



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

بسمه تعالی
دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک تهران)
دانشکده مهندسی کامپیوتر



دانشکده مهندسی کامپیوتر

درس ریاضیات گسسته، نیم سال اول سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳
استاد درس: دکتر چهرقانی

تمرین سری اول فصل ۱ - اصول اولیه شمارش

نکات مهم:

- پاسخ به تمرین‌ها می‌بایست به صورت به صورت انفرادی انجام شود.
- پاسخ تمرین‌ها می‌بایست در قالب یک فایل PDF با نام «DM_HW1_StudentID» در زمان مقرر در صفحه درس بارگذاری شود.
- موعد تحویل این تمرین تا **۳۰ مهر ۱۴۰۲ ساعت ۲۳:۵۵** می‌باشد و امکان ارسال با تاخیر وجود ندارد. لذا پیشنهاد می‌شود انجام تمرین را به روزهای پایانی موکول نکنید.
- راه حل سوالات یکتا نیستند. بنابراین استفاده از هر راه‌حلی که شما را به پاسخ سوال می‌رساند، و بدون ابهام توضیح داده شده باشد مجاز است و نمره کامل سوال را می‌گیرد.
- پرسش‌های خود درباره این تمرین را می‌توانید از طریق ایمیل discrete.math1402@gmail.com مطرح فرمائید.
- خواهشمند است در متن ایمیل شماره دانشجویی خود را ذکر نمایید.

سوال ۱:

سه نفر از دانشجویان ورودی ۹۹ و پنج نفر از دانشجویهای ورودی ۱۴۰۰ دانشکده کامپیوتر تصمیم گرفته‌اند برای سه تا از دوستانشان که در ماه مهر به دنیا آمده‌اند و همگی ورودی ۹۹ هستند، تولد بگیرند. در هریک از شرایط زیر مشخص کنید این ۱۱ دوست به چند روش می‌توانند دور یک میز بنشینند.

(الف) بدون هیچ قیدی؟

(ب) همه متولدها کنار یکدیگر نشسته باشند تا عکس‌برداری از آنها راحت‌تر شود؟

(ب) هیچ دو متولدگی کنار یکدیگر نباشند؟

(د) همه دانشجویان یک ورودی کنار هم باشند؟

سوال ۲:

رویداد **لینوکس فست**^۱ دانشکده مهندسی کامپیوتر امیرکبیر هرساله ارائه‌ها و کارگاه‌های مختلف در زمینه نرم‌افزار آزاد و لینوکس ارائه می‌دهد. در سال جاری ۴ شرکت A، B، C و D حامیان مالی رویداد هستند. انجمن علمی دانشکده به عنوان برگزارکننده رویداد قصد دارد برای برگزاری ۱۰ تا از کارگاه‌های رویداد از حامیان کمک بگیرد.

(الف) به چند روش می‌توان شرکت برگزارکننده هر کارگاه را تعیین کرد؟

(ب) اگر ترتیب کارگاه‌ها اهمیتی نداشته باشد و فقط تعداد کارگاه‌های هر شرکت مهم باشد، به چند طریق مختلف می‌توان کارگاه‌ها را بین شرکت‌ها تقسیم کرد؟

توضیح: مثلاً ۳، ۱، ۰ یک نمونه از تقسیم‌بندی کارگاه‌هاست. به این معنی که شرکت A شش کارگاه، شرکت B سه کارگاه، شرکت C یک کارگاه را برگزار می‌کنند و به شرکت D کارگاهی تعلق نمی‌گیرد.

(ج) اگر ترتیب مهم نباشد و هر شرکت تقاضا داشته باشد که حداقل دو کارگاه برگزار کند، چه تعداد حالت مختلف برای تقسیم‌بندی وجود خواهد داشت؟

(د) اگر تعداد کل کارگاه‌ها بتواند بین ۱۰ تا ۱۴ متغیر باشد و هر شرکت تقاضای برگزاری حداقل ۱ کارگاه را داشته باشد، تعداد حالت‌های تقسیم‌بندی چقدر خواهد شد؟

فیلم‌های سال‌های پیش رویداد لینوکس فست^۱

سوال ۳:

با کمک اصول جمع و ضرب به سوالات زیر پاسخ دهید. (شما مجاز به استفاده از هر گونه راه حلی به غیر از اصول ضرب یا جمع می باشید.)

الف) فرض کنید چهار مهره رخ متفاوت داریم. به چند طریق می توان این مهره ها را در یک صفحه ی 4×4 قرار داد به طوری که یکدیگر را تهدید نکنند؟

ب) در قسمت الف اگر رخ ها متفاوت نباشند، پاسخ چه خواهد بود ؟

ج) اگر تجزیه ی عدد طبیعی n به عوامل اول به صورت $n = p_1^{a_1} \times p_2^{a_2} \times \dots \times p_k^{a_k}$ باشد. ثابت کنید تعداد مقسوم علیه های مثبت n برابر با $(a_1 + 1)(a_2 + 1) \dots (a_k + 1)$ است.

سوال ۴:

چارت آموزشی دانشکده^۲ را در نظر بگیرید. می دانیم هر دانشجو باید در انتهای دوره کارشناسی با درنظر گرفتن واحدهایی که اتخاذ کرده است دو بسته را به عنوان بسته های اصلی و فرعی به آموزش دانشکده اعلام کند و نهایتاً هر نفر باید مجموعاً ۱۰ درس متفاوت از دروس تخصصی (۶ درس از بسته اصلی و ۴ درس از بسته فرعی) و ۵ درس به عنوان دروس اختیاری را گذرانده باشد. در صورتی که دانشجویی بخواهد یکی از دو بسته " شبکه های کامپیوتری " و " هوش مصنوعی " بسته اصلی اش و دیگری بسته ی فرعی اش باشد، چند راه مختلف برای انتخاب دروسش دارد؟

نکات زیر را به منظور ساده سازی حل درنظر بگیرید.

- پیش نیاز/هم نیازی اهمیتی ندارد و تمام واحدها همواره ارائه می شوند. یعنی دانشجویان می توانند هر واحدی که بخواهد را اخذ کند.

- دروس اختیاری صرفاً از بین بخش "دروس اختیاری" (صفحه ۲۱ و ۲۲ چارت) می توانند باشند.

مثلاً واحدهای زیر به عنوان واحدهایی نهایی یک دانشجو با بسته اصلی "شبکه های کامپیوتری" و بسته ی فرعی "هوش مصنوعی" معتبر هستند.

دروس تخصصی شبکه‌های کامپیوتری			بسته تخصصی هوش مصنوعی			دروس تخصصی شبکه‌های کامپیوتری		
عنوان	کد درس		عنوان	کد درس		عنوان	کد درس	
سیگنال‌ها و سیستم‌ها	CE222	←	طراحی الگوریتم‌ها	CE221	←	سیگنال‌ها و سیستم‌ها	CE222	
برنامه‌نویسی وب	CE261	←				انتقال داده‌ها	CE361	
			سیگنال‌ها و سیستم‌ها	CE222				
			مبانی و کاربردهای هوش مصنوعی	CE251	←	مبانی امنیت اطلاعات	CE362	←
			مبانی هوش محاسباتی	CE351	←			
			اصول علم ریات	CE352		سیستم‌های چندرسانه‌ای	CE363	
			مقدمه‌ای بر بیوانفورماتیک	CE451	←			
			داده کاوی	CE452		برنامه‌نویسی دستگاه‌های سیار	CE364	←
						مبانی رایانش ابری	CE422	←
			بازیابی اطلاعات	CE421		مبانی اینترنت اشیا	CE461	←
گرافیک کامپیوتری	CE371	←						
تعامل انسان و کامپیوتر	CE372	←						
کارگاه ساخت ریات	CE373							
طراحی بازی‌های کامپیوتری	CE374	←						
نظریه محاسبات	CE375	←						
شبیه‌سازی کامپیوتری	CE376	←						
مبانی پویانمایی کامپیوتری	CE377							
مدیریت پروژه فناوری اطلاعات	CE378							
تجارت الکترونیکی	CE379							

سوال ۵:

با توجه به قضیه بسط دو جمله‌ای و تعمیم یافته‌ی آن (بسط چندجمله‌ای) ضریب عبارت هر قسمت را تعیین کنید.

الف) x^8y^4 در $(x + y)^{12}$

ب) x^3y^4 در $(2x - 3y)^7$

ب) wy^2x^1 در $(w + 2x + y)^4$

ج) $w^2x^3y^1z^4r^7$ در $(v + 3w + 2x + y - z - 2r)^{17}$

سوال ۶:

با در نظر گرفتن حالات زیر مشخص کنید به چند طریق می‌توانیم در یک صفحه شطرنجی از مبدا به نقطه $(۳, ۸)$ برسیم. در صورتیکه این امر ممکن نیست، دلیل را به طور کامل توضیح دهید.

الف) دو حرکت زیر مجاز باشند:

$$H: (m, n) \rightarrow (m+1, n) \quad v: (m, n) \rightarrow (m, n+1)$$

ب) علاوه بر حرکات قسمت الف، حرکت $B: (m, n) \rightarrow (m+1, n+1)$ نیز مجاز باشد.

ج) دو حرکت زیر مجاز باشند:

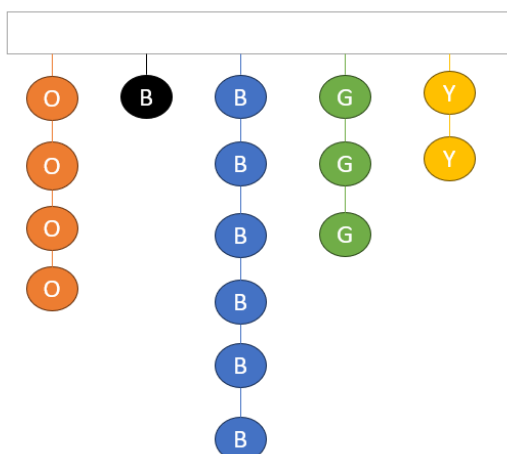
$$U: (m, n) \rightarrow (m+1, n+1) \quad L: (m, n) \rightarrow (m+1, n-1)$$

سوال ۷:

در چند جایگشت از حروف کلمه DiscreteMathematics بین هر دو حرف e حداقل دو حرف دیگر وجود دارد؟

سوال ۸:

شانزده هدف سفالی یک‌شکل همانطور که در شکل زیر نشان داده شده است، در پنج ستون و به شکل معلق مرتب شده‌اند. در ستون نخست (از چپ) چهار هدف نارنجی، در ستون دوم یک هدف سیاه، در ستون سوم شش هدف آبی، در ستون چهارم سه هدف سبز و در ستون پنجم دو هدف زرد وجود دارد. برای ملحق شدن به تیم تیراندازی دانشکده باید هر ۱۶ هدف را با استفاده از یک تپانچه و فقط با ۱۶ گلوله مورد اصابت قرار داد و هنگام انجام این کار همواره باید به واقع در انتهای یک ستون زد. تحت این شرایط، به چند طریق متفاوت می‌توان هر ۱۶ هدف را مورد اصابت قرار داد؟



سوال ۹:

دانشجویی ۸ کتاب مختلف دارد. به چند طریق می‌تواند کتاب‌هایش را در دو قفسه مختلف بگذارد به نوعی که هر طبقه حداقل یک کتاب داشته باشد؟

سوال ۱۰:

به چند طریق می‌توان ۱۷ را به صورت حاصل جمعی از ۲ها و ۳ها نوشت در صورتی که ترتیب عوامل جمع:
(الف) مورد نظر نباشد. (ب) مورد نظر باشد.