

# APPLIED LINEAR ALGEBRA

## HW1- CHAPTER 1

Dr. Mazlaghani

1- درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را مشخص کنید و در صورت نادرست بودن، مثال نقض ارائه دهید و در صورت درست بودن آن را اثبات کنید:

a. اگر هر  $r - 1$  بردار از مجموعه بردارهای  $v_1, v_2, \dots, v_r$  مستقل خطی باشند. آنگاه  $v_1, v_2, \dots, v_r$  مستقل خطی اند.

b. دو ماتریس زیر هم ارز سطری نیستند.

c.  $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ a & -1 & 0 \\ b & c & 3 \end{bmatrix}$  و  $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ -2 & 0 & -1 \\ 1 & 3 & 5 \end{bmatrix}$

d. دستگاه معادلات متناظر با ماتریس افزوده  $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$  ناسازگار است.

e. اگر  $S_1$  و  $S_2$  زیرمجموعه‌هایی از بردارهای  $\mathbb{R}^n$  باشند که  $\text{span}(S_1) = \text{span}(S_2)$  آنگاه  $S_1 = S_2$

f. تساوی  $Ax = b$  سازگار است اگر ماتریس افزوده  $[A \ b]$  در هر سطر یک درایه pivot داشته باشد.

g. عملیات ردیفی روی یک ماتریس افزوده هیچگاه مجموعه جواب دستگاه خطی متناظر با آن را تغییر نمیدهد.

2- سازگار یا ناسازگار بودن دستگاه‌های زیر را مشخص کنید.

a.

$$x_1 - 3x_2 + 4x_3 = -4$$

$$3x_1 - 7x_2 + 7x_3 = -8$$

$$-4x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 4$$

b.

$$x_2 + 4x_3 = -5$$

$$x_1 + 3x_2 + 5x_3 = -2$$

$$3x_1 + 7x_2 + 7x_3 = 6$$

3- ماتریسهای زیر augmented matrix سه دستگاه معادله خطی است. برای هر ماتریس موارد زیر را مشخص کنید.

a. درایه‌های محوری

b. ستون‌های محوری

c. متغیرهای پایه و آزاد

d. تعداد جواب‌های دستگاه

e. جواب‌ها به صورت پارامتریک (در صورت وجود)

$$\begin{bmatrix} 2 & 0 & -8 & -6 \\ 4 & -1 & 9 & 5 \\ -4 & 3 & 16 & 36 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} -2 & -8 & 0 & 2 & 12 \\ -5 & 0 & 4 & -15 & 10 \\ -3 & 8 & -6 & -2 & 4 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 3 & -9 & -12 & 6 \\ 5 & 3 & -2 & -8 \\ 1 & -3 & 4 & 10 \\ -15 & 2 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

4- فرض کنید تبدیل  $T: R^2 \rightarrow R^3$  یک تبدیل خطی است.  $a$ ،  $b$  و  $c$  را بیابید و مقدار  $T(a, b)$  را محاسبه کنید.

$$T(x, y) = (x - y + 1 - a, b - 3a + c, x + y + c)$$

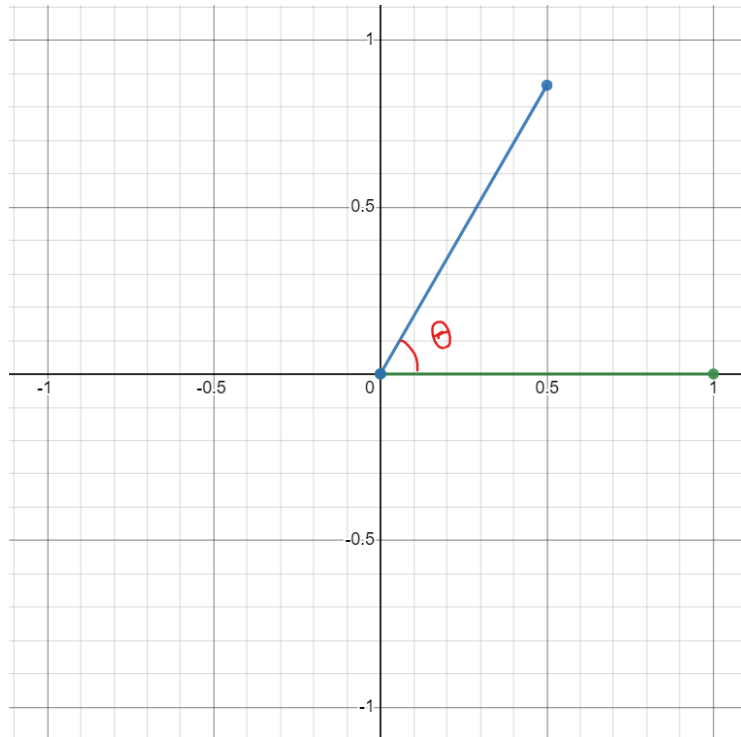
5- اگر بخواهیم دوران در دو بعد (حول مرکز) را تحت یک تبدیل خطی با ماتریس  $A$  مدلسازی کنیم،

a. ماتریس  $A$  را بیابید. (به شکل دقت کنید - بردار سبز رنگ، تحت دوران با زاویه  $\theta$ ، به بردار آبی رنگ تبدیل شده است.)

b. با استفاده از نتیجه بخش الف، فرمول‌های جمع به ضرب مثلثاتی را اثباتی کنید:

$$\sin(\theta + \varphi) = \sin(\theta) \cos(\varphi) + \sin(\varphi) \cos(\theta)$$

$$\cos(\theta + \varphi) = \cos(\theta) \cos(\varphi) - \sin(\theta) \sin(\varphi)$$



6- ثابت کنید که اگر  $(v_1, \dots, v_n)$  مستقل خطی باشند، آنگاه

$(v_1 - v_2, v_2 - v_3, \dots, v_n - v_1)$  نیز مستقل خطی است.

7- نشان دهید اگر رابطه زیر برقرار باشد آن گاه  $\{y_0, y_1, \dots, y_n\}$  وابسته خطی است.

$$\{y_0, y_1, \dots, y_n\} \subseteq \text{span}(\{x_1, x_2, \dots, x_n\})$$

پاسخ تمرین‌ها را به صورت خوانا در قالب HW?\_StudentNumber در سامانه کورسز بارگذاری نمایید.  
در صورت وجود هرگونه ابهام، می‌توانید از طریق تلگرام یا ایمیل [linearalgebra2024@gmail.com](mailto:linearalgebra2024@gmail.com) با  
تدریس‌یاران در ارتباط باشید.