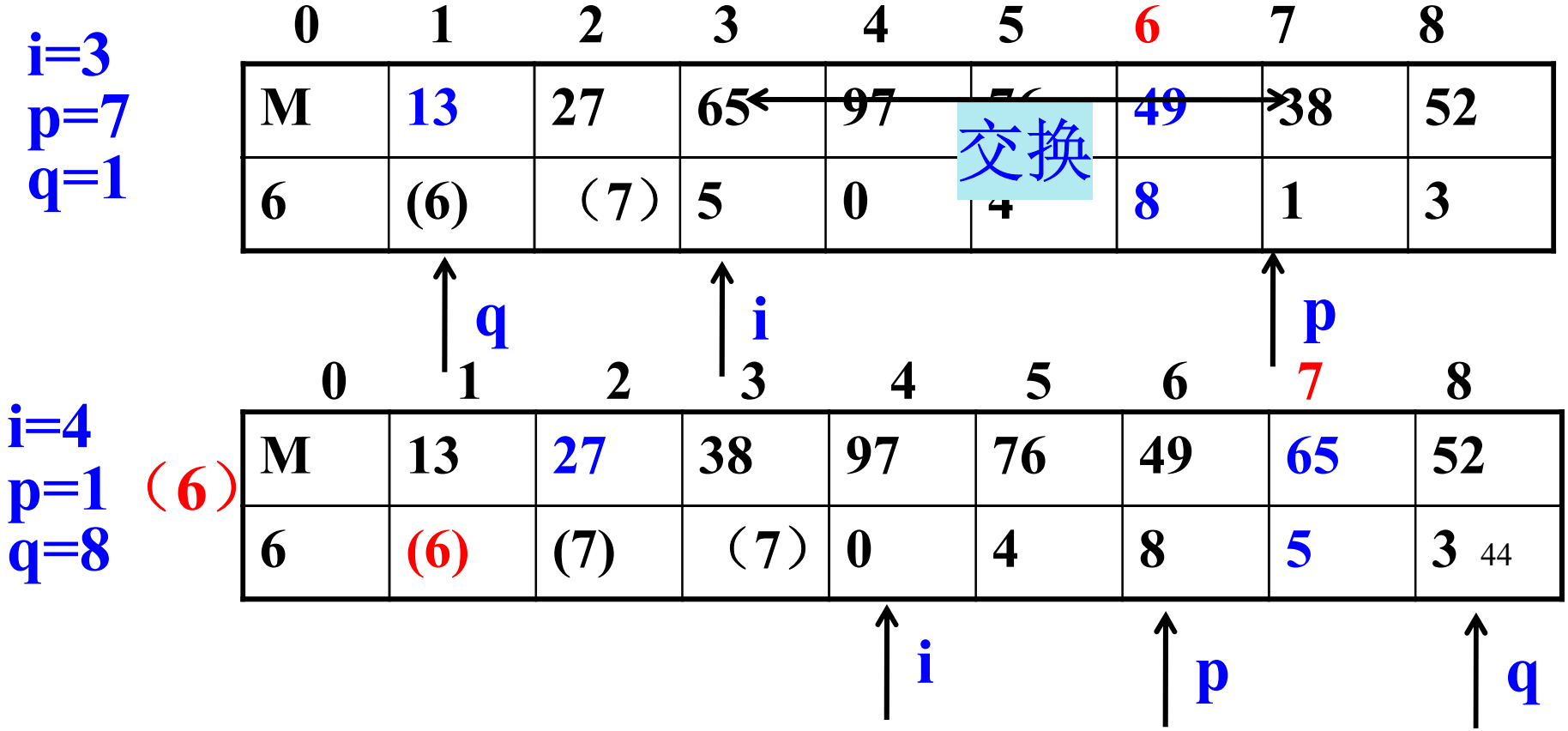
p:指示第i个记录的当前位置

i :指示第i个记录应在的位置

q :指示第i-1个记录的当前位置

9.2.3 表插入排序

表插入排序的示例演示



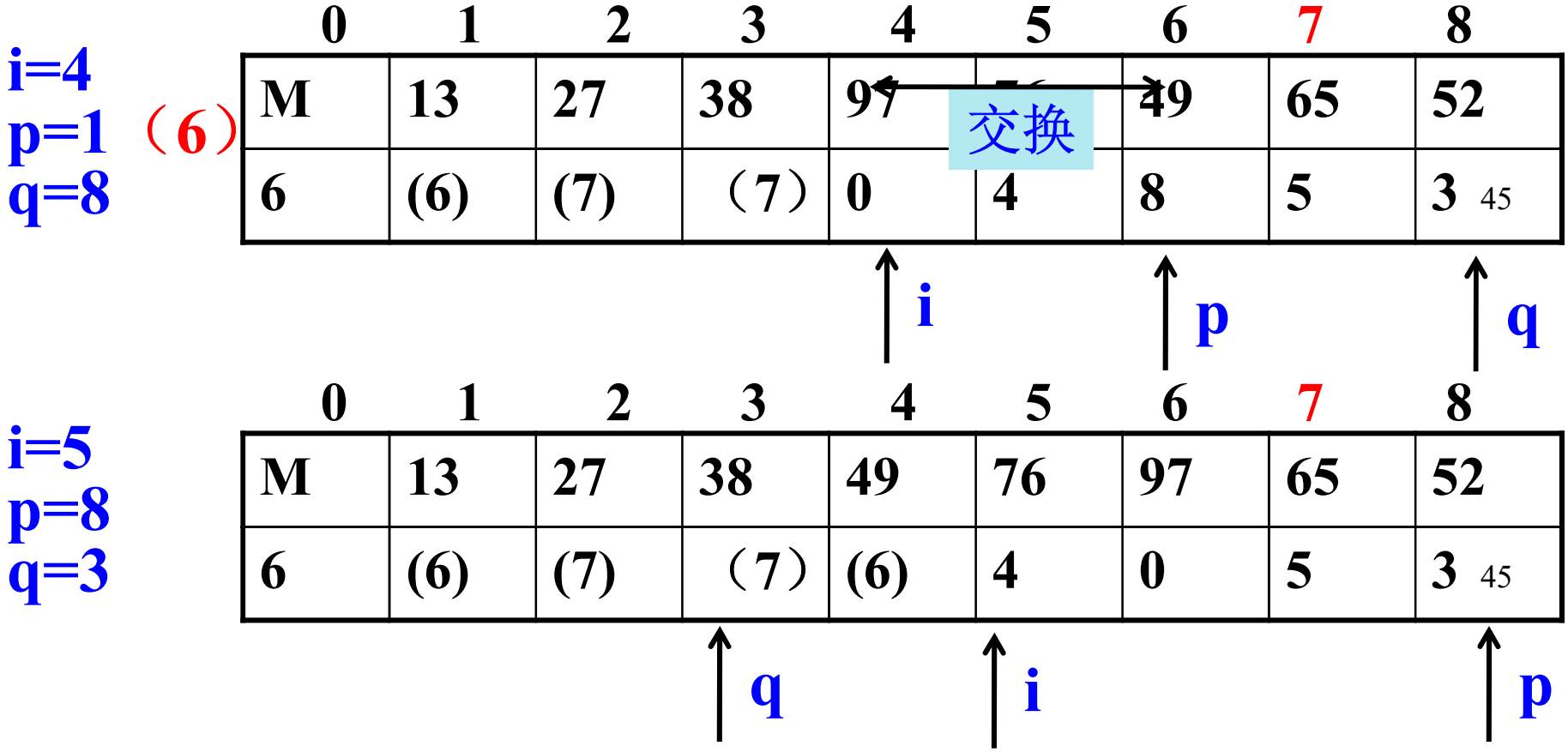
p:指示第i个记录的当前位置

i :指示第i个记录应在的位置

q :指示第i+1个记录的当前位置

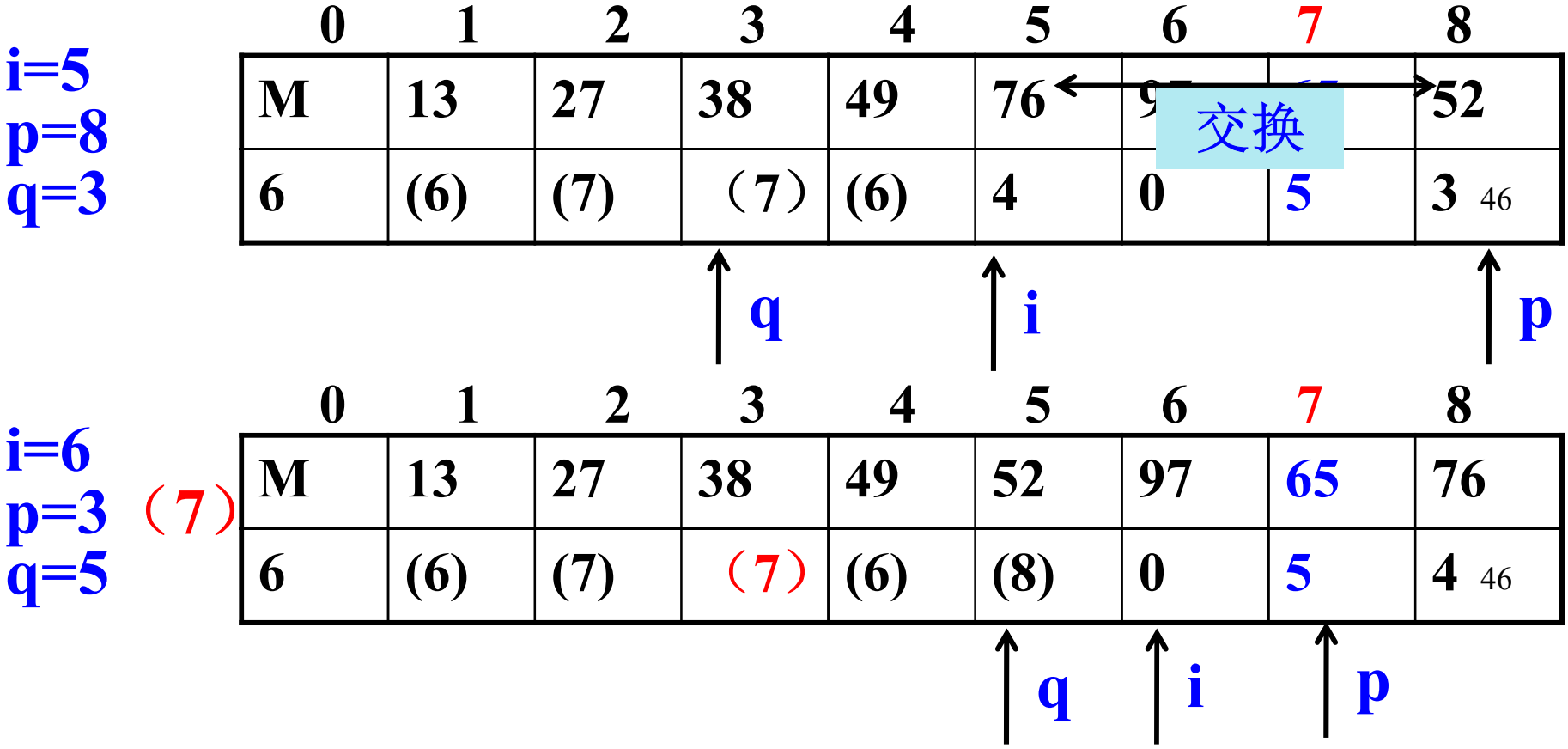
9.2.3 表插入排序

表插入排序的示例演示



9.2.3 表插入排序

表插入排序的示例演示



9.2.3 表插入排序

表插入排序的示例演示

9.2.3 表插入排序

表插入排序的示例演示

9.2.3 表插入排序

表插入排序的记录调整算法

```
void Arrange (SLinkListType   &SL) {
  p = SL.r[0].next;          // p指示第一个记录的当前位置
  for ( i=1; i<Sl.length; ++i ) {
    while (p<i)  p = SL.r[p].next;//找到第i个记录，用p指示其当前位置
    q = SL.r[p].next;                  // q指示尚未调整的表尾
    if ( p!= i ) {//如果p与i相等，则表明已在正确的位置上，那就不需要调整了
      SL.r[p]←→SL.r[i];  // 交换记录，使第i个记录到位
      SL.r[i].next = p;                  // 指向被移走的记录
    }
    p = q;                             // p指示尚未调整的表尾，
                                       // 为找第i+1个记录作准备
  }
} // Arrange
```

9.2.4 希尔排序

□ 希尔排序的思想

(1)对待排记录序列先作“宏观”调整，再作“微观”调整。

(2)所谓“宏观”调整，指的是，“跳跃式” 的插入排序。

9.2.4 希尔排序

◘ 希尔排序概述

(1)将记录序列分成若干子序列，分别对每个子序列进行插入排序。

例如：将 n 个记录分成 d 个子序列：

{R[1],R[1+d],R[1+2d],…,R[1+kd]}

{R[2],R[2+d],R[2+2d],…,R[2+kd]}

……

{R[d],R[2d],R[3d],…,R[kd],R[(k+1)d]}

(2)其中，d 称为增量，它的值在排序过程中从大到小逐渐缩小，直至最后一趟排序减为 1。

9.2.4 希尔排序

希尔排序演示

16	25	12	30	47	11	23	36	9	18	31

第一趟希尔排序，设增量 d =5

11	23	12	9	18	16	25	36	30	47	31

第二趟希尔排序，设增量 d = 3

9	18	12	11	23	16	25	31	30	47	36

第三趟希尔排序，设增量 d = 1

9	11	12	16	18	23	25	30	31	36	47

9.2.4 希尔排序

□ 希尔排序算法

```
void ShellInsert ( SqList &L, int dk ) {
  for ( i=dk+1; i<=L.length; ++i )
    if (LT(L.r[i].key, L.r[i-dk].key)) { // 表示'<'
      L.r[0] = L.r[i];                   // 暂存在R[0]
      for (j=i-dk;  j>0&&LT(L.r[0].key,L.r[j].key);
                                         j-=dk)
        L.r[j+dk] = L.r[j]; // 记录后移，查找插入位置
      L.r[j+dk] = L.r[0];  // 插入
    }
}
```

9.2.4 希尔排序

- 希尔排序算法

```
void ShellSort (SqList &L, int dlta[], int t)
{                          // 增量为dlta[]的希尔排序
    for (k=0; k<t; ++k)
        ShellInsert(L, dlta[k]);
                   //一趟增量为dlta[k]的插入排序
}
```

9.2.4 希尔排序

希尔排序算法分析

(1)稳定性

希尔排序是不稳定的排序方法。

(2)算法效率

(1)时间复杂度

平均$O(n^{1.3})$到平均$O(n^{1.5})$

(2)空间复杂度

$O(1)$。

第九章 排序

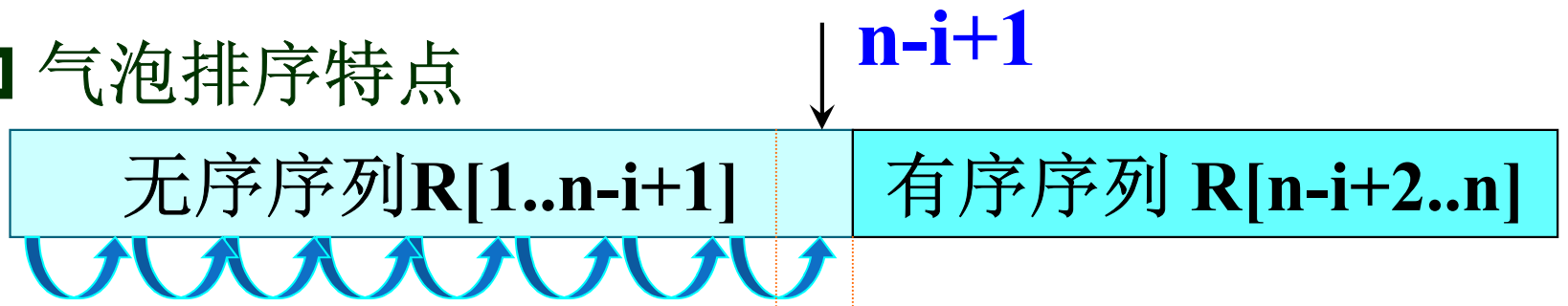
9.3 快速排序

9.3.1 气泡排序

9.3.2 快速排序

9.3.1 气泡排序

- 气泡排序特点



比较相邻记录，将关键字最大的记录交换到 n-i+1 的位置上

第 i 趟起泡排序

气泡排序的特点：

有序序列中的关键字值都比无序序列中的大

图示

9.3.1 气泡排序

基本思想

(1)从第一个记录开始，两两记录比较，若F[1].key>F[2].key，则将两个记录交换；

(2)第1趟比较结果将序列中关键字最大的记录放置到最后一个位置，称为“沉底”，而最小的则上浮一个位置；

(3)n个记录比较n-1遍(趟)。

9.3.1 气泡排序

- 算法

```
void BubbleSort(SqList &L )
{int i,j,noswap; SqList  temp;
 for(i=1;i<=n-1;i++)
 {noswap=TRUE;
  for(j=1;j<=n-i;j++)
  if (L.r[j].key>L.r[j+1].key)
  {temp=L.r[j]; L.r[j]=L.r[j+1];
    L.r[j+1]=temp;
    noswap=FALSE;
  }
  if (noswap)  break;
 }
}
```

图示

9.3.1 气泡排序

算法分析

最好的情况（关键字在记录序列中顺序有序）：
只需进行一趟起泡

“比较”的次数：

n-1

“移动”的次数：

0

最坏的情况（关键字在记录序列中逆序有序）：
需进行**n-1**趟起泡，每一次比较交换都移动**3**次

“比较”的次数：

$$\sum_{i=n}^{2}(i-1)=\frac{n(n-1)}{2}$$

“移动”的次数：

$$3\sum_{i=n}^{2}(i-1)=\frac{3n(n-1)}{2}$$

9.3.1 气泡排序

算法分析

(1)稳定性

起泡排序是稳定的排序方法。

(2)时间复杂性

最好情况：比较O(n),移动O(1)

最坏情况：比较$O(n^2)$,移动$O(n^2)$

平均情况：$O(n^2)$

(3)空间复杂性

O(1)

9.3.2 快速排序

- （希尔）**Shell** 排序改进了插入排序
- 快速排序可以改进起泡排序

9.3.2 快速排序

基本思想

任取待排序对象序列中的某个对象v(枢轴，基准，支点)，按照该对象的关键字大小，将整个序列划分为左右两个子序列；

- 以轴为分界点，从两侧相对往中间走；
- 比轴小交换到左侧；
- 比轴大交换到右侧

9.3.2 快速排序

基本思想

任取待排序对象序列中的某个对象v(枢轴，基准，支点)，按照该对象的关键字大小，将整个序列划分为左右两个子序列；

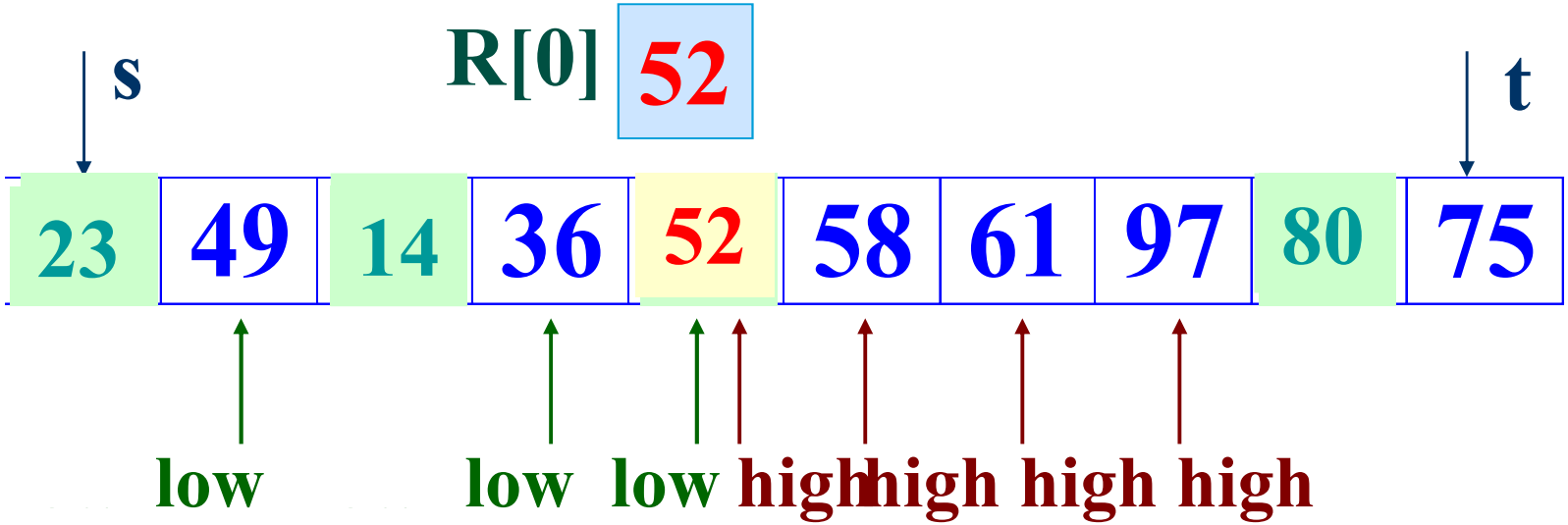
(1)左侧子序列中所有对象的关键字都小于或等于对象v的关键字；

(2)右侧子序列中所有对象的关键字都大于或等于对象v的关键字；

(3)对象v则排在这两个子序列中间(也是它最终的位置)。

9.3.2 快速排序

- 示例演示 把枢轴的位置空出来用于交换位置



设 R[s]=52 为枢轴

要求R[high].key ≥ 枢轴的关键字

要求R[low].key ≤ 枢轴的关键字

图示

两个指针相对走，碰上的位置就是枢轴的位置

9.3.2 快速排序

快速排序的一趟排序过程

初始关键字	49	49*	65	97	17	27	50
	i					j	j
一次交换	27	49*	65	97	17	49	50
		i	i			j	
二次交换	27	49*	49	97	17	65	50
			i		j		
三次交换	27	49*	17	97	49	65	50
				i	j		
四次交换	27	49*	17	49	97	65	50
				ij			

完成一趟排序

9.3.2 快速排序

- 算法关键语句

初始关键字 **49 49* 65 97 17 27 50**
low high high

```
pivotkey=L.r[low].key;
while ((low<high)&& (L.r[high].key>=pivotkey))
--high;
L.r[low] ←→ L.r[high];
```

一次交换 **27 49* 65 97 17 49 50**
low low high

```
while ((low<high)&& (L.r[low].key<=pivotkey))
++low;
L.r[low] ←→ L.r[high];
```

9.3.2 快速排序

算 法

```
int Partition(SqList &L, int low, int high)
{ KeyType pivotkey;pivotkey = L.r[low].key;
while (low<high) {
while ((low<high)&& (L.r[high].key>=pivotkey))
   --high;
   L.r[low] ←→ L.r[high];
while ((low<high)&& (L.r[low].key<=pivotkey))
    ++low;
    L.r[low] ←→ L.r[high];
  }
  return low;                          // 返回枢轴位置
} // Partition
```

9.3.2 快速排序

算 法

```
void QSort (ElemType R[],  int low,  int  high ) {
  // 对记录序列R[low..high]进行快速排序
  if (low <high-1) {          // 长度大于1
    pivotloc = Partition(L, low, high);
                    // 将R[low..high] 进行一次划分
   Qsort(R, low, pivotloc-1);
          // 对低子序列递归排序，pivotloc是枢轴位置
   Qsort(R, pivotloc+1,high); // 对高子序列递归排序
  }
} // QSort
```

9.3.2 快速排序

算 法

```
void QuickSort( Elem R[],int n {
   // 对记录序列进行快速排序
     Qsort(R, 1, n);
} // QuickSort
//第一次调用函数 Qsort
```

9.3.2 快速排序

算法分析

(1)稳定性

快速排序是不稳定的排序方法。

(2)时间复杂度

平均时间复杂度也是$O(n\log_2 n)$

9.3.2 快速排序

算法分析

若待排记录的初始状态为按关键字有序时，快速排序将蜕化为起泡排序，其时间复杂度为$O(n^2)$。

为避免出现这种情况，需在进行一次划分之前，进行“予处理”，即：

先对 **R(s).key**，**R(t).key** 和 **R[⌊(s+t)/2⌋].key**，进行相互比较，然后取关键字为

“三者之中”的记录为枢轴记录。

第九章 排序

9.4 选择排序

9.4.1 简单选择排序

9.4.2 树形选择排序

9.4.3 堆排序

9.4.1 简单选择排序

基本思想

(1)第一次从n个关键字中选择一个最小值,确定第一个;

(2)第二次再从剩余元素中选择一个最小值,确定第二个;

(3)共需n-1次选择。

9.4.1 简单选择排序

操作过程

设需要排序的表是A[n+1]:

(1)第一趟排序是在无序区A[1]到A[n]中选出最小的记录，将它与A[1]交换，确定最小值;

(2)第二趟排序是在A[2]到A[n]中选关键字最小的记录，将它与A[2]交换，确定次小值;

(3)第i趟排序是在A[i]到A[n]中选关键字最小的记录，将它与A[i]交换;

(4)共n-1趟排序。

9.4.1 简单选择排序

操作过程

简单选择排序与气泡排序的区别在：

气泡排序每次比较后，如果发现顺序不对立即进行交换，而选择排序不立即进行交换而是找出最小关键字记录后再进行交换。

9.4.1 简单选择排序

算 法

```
void  SelectSort(SqList &L)
{int i,j,low;
  for(i=1;i<L.length;i++)
   {low=i;
    for(j=i+1;j<=L.length;j++)
     if(L.r[j].key<L.r[low].key)
       low=j;
       if(i!=low)
       {L.r[0]=L.r[i];L.r[i]=L.r[low];L.r[low]=L.r[0];
       }
    }
}
```

9.4.1 简单选择排序

算法分析

4. 算法分析

(1)稳定性

简单选择排序方法是不稳定的。

(2)时间复杂度

比较$O(n^2)$,移动最好$O(1)$,最差$O(n)$

(3)空间复杂度

为$O(1)$。

9.4.2 树形选择排序

引入

树形选择排序，又称锦标赛排序:按锦标赛的思想进行排序，目的是减少选择排序中的重复比较次数。

例如： **4,3,1,2** 在选择排序中**3**和**4**的比较次数共发生了三次。

9.4.2 树形选择排序

引入

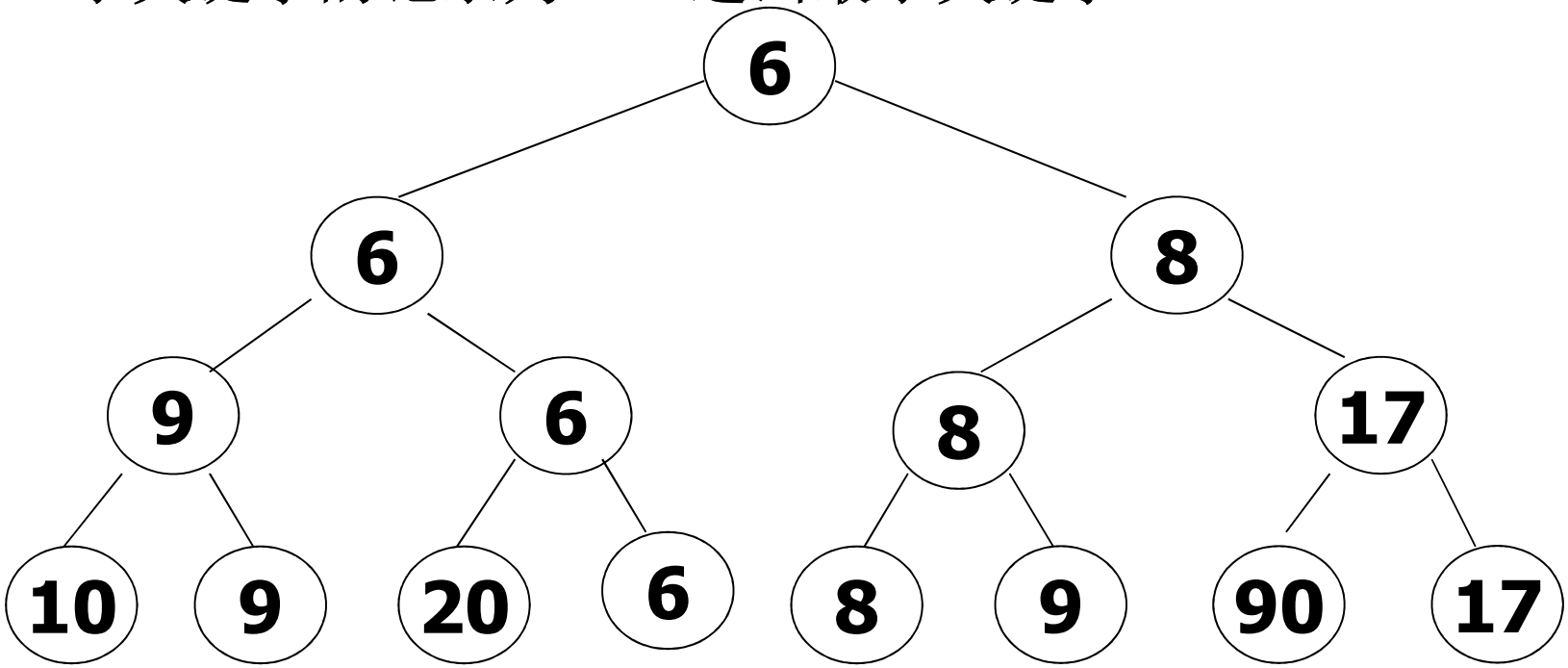
- ✓ 显然，在n个关键字中选出最小值，至少进行n-1次比较，然而，继续在剩余n-1个关键字中选择次小值就并非一定要进行n-2次比较，若能利用前n-1次比较所得信息，则可减少以后各趟选择排序中所用的比较次数。
- ✓ 实际上，体育比赛中的锦标赛便是一种选择排序。

例如，在8个运动员决出前3名至多需要11场比赛，而不是7（全比一次）+6（去掉第一之后再全比一次）+5（去掉两个后再比一次）=18场比赛（它的前提是若乙胜丙，甲胜乙，则认为甲必能胜丙）

9.4.2 树形选择排序

示例演示

按照一种锦标赛的思想进行选择排序的方法。首先对n个记录的关键字进行两两比较，然后在其中[n/2](向上取整)个较小者之间再进行两两比较，如此重复，直到选出最小关键字的记录为止。选出最小关键字.

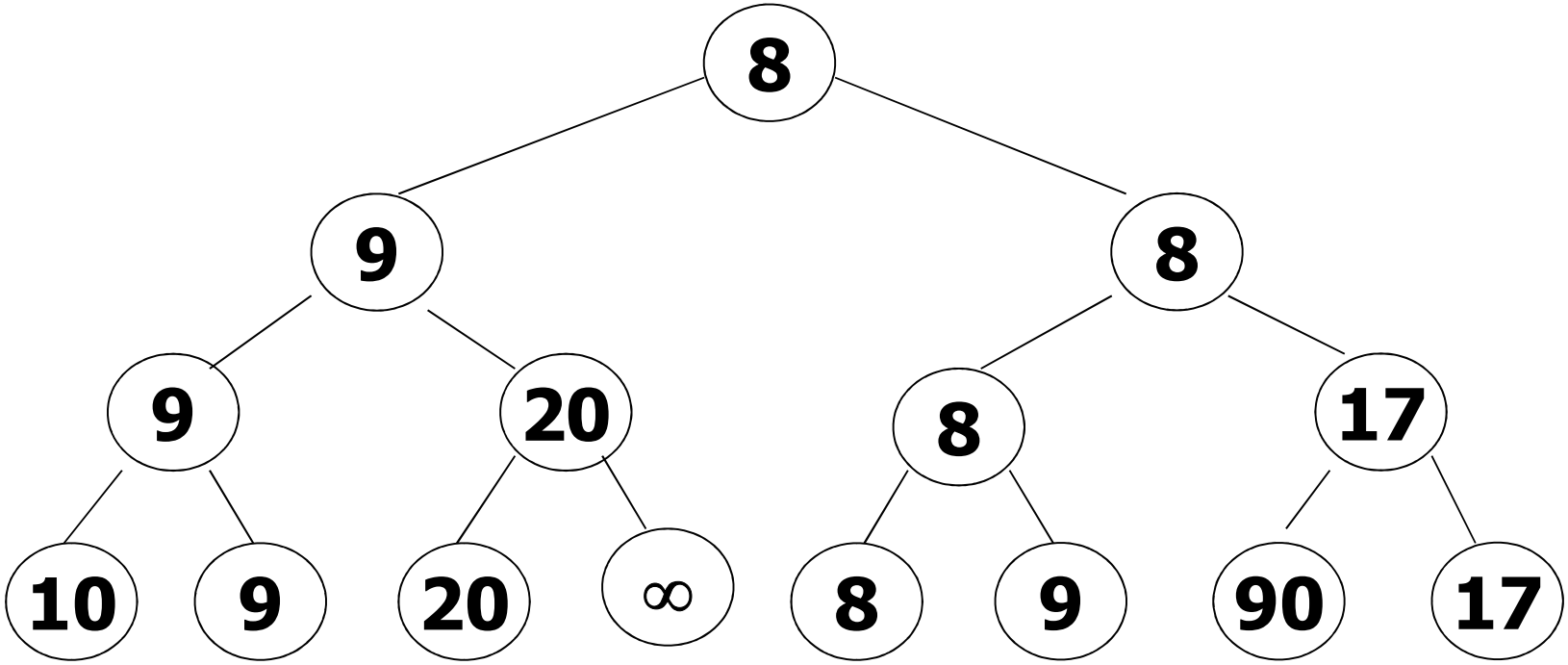


输出6

9.4.2 树形选择排序

示例演示

然后把最小关键字放最大值，然后选出次小关键字.



输出8

9.4.2 树形选择排序

算法分析

(1)稳定性

树形选择排序方法是稳定的。

(2)时间复杂度

比较$O(n\log_2 n)$

(3)空间复杂度

为$O(n)$。

浪费存储空间比较大，和最大值进行多余的比较等缺点。

1964年J. Willioms提出了堆排序。

9.4.3 堆排序

引　入

堆排序属于选择排序:出发点是利用前一次比较的结果，减少“比较”的次数。

若能利用每趟比较后的结果，也就是在找出关键字值最小记录的同时，也找出关键字值较小的记录，则可减少后面的选择中所用的比较次 数，从而提高整个排序过程的效率。

减少关键字之间的比较次数

查找最小值的同时，找出较小值

9.4.3 堆排序

◘ 堆的定义

把具有如下性质的数组A表示的完全二叉树称为小根堆：

(1) 若2*i≤ n，则A[i].key ≤ A[2*i].key ；

(2) 若2*i+1 ≤ n，则A[i].key ≤ A[2*i+1].key

把具有如下性质的数组A表示的完全二叉树称为大根堆：

(1) 若2*i≤ n，则A[i].key ≥ A[2*i].key ；

(2) 若2*i+1 ≤ n，则A[i].key ≥ A[2*i+1].key

9.4.3 堆排序

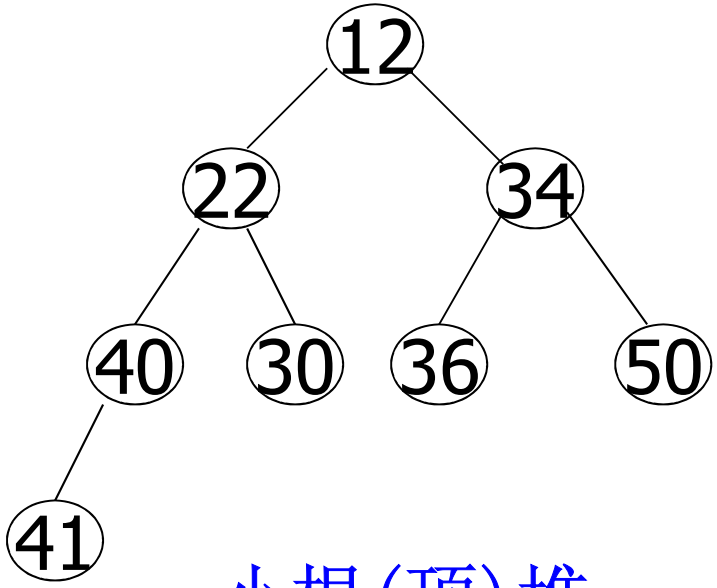
堆的性质（小根堆）

- 对于任意一个非叶结点的关键字，都不大于其左、右儿子结点的关键字。即**A[i/2].key≤A[i].key　1 ≤ i/2 < i ≤n**
- 在堆中，以任意结点为根的子树仍然是堆。特别地，每个叶结点也可视为堆。每个结点都代表(是)一个堆。
  - ✓ 以堆（的数量）不断扩大的方式进行初始建堆。
- 在堆中（包括各子树对应的堆），其根结点的关键字是最小的。去掉堆中编号最大的叶结点后，仍然是堆。
  - ✓ 以堆的规模逐渐缩小的方式进行堆排序。

9.4.3 堆排序

小根堆例子

0	1	2	3	4	5	6	7	8
	12	22	34	40	30	36	50	41

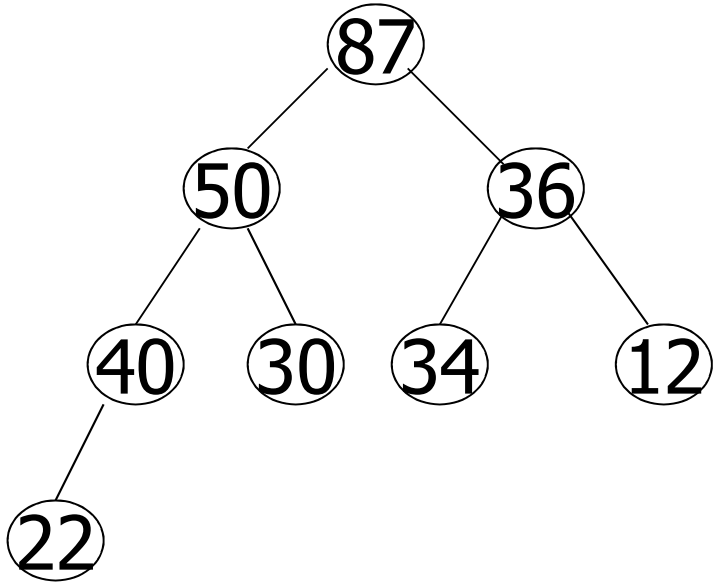


小根(顶)堆

9.4.3 堆排序

大根堆例子

0	1	2	3	4	5	6	7	8
	87	50	36	40	30	34	12	22



大根(顶)堆

9.4.3 堆排序

- 利用大根堆进行排序的示例演示

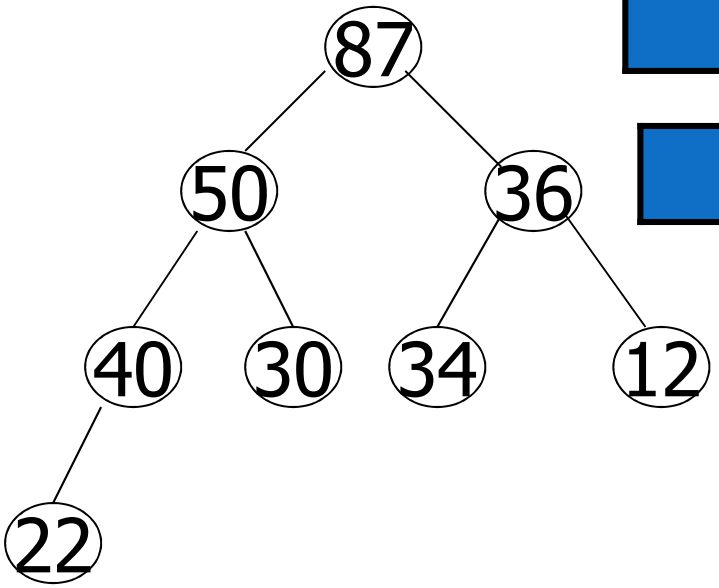
思路：

若将此序列对应的一维数组看成一个完全的二叉树，则堆的含义表明，完全二叉树中所有非终端节点的值均不大于（或不小于）其左右孩子节点的值。

若输出堆顶的最小值后，使得剩余**n-1**个元素的序列重又建成一个堆，则得到**n**个元素的次小值。如此反复执行，便得到一个有序序列，这个过程称为堆排序。

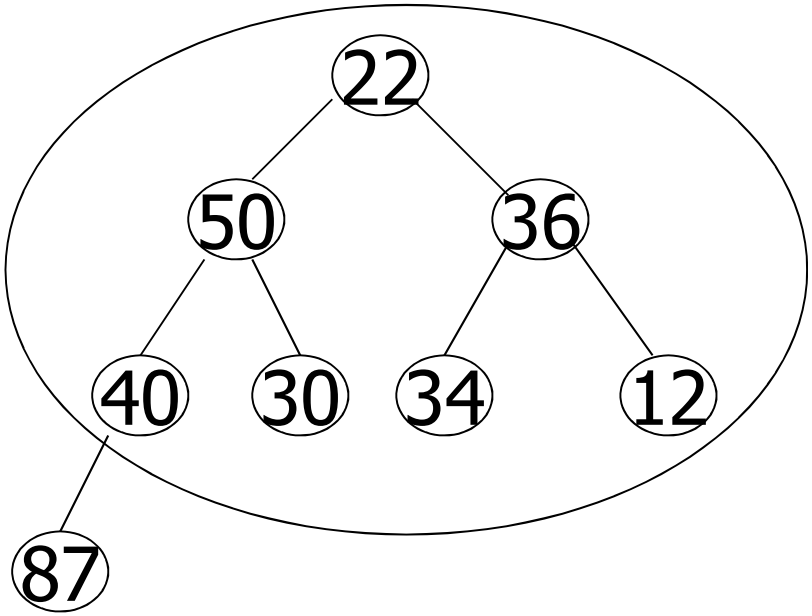
9.4.3 堆排序

- 利用大根堆进行排序的示例演示



	87	50	36	40	30	34	12	22

	22	50	36	40	30	34	12	87



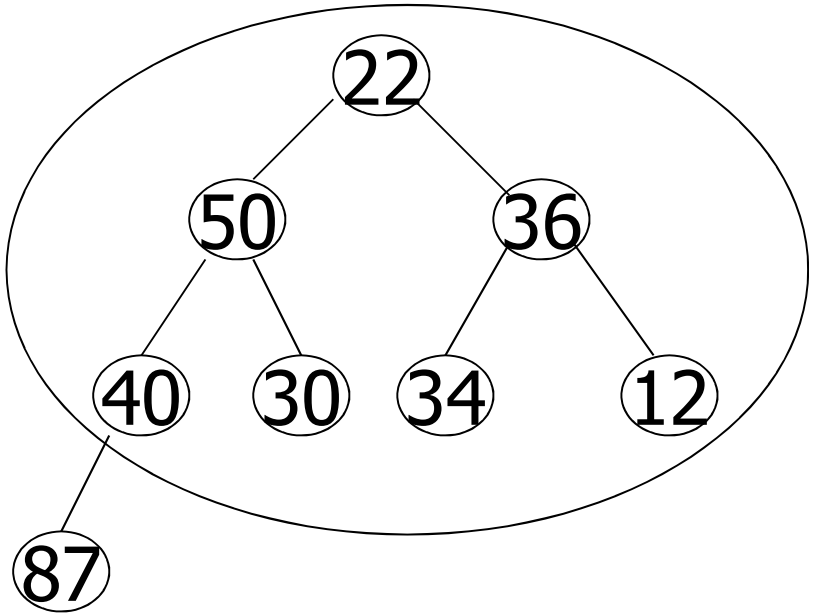
9.4.3 堆排序

利用大根堆进行排序的示例演示

	22	50	36	40	30	34	12	87

思路：

87是最大值，放在数组的尾端，和尾端元素22进行交换，形成新的二叉树，如果这时候输出87，剩余的序列如何构成一个大根堆呢？



此时根节点的左右子树均为堆，则仅需自上而下进行调整即可。首先以堆顶元素和其左右子树根节点的值比较，由于左子树根节点的值大于右子树根节点的值，且大于根节点22，所以50和22交换；然后再交换40和22，形成新的大根堆。

9.4.3 堆排序

◘ 堆排序的思想

堆排序需解决两个问题：

(1) 由一个无序序列建成一个堆。

(2) 在输出堆顶元素之后，调整剩余元素成为一个新的堆。

9.4.3 堆排序

◘ 堆排序的算法(采用大根堆)

(1) 按关键字建立A[1],A[2],…A[n]的大根堆;

(2) 输出堆顶元素，采用堆顶元素A[1]与最后一个元素A[n]交换，最大元素得到正确的排序位置;

(3) 此时前n-1个元素不再满足堆的特性，需重建堆;

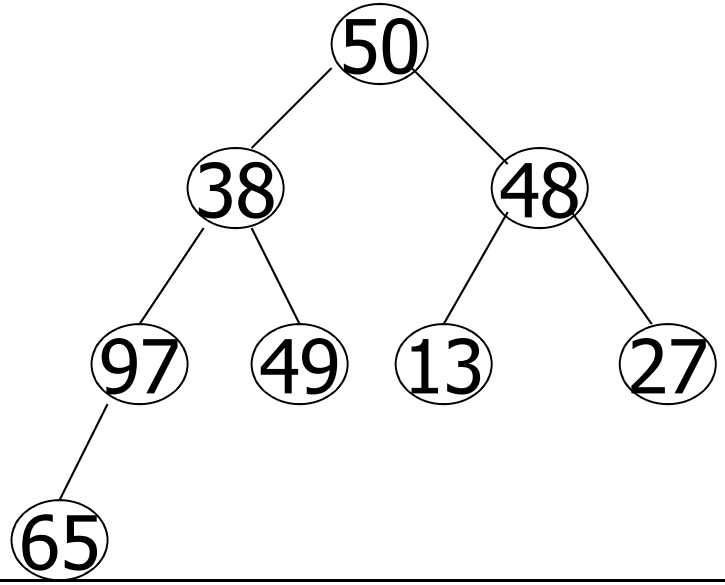
(4) 循环执行b,c两步，到排序完成。

9.4.3 堆排序

算法示例演示

例 对无序序列{50，38，48，97，49，13，27，65}进行堆排序。

(1)先建一个完全二叉树：

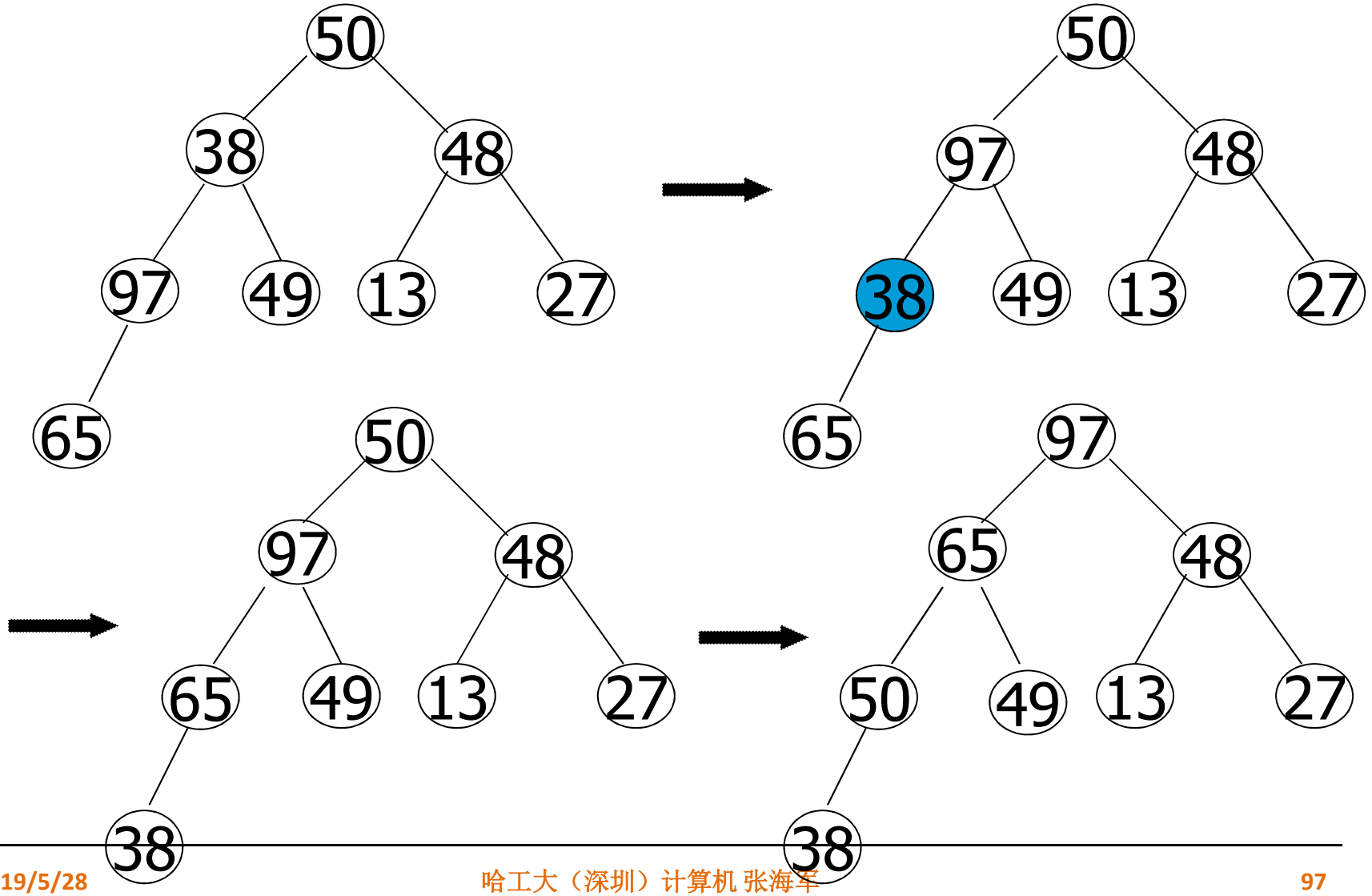


2)从最后一个非终端结点开始建堆；

n个结点,最后一个非终端结点的下标是⌊n/2⌋

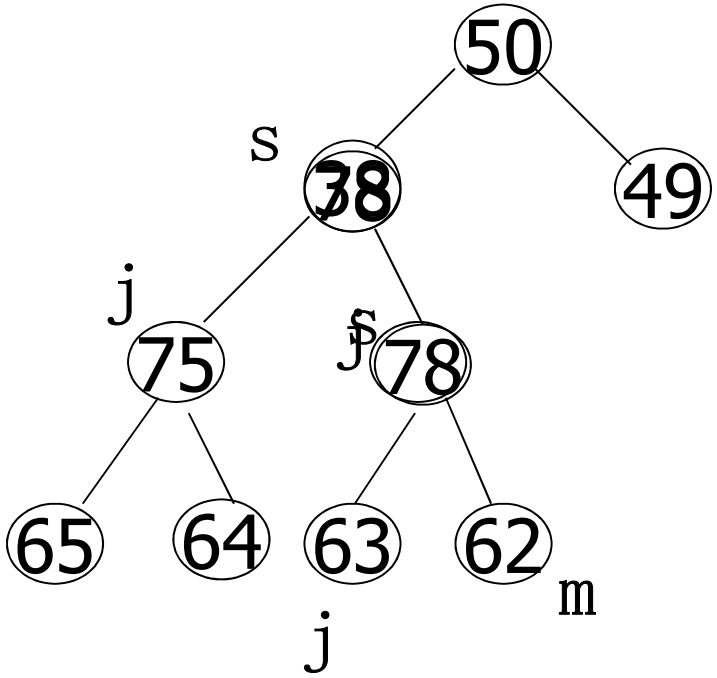
9.4.3 堆排序

算法示例演示



9.4.3 堆排序

算法示例演示



9.4.3 堆排序

筛选算法

```
void HeapAdjust(HeapType &H,  int s, int m)
 {int j;
  RedType rc;
  rc = H.r[s];
  for (j=2*s; j<=m; j*=2) //沿key较大的孩子结点向下筛选
    {if (j<m && H.r[j].key<H.r[j+1].key)
       ++j;  //j为key较大的记录的下标
     if (rc.key >= H.r[j].key)  break;
     H.r[s] = H.r[j];  s = j; //rc应插入在位置s上
    }
  H.r[s] = rc;  // 插入
} // HeapAdjust
```

//已知H.r[s...m]中的记录关键字除H.r[s].key之外均满足堆的定义，本函数调整H.r[s]的关键字，使得H.r[s...m]成为大根堆；

9.4.3 堆排序

- 建堆算法代码

```
for (i=H.length/2; i>0; --i)//对每个非终端结点进行调整
HeapAdjust ( H, i, H.length );
```

9.4.3 堆排序

堆排序算法代码

```
void HeapSort(HeapType &H) {
  int i;
  RcdType temp;
  for (i=H.length/2; i>0; --i)
    HeapAdjust ( H, i, H.length ); //建堆
    for (i=H.length; i>1; --i) {
      temp=H.r[i];H.r[i]=H.r[1];
      H.r[1]=temp; //将堆顶记录和子序列最后一个记录交换
      HeapAdjust(H, 1, i-1); //重新调整为大根堆
    }
} // HeapSort
```

9.4.3 堆排序

算法分析

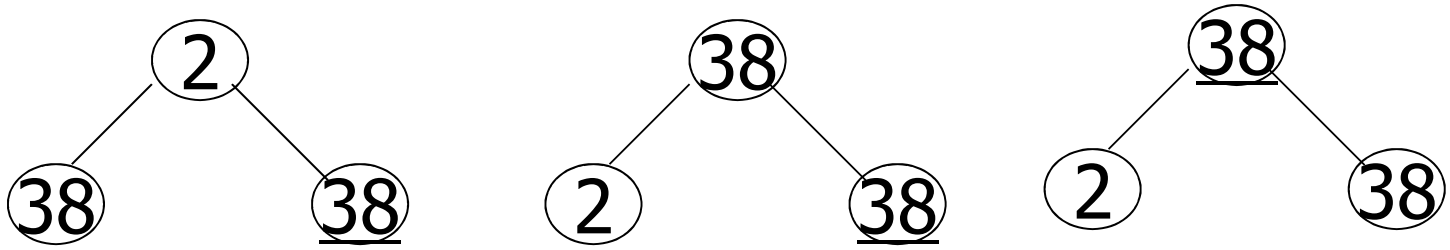
(1)堆排序是不稳定的排序。

(2)时间复杂度为$O(nlog_2n)$。

最坏情况下时间复杂度为$O(nlog_2n)$的算法。

(3)空间复杂度为$O(1)$。

{2，38，38}



第九章 排序

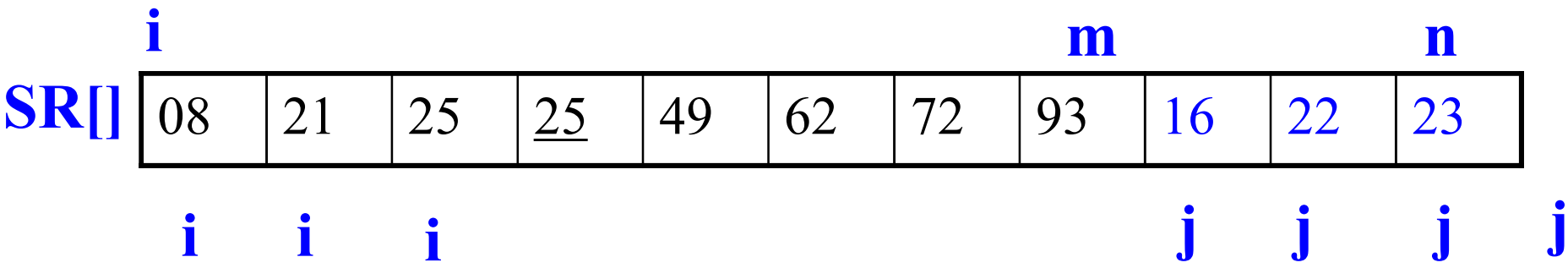
9.5 归并排序

归并的定义

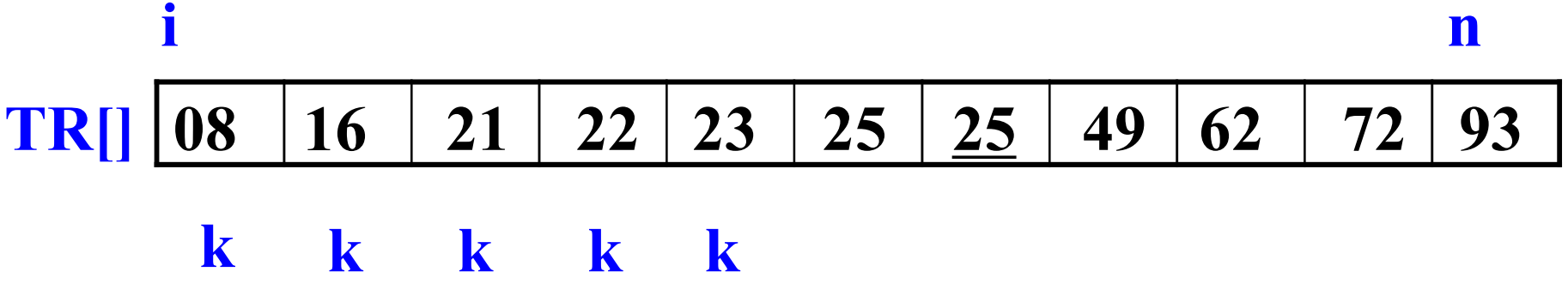
又叫合并，两个或两个以上的有序序列合并成一个有序序列。

9.5 归并排序

归并示例演示




```
for (j=m+1, k=i;  i<=m && j<=n;  ++k) {
    if LQ(SR[i].key,SR[j].key)
    TR[k] = SR[i++]; else TR[k] = SR[j++]; }
```



9.5 归并排序

归并示例演示

i m n

SR[]	08	21	25	25	49	62	72	93	16	22	23

i i i j j j j

```
if (i<=m)
    while (k<=n && i<=m) TR[k++]=SR[i++];
if (j<=n)
    while (k<=n &&j <=n) TR[k++]=SR[j++];
```

i n

TR[]	08	16	21	22	23	25	25	49	62	72	93

k k k k k

9.5 归并排序

归并算法

```
void Merge (RcdType SR[], RcdType TR[],
                                    int i, int m, int n)
 { int j,k;
   ……….
 } // Merge
```

9.5 归并排序

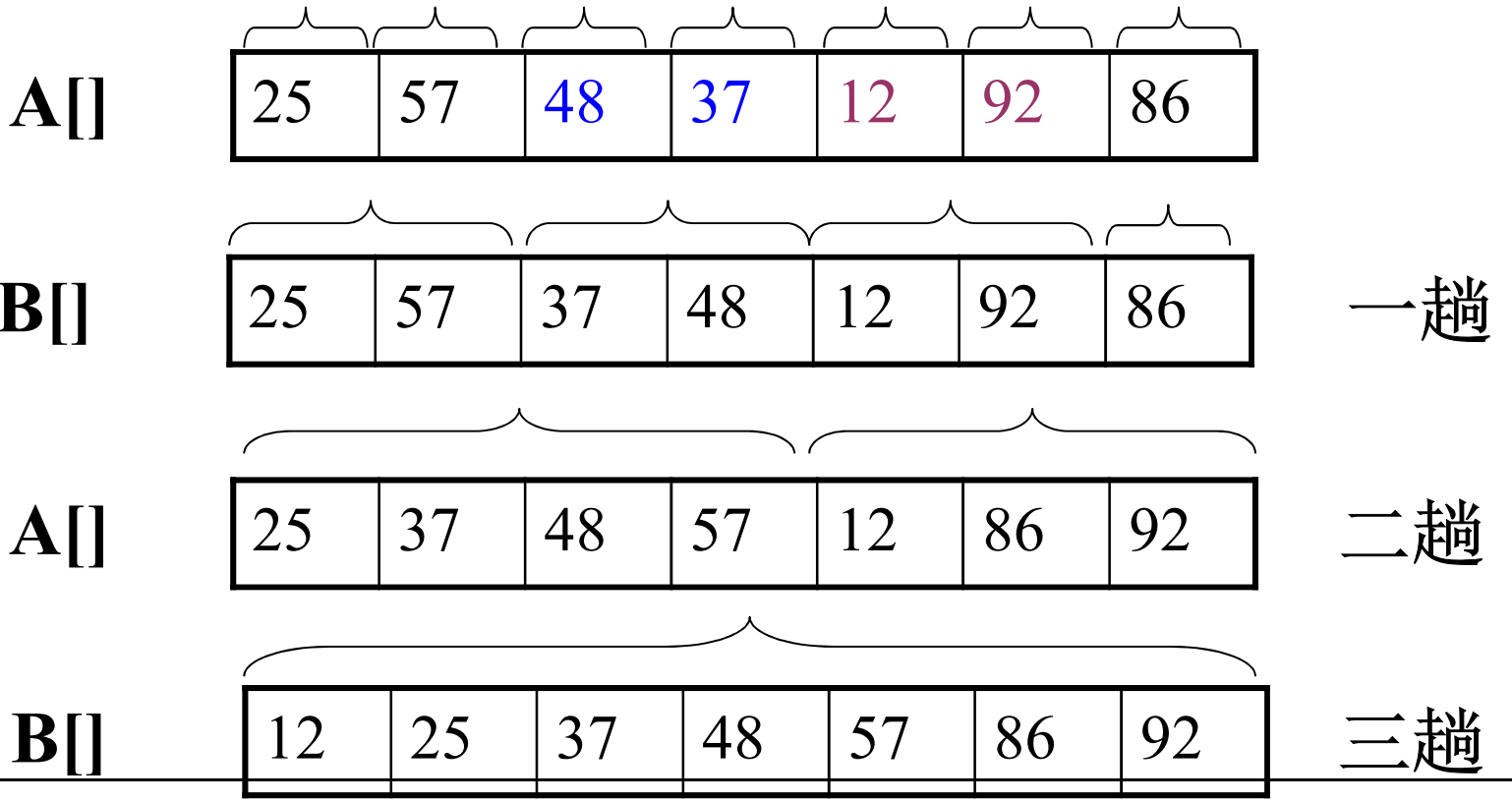
归并算法

```
for (j=m+1, k=i;  i<=m && j<=n;  ++k) {
   if LQ(SR[i].key,SR[j].key) TR[k] = SR[i++];
   else TR[k] = SR[j++];
}
if (i<=m)
   while (k<=n && i<=m) TR[k++]=SR[i++];
if (j<=n)
   while (k<=n &&j <=n) TR[k++]=SR[j++];
```

9.5 归并排序

2-路归并排序方法示例

例 给定排序码25，57，48，37，12，92，86，写出二路归并排序过程。



9.5 归并排序

2-路归并排序方法思想

(1) 将n个记录看成是n个长度为1的有序子表；

(2) 将两两相邻的有序子表进行归并，若子表数为奇数，则留下的一个子表直接进入下一次归并；

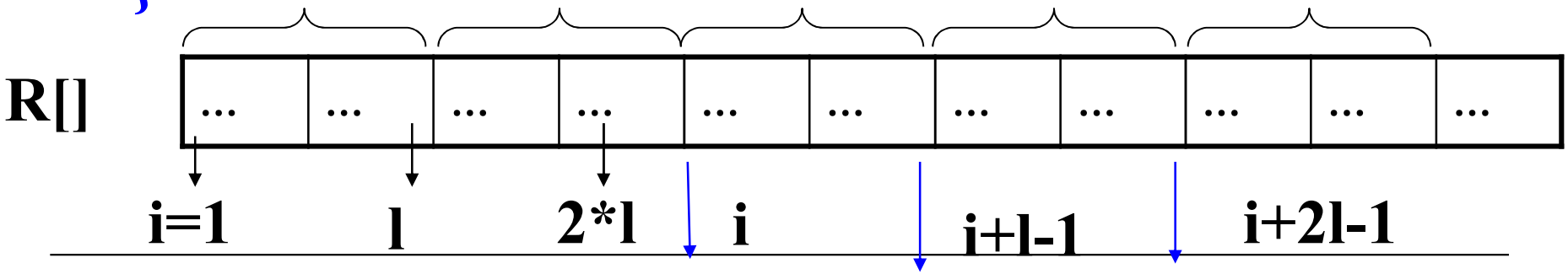
(3) 重复步骤(2)，直到归并成一个长度为n的有序表。

9.5 归并排序

2-路归并排序核心算法

```
void Msort(RcdType A[],RcdType B[],int n, int l)
{int i=1； int t;
  while (i+2*l-1<=n);
  {Merge (A,B,i,i+l-1,i+2*l-1)
    i=i+2*l;
  }
  ……
}
```

// l代表最长有序的子序列；
i+l-1代表从序列A的终止位置；
i+2*l-1代表序列B的终止位置；
i表示A的起始位置；
i=i+2*l表示下个要合并序列的起始位置；

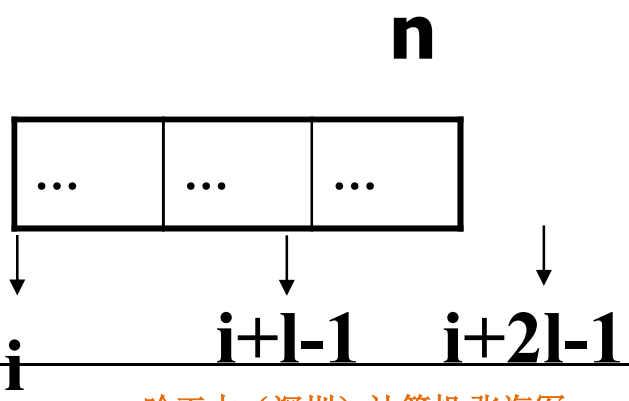


9.5 归并排序

2-路归并排序核心算法

```
void Msort(RcdType A[],RcdType B[],int n, int l)
{.............
  if (i+l-1<n)
  Merge(A,B,i,i+l-1,n);
  else
  for (t=i;t<=n;t++)   B[t]=A[t];
}
```

//两种情况：A的长度大于B的时候，可以merge，调用；
另外，A长度比l小，B为空，然后直接copy A到下一趟合并的序列；



9.5 归并排序

2-路归并排序算法

```
void MergeSort(RcdType A[],int n)
{int l=1;
  Rcdtype B[];
  while (l<n)
  {mpass(A,B,n,l)
   l=2*l;
   mpass(B,A,n,l);
   l=2*l;
  }
}
```

//A为原始序列，l=1；B是一趟排序后的序列，mpass（就是Msort）返回的一趟排序后的B；
然后把B作为原始输入，A作为辅助数组，存放归并后的结果。

9.5 归并排序

2-路归并排序算法分析

(1) 稳定性

归并排序是稳定的排序方法。

(2) 时间复杂度

每趟归并所花时间比较移动都是O(n)；

归并趟数为$\log_2 n$;

时间复杂度为$O(n\log_2 n)$。

(3) 空间复杂度是O(n)。

第九章 排序

9.5.1 顺序基数排序

基数排序的起源

(1)理论上可以证明，对于基于关键字之间比较的排序，无论用什么方法都至少需要进行$\log_2 n!$次比较。

(2)由Stirling公式可知，$\log_2 n! \approx n\log_2 n - 1.44n + O(\log_2 n)$。所以基于关键字比较的排序时间的下界是$O(n\log_2 n)$。因此不存在时间复杂性低于此下界的基于关键字比较的排序!

(3)只有不通过关键字比较的排序方法,才有可能突破此下界.

(4) 基数排序（时间复杂性可达到线性级O(n))

- 不比较关键字的大小，而根据构成关键字的每个分量的值 ，排列记录顺序的方法，称为分配法排序（基数排序）。
- 而把关键字各个分量所有可能的取值范围的最大值称为基 数或桶或箱

(5) 基数排序的适用范围

- 显然，要求关键字分量的取值范围必须是有限的，否则可 能要无限的箱。

9.5.1 顺序基数排序

算法的基本思想

- 设待排序的序列的关键字都是位相同的整数（不相同时,取位数的最大值），其位数为figure，每个关键字可以各自含有figure个分量，每个分量的值取值范围为0,1,…,9即基数为10。依次从低位考查，每个分量。
- 首先把全部数据装入一个队列A，然后按下列步骤进行:

1.初态:设置10个队列，分别为Q[0],Q[1],…,Q[9]，并且均为空

2.分配:依次从队列中取出每个数据data；第pass遍处时，考查data.key右起第pass位数字，设其为r，把data插入队列Q[r]，取尽A，则全部数据被分配到Q[0],Q[1],…,Q[9].

3.收集:从Q[0]开始，依次取出Q[0],Q[1],…,Q[9]中的全部数据，并按照取出顺序，把每个数据插入排队A。

4.重复1,2,3步，对于关键字中有figure位数字的数据进行figure遍处理，即可得到按关键字有序的序列。

9.6.1 顺序基数排序

事例演示

Q[0] 890 210

Q[1] 321 901

Q[2] 432 012

Q[3] 123 543

Q[4]

Q[5] 765

Q[6] 986

Q[7] 987

Q[8] 018 678 098

Q[9] 789 109

待排序关键字： 321 986 123 432 543 018 765 678 987 789 098 890 109 901 210 012

9.6.1 顺序基数排序

事例演示

Q[0] 901 109

Q[1] 210 012 018

Q[2] 321 123

Q[3] 432

Q[4] 543

Q[5]

Q[6] 765

Q[7] 678

Q[8] 986 987 789

Q[9] 890 098

890 210 321 901 432 012 123

543 765 986 987 018 678 098

789 109

9.6.1 顺序基数排序

- 事例演示

Q[0] 012 018 098

Q[1] 109 123

Q[2] 210

Q[3] 321

Q[4] 432

Q[5] 543

Q[6] 678

Q[7] 765 789

Q[8] 890

Q[9] 901 986 987

901 109 210 012 018 123

432 543 765 678 986 987

433 789 809 098

9.6.1 顺序基数排序

排序过程

设待排记录A的关键字是figure位的正整数。

(1) 从最低位(个位)开始，扫描关键字的pass位，把等于0的插入Q[0],…,等于9的插入Q[9]。

(2) 将Q[0],…,Q[9]中的数据依次收集到A[]中。

(3) pass+1直到figure，重复执行1，2两步

9.6.1 顺序基数排序

- 求关键字k的第p位算法

```
int RADIX(int k,int p)
  {
    return((k/pow10(p-1))%10);
  }
```

9.6.1 顺序基数排序

- 基数排序算法

```
void radixsort(int figure, QUEUE &A){
  QUEUE Q[10];records data;
  int pass,r,i; //pass用于位数循环,r取位数
  for(pass=1;pass<=figure;pass++){
     把10个队列置空
  while(!EMPTY(A)) {
     取A中元素dada，
     计算data的关键字的第pass位的值r，
     放入队列Q[r]中；
  }
  把10个队列中的值依次收集到A中
}}
```

9.6.1 顺序基数排序

- 基数排序算法

```
void radixsort(int figure,QUEUE &A){
    QUEUE Q[10];records data;
    int pass,r,i;      //pass用于位数循环,r取位数
    for(pass=1;pass<=firure;pass++){
      for(i=0;i<=9;i++)
          MAKENULL(Q[i])//置空队列
      while(!EMPTY(A)) {
          data=FRONT(A);//取队头元素
          DEQUEUE(A);//删除队头元素
          r=RADIX(data.key,pass);//取位数值
          ENQUEUE(data,Q[r]); //入队
      }
```

9.6.1 顺序基数排序

基数排序算法

```
For(i=0;i<=9;i++)
While(!EMPTY(Q[i])) //对队列Qi中的每个元素收集到A中
{data=FRONT(Q[i]);
 DEQUEUE(Q[i]); //
 ENQUEUE(data,A);
 }
 }
}
```

9.6.1 顺序基数排序

问题分析

如果采用顺序队列，队列的长度怎么确定？

110 920 230 030 090 320 100 400

503 765 678 986 987 789 890 098

如果采用数组表示队列,队列的长度很难确定,太大造成浪费,小了会产生溢出。

一般采用链队列.

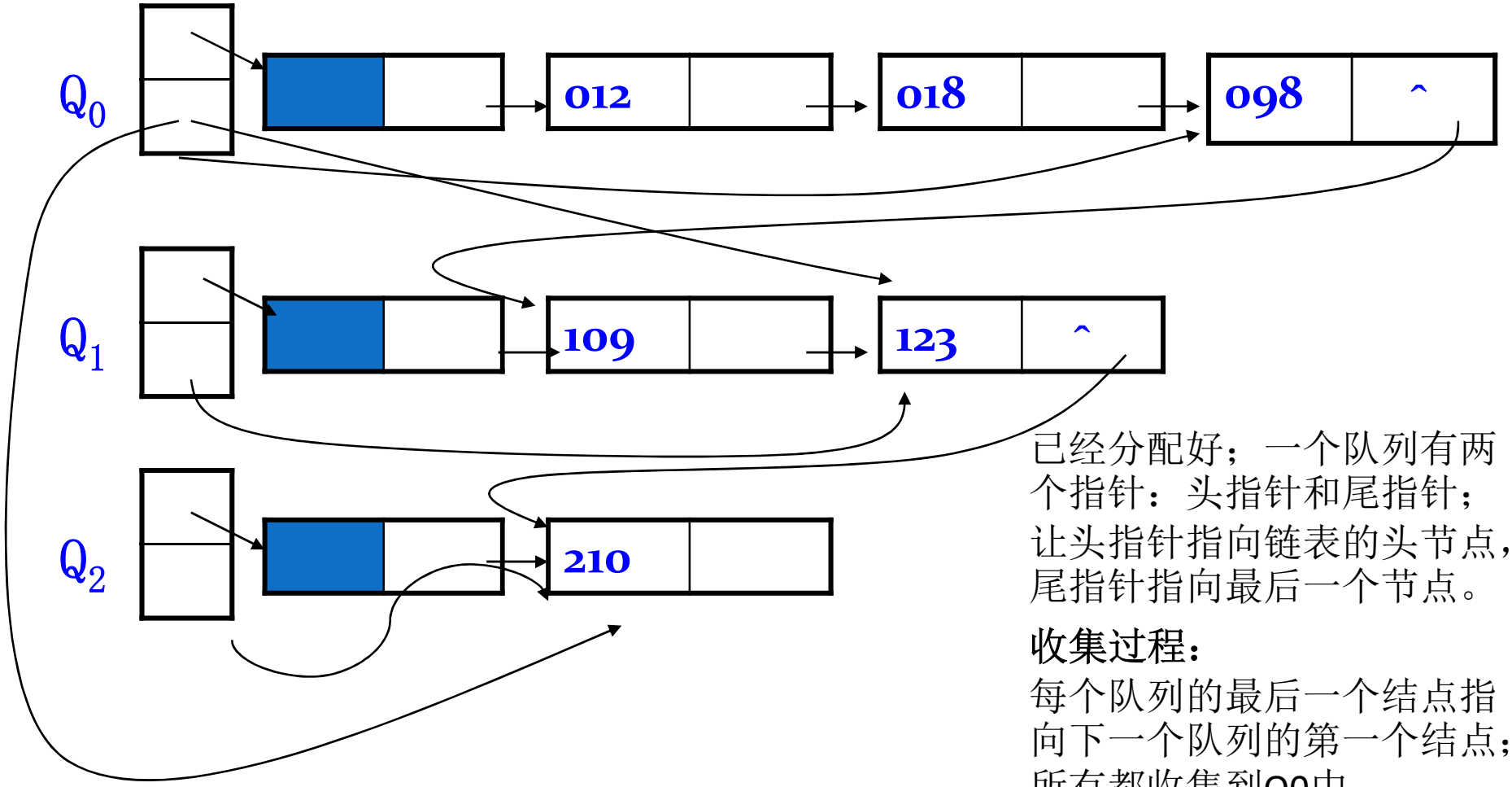
9.6.2 链式基数排序

- 存储结构

```
struct celltype{
    records element;
    celltype *next
}//结点类型
struct QUEUE{
    celltype *front;
    celltype *rear;
}//队列定义
```

9.6.2 链式基数排序

事例演示



已经分配好；一个队列有两个指针：头指针和尾指针；让头指针指向链表的头节点，尾指针指向最后一个节点。

收集过程：

每个队列的最后一个结点指向下一个队列的第一个结点；所有都收集到Q0中。

9.6.2 链式基数排序

- 收集算法关键语句

```
void CONCATENATE(QUEUE &Q[0],
                 QUEUE &Q[1]){
    if(!EMPTY(Q[1])){
      Q[0].rear->next=Q[1].front->next;
      Q[0].rear=Q[1].rear;
    }//把Q0的最后一个节点指向Q1的第一个结点；修改Q0尾指针
}
```

9.6.2 链式基数排序

- 两种收集算法的比较

顺序收集算法

```
For(i=0;i<=9;i++)
While(!EMPTY(Q[i]))
{data=FRONT(Q[i]);
 DEQUEUE(Q[i]);
 ENQUEUE(data,A);
} //顺序需要入队和出队操作；
```

链式收集算法

```
for(i=1;i<=9;i++)
 CONCATENATE(Q[0],Q[i]);
   A=Q[0];
```

//但是链式只需要修改指针就可以了；
（把所有的关键字都收集到Q[0]中）

9.6.2 链式基数排序

算法分析

基数排序是稳定的
时间复杂性与空间复杂性分析：

设关键字位数为**d**
则时间复杂性为**O(dn)**
考虑到**d**是一个常数
时间复杂性为**O(n)**
空间复杂性**O(n)**

第九章 排序

9.7 内部排序方法的比较

排序方法	比较次数		移动次数		稳定性	附加存储	
	最好	最差	最好	最差		最好	最差
直接插入排序	n	n^2	0	n^2	√	1	
冒泡排序	n	n^2	0	n^2	√	1	
快速排序	$n\log_2 n$	n^2	0	n^2	×	$\log_2 n$	n
简单选择排序	n^2		0	n	×	1	
堆排序	$n\log_2 n$		$n\log_2 n$		×	1	
归并排序	$n\log_2 n$		$n\log_2 n$		√	n	
基数排序	……		dn		√	n	

本章小结

- ✓ 熟练掌握：
  - 直接插入排序、希尔排序、冒泡排序、快速排序、简单选择排序、堆排序、归并排序、基数排序的思想和算法。充分了解各种排序算法的应用背景和优缺点。
- ✓ 重点学习：
  - 加强各种排序算法在实际应用中的训练，提高实际应用水平。