

## 第二学期期末数学试题（样）

### 一、选择题

1、点 (2,-1,3) 关于坐标面  $xoy$  的对称点是 ( C )  
 A. (2, 1, 3)                      B. (-2, -1, 3)                      C. (2, -1, -3)                      D. (-2, 1, -3)

1、点 (2,-1,3) 关于平面  $y = 1$  的对称点是 ( A )  
 A. (2, 3, 3)                      B. (-2, -1, 3)                      C. (2, -1, -3)                      D. (-2, 1, -3)

2、过点 (1,2,3) 且垂直于直线  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{3}$  的平面方程为 ( )  
 A.  $1(x-1) + (y+1) + 3(z-3) = 0$                       B.  $1(x-1) - 1(y-2) + 3(z-3) = 0$   
 C.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{3}$                       D.  $\frac{x-1}{1} + \frac{y-2}{-1} + \frac{z-3}{3} = 0$

Solution:

$$\vec{n} = \vec{s} = \{1, -1, 3\}$$

$$\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{3}$$

2、过点 (1,2,3) 且垂直于平面  $x - y + 3z - 11 = 0$  的直线方程为 ( )  
 A.  $1(x-1) - 1(y-2) + 3(z-3) = 0$                       B.  $1(x-1) + 2(y-2) + 3(z-3) = 0$   
 C.  $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{3}$                       D.  $\frac{x-1}{1} + \frac{y-2}{-1} + \frac{z-3}{3} = 0$

3、空间曲面  $z = x^2 + y^2$  和  $z = 2 - x^2 - y^2$  的交线在  $xoy$  面的投影是 ( )  
 A.  $x^2 + y^2 = 1$                       B.  $z = 1$   
 C.  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ z = 0 \end{cases}$                       D. 以上都不正确

3、设  $z = x^2y$ , 则  $dz|_{(1,1)} =$  ( )  
 A.  $dx + dy$                       B.  $2dx + dy$   
 C.  $2xydx + x^2dy$                       D.  $x^2dx + 2xydy$

4、函数  $z = x^2 + y^2 - 2x + 4y - 3$  的驻点为 ( )  
 A. (0, 0)                      B. (1, 0)  
 C. (1, -2)                      D. (2, -1)

5、交换积分  $\int_0^1 dx \int_x^1 f(x, y) dy$  积分次序可得 ( )  
 A.  $\int_0^1 dy \int_x^1 f(x, y) dx$                       B.  $\int_0^1 dy \int_0^y f(x, y) dx$   
 C.  $\int_0^1 dy \int_y^1 f(x, y) dx$                       D.  $\int_0^1 dy \int_0^1 f(x, y) dx$

7、在下列级数中, 收敛的是 ( )  
 A.  $\sum_{n=1}^{\infty} \ln(1 + \frac{1}{n})$                       B.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$   
 C.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$                       D.  $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n})$

8、函数  $f(x) = e^{2x}$  展成  $x$  的幂级数为 ( )  
 A.  $2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$                       B.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$                       C.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{n!} x^n$                       D.  $e^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$

- 8、若幂级数  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x-2)^n$  在  $x = -3$  处收敛, 则它在  $x = 4$  处一定是 ( )
- A. 条件收敛 B. 绝对收敛  
C. 一定发散 D. 不能确定

## 二、填空题

- 9、设三个点的坐标为  $A(1, 1, 2), B(2, 2, 1), C(3, -2, 1)$ , 则  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} =$  \_\_\_\_\_;
- 10、点  $(1, 0, -1)$  到平面  $3x + 4y + 5z = 10$  的距离为 \_\_\_\_\_;
- 11、若  $z = f(x, y) = x^2y + (y-1)\sin\frac{x}{y}$ ,  $f_x(1, 1) =$  \_\_\_\_\_;
- 11、若  $z = f(x, y) = x^3y + x^2 - \ln(y+1) + 3$ , 则  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} =$  \_\_\_\_\_;
- 12、若  $z = z(x, y)$  是由方程  $2\sin(x+2y-3z) = x+2y-3z$  所确定的隐函数, 则  $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} =$  \_\_\_\_\_;
- 13、若  $f(x, y)$  二阶偏导数连续, 且  $df(x, y) = x^2ydx + (y^3 + ax^3)dy$ , 则 \_\_\_\_\_;
- 14、将二次积分  $\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x^2+y^2)dy$  化为极坐标的形式 = \_\_\_\_\_;
- 15、若积分区域  $D = \left\{ \begin{array}{l} -1 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq \sqrt{1-x^2} \end{array} \right\}$ , 则  $\iint_D (1+xy)dxdy =$  \_\_\_\_\_;
- 16、 $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{1}{(n+1)^2} - \frac{1}{(n+2)^2})$ , 通过前  $n$  项和的极限求级数的和  $S =$  \_\_\_\_\_;

## 三、计算题

- 17、已知  $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}, \vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ , 试求  
(1)  $2\vec{a} - \vec{b}$ ; (2)  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ; (3)  $\vec{a} \times \vec{b}$ ;
- 18、设  $z = f(xy, x+y)$ , 其中  $f$  可微, 求  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ .
- 19、求函数  $f(x, y) = y^3 - x^2 + 6x - 12y + 5$  的极值.
- 20、计算二重积分  $\iint_D x^2y dxdy$ , 其中  $D$  是  $y = x, y = 2x$  与  $x = 1$  所围成的有界闭区域.
- 21、计算二重积分  $\iint_{0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1} |x+y-1| dxdy$ .
- 22、用比值判别法判断级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$  的敛散性.

## 四、计算题

- 23、计算由曲面  $z = 4 - x^2 - y^2$  与  $x^2 + y^2 = z$  所围成的立方体的体积.
- 24、用  $\frac{1}{1-x} = \sum_{n=0}^{\infty} x^n, x \in (-1, 1)$  将函数  $f(x) = \frac{1}{3-x}$  展成  $(x-1)$  的幂的形式 (写出收敛半径与收敛区间).