

第二学期期末数学试题（样）

一、选择题

1、点 (2,-1,3) 关于坐标面 xoy 的对称点是 ()

- A. (2, 1, 3) B. (-2, -1, 3) C. (2, -1, -3) D. (-2, 1, -3)

1、点 (2,-1,3) 关于平面 $y = 1$ 的对称点是 ()

- A. (2, 3, 3) B. (-2, -1, 3) C. (2, -1, -3) D. (-2, 1, -3)

2、过点 (1,2,3) 且垂直于直线 $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{3}$ 的平面方程为 ()

- A. $1(x-1) + (y+1) + 3(z-3) = 0$ B. $1(x-1) - 1(y-2) + 3(z-3) = 0$

- C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{3}$ D. $\frac{x-1}{1} + \frac{y-2}{-1} + \frac{z-3}{3} = 0$

2、过点 (1,2,3) 且垂直于平面 $x - y + 3z - 11 = 0$ 的直线方程为 ()

- A. $1(x-1) - 1(y-2) + 3(z-3) = 0$ B. $1(x-1) + 2(y-2) + 3(z-3) = 0$

- C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-3}{3}$ D. $\frac{x-1}{1} + \frac{y-2}{-1} + \frac{z-3}{3} = 0$

3、空间曲面 $z = x^2 + y^2$ 和 $z = 2 - x^2 - y^2$ 的交线在 xoy 面的投影是 ()

- A. $x^2 + y^2 = 1$ B. $z = 1$

- C. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ z = 0 \end{cases}$ D. 以上都不正确

3、设 $z=x^2y$, 则 $dz|_{(1,1)} =$ ()

- A. $dx + dy$ B. $2dx + dy$

- C. $2xydx + x^2dy$ D. $x^2dx + 2xydy$

4、函数 $z = x^2 + y^2 + 2x + 4y - 3$ 的驻点为 ()

- A. (0, 0) B. (1, 0)

- C. (1, -2) D. (2, -1)

5、交换积分 $\int_0^1 dx \int_x^1 f(x, y) dy$ 积分次序可得 ()

- A. $\int_0^1 dy \int_x^1 f(x, y) dx$ B. $\int_0^1 dy \int_0^y f(x, y) dx$

- C. $\int_0^1 dy \int_y^1 f(x, y) dx$ D. $\int_0^1 dy \int_0^1 f(x, y) dx$

7、在下列级数中，收敛的是 ()

- A. $\sum_{n=1}^{\infty} \ln(1 + \frac{1}{n})$ B. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$

- C. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$ D. $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n})$

8、函数 $f(x) = e^{2x}$ 展成 x 的幂级数为 ()

- A. $2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ B. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ C. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n}{n!} x^n$ D. $e^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$

- 8、若幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x-2)^n$ 在 $x = -3$ 处收敛, 则它在 $x = 4$ 处一定是 ()
- A. 条件收敛 B. 绝对收敛
C. 一定发散 D. 不能确定

二、填空题

- 9、设三个点的坐标为 $A(1, 1, 2), B(2, 2, 1), C(3, -2, 1)$, 则 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} =$ _____;
- 10、点 $(1, 0, -1)$ 到平面 $3x + 4y + 5z = 10$ 的距离为 _____;
- 11、若 $z = f(x, y) = x^2y + (y-1)\sin\frac{x}{y}$, $f_x(1, 1) =$ _____;
- 11、若 $z = f(x, y) = x^3y + x^2 - \ln(y+1) + 3$, 则 $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} =$ _____;
- 12、若 $z = z(x, y)$ 是由方程 $2\sin(x+2y-3z) = x+2y-3z$ 所确定的隐函数, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} =$ _____;
- 13、若 $f(x, y)$ 二阶偏导数连续, 且 $df(x, y) = x^2ydx + (y^3 + ax^3)dy$, 则 _____;
- 14、将二次积分 $\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x^2 + y^2)dy$ 化为极坐标的形式 = _____;
- 15、若积分区域 $D = \left\{ \begin{array}{l} -1 \leq x \leq 1 \\ 0 \leq y \leq \sqrt{1-x^2} \end{array} \right\}$, 则 $\iint_D (1+xy)dxdy =$ _____;
- 16、 $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{1}{(n+1)^2} - \frac{1}{n+2}^2)$, 通过前 n 项和的极限求级数的和 $S =$ _____;

三、计算题

- 17、已知 $\vec{a} = \vec{i} - \vec{j} + \vec{k}, \vec{b} = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, 试求
(1) $2\vec{a} - \vec{b}$; (2) $\vec{a} \cdot \vec{b}$; (3) $\vec{a} \times \vec{b}$;
- 18、设 $z = f(xy, x+y)$, 其中 f 可微, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$.
- 19、求函数 $f(x, y) = y^3 - x^2 + 6x - 12y + 5$ 的极值.
- 20、计算二重积分 $\iint_D x^2y dxdy$, 其中 D 是 $y = x, y = 2x$ 与 $x = 1$ 所围成的有界闭区域.
- 21、计算二重积分 $\iint_{0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1} |x+y-1| dxdy$.
- 22、用比值判别法判断级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$ 的敛散性.

四、计算题

- 23、计算由曲面 $z = 4 - x^2 - y^2$ 与 $x^2 + y^2 = z$ 所围成的立方体的体积.
- 24、用 $\frac{1}{1-x} = \sum_{n=0}^{\infty} x^n, x \in (-1, 1)$ 将函数 $f(x) = \frac{1}{3-x}$ 展成 $(x-1)$ 的幂的形式 (写出收敛半径与收敛区间).