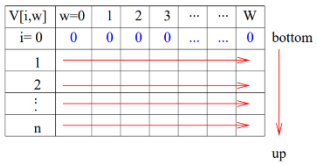
ใบงาน Dynamic Programming

วัตถุประสงค์ เพื่อ ศึกษา technique การแก้ปัญหาด้วย DP

Bottom-up computation: Computing the table using $V[i,w] = \max(V[i-1,w], v_i + V[i-1, w-w_i])$ row by row.



ในการแก้ปัญหา knapsack 0,1 ด้วย dynamic programming เราจะสร้างอาร์เรย์เก็บคำตอบ ขนาด [n+1][weight+1] ซึ่งหมายถึง knapsack ยังว่าง (ใช้สำหรับกรณี row ตั้งแต่ 1 เพราะต้องเทียบกับรอบก่อนหน้า)

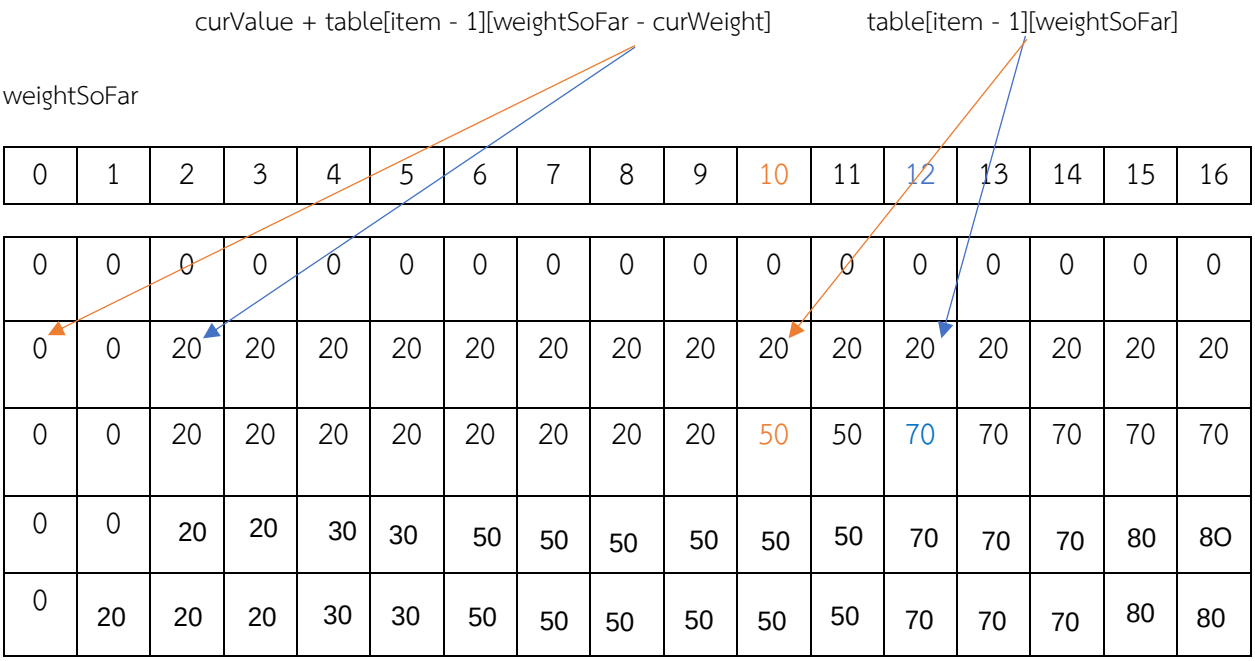
ไอเดียของการประมวลผลคือ “มูลค่า” ที่ดีที่สุดของรอบที่ผ่านมาของ weightSoFar – น้ำหนักของ item นี้ (ไม่ว่าใส่อะไรไว้) หากเปลี่ยนเป็นใส่ item นี้แล้วน้ำหนักกลายเป็นเท่านี้แล้วมูลค่ามากกว่า ย่อมหมายถึงว่าได้ solution ที่ดีกว่าที่ผ่านมา (else จึงบอกว่างั้นเอา solution ก่อน ซึ่งก็คือบรรทัดเหนือมัน)

ลูป for item เป็นการหยิบทีละชิ้น โดยคำตอบที่ได้เป็นคำตอบที่ถูกต้องเพราะ item นั้นๆจะถูกเทียบกับ solution ที่ดีที่สุดของบรรทัดเหนือมัน ทำให้หากได้ update อาร์เรย solution นั้นย่อมเป็น solution ที่ดีที่สุดที่รวม item นี้ด้วย

```
KnapSack(v, w, n, W)
{
  for (w = 0 to W) V[0, w] = 0;
  for (i = 1 to n)
    for (w = 0 to W)
      if (w[i] ≤ w)
        V[i, w] = max{V[i − 1, w], v[i] + V[i − 1, w − w[i]]};
      else
        V[i, w] = V[i − 1, w];
  return V[n, W];
}
```

https://www.es.ele.tue.nl/education/5MC10/Solutions/knapsack.pdf

```
int C = 16;
int[] itemsW = { 2, 10, 5, 5 };
int[] itemsV = { 20, 50, 30, 10 };
int[][] table = new int[itemsW.length + 1][C + 1];
int item = 0;
int weightSoFar = 0;
int curWeight = 0;
int curValue = 0;

//initialize row0 and col0 to zero (omitted here)

for (item = 1; item <= itemsW.length; item++) {
  for (weightSoFar = 0;
                weightSoFar <= C; weightSoFar++) {
     curWeight = itemsW[item - 1];
     curValue = itemsV[item - 1];
     table[item][weightSoFar]
                  = table[item - 1][weightSoFar];

     if (weightSoFar - curWeight >= 0) {

        if (curValue + table[item - 1][weightSoFar
 - curWeight] > table[item - 1][weightSoFar]) {

            table[item][weightSoFar] = curValue +
table[item - 1][weightSoFar - curWeight];
        }
     }
     // else println("negative index");

  }
}
for (int i = 0; i < table.length; i++) {
   for (int j = 0; j < table[0].length; j++)
        System.out.print(table[i][j] + " ");
   System.out.println();
}
```



0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20	20
0	0	20	20	20	20	20	20	20	20	50	50	70	70	70	70	70
0	0	20	20	30	30	50	50	50	50	50	50	70	70	70	80	80
0	20	20	20	30	30	50	50	50	50	50	50	70	70	70	80	80

สังเกตผลที่ได้หลังจากพิจารณาไป สอง item เมื่อพิจารณาเฉพาะ item แรก มูลค่าที่ดีที่สุดคือ 20 ตั้งแต่น้ำหนักเป็น 2 (ดังนั้นดีที่สุดหากพิจารณาเฉพาะ item นี้) และ เมื่อพิจารณา item ถัดมา โปรแกรมก็พบว่าที่ น้ำหนัก 10 ใส่ item 2 ดีกว่า item แรกชิ้นเดียว และที่ weightSoFar เป็น 12 ก็คือใส่ทั้ง 2 item

<u>หมายเหตุ</u> โมเดลของการคำนวณมูลค่าสูงสุดของ Knapsack เขียนได้ว่า

$$P(i,c) = \begin{cases} 0 & \text{if } i = 0 \text{ or } c \leq 0 \\ \max(P(i-1,c), P(i-1,c-w_i) + p_i) & \text{if } w_i \leq c \\ P(i-1,c) & \text{otherwise} \end{cases}$$

https://home.csulb.edu/~tebert/teaching/lectures/528/dp/dp.pdf

<u>คำสั่ง</u>

คำนวณค่าที่เหลือ

<u>กำหนดส่ง</u> TBA