

## The Iteration Method

The Iteration Method, yinelemeli bir şekilde n'inci yaklaşımın önceki adımlardan türetildiği bir problem sınıfı için yaklaşık çözümlerle daha iyi bir dizi oluşturmak için bir başlangıç değeri kullanan matematiksel yaklaşımdır. Numerik Analizde(fixed point iteration) ve Bilgisayar Biliminde bolca kullanılır.

Benzer adımlar izlenerek her adımda hata payı azalır ve mükemmel çözüme yaklaşılr. Adından da anlaşılacağı üzere yinelemeli olması her bir adımda çözüme yaklaşıp yaklaşılamayacağının göstergesidir.

Numerik Analizde kullandığımız Fixed Point Iteration üzerinden Matlab kullanarak örnek verecek olursak

```

1 - clear all;close all;clc
2 - fprintf('Fixed Point yöntemini kullanarak f(x)= x-2^(-2x) denkleminin köklerini bulma \n');
3 - x1=0;
4 - tol=0.1;
5 - fprintf('Iter      x1      x2      Ea      ear      \n')
6 - for i=1:50
7 -     x2=2^(2*-x1);
8 -     Ea = abs(x2-x1);
9 -     ear=Ea / abs(x2);
10 -    fprintf('%4.1f      %7.4f      %7.4f      %7.4f      %7.4f\n',i,x1,x2,Ea,ear);
11 -    if abs(x2-x1)<tol
12 -        break;
13 -    else
14 -        x1=x2;
15 -    end
16 - end
17 - disp('Denklemin Kökü');
18 - disp([x2])

```

Command Window

```

Fixed Point yöntemini kullanarak f(x)= x-2^(-2x) denkleminin köklerini bulma
Iter      x1      x2      Ea      ear
1.0      0.0000      1.0000      1.0000      1.0000
2.0      1.0000      0.2500      0.7500      3.0000
3.0      0.2500      0.7071      0.4571      0.6464
4.0      0.7071      0.3752      0.3319      0.8845
5.0      0.3752      0.5944      0.2192      0.3688
6.0      0.5944      0.4387      0.1558      0.3551
7.0      0.4387      0.5444      0.1057      0.1942
8.0      0.5444      0.4702      0.0742      0.1579
Denklemin Kökü
0.4702
fx >>

```

Her iterasyon direkt olarak bizi köke yaklaştırmasa da çözüme yaklaştırmıştır sonucuna ulaşabiliriz.

## The Substitution Method

Türkçesi Yerine Koyma Methodu olarak geçen bu method esasında çok basit gözükse de pekçok yaklaşımda kullanılır ve çok işlevseldir.

Denklem sistemi üzerinde inceleyecek olursak;

$7x+10y=36$  ;  $-2x+y=9$  şeklinde iki denklemimiz olsun.

$y$ 'yi çekelim----- $\rightarrow y=2x+9$

1.denklemde  $y$  yerine yeni ifademizi yazalım.

$7x+10(2x+9)=36$ ----- $\rightarrow 27x+90=36$ ----- $\rightarrow x=-2$

$x$ 'i de yerine koyarak  $y=-5$ 'e ulaşılır denklem sisteminin çözümünü bulmuş oluruz.

Bu method Bilgisayar Biliminde nasıl ve nerede kullanılır sorusuna ise Kriptolojide Substitution Cipher(Yerine Koyma Şifrelemesi) şeklinde cevap verebiliriz.

Yerine koyma şifrelemesinde amaç bir alfabede bulunan karakterlerin her birinin yerine aynı alfabeden farklı bir karakter koyarak şifreleme oluşturmaktır. Buna göre bir tablo oluşturularak her karaktere karşılık gelen alternatif karakter tabloda tutulur. Mesajı şifrelemek için tablo yardımıyla her karakter teker teker çevrilir. Şifrelenmiş mesajı açılmak isteniyorsa ise tersi durum uygulanır.

Basit bir örnekle açıklayacak olursak 10 karakterlik bir tabloyu ele alalım.

A	1
E	2
İ	3
O	4
U	5
K	6
L	7
M	8
G	9
S	0

“Kalem” yazmak isteyen bir kişi harflerin sayı karşılığını alacaktır ve “61728” şeklinde şifreleyecektir.

Tersi durumda ise sayısal karşılığını bulup harfleri elde edecektir.”03793” şeklinde karşısına çıkan kodun “silgi” karşılığı olduğunu anlayacaktır.

## Master Theorem

Özyineleme içeren algoritmalarda dolayısıyla da böl ve yönet (divide and conquer) algoritmasında kullanılabilen; algoritmanın zaman karmaşıklığı hakkında bilgi veren bir teoremdir.

Ana Metod (The Master Method) Ana method aşağıda belirtilen yapıdaki yinelemelere uygulanır:

$$T(n) = at(n/b) + f(n),$$

burada  $a \geq 1$ ,  $b > 1$ , ve  $f$  asimptotik olarak pozitifdir.

$T(n)$  bir algoritmanın çalışma süresidir.  $n/b$  boyutunda  $a$  tane alt problem recursive olarak çözülür ve her biri  $T(n/b)$  süresindedir.  $f(n)$  problemin bölünmesi ve sonuçların birleştirilmesi için geçen süredir.

Merge-sort için  $T(n)=2T(n/2)+ (n)$  yazılabilir.

**Master Theorem** If  $f(n) \in \Theta(n^d)$  where  $d \geq 0$  in recurrence

$$T(n) \in \begin{cases} \Theta(n^d) & \text{if } a < b^d, \\ \Theta(n^d \log n) & \text{if } a = b^d, \\ \Theta(n^{\log_b a}) & \text{if } a > b^d. \end{cases}$$

Ana problemin çözülmesine yardımcı olabilecek üç kural vardır:

- A tanımlanmalı
- B tanımlanmalı
- Teta belirlenmeli ardından epsilon seçilmeli

Bazen hesaplamaların işlevi aynı kuralla sonuçlanır ve işlevleri eşleştirmek için epsilon kullanılmaz.

Ana yöntem, yineleme ağacına benzetilebilir. Ağacı kolayca genişletebilir ve ağacın ve ana yöntemin benzerliğini bulunabilir. Yineleme ağacında her seviyede yapılan işi hesaplamamız gerekir. Dolayısıyla, izin düğümleri tarafından yapılan iş, sonuçtan çok daha fazlaysa, yapraklarda yapılan iş olacaktır.

Ancak, yaprakların ve kökün yaptığı iş aynı olduğunda, ağacın yüksekliği, ağacın her seviyesinde yapılan işle çarpılır. Kökte yapılan iş, düğümde yapılan işin sonucundan daha fazlaysa, sonucumuz olur.

Aynı yaklaşım Master Teoremde de görülebilir. Ana yöntemin orijinal denklemini genişletir ve bir tekrarlama ağacı çizecek olursak çeşitli seviyelerde yapılan işler ile ağacın yüksekliği arasındaki ilişkinin denkleminimize uyduğunu görmüş oluruz.

## KAYNAKÇA

[https://en.wikipedia.org/wiki/Iterative\\_method](https://en.wikipedia.org/wiki/Iterative_method)

<https://www.sciencedirect.com/topics/mathematics/iteration-method>

[https://en.wikipedia.org/wiki/Fixed-point\\_iteration](https://en.wikipedia.org/wiki/Fixed-point_iteration)

<https://www.khanacademy.org/math/algebra/x2f8bb11595b61c86:systems-of-equations/x2f8bb11595b61c86:solving-systems-of-equations-with-substitution/a/substitution-method-review-systems-of-equations>

<https://www.cuemath.com/algebra/substitution-method/>

<https://bilgisayarkavramlari.com/2009/06/02/ozynelilerde-ana-teorem-master-theorem/>

<https://bilgisayarkavramlari.com/2008/02/21/yerine-koyma-sifrelemesi-substitution-cipher/>

<https://www.programiz.com/dsa/master-theorem#:~:text=The%20master%20method%20is%20a,to%20have%20the%20same%20size.>