1、0–1 规划：整数规划中的全部变量为 0 或 1 的逻辑变量

求解 0–1 规划的有效方法是隐枚举法，隐枚举法的实质是一种特殊的分支定界法，但一般用分支定界法求解整数规划时，替代问题是放松变量的整数约束，但用枚举法是，替代问题是在保持变量 0 或 1 的约束条件下先不考虑主要约束。

2、用枚举法求解 0–1 规划

$$\max z = 8x_1 + 2x_2 - 4x_3 - 7x_4 - 5x_5$$

$$s.t.\begin{cases} 3x_1 + 3x_2 + x_3 + 2x_4 + 3x_5 \le 4 \\ 5x_1 + 3x_2 - 2x_3 - x_4 + x_5 \le 4 \\ x_i = 0 \text{ 或 } 1 \end{cases}$$

解：在使用枚举法求解 0–1 规划问题时，首先要对目标函数，约束条件进行预处理。

首先，将目标函数换成 min，≤换成≥，如下：

$$\min z' = -8x_1 - 2x_2 + 4x_3 + 7x_4 + 5x_5$$

$$s.t.\begin{cases} -3x_1 - 3x_2 - x_3 - 2x_4 - 3x_5 \ge -4 \\ -5x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 - x_5 \ge -4 \\ x_i = 0 \text{ 或 } 1 \end{cases}$$

然后，将目标函数中系数为负的变量x_i化为系数为正的变量x_i'，其中$x_i = 1 - x_i'$（若$x_i = 0$，则$x_i' = 1$，若$x_i = 1$，则$x_i' = 1$）

故针对本问题，在目标函数x_1，x_2前的系数为负，则令$x_1 = 1 - x_1'$，$x_2 = 1 - x_2'$，带入目标函数和约束条件中，并重新排列变量在目标函数和约束条件中的先后顺序，使其在目标函数中的系数递增。可得：

$$\min z' = 2x_2' + 4x_3 + 5x_5 + 7x_4 + 8x_1' - 10$$

$$s.t.\begin{cases} 3x_2' - x_3 - 3x_5 - 2x_4 + 3x_1' \geq 2 \quad ① \\ -5x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 - x_5 \geq -4 \quad ② \\ x_i, x_i' = 0 \text{ 或 } 1 \end{cases}$$

在规格化后的 0-1 规划问题中令所有变量为 0，这时$z' = 10$，带入两个约束条件中检验是否满足，如果满足即为问题的最优解，否则转向下一步。

按在目标函数中排列顺序依次令各变量分别取 1 或 0，将问题分成两个子问题，分别检查是否满足两个约束条件，如果不满足则继续对变量取值为 1 的子问题分支，直到找出一个可行解为止。

（1）在本例中，先令$x_2' = 1$或$x_2' = 0$分成两个子问题，其中$x_2' = 0$这个分支边界值为 4-10=-6（4 是x_2'后面变量的系数），$x_2' = 1$这个分支的边界值为 2-10=-8，将$x_2' = 1$并令其余变量取值为 0 带入约束条件①②检查，由于不满足约束条件②，故为非可行解。

（2）从图中节点②出发，令$x_3 = 1$或 0 继续分成两个字问题，图中$x_2' = 1$，$x_3 = 0$，这个分支的边界值为$z' = 2 + 5 - 10 = -3$（5 是x_3后面变量的系数）；$x_2' = 1$，$x_3 = 1$这个分支的边界值为$z' = 2 + 4 - 10 = -4$. 当$x_2' = 1$，$x_3 = 1$并令其余变量为 0 时代入约束条件检查，发现两个约束条件都满足，故找出一个可行解。

注意：当发生下列三种情形之一时，该分支不再继续

（a）该问题的子问题为可行解，这时应该保留所有可行解中z'

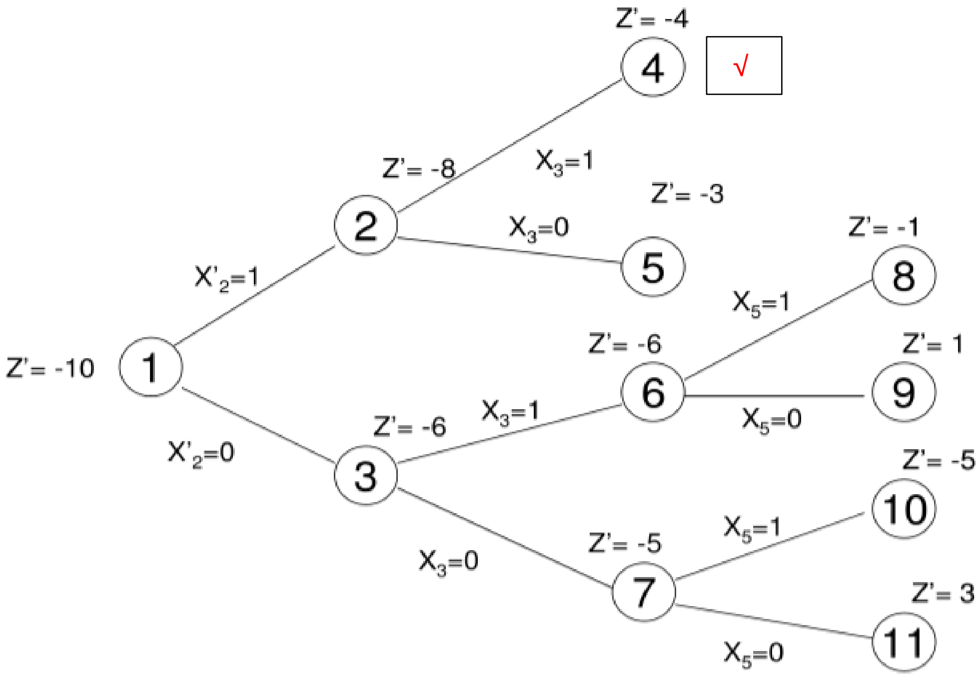
值最小的分枝，将可行解中边界值大的分枝剪去；

(b)不管是否为可行解，该分支边界值劣于保留下来的可行解值；

(c)当该分支中某些变量的值以确定的情况下，其余变量不管取什么值都无法满足一个或几个约束时，即该分支无可行解，试行剪支。

图中节点 5 代表的$z' = -3$，该分支属于情况（b）

对（a）（b）（c）三种情况以外的分支中找出边界值最小的分支再往下分，一直到除保留的分支外，其余全部被剪去为止，这时保留下来的分支的可行解结尾问题的最优解，全部计算过程如下图



图中除了节点 10 之外，所有节点处的z'值都大于-4，所以都应该被剪掉，而对于节点 10 我们可以发现，当$x_2' = 0$，$x_3 = 0$，$x_5 = 1$确定时，无论其他变量怎么取值都不能满足约束条件，因为属于情况 c，所以剪掉。

根据上图可知，问题的最优解为$x_2{}' = 1$，$x_3 = 1$， $x_5 = x_4 = x_2{}' = 0$

也即，$x_1 = 1, x_2 = 0$，$x_3 = 1$，$x_4 = 0$，$x_5 = 0$,带入原问题的目标函数中有$\max z = 4$