c) $f(x,y) = y^3 + 3x^2y - 6x^2 - 6y^2 + 2$

$\begin{cases} f_x(x,y) = 0 \\ f_y(x,y) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6xy - 12x = 0 \\ 3y^2 - 12y + 3x^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x(y-2) = 0 \\ y^2 - 4y + x^2 = 0 \end{cases}$

Với $x = 0 \Rightarrow 3y^2 - 12y = 0$ $\left[\begin{array}{l} y = 0 \\ y = 4 \end{array}\right.$

$y = 2 \Rightarrow 3x^2 - 12x = 0$ $\left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -2 \end{array}\right.$

Điểm dừng của f là $(0,4), (0,0), (-2,2), (2,2)$

$D(x,y) = f_{xx} \cdot f_{yy} - f_{xy}^2 = (6y-12)(6y-12) - (6x)^2$

$D(0,4) = 144 > 0$ & $f_{xx}(0,4) = 12 > 0 \Rightarrow (0,4)$ đ' cực tiểu

$D(0,0) = 144 > 0$ & $f_{xx}(0,0) = -12 < 0 \Rightarrow (0,0)$ đ' cực đại

$D(-2,2) = -144 < 0$ nên $(-2,2)$ là đ' yên ngựa

$D(2,2) = -144 < 0$ nên $(2,2)$ là đ' yên ngựa

d) $f(x,y) = xy(1-x-y)$

$f_x(x,y) = y - 2xy - y^2$

$f_y(x,y) = x - x^2 - 2xy$ $\Rightarrow \begin{cases} y - 2xy - y^2 = 0 \\ x - x^2 - 2xy = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (y-x)(1-2x-y) = 0 \\ x - x^2 - 2xy = 0 \end{cases}$

Với $x = y \Rightarrow y - y^2 - 2y^2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = y = 0 \\ x = y = \frac{1}{3} \end{cases}$

Với $x = 1 - y \Leftrightarrow y = 1 - x$.

$\Rightarrow x - x^2 - 2x(1-x) = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \rightarrow y = 0 \\ x = 0 \rightarrow y = 1 \end{array}\right.$

Các đ' dừng của f là $(0,0)$, $\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$, $(1,0)$, $(0,1)$

$$D(x,y) = (-2y)(2x) - (1-2x-2y)^2$$
$$= 4xy - (1-2x-2y)^2$$

$D(0,0) = -1 < 0$ nên $(0,0)$ là đ' yên ngựa

$D\left(\frac{1}{3},\frac{1}{3}\right) = 1/3 > 0$ và $f_{xx}\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right) = -\frac{2}{3} < 0$ nên đ' cực đại

$D(1,0) = -1 < 0$ nên $(1,0)$ là đ' yên ngựa

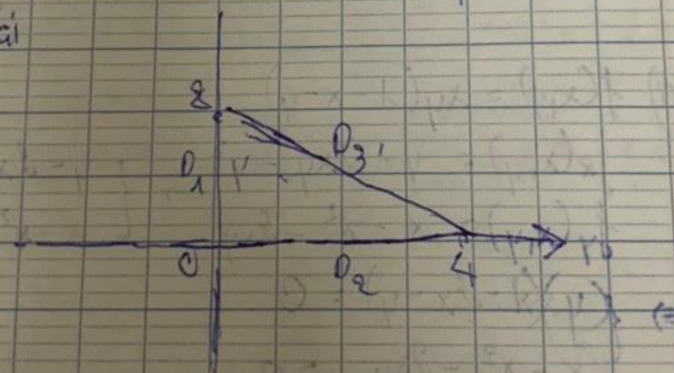
$D(0,1) = -1 < 0$ nên $(0,1)$ là đ' yên ngựa

Câu 2.

a) $f(x,y) = x,y$ D là miền tam giác đóng với các đỉnh $(0,0)$, $(0,2)$, $(4,0)$

$$\begin{cases} f_x(x,y) = 0 \\ f_y(x,y) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - y = 0 \\ 1 - x = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

GT tại



BÚT CẦU

Trên D_1 : $x = 0$, $0 \le y \le 2$.

$f(0, y) = y$

$\Rightarrow$ GTCT của $f = 0$.

GTCĐ của $f = 2$

Trên D_2 : $y = 0$, $0 \le x \le 4$.

$f(x, 0) = x$.

$\Rightarrow$ gtct của $f = 0$

gtcđ của $f = 4$

Trên D_3 : $y = -\frac{1}{2}x + 2$, $0 \le x \le 4$

$f(x, y) = \frac{1}{2} - \frac{3}{2}x + 2$.

$\Rightarrow f'(x, y) = x - \frac{3}{2} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = \frac{5}{4} \end{cases}$.

$f(3/2, 5/4) = 7/8$.

gtct của $f = f\left(\frac{3}{2}, \frac{5}{4}\right) = \frac{7}{8}$.

gtcđ của $f = f(4, 0) = 4$

Vậy gtctlđ của f trên $D = f(0, 0) = 4$

gtcđlđ của f trên $D = f(4, 0) = 4$.

đ cực đại

đỉnh

b) $f(x,y) = x^4 + y^4 - 4xy + 2$.

$D = \{(x,y) \mid 0 \le x \le 3,\ 0 \le y \le 2\}$

Vì f là đa thức nên liên tục trong hcn đóng & bị chặn D nên f có gtcđtđ & gtcttđ.

$$\begin{cases} f_x(x,y) = 0 \\ f_y(x,y) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x^3 - 4y = 0 \\ 4y^3 - 4x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x^3 \\ \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right. \end{cases}$$

⇒ Ta được các đ dừng $(0;0)$, $(1,1)$, $(-1,-1)$

$f(0,0) = 2$; $f(1,1) = 0$, $f(-1,-1) = 0$

Trên L_1, $y = 0$:

$f(x,0) = x^4 + 2$, $0 \le x \le 3$

gtct của x là $f(0,0) = 2$

gtcđ của x là $f(3,0) = 83$

Trên L_2 có $x = 3$

$f(3,y) = 4y^3 - 12 = 0 \Rightarrow y = \sqrt[3]{3}$

$f(3, \sqrt[3]{3}) = (\sqrt[3]{3})^4 - 12\sqrt[3]{3} + 83 \to$

gtct : $(\sqrt[3]{3})^4 - 12\sqrt[3]{3} + 83$

gtcd . 83.

Trên L_3 $y = 2$.

$f(x, 2) = x^4 - 8x + 18$ $(0 \le x \le 3$

$f(x, 2) = 4x^3 - 8 \Rightarrow x^3 = 2 \to x = \sqrt[3]{2}$.

$f(\sqrt[3]{2}, 2) = (\sqrt[3]{2})^4 - 8\sqrt[3]{2} + 18$.

gt f tại 2 đầu mút . $f(0, 2) = 18$ $f(3, 2) = 75$.

gtct : $f(\sqrt[3]{2}, 2) = (\sqrt[3]{2})^4 - 8\sqrt[3]{2} + 18$.

gtcd : $f(3, 2) = 75$

Trên L_4, $x = 0$.

$f(0, y) = y^4 + 2$, $0 \le y \le 2$.

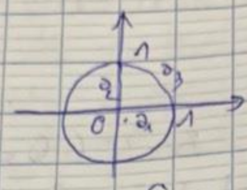
gtct : $f(0, 0) = 2$

gtcd : $f(0, 2) = 18$.

gtcttd là $f(1, 1) = 0$

gtcdtd là $f(3, 0) = 83$

c) $f(x,y) = xy^2$. $D = \{(x,y) \mid x \geq 0, y \geq 0 ; x^2+y^2 \leq 1\}$



$$\begin{cases} f_x = 0 \\ f_y = 0 \\ x,y > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ x,y > 0 \ \& \ x^2+y^2 < 1 \end{cases} \text{(loại)}$$

Trg D k° có đ dừng.

$\partial_1 \ \{(x;0) \mid 0 \leq x \leq 1\}$.

$\partial_2 = \{(0;y) \mid 0 \leq y \leq 1$

$\partial_3 = \{(x,y) \mid y = 1-x^2, x>0, y>0\}$

$\forall (x,y) \in \partial_1 : f(x,0) = 0$.

$\min f = \max f = 0$.

$\forall (x,y) \in \partial_2 : f(0,y) = 0$

$\min f = \max f = 0$

$\forall (x,y) \in \partial_3$

$f(x,y) = x(1-x^2) = x - x^3 =: g(x)$

$g'(x) = 1 - 3x^2$

$$\begin{cases} g'(x) = 0 \\ 0 < x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$+y^2 = 1\}$

$g(0) = 0$, $g(1) = 0$, $g\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

min $= 0$

max $= \frac{2\sqrt{3}}{9}$

gtcđtđ $= 0$

gtlđtđ $= \frac{2\sqrt{3}}{9}$