第二学期期末数学试题（样）

一、选择题

1、点 (2,-1,3) 关于坐标面 xoy 的对称点是 (C)

A. $(2, 1, 3)$ B. $(-2, -1, 3)$ C. $(2, -1, -3)$ D. $(-2, 1, -3)$

1、点 (2,-1,3) 关于平面 $y = 1$ 的对称点是 (A)

A. $(2, 3, 3)$ B. $(-2, -1, 3)$ C. $(2, -1, -3)$ D. $(-2, 1, -3)$

2、过点 (1,2,3) 且垂直于直线 $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{3}$ 的平面方程为 ( )

A. $1(x-1) + (y+1) + 3(z-3) = 0$ B. $1(x-1) - 1(y-2) + 3(z-3) = 0$

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{3}$ D. $\frac{x-1}{1} + \frac{y-2}{-1} + \frac{z-3}{3} = 0$

Solution:

$\vec{n} = \vec{s} = \{1, -1, 3\}$

$\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{3}$

2、过点 (1,2,3) 且垂直于平面 $x - y + 3z - 11 = 0$ 的直线方程为 ( )

A. $1(x-1) - 1(y-2) + 3(z-3) = 0$ B. $1(x-1) + 2(y-2) + 3(z-3) = 0$

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{3}$ D. $\frac{x-1}{1} + \frac{y-2}{-1} + \frac{z-3}{3} = 0$

3、空间曲面 $z = x^2 + y^2$ 和 $z = 2 - x^2 - y^2$ 的交线在 xoy 面的投影是 ( )

A. $x^2 + y^2 = 1$ B. $z = 1$

C. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ z = 0 \end{cases}$ D. 以上都不正确

3、设 z=x^2y，则 $dz|_{(1,1)} =$ ( )

A. $dx + dy$ B. $2dx + dy$

C. $2xydx + x^2dy$ D. $x^2dx + 2xydy$

4、函数 $z = x^2 + y^2 + 2x + 4y - 3$ 的驻点为 ( )

A. $(0, 0)$ B. $(1, 0)$

C. $(1, -2)$ D. $(2, -1)$

5、交换积分 $\int_0^1 dx \int_x^1 f(x, y)dy$ 积分次序可得 ( )

A. $\int_0^1 dy \int_x^1 f(x, y)dx$ B. $\int_0^1 dy \int_0^y f(x, y)dx$

C. $\int_0^1 dy \int_y^1 f(x, y)dx$ D. $\int_0^1 dy \int_0^1 f(x, y)dx$

7、在下列级数中，收敛的是 ( )

A. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} ln(1 + \frac{1}{n})$ B. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$

C. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ D. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} (\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n})$

8、函数 $f(x) = e^{2x}$ 展成 x 的幂级数为 ( )

A. $2\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ B. $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ C. $\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{n!}x^n$ D. $e^2\sum\limits_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$

8、若幂级数 $\sum\limits_{n=0}^{\infty} a_n(x-2)^n$ 在 $x=-3$ 处收敛，则它在 $x=4$ 处一定是 ( )

A. 条件收敛

B. 绝对收敛

C. 一定发散

D. 不能确定

二、填空题

9、设三个点的坐标为 $A(1,1,2), B(2,2,1), C(3,-2,1)$, 则 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=$ ____________;

10、点 $(1,0,-1)$ 到平面 $3x+4y+5z=10$ 的距离为 ____________;

11、若 $z=f(x,y)=x^2y+(y-1)\sin\frac{x}{y}$, $f_x(1,1)=$ ____________;

11、若 $z=f(x,y)=x^3y+x^2-\ln(y+1)+3$, 则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}=$ ____________;

12、若 $z=z(x,y)$ 是由方程 $2\sin(x+2y-3z)=x+2y-3z$ 所确定的隐函数，则 $\frac{\partial z}{\partial x}+\frac{\partial z}{\partial y}=$ ____________;

13、若 $f(x,y)$ 二阶偏导数连续，且 $df(x,y)=x^2ydx+(y^3+ax^3)dy$, 则 ____________;

14、将二次积分 $\int_0^1 dx\int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x^2+y^2)dy$ 化为极坐标的形式 = ____________;

15、若积分区域 $D=\begin{cases}-1\le x\le 1\\ 0\le y\le\sqrt{1-x^2}\end{cases}$, 则 $\iint\limits_D (1+xy)dxdy=$ ____________;

16、$\sum\limits_{n=1}^{\infty}(\frac{1}{(n+1)^2}-\frac{1}{(n+2)^2})$, 通过前 n 项和的极限求级数的和 $S=$ ____________;

三、计算题

17、已知 $\vec{a}=\vec{i}-\vec{j}+\vec{k}, \vec{b}=2\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$, 试求
$(1)2\vec{a}-\vec{b}$;$(2)\vec{a}\cdot\vec{b}$;$(3)\vec{a}x\vec{b}$;

18、设 $z=f(xy,x+y)$, 其中 f 可微, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$.

19、求函数 $f(x,y)=y^3-x^2+6x-12y+5$ 的极值.

20、计算二重积分 $\iint\limits_D x^2ydxdy$, 其中 D 是 $y=x$,$y=2x$ 与 $x=1$ 所围成的有界闭区域.

21、计算二重积分 $\iint\limits_{0\le x\le 1,0\le y\le 1} |x+y-1|dxdy$.

22、用比值判别法判断级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{n}{2^n}$ 的敛散性.

四、计算题

23、计算由曲面 $z=4-x^2-y^2$ 与 $x^2+y^2=z$ 所围成的立方体的体积.

24、用 $\frac{1}{1-x}=\sum\limits_{n=0}^{\infty} x^n x\in(-1,1)$ 将函数 $f(x)=\frac{1}{3-x}$ 展成 (x-1) 的幂的形式（写出收敛半径与收敛区间）.