1、目标规划研究企业考虑现有的资源条件下，在多个目标中去寻求满意解，使得完成目标的总体结果与事先制定目标的差距最小。

线性规划是在一组线性约束条件下寻求某一项目标的最优值，而经营管理中人们希望更多目标达到较好水平。线性规划最优解存在的前提条件是可行域为非空集，否则线性规划无解。

2、某企业计划生产甲、乙、丙三种产品，需要在两种设备 A、B 上加工，消耗 C、D 两种原料，有关数据见下表。

	甲	乙	丙	现有资源
A（设备）	3	1	2	200
B（设备）	2	2	4	200
C（原料）	4	5	1	360
D（原料）	2	3	5	300
利润（元/件）	40	30	50	

从线性规划的角度，设x_1，x_2，x_3分别为甲乙丙的产量，则利润最大的线性规划模型为：

$$\max z = 40x_1 + 30x_2 + 50x_3$$

$$s.t.\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 2x_3 \le 200 \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 \le 200 \\ 4x_1 + 5x_2 + x_3 \le 360 \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 \le 300 \\ x_1, x_2, x_3 \ge 0 \end{cases}$$

线性规划最优解为$X^* = (50,30,10), Z^* = 3400$

而当决策者考虑以下实际目标：利润不少于 3200；产品甲的产量不超过产品乙产量的 1.5 倍；提高丙的产量达到 30 以上；设备加工能力不足时可以加班，但最好不加班；原料只能使用现有的原料。企业如

何制定生产计划，才能实现决策者的目标？

我们如果根据线性规划的思想来建模，很容易就能得到如下模型：

$$\max z = 40x_1 + 30x_2 + 50x_3$$

$$s.t.\begin{cases} 40x_1 + 30x_2 + 50x_3 \geq 3200 \\ x_1 - 1.5x_2 \leq 0 \\ x_3 \geq 30 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 200 \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 \leq 200 \\ 4x_1 + 5x_2 + x_3 \leq 360 \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 \leq 300 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

但是，经过求解，发现此线性规划模型无可行解。

这就需要用到目标规划：目标规划是按事先制定的目标顺序进行检查，尽可能使目标达到预定的目标，即使不能达到目标也要是的偏离目标的差距最小，也就是求的满意解。

（1）设置偏差变量，表明实际值同目标值之间的差异

d^+, d^-分别为正、负变差变量，d^+表示实际值超过目标值部分，d^-表示实际值未达到目标值部分，d^+和d^-两者中必定至少有一个为 0

（2）绝对约束和目标约束

绝对约束：必须严格满足的等式约束和不等式约束，也称为硬约束

目标约束：允许发生正或负偏差，也称软约束

（3）优先因子（优先等级）与权系数

一个规划问题常常有若干目标，但决策者在要求达到这些目标时，是有主次和轻重缓急的不同。要求第一位达到的目标赋予优先因子p_1，此为的目标赋予优先因子p_2，规定$p_k \gg p_{k+1}$

(4) 目标规划的目标函数

每当一目标值确定后，决策者的要求是尽可能缩小偏离目标值，因此目标规划的目标函数只能是$\min z = f(d^{+}, d^{-})$，其基本形式有三种：

①恰好达到目标值,正、负偏差变量都尽可能地小, $\min z = f(d^{+}, d^{-})$

②不超过目标值，正偏差变量要尽可能地小，$\min z = f(d^{+})$

③超过目标值，负偏差变量要尽可能地小，$\min z = f(d^{-})$

根据上述理论，上面问题表示的模型为：

$$\min z = P_1 {d_1}^{-} + P_2 {d_2}^{+} + P_3 {d_3}^{-} + P_4 {d_4}^{+} + P_4 {d_5}^{+}$$

$$s.t.\begin{cases} 40x_1 + 30x_2 + 50x_3 + {d_1}^{-} - {d_1}^{+} = 3200 \\ x_1 - 1.5x_2 + {d_2}^{-} - {d_2}^{+} = 0 \\ x_3 + {d_3}^{-} - {d_3}^{+} = 30 \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 + {d_4}^{-} - {d_4}^{+} = 200 \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 + {d_5}^{-} - {d_5}^{+} = 200 \\ 4x_1 + 5x_2 + x_3 \le 360 \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 \le 300 \\ x_1, x_2, x_3 \ge 0 \end{cases}$$

目标函数的确定:利润不少于 3200,应该让${d_1}^{+}$尽量的大,即超出 3200 的部分尽量多，${d_1}^{-}$尽量小。

3、目标规划图解法

当目标规划问题中只包含两个决策变量时,可以用图解法进行求满意解。

目标规划图解法的计算步骤如下:

（1）对所有目标约束，去掉偏差变量，画出相应直线，然后标出偏差变量变化时直线平移方向。即：确定各约束条件的可行域，（包括目标约束和绝对约束），用箭头标出正、负偏差变量值增大的方向。

（2）确定第一有限级p_1各目标的解空间R_1

（3）转到下一个优先级p_J级个目标，确定它的“最佳”解空间R_J。

（4）在求解过程中，若解空间 R_J已缩小为一点，则结束求解过程，因为此时已没有进一步改进的可能。

（5）重复第（3）步和第（4）步过程，直到解空间缩小为一点，或者所有 L 个优先级都已搜索过，求解过程也结束。

例：某电视机厂装配黑白和彩色电视机，每装配一台电视机需占用装配线 1 小时，装配线每周计划开动 40 小时。预计市场每周彩色电视机的销量是 24 台，每台可获利 80 元；黑白电视机的销量是 30 台，每台可获利 40 元。该企业决策者确定的目标为：

第一优先级：充分利用装配线每周计划开动 40 小时；

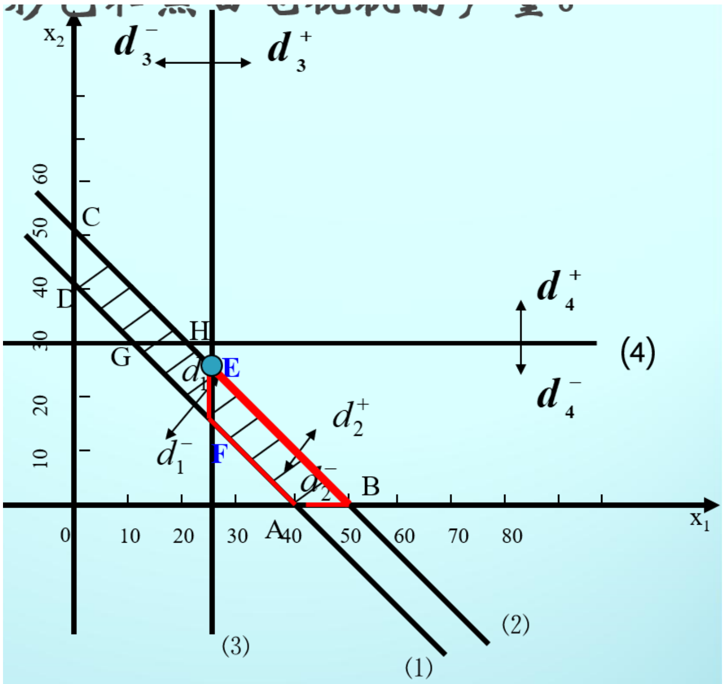
第二优先级：允许装配线加班；但加班时间每周尽量不超过 10 小时；

第三优先级：装配电视机的数量尽量满足市场需要。因彩色电视机的利润高，取其权数为 2。

试建立该问题的目标规划模型，并求解黑白和彩色电视机的产量。

$$\min Z = P_1 d_1^- + P_2 d_2^+ + P_3(2d_3^- + d_4^-)$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + d_1^- - d_1^+ = 40 \\ x_1 + x_2 + d_2^- - d_2^+ = 50 \\ x_1 \qquad + d_3^- - d_3^+ = 24 \\ \qquad x_2 + d_4^- - d_4^+ = 30 \\ x_1, x_2 \geq 0, d_i^+, d_i^- \geq 0 (i = 1 \cdots 4) \end{cases}$$



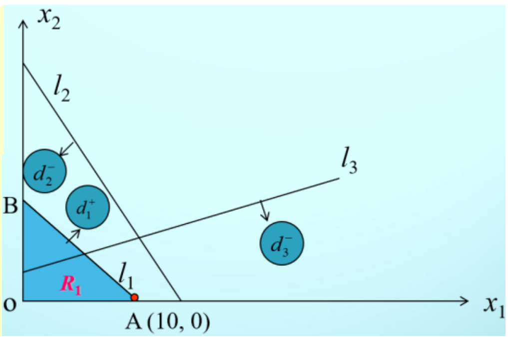
寻找可行域的方法：以直线（1）为例：当 x1 不变，x2 增加时，为了使原约束条件成立，则d_1^+增大，所以直线上方便是d_1^+所指的方向，而目标函数中写的是d_1^-，可行域的方向是d_1^-的反方向

注意：目标规划问题求解时，把绝对约束做最高优先级考虑。能依先后顺序都满足，则$z^*=0$，但在大多数问题中并非如此，会出现某些约束得不到满足，故将目标规划问题的最优解称为满意解。

求解下述问题：

$$\text{Min } Z = P_1 d_1^+ + P_2 d_2^- + P_3 d_3^-$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + d_1^- - d_1^+ = 10 & (l_1) \\ 2x_1 + x_2 + d_2^- - d_2^+ = 26 & (l_2) \\ -x_1 + 2x_2 + d_3^- - d_3^+ = 6 & (l_3) \\ x_1, x_2 \geq 0, d_i^-, d_i^+ \geq 0, (i=1,2,3) \end{cases}$$



考虑 P_2 级目标，由于直线 l_2 与 R_1 不相交，所以在 R_1 内无法使$d_2^-=0$，因此在不退化 P_1 级目标时，不可能使 P_2 级目标完全满足．这样 R_2 就缩为一点，因为在 R_1 中，使 d_2^- 达到最小的为 A 点，所以：$x^*=(10,0)$，

由于 R_2 仅含有一个点，所以对 P_3 级目标，我们已经无法进一步的选

择与考虑,可求得$d_3^- = 16$,即目标函数为:$min\ z = 6P_2 + 16P_3$， 此例中，之所以产生解域 R_2 退缩为一个点，从而无法使 P_2，P_3 级目标达成，是因为 P_2 级目标的期望值定得过高. 如果将它的目标值从 26 降到 14，则可考虑到 P_3 级目标，见下图.

$$\text{Min } Z = P_1 d_1^+ + P_2 d_2^- + P_3 d_3^-$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + d_1^- - d_1^+ = 10 & (l_1) \\ 2x_1 + x_2 + d_2^- - d_2^+ = 14 & (l_2) \\ -x_1 + 2x_2 + d_3^- - d_3^+ = 6 & (l_3) \\ x_1, x_2 \geq 0, d_i^-, d_i^+ \geq 0, (i = 1,2,3) \end{cases}$$

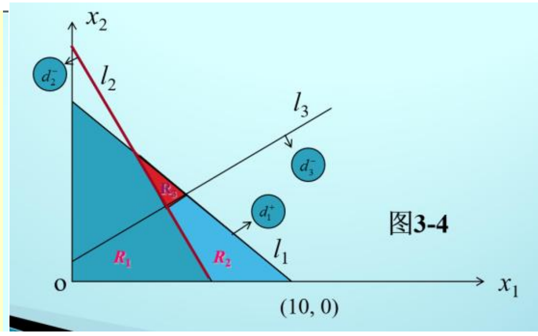


图3-4