



مدت آزمون ۴۵ دقیقه

بسمه تعالی
ساختمان داده ها و الگوریتم ها
امتحان میان ترم
دوشنبه ۶ آذر ۱۴۰۲
شماره دانشجویی:



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

نام و نام خانوادگی:

۱ - اطلاعات مبلغ قرارداد بازیکنان لیگ برتر در یک آرایه ذخیره شده است. اداره مالیات می خواهد موارد زیر را حساب کند. مشخص کنید در هر حالت، مشخص کنید که زمان مورد نیاز چقدر است. فرض کنید در کل n تیم و m بازیکن در لیگ حاضر هستند. (هر مورد ۰.۵ نمره)

الف) بازیکن با بیشترین درآمد: $O(m)$

ب) متوسط هزینه بازیکن هر تیم: $O(m+n)$

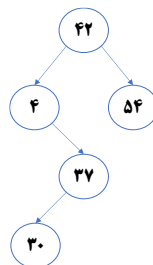
ج) تیم با بیشترین هزینه بازیکنان: $O(m+n)$

د) حداکثر سرمایه لازم برای تشکیل یک تیم ۲۰ نفره: $O(m)$

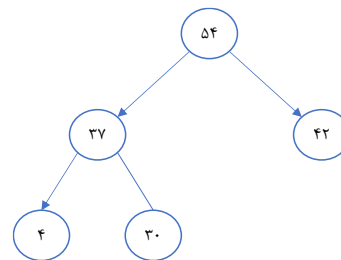
۲ - با یک هرم بیشینه خالی کار را آغاز می کنیم و اعداد زیر را به ترتیب از چپ به راست (ابتدا ۴۲، سپس ۴، ...) در آن درج می کنیم. در پایان، هرم ساخته شده به چه صورتی خواهد بود؟ اگر به جای هرم، در یک درخت دودویی جستجو درج می کردیم، درخت نهایی به چه صورتی می بود؟ (۲ نمره)

42, 4, 54, 37, 30

درخت دودویی جستجو



هرم



۳ - تابع $\text{power}(y, n)$ میزان y^n را به برای عدد حقیقی y و توان طبیعی n باید محاسبه کنید. الف) شبه کد انجام این کار در زمان $O(\log n)$ را بنویسید. (۲ نمره)

function power (y , n):

if (n < 1)

return 1

half = $\lfloor n/2 \rfloor$

sub = power (y , half)

if (n == half * 2)

return sub * sub

else

return sub * sub * y

ب) ثابت کنید زمان اجرای جواب شما $O(\log n)$ است. (۱ نمره)

رابطه بازگشتی زمان اجرای این تابع به صورت $T(n) = T(n/2) + O(1)$ است. طبق قضیه اصلی داریم $a=1$, $b=2$, و $d=0$. با توجه به اینکه $a=1=b^d=2^0$ است، بنابراین، جواب این رابطه به صورت $T(n) = O(\log n)$ خواهد بود.



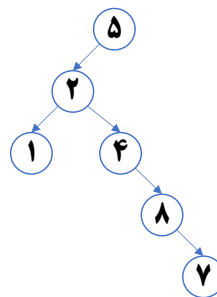
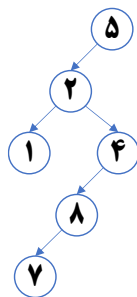
مدت آزمون ۴۵ دقیقه

بسمه تعالی
ساختمان داده ها و الگوریتم ها
امتحان میان ترم
دوشنبه ۶ آذر ۱۴۰۲
شماره دانشجویی:



نام و نام خانوادگی:
دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

۴ - در یک درخت دودویی، هر راس با یک عدد یک رقمی نمایش داده میشود. فرض کنید نمایش پیش ترتیب یک درخت دودویی به صورت «۵۲۱۴۸۷» و نمایش پس ترتیب آن به صورت است «۱۷۸۴۲۵» است. اگر دقت کنید، مشاهده خواهید کرد که بیش از یک درخت با این دو نمایش وجود دارند. دو درخت مختلف که این نمایش پیش ترتیب و پس ترتیب را دارند، رسم کنید. (۲ نمره)



۵ - امروز زمان ثبت نام اردوی مشهد برای تعطیلات بین دو ترم است و دانشجویانی که خواهان به شرکت در اردو هستند، در سالن تربیت بندی جمع شده اند. با توجه به تعداد بالای متقاضیان، قرار شده است که افراد در طی چندین روز راهی بشوند. هر روز، یک اتوبوس از تهران به سمت مشهد حرکت می کند و ظرفیت ۳۶ نفر را دارد. اولین اتوبوس روز ۵ دی ماه (پس از آخرین امتحان) حرکت می کند. قرار شده است که افراد بر اساس شماره دانشجویی مرتب شده و از ابتدای لیست، هر ۳۶ نفر برای یک روز به ترتیب اعزام شوند. سجاد که خیلی عجله دارد بداند چه روزی نوبت اعزام او است. اگر تعداد کل افراد متقاضی n نفر باشد و سجاد از سریع ترین روش ممکن استفاده کند، در چه زمانی روز اعزام خود را مشخص کند؟ چطور؟ (۲ نمره)

در زمان $O(n)$ می تواند روز اعزام خود را مشخص کند. کافی است که یکبار از تمامی افراد شماره دانشجویی آن ها را بپرسد و صرفاً بشمارد که چند نفر شماره دانشجویی کوچکتری نسبت به او دارند. اگر تعداد این افراد k نفر باشد، آن گاه سجاد در اتوبوس $k/36$ ام خواهد بود و روز اعزام او نیز $5+k/36$ ام دی خواهد بود.

۶ - در سایت ایکس (توییتر سابق!)، هر فرد می تواند افراد دیگری را دنبال کند. اعمال مجاز برای افراد، دنبال کردن یک فرد جدید و یا توقف دنبال کردن یک فردی که او را دنبال می کنند، است. به علاوه، در صفحه هر فرد، می خواهیم افرادی را که آن فرد دنبال می کند، نمایش بدهیم. در کلاس، دو نوع ساختمان داده برای نمایش این نوع گراف داده معرفی شدند. کدام نوع برای این کاربرد مناسب تر است؟ چرا؟ (۲ نمره)

برای نگهداری این گراف، روش **لیست مجاورت** بهتر است زیرا معمولاً تعداد افرادی که یک فرد دنبال می کند نسبت به کل افراد بسیار کمتر است (به عبارتی گراف ما تنک است).