

Kittipong Tapyou 65070501003

Homework 08 : Blurring and restoration

During acquisition, an image undergoes uniform linear motion in the vertical direction for a time T_1 . The direction of motion then switches to the horizontal direction for a time interval T_2 . Assuming that the time it takes the image to change directions is negligible, and that shutter opening and closing times are negligible also

Expression for the blurring function $H(u,v)$

$$Y(u, v) = G(u, v) \times H(u, v)$$

เมื่อนำรูปภาพมาแปลงให้อยู่ใน frequency space $G(u, v)$ จากนั้นทำการ blur รูปภาพโดยใช้ Linear motion blur degradation function $H_1(u, v)$ ซึ่งเป็นการ blur แนวตั้ง โดยมี parameter คือ T_1 และ a และในขณะที่ shutter ถูกเปิดอยู่นั้น ก็ได้มีการขยับอีกแกนหนึ่งคือ แกนนอน ด้วย $H_2(u, v)$ โดยมี parameter คือ T_2 และ b

$$H(u, v) = H_1(u, v) + H_2(u, v)$$

หากการ blur นั้นเป็นการขยับในระยะเวลาของ shutter เดียวกัน(ตีความจาก shutter opening and closing times are negligible also)จะให้ได้ blurring function ดังสมการด้านบน (เพิ่มเติม : หากการ blur นั้นเกิดขึ้นในลำดับ shutter ที่ต่างกัน จะสามารถเขียนในรูปของผลคูณของ H)

$$H(u, v) = \frac{T_1}{\pi u a} \sin(\pi u a) e^{-j\pi u a} + \frac{T_2}{\pi v b} \sin(\pi v b) e^{-j\pi v b}$$

และเมื่อทำการคูณกับภาพต้นฉบับ เพื่อให้ได้ภาพเบลอ จะได้ภาพจากสมการด้านล่าง

$$Y(u, v) = G(u, v) \times \frac{T_1}{\pi u a} \sin(\pi u a) e^{-j\pi u a} + \frac{T_2}{\pi v b} \sin(\pi v b) e^{-j\pi v b}$$

หมายเหตุ : หาก T_1 และ T_2 มีค่ามากเกินไป ภาพที่ได้จะมีความสว่างมาก (แสงเข้าเยอะ)

The blurring on the cameraman image



โดยที่ $T_1 = 0.6$, $a = 0.2$ และ $T_2 = 0.4$, $a = 0.4$

How the blurred image can be restored ?

$$Y(u, v) = G(u, v) \times H(u, v) + N(u, v)$$

หากพิจารณาสมการ restoration จะพบว่าภาพที่มีการ blur นั้นเกิดจากการผ่าน degradation จากนั้นจะมีการผสมกับ noise $N(u, v)$ ทำให้หากเราต้องการทำ restoration กับภาพทั่วไปนั้น นอกจากที่เราจะต้องทราบ degradation function แล้ว ยังต้องทราบ noise function อีกด้วย เพื่อให้ได้รูปที่ต้องการ $g(x, y) \iff G(u, v)$ ตามสมการด้านล่าง

$$G(u, v) = \frac{Y(u, v) - N(u, v)}{H(u, v)}$$

แต่หากพิจารณาเพียงแค่สมการจาก section ด้านบน $Y(u, v) = G(u, v) \times H(u, v)$ เราจะพบว่าภาพ blur $y(x, y) \iff Y(u, v)$ ที่เกิดจากการสังเคราะห์นั้น ไม่มี noise ก็ยังสามารถทำการ restore ได้โดยจากสมการด้านล่าง

$$G(u, v) = \frac{Y(u, v)}{H(u, v)}$$

ซึ่งจากเราสามารถที่จะหา blurring function $H(u, v)$ ได้ หากภาพที่ได้เป็นภาพที่มาจาก blur ที่เกิดจาก shutter (สมการด้านล่าง) ก็สามารถแก้สมการได้ โดยมี parameter ที่ต้องหาเพียงแค่ 3 ตัวคือ a , b และ T ซึ่งสามารถ trail and error ได้ หรือสามารถใช้ iterative improvement strategies ในการแก้ปัญหาได้

$$H(u, v) = \frac{T}{\pi(ua+vb)} \sin(\pi(ua+vb)) e^{-j\pi(ua+vb)}$$

แต่ในกรณีของการที่ภาพของเราผ่านกระบวนการ degradation หลายรอบ ก็จะต้อง หา parameter จำนวน 3" ตัว เมื่อ n คือจำนวนครั้งของการทำ degradation และสามารถ restore รูปภาพได้จากสมการด้านล่าง

$$G(u, v) = \frac{Y(u, v)}{H_1(u, v) \times H_2(u, v) \times \dots \times H_n(u, v)}$$

เช่นเดียวกับ ในกรณีของ Linear motion blur degradation ในงานนี้ที่มีการ degrade หลายทิศทางแบบ sequential ในลำดับ shutter เดียวกัน ก็สามารถ restore ได้จากสมการด้านล่าง

$$G(u, v) = \frac{Y(u, v)}{H_1(u, v) + H_2(u, v) + \dots + H_n(u, v)}$$

Provided Code

In[151]:=

img =



;

grayImg = ColorConvert[img, "Grayscale"];

In[193]:=

```
fftFreq[n_Integer] :=
  If[EvenQ[n],
    Join[Range[0, n/2 - 1], Range[-n/2, -1]],
    Join[Range[0, (n - 1)/2], Range[-(n - 1)/2, -1]]
  ]
fftFreq[10]
```

Out[194]=

{0, 1, 2, 3, 4, -5, -4, -3, -2, -1}

ทำการสร้าง sampling factor ที่ใช้สำหรับการ sampling u, v ซึ่ง DC อยู่ที่ตำแหน่ง 0,0 และ information มีแค่ครึ่งเดียว ทำให้ต้องสร้างตั้งแต่ 0 ถึง Floor($n/2$) และ -Ceil($n/2$) ถึง -1

In[199]:=

```

LinearMotionBlurDeg[f_, a_, b_, t_] := Module[{dim, H, U, V, i, j, θ},
  dim = Dimensions[f];
  U = fftFreq[dim[[1]]];
  V = fftFreq[dim[[2]]];
  H = ConstantArray[0, dim];
  For[i = 1, i ≤ dim[[1]], i++,
    For[j = 1, j ≤ dim[[2]], j++,
      θ = (U[[i]] * a) + (V[[j]] * b);
      H[[i, j]] = t * Sinc[π * θ] * Exp[-I * π * θ]
    ]
  ];
  Return[H]
]

```

ด้านบนเป็น function สำหรับการสร้าง Linear motion blur degradation function แบบสองแกนพร้อมกัน(รองรับการเคลื่อนที่แนวเฉียง)

In[218]:=

```

H1 = LinearMotionBlurDeg[fImg, 0.2, 0, 0.6];
H2 = LinearMotionBlurDeg[fImg, 0, 0.4, 0.4];

```

สร้าง filter โดยที่ $T_1 = 0.6$, $a = 0.2$ และ $T_2 = 0.4$, $a = 0.4$

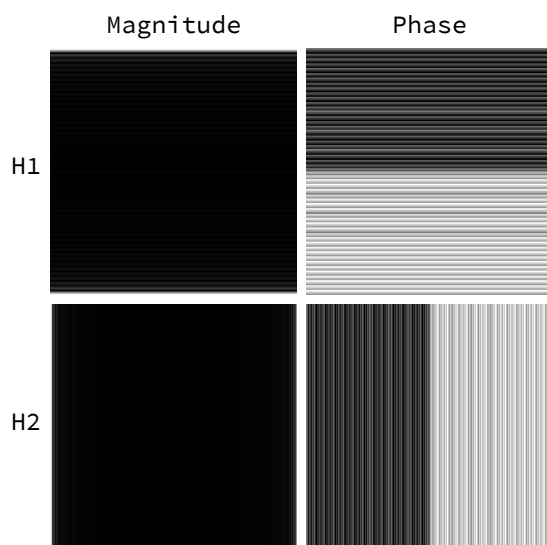
In[220]:=

```

Grid[
  {
    {" ", "Magnitude", "Phase"},
    {"H1", ImageAdjust[Image[Abs[H1]]], ImageAdjust[Image[Arg[H1]]]},
    {"H2", ImageAdjust[Image[Abs[H2]]], ImageAdjust[Image[Arg[H2]]]}
  }
]

```

Out[220]=



ตัวอย่าง magnitude และ phase ของ H1 และ H2

In[221]:=

```
blurImg = fImg * (H1 + H2);
Image[Re[InverseFourier[blurImg]]]
```

Out[222]=



ภาพการทำ Linear motion blur แบบ sequential ในลำดับ shutter เดียวกัน

In[223]:=

```
Image[Re[InverseFourier[blurImg / (H1 + H2)]]]
```

Out[223]=



ตัวอย่างของการทำ restoration เมื่อเราทราบ blurring function และไม่มี noise