

统计学习实验三：Logistics Regression

王嗣萱 2018110601014

1 实验原理

1.1 Logistic 分布

Logistic 分布是一种连续型的概率分布，其分布函数和密度函数分别为：

$$F(x) = P(X \leq x) = \frac{1}{1 + e^{-(x-\mu)/\gamma}}$$
$$f(x) = F'(X \leq x) = \frac{e^{-(x-\mu)/\gamma}}{\gamma(1 + e^{-(x-\mu)/\gamma})^2}$$

其中， μ 表示位置参数， γ 为形状参数。我们可以看下其图像特征：

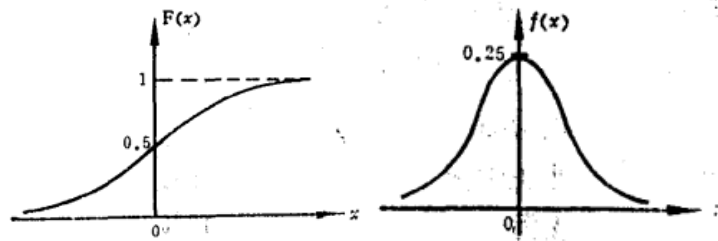


图 1: Logistic 分布

Logistic 分布是由其位置和尺度参数定义的连续分布。Logistic 分布的形状与正态分布的形状相似，但是 Logistic 分布的尾部更长，所以我们可以使用 Logistic 分布来建模比正态分布具有更长尾部和更高波峰的数据分布。在深度学习中常用到的 Sigmoid 函数就是 Logistic 的分布函数在 $\mu = 0, \gamma = 1$ 的特殊形式。

1.2 Logistic 回归

本次实验中考虑‘0’，‘1’的二分类问题，即一个伯努利分布

$$P(y = 1|x; \theta) = h_{\theta}(x)$$

$$P(y = 0|x; \theta) = 1 - h_{\theta}(x)$$

可以将其合并为一个表达式：

$$P(y|x; \theta) = (h_{\theta}(x))^y (1 - h_{\theta}(x))^{1-y}$$

logistic regression 的目标函数是根据最大似然思想求得的。似然函数为：

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^n (h_{\theta}(x^i))^{y^i} (1 - h_{\theta}(x^i))^{1-y^i}$$

对 $L(\theta)$ 求对数可以得到：

$$l(\theta) = -\log L(\theta) = -\sum_{i=1}^n [y^i \log(h_{\theta}(x^i)) + (1 - y^i) \log(1 - h_{\theta}(x^i))]$$

使用 $J(\theta) = \frac{1}{n} l(\theta)$ 作为 logistic regression 的目标函数

1.3

2 Python 代码实现

3 结果及图形展示

4 总结体会