1、灵敏度分析就是分析研究模型参数的取值变化对最优解或者最优基的影响。

（1）模型参数在什么范围内将不至影响最优基？（参数规划）

（2）若最优解随参数的变化而变，则应如何用最简方法找到新最优解？

2、单纯形法的矩阵描述

在单纯形法的迭代中，我们注意到，迭代过程中主要应用了矩阵的行变换 ，如在某一行上诚意一个不等于 0 的乘数 k，或在某一行上乘以常数 k 加到另一行上。这种迭代过程相当于左乘一个相应的初等阵，而初等阵及其乘积为可逆矩阵。因此，约束方程系数矩阵的迭代实际上相当于左乘相应的可逆矩阵。

（1）约束方程系数矩阵的变化：约束方程稀疏矩阵$AX=b$,进行初等行变换，相当于左乘一个相应的初等阵。即$B^{-1}AX=B^{-1}b$，在 A 中所包含的矩阵 B，左乘B^{-1}后，则得到$B^{-1}B_0=E$

（2）约束方程右端项的变化 $b'=B^{-1}b$

（3）目标函数系数的变化：由$AX=b$,得到$B^{-1}AX=B^{-1}b$，两边左乘基变量的目标函数系数C_B，得到$C_BB^{-1}AX=C_BB^{-1}b$与$Z=AX$得到$Z=C_BB^{-1}b+(C-C_BB^{-1}A)X$

例子

$\max Z=2X_1+3X_2$

$$\text{s.t.}\begin{cases} x_1+x_2\le 3\\ x_1+2x_2\le 4\\ x_1,\ x_2\ge 0\end{cases}$$

化为标准形，并用单纯形法求解如下：

$$\begin{pmatrix}2 & -1\\ -1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4\\ 4\end{pmatrix}$$

$C_j\rightarrow$			2	3	0	0	θ_i
C_B	X_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	
0	x_3	4	1	1	1	0	3/1=3
0	x_4	4	1	[2]	0	1	4/2= 2
			1/2	0	0	-3/2	
2	x_1	4	1	0	2	-1	
3	x_2	0	0	1	-1	1	
c_j-z_j			0	0	-1	-1	

$CX = C_B b' = C_B B^{-1} b = Yb$

B^{-1}

$\sigma = C - C_B B^{-1} A = C - YA \le 0$

$-Y = -C_B B^{-1}$

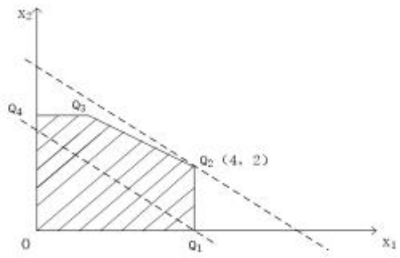
3、图解法灵敏度分析

以前讨论线性规划问题时，假定α_{ij}，b_i，c_j都是常数，但实际上这些系数往往是估计值和预测值。如市场条件一变，c_j值就会变化；α_{ij}往往是因工艺条件的改变而改变；b_i是根据资源投入后的经济效果决定的一种决策选择。显然，当线性规划问题中某一个或几个系数发生变化后，原来已得结果一般会发生变化。因此，所谓的灵敏度分析，是指当线性规划问题中的参数发生变化后，引起最优解如何改变的分析。

例子

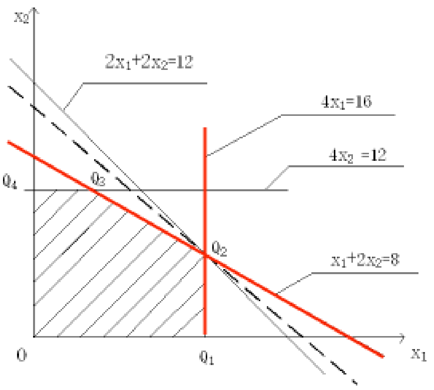
$$\max z = 2x_1 + 3x_2$$

$$s.t.\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 \le 12 \\ x_1 + 2x_2 \le 8 \\ 4x_1 \qquad \le 16 \\ \qquad 4x_2 \le 12 \\ x_j \ge 0 \quad j = 1,2,\cdots,5 \end{cases}$$



用图解法求得的最优解为Q（4，2）点。即生产甲产品4件，乙产品2件。

①考虑目标函数系数变化对例题中最优产量解有什么影响。甲产品的利润为 2 元，乙产品的利润为 3 元，如果其中一种产品的利润增加，公司就会增加该产品的产量，如果其中一种产品的利润减少，公司就会减少该产品的产量，但问题是，利润变化多少时，管理者才应该决定改变产量呢？每个目标函数都有一个最优范围，目标函数系数在此范围内变化，模型最优解保持不变。



- 只要目标函数直线的斜率处于直线 $x_1+2x_2=8$ 与直线 $4x_1=16$ 的斜率之间，Q2点就仍然是最优解的点。
- 目标函数直线的斜率 $z=C_1X_1+C_2X_2$ 的斜率 $-c_1/c_2$ 小于等于 -0.5
- 如果甲产品的单位利润不变，乙产品的单位利润改变，可得甲产品的利润范围 $c_1 \ge 1.5$.同理，乙产品的利润最优范围 $0 \le C_2 \le 4$。
- 当两个系数 C_1、C_2 都改变时，我们仍然可以用目标函数斜率的变化范围来确定最优解是否改变。
- 由于系数的改变，最优值z可能发生变化而不再是原值了。

②考虑约束条件右端值的变化对最优产量解的变化影响

约束条件右端值每增加一个单位引起的最优值的改进量称为对偶价格，对偶价格只适用于在右端值仅发生了很小变动的情况。

在其他系数不变的情况下，一些参数在一定范围内变化的最优解不变，但是如果一些参数变化较大，最优解就可能发生变化。这样就要问：这些参数在什么范围内变化时，问题的最优解（或最优基）不变，或者当这些参数中的一个或几个发生变化时，问题的最优解会有何变化。这就是灵敏度分析要解决的问题。

可以改变的参数有：

（1）b_i ---- 约束右端项的变化，通常称资源的改变

（2）c_j ---- 目标函数系数的变化，通常称为市场条件的变化

（3）p_j ---- 约束条件系数的变化，通常称工艺系数的变化

（4）其他变化有：增加一种新产品、增加一道新的工序等

对线性规划问题 $\max z = 2x_1+x_2$

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 \le 12 + \lambda_1 \\ 4x_1 \le 16 + \lambda_2 \\ 5x_2 \le 15 + \lambda_3 \\ x_1, x_2 \ge 0 \end{cases}$$

分别分析λ_1，λ_2，λ_3在什么范围内变化，问题的最优基不变。

由单纯形法，得出最终表如下：

			2	3	0	0	0
			x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
2	x_1	3	1	0	1/2	0	−1/5
0	x_4	4	0	0	−2	1	4/5
3	x_2	3	0	1	0	0	1/5
c_j-z_j			0	0	−1	0	−1/5

方法一：以λ_1为例，分析它的变化

$$\Delta b_1{}^* = B^{-1}\Delta b_1 = \begin{bmatrix} 1/2 & 0 & -1/5 \\ -2 & 1 & 4/5 \\ 0 & 0 & 1/5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \lambda_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\lambda_1 \\ -2\lambda_1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

使问题最优解不变的条件是:

$$X_B{}^* = B^{-1}b + \Delta b_1{}^* = \begin{bmatrix} 3+\frac{1}{2}\lambda_1 \\ 4-2\lambda_1 \\ 3 \end{bmatrix} \geq 0$$

由此解得$-6 \leq \lambda_1 \leq 2$

方法二：以λ_2为例，分析它的变化

$$X_B{}^* = B^{-1}b_2 = \begin{bmatrix} 1/2 & 0 & -1/5 \\ -2 & 1 & 4/5 \\ 0 & 0 & 1/5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 12 \\ 16+\lambda_2 \\ 15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4+\lambda_2 \\ 3 \end{bmatrix} \geq 0$$

由此解得$-4 \leq \lambda_2 \leq \infty$

方法三：由$\max\left\{\frac{-(B^{-1}b)_i}{\overline{a_{ir}}} \middle| \overline{a_{ir}} > 0\right\} \leq \Delta b_r \leq \min\left\{\frac{-(B^{-1}b)_i}{\overline{a_{ir}}} \middle| \overline{a_{ir}} < 0\right\}$

$\max\left\{\frac{-4}{\frac{4}{5}}, \frac{-3}{\frac{1}{5}}\right\} \leq \lambda_3 \leq \min\left\{\frac{-3}{-1/5}\right\}$，即$-5 \leqslant \lambda_3 \leqslant 15$

【注：$\overline{a_{ir}}$ 分别是 x_3, x_4, x_5 这一列的数】

例题

例： 已知线性规划问题

（1）求b_1, b_2, b_3分别在什么范围内变化时，原最优基不变。

（2）若b_2变为30，求新的最优解

$$\max \quad z = x_1 + x_2 + 3x_3$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 40 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 20 \\ x_2 + x_3 \leq 15 \\ x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

C_j		1	1	3	0	0	0	$B^{-1}b$
C_B	X_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
0	x_4	0	-2	0	1	-1	-1	5
1	x_1	1	1	0	0	1	-1	5
3	x_3	0	1	1	0	0	1	15
δ_j		0	-3	0	0	-1	-2	

(1) 由表知，最优基B，B^{-1}，X_B 分别为：

$$B=(p_4,p_1,p_3)=\begin{pmatrix}1&1&2\\0&1&1\\0&0&1\end{pmatrix},\quad B^{-1}=\begin{pmatrix}1&-1&-1\\0&1&-1\\0&0&1\end{pmatrix}$$

$$X_B=\begin{pmatrix}5\\5\\15\end{pmatrix},\quad b=\begin{pmatrix}40\\20\\15\end{pmatrix}$$

C_j		1	1	3	0	0	0	$B^{-1}b$
C_B	X_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
0	x_4	0	-2	0	1	-1	-1	5
1	x_1	1	1	0	0	1	-1	5
3	x_3	0	1	1	0	0	1	15
δ_j		0	-3	0	0	-1	-2	

另解：

$$X_B^*=B^{-1}b_1^*=\begin{bmatrix}1&-1&-1\\0&1&-1\\0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}40+\Delta b_1\\20\\15\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5+\Delta b_1\\5\\15\end{bmatrix}\geq 0$$

得 $\Delta b_1 \geqslant -5$ 即 $b_1 \geqslant 35$ 时，最优基不变

$$X_B^*=B^{-1}b_2^*=\begin{bmatrix}1&-1&-1\\0&1&-1\\0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}40\\20+\Delta b_2\\15\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5-\Delta b_2\\5+\Delta b_2\\15\end{bmatrix}\geq 0$$

得 $-5 \leqslant \Delta b_2 \leqslant 5$ 即 $15 \leqslant b_2 \leqslant 25$ 时，最优基不变

$$X_B^*=B^{-1}b_3^*=\begin{bmatrix}1&-1&-1\\0&1&-1\\0&0&1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}40\\20\\15+\Delta b_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}5-\Delta b_3\\5-\Delta b_3\\15+\Delta b_3\end{bmatrix}\geq 0$$

得 $-15 \leqslant \Delta b_3 \leqslant 5$ 即 $0 \leqslant b_3 \leqslant 20$ 时，最优基不变

（2）若b_2变为30，求新的最优解

$15 \leqslant b_2 \leqslant 25$时，最优基不变。变化后基变量的取值为：

$$X_B^* = B^{-1}b^* = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 40 \\ 30 \\ 15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 15 \\ 15 \end{pmatrix}$$

不是可行解，须替换原最优表中基变量的值，并采用对偶单纯形法继续求解，结果如下：

C_j		1	1	3	0	0	0	$B^{-1}b$
C_B	X_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
0	x_4	0	-2	0	1	-1	-1	5
1	x_1	1	1	0	0	1	-1	5
3	x_3	0	1	1	0	0	1	15
δ_j		0	-3	0	0	-1	-2	

C_j		1	1	3	0	0	0	$B^{-1}b$
C_B	X_B	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
0	x_4	0	-2	0	1	[-1]	-1	-5
1	x_1	1	1	0	0	1	-1	15
3	x_3	0	1	1	0	0	1	15
δ_j		0	-3	0	0	-1	-2	
0	x_5	0	2	0	-1	1	1	5
1	x_1	1	-1	0	1	0	-2	10
3	x_3	0	1	1	0	0	1	15
		0	-1	0	-1	0	-1	

最优解（10，0，15）最优值Z = 55

目标函数中价值系数c_j的变化分析

可以分别就c_j是对应的非基变量和基变量两种情况来讨论

（1）若c_j是非基变量x_j的系数，这是他在计算表中所对应的检验数是

$$\sigma_j = c_j - C_B B^{-1} P_j \text{或} \sigma_j = c_j - \sum_{i=1}^{m} a_{ij} y_i$$

当c_j变化Δc_j后，要保证最终表中这个检验数仍小于或等于零，即$\sigma_j' = c_j - C_B B^{-1} P_j \le 0$，那么$c_j + \Delta c_j \le Y P_j$，那么$\Delta c_j$的值必须小于或等于$Y P_j - c_j$，才可以满足原最优解条件，这就可以确定$\Delta c_j$的范围了。那么$\Delta c_r$可变化的范围是；

$$当\ \bar{a}_{rj} < 0, \Delta c_r \le \frac{\sigma_j}{\bar{a}_{rj}};\quad 当\ \bar{a}_{rj} > 0, \Delta c_r \ge \frac{\sigma_j}{\bar{a}_{rj}};$$

$$j = 1,2,\cdots,n$$

$$\max_j \left\{ \frac{\sigma_j}{\bar{a}_{rj}} \middle| \bar{a}_{rj} > 0 \right\} \le \Delta c_r \le \min_j \left\{ \frac{\sigma_j}{\bar{a}_{rj}} \middle| \bar{a}_{rj} < 0 \right\}$$

（2）若c_j是非基变量x_j的系数，在原最优解不变的条件下

$c_j \rightarrow$			2	$3+\Delta c_2$	0	0	0
C_B	X_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
2	x_1	4	1	0	0	0.25	0
0	x_5	4	0	0	-2	0.5	1
$3+\Delta c_2$	x_2	2	0	1	0.5	-0.125	0
c_j-z_j			0	0	$-1.5-\Delta c_2/2$	$\Delta c_2/8-1/8$	0

- 若保持原最优解，从表2-12的检验数行可见应有

$$-1.5 - \frac{\Delta c_2}{2} \le 0 \text{ 和 } \frac{\Delta c_2}{8} - \frac{1}{8} \le 0$$

- 由此可得$\Delta c_2 \geqslant -3$ 和$\Delta c_2 \leqslant 1$。

- Δc_2的变化范围为 $-3 \leqslant \Delta c_2 \leqslant 1$
- 即x_2的价值系数c_2可以在［0，4］之间变化，而不影响原最优解。

技术系数a_{ij}的变化

7.3 技术系数 α_{ij} 的变化

分两种情况来讨论技术系数 α_{ij} 的变化，下面以具体例子来说明。

- 例9　分析在原计划中是否应该安排一种新产品。以第1章例1为例。设该厂除了生产产品Ⅰ，Ⅱ外，现有一种新产品Ⅲ。已知生产产品Ⅲ，每件使用设备2台时，需消耗原材料A，B各为6kg，3kg；每件可获利5元。问该厂是否应生产该产品和生产多少?

目标函数 $\max z = 2x_1 + 3x_2$

$$约束条件:\begin{cases} x_1 + 2x_2 \le 8 \\ 4x_1 \le 16 \\ 4x_2 \le 12 \\ x_1, x_2 \ge 0 \end{cases}$$

$c_j \rightarrow$			2	3	0	0	0	
C_B	X_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	θ
2	x_1	4	1	0	0	1/4	0	
0	x_5	4	0	0	-2	1/2	1	
3	x_2	2	0	1	1/2	-1/8	0	
			0	0	-3/2	-1/8	0	

解　分析该问题的步骤是：

$c_j \rightarrow$			2	3	0	0	0	
C_B	X_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	θ
2	x_1	4	1	0	0	1/4	0	
0	x_5	4	0	0	-2	1/2	1	
3	x_2	2	0	1	1/2	-1/8	0	
			0	0	-3/2	-1/8	0	

- (1) 设生产产品II为 x_3' 台，其技术系数向量 $P_3' = (2,6,3)^T$ 然后计算最终表中对应 x_3' 的检验数

$$\sigma_3' = c_3' - C_B B^{-1} P_3' = 5 - (1.5, 0.125, 0)(2,6,3)^T$$
$$= 1.25 > 0$$

- 说明安排生产产品III是有利的。

(2) 计算产品III在最终表中对应 x_3' 的列向量

$$B^{-1}P_3' = \begin{pmatrix} 0 & 0.25 & 0 \\ -2 & 0.5 & 1 \\ 0.5 & -0.125 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.5 \\ 2 \\ 0.25 \end{pmatrix}$$

并将(1)，(2)中的计算结果填入最终计算表 1-5，得表 2-13(a)。

$c_j \rightarrow$			2	3	0	0	0	5
C_B	X_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	X_3'
2	x_1	4	1	0	0	0.25	0	1.5
0	x_5	4	0	0	2	0.5	1	[2]
3	x_2	2	0	1	0.5	-0.125	0	0.25
c_j-Z_j			0	0	-1.5	-0.125	0	1.25

由于b列的数字没有变化，原问题的解是可行解。
但检验数行中还有正检验数，
说明目标函数值还可以改善。

(3) 将x_3'作为换入变量，x_5作为换出变量，进行迭代，求出最优解。计算结果见表2-13(b)，这时得最优解：$x_1=1, x_2=1.5$，$x_3'=2$。总的利润为16.5元。比原计划增加了2.5元。

$c_j \rightarrow$			2	3	0	0	0	5
C_B	X_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_5'
2	x_1	1	1	0	1.5	-0.125	-0.75	0
0	x_3'	2	0	0	-1	0.25	0.5	1
3	x_2	1.5	0	1	0.75	-0.1875	-0.125	0
c_j-Z_j			0	0	-0.25	-0.4375	-0.625	0

当一种产品的技术系数发生改变时

例10　分析原计划生产产品的工艺结构发生变化。仍以第1章例1为例，若原计划生产产品Ⅰ的工艺结构有了改进，这时有关它的技术系数向量变为$P_1'=(2,5,2)^T$，每件利润为4元，试分析对原最优计划有什么影响？

目标函数　$\max z=\boxed{4}x_1+3x_2$

$$
约束条件:\begin{cases}\boxed{2}x_1+2x_2\le 8\\ \boxed{5}x_1\qquad\le 16\\ \boxed{2x_1+}4x_2\le 12\\ x_1,x_2\ge 0\end{cases}
$$

$c_j \rightarrow$			2	3	0	0	0	
C_B	X_B	b	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	θ
2	x_1	4	1	0	0	1/4	0	
0	x_5	4	0	0	-2	1/2	1	
3	x_2	2	0	1	1/2	-1/8	0	
			0	0	-3/2	-1/8	0	

解　把改进工艺结构的产品Ⅰ看作产品Ⅰ′，设x_1'为其产量。于是在原计算的最终表中以x_1'代替x_1，计算对应x_1'的列向量。

。

$$B^{-1}P_1' = \begin{pmatrix} 0 & 0.25 & 0 \\ -2 & 0.5 & 1 \\ 0.5 & -0.125 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.25 \\ 0.5 \\ 0.375 \end{pmatrix}$$

同时计算出x_1'的检验数为

$c_1' - C_B B^{-1} P_1' = 4-(1.5, 0.125, 0)(2, 5, 2)^T = 0.375$

将以上计算结果填入最终表x_1'的列向量位置.

得表2-14。

$c_j \rightarrow$			4	3	0	0	0
C_B	X_B	b	x_1'	x_2	x_3	x_4	x_5
2	x_1	4	1.25	0	0	0.25	0
0	x_5	4	0.5	0	-2	0.5	1
3	x_2	2	0.375	1	0.5	-0.125	0
c_j-z_j			0.375	0	-1.5	-0.125	0

可见x_1'为换入变量，x_1为换出变量，经过迭代。

表 2-15

$c_j \rightarrow$			4	3	0	0	0
C_B	X_B	b	x_1'	x_2	x_3	x_4	x_5
4	x_1'	3.2	1	0	0	0.2	0
0	x_5	2.4	0	0	-2	0.4	1
3	x_2	0.8	0	1	0.5	-0.2	0
c_j-z_j			0	0	-1.5	-0.2	0

表2-15表明原问题和对偶问题的解都是可行解。所以表中的结果已是最优解。即应当生产产品Ⅰ′，3.2单位；生产产品Ⅱ，0.8单位。可获利15.2元。
注意：若碰到原问题和对偶问题均为非可行解时，就需要引进人工变量后重新求解。

例11　假设例10的产品Ⅰ′的技术系数向量变为$P_1' = (4,5,2)^T$，而每件获利仍为4元。试问该厂应如何安排最优生产方案？

- **解**　方法与例10相同，以x_1'代替x_1，并计算列向量

$$B^{-1}P_1' = \begin{pmatrix} 0 & 0.25 & 0 \\ -2 & 0.5 & 1 \\ 0.5 & -0.125 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1.25 \\ -3.5 \\ 1.375 \end{pmatrix}$$

x_1'的检验数为
$c_1' - C_B B^{-1} P_1' = 4 - (1.5, 0.125, 0)(4,5,2)^T = -2.625$。
将这些数字填入最终表1-15的x_1列的位置，得到表2-16。

表 2-16

$c_j \rightarrow$			4	3	0	0	0
C_B	X_B	b	x_1'	x_2	x_3	x_4	x_5
2	x_1	4	1.25	0	0	0.25	0
0	x_5	4	-3.5	0	-2	0.5	1
3	x_2	2	1.375	1	0.5	-0.125	0
$c_j - z_j$			-2.625	0	-1.5	-0.125	0

将表2-16的x_1'变换为基变量，替换x_1，得表2-17。

表 2-17

$c_j \rightarrow$			2	3	0	0	0
C_B	X_B	b	x_1'	x_2	x_3	x_4	x_5
4	x_1'	3.2	1	0	0	0.2	0
0	x_5	15.2	0	0	-2	1.2	1
3	x_2	-2.4	0	1	0.5	-0.4	0
c_j-Z_j			0	0	-1.5	0.4	0

从表2-17可见原问题和对偶问题都是非可行解。于是引入人工变量x_6。

因在表2-17中x_2所在行，用方程表示时为

$$0x_1' + x_2 + 0.5x_3 - 0.4x_4 + 0x_5 = -2.4$$

- 引入人工变量x_6后，便为

$$-x_2 - 0.5x_3 + 0.4x_4 + x_6 = 2.4$$

- 将x_6作为基变量代替x_2，填入表2-17，得到表2-18。

表 2-18

$c_j \rightarrow$			4	3	0	0	0	-M
C_B	X_B	b	x_1'	x_2	x_3	x_4	x_5	X_6
4	x_1'	3.2	1	0	0	0.2	0	0
0	x_5	15.2	0	0	-2	1.2	1	0
-M	x_6	2.4	0	-1	-0.5	0.4	0	1
c_j-Z_j			0	3-M	-0.5M	-0.8+0.4M	0	0

- 这时可按单纯形法求解。
- X_4为换入变量，x_6为换出变量。经基变换运算后，得到表2-19的上表。
- 在表2-19的上表中，确定x_2为换入变量，x_5为换出变量。经基变换运算后，得到表2-19的下表。
- 此表的所有检验数都为非正，已得最优解。最优生产方案为生产产品Ⅰ′，0.667单位；产品Ⅱ，2.667单位，可得最大利润10.67元。

表 2-19

$c_j \rightarrow$			4	3	0	0	0	-M
C_B	X_B	b	x_1'	x_2	x_3	x_4	x_5	X_6
4	x_1'	2	1	0.5	0.25	0	0	0.5
0	x_5	8	0	[3]	-0.5	0	1	-3
0	x_4	6	0	1	-1.25	1	0	2.5
c_j-z_j			0	1	-1		0	-M+2
4	x_1'	0.667	1	0	0	0	-0.33	0
3	x_2	12.667	0	0	-2	0	0.33	-1
0	x_4	12.667	0	1	0.5	1	0.83	0
c_j-z_j			0	3-M	-0.5M	0	-0.33	-M+3