



مدت آزمون ۴۵ دقیقه

بسمه تعالی
ساختمان داده ها و الگوریتم ها
امتحانک دوم
دوشنبه ۱۵ آبان ۱۴۰۲
شماره دانشجویی:



نام و نام خانوادگی:
دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

۱ - چهار عدد ۱، ۲، ۳، و ۴ به ترتیب به یک پشته باید با استفاده از عمل «درج» وارد شوند. از طرفی، در هر زمانی می توان با استفاده از عمل «حذف»، عنصری که فعلا در روی پشته است را خارج کرد. مشخص کنید که برای اینکه ترتیب اعداد خارج شده از پشته به صورت هر یک از موارد زیر باشد، با چه ترتیبی باید عملیات درج و حذف انجام شود. (هر قسمت ۱ نمره، در کل ۳ نمره)

الف) ابتدا ۱، سپس ۲، پس از آن ۳، و در پایان ۴

درج، حذف، درج، حذف، درج، حذف، درج، حذف

ب) ابتدا ۴، سپس ۳، پس از آن ۱، و در پایان ۲

غیر ممکن است. برای اینکه ۴ ابتدا خارج شود، باید پس ابتدا ۴ بار درج انجام دهیم و پس از آن اولین حذف را انجام دهیم. در این موقع، ۱ در پایین پشته، ۲ روی آن، و ۳ در بالای پشته خواهد بود. حال تنها اعمال مجاز باقی مانده، خارج کردن (حذف) این سه عنصر به ترتیب است که باعث خروج ۳، و پس از آن ۲، و در نهایت ۱ می شود، نه دنباله مورد نظر در این بخش.

ج) ابتدا ۲، سپس ۱، پس از آن ۴، و در پایان ۳

درج، درج، حذف، حذف، درج، درج، حذف، حذف

۲ - فرض کنید که یک عنصر لیست پیوندی یک طرفه به صورت زیر تعریف شده است:

```
Interface Node {
    public Node* Next ();
    public void SetNext ( Node *next);
    public E Value (); }
```

تابع Reverse را کامل کنید که یک لیست پیوندی گرفته و لیست معکوس شده آن را برمیگرداند. تابع شما باید در زمان $O(n)$ اجرا شده و حافظه اضافی مورد نیاز آن نیز $O(1)$ باشد. (۲ نمره)

```
Node* Reverse(Node* head) {
    if ( head == null ) {
        return null;
    }
    Node* before = null, cur = head;
    while ( cur != null ) {
        Node *after = cur->Next();
        cur->SetNext(before);
        before = cur;
        cur = after;
    }
    return before;
}
```



مدت آزمون ۴۵ دقیقه

بسمه تعالی
ساختمان داده ها و الگوریتم ها
امتحانک دوم
دوشنبه ۱۵ آبان ۱۴۰۲
شماره دانشجویی:



نام و نام خانوادگی:
دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

۳ - درستی و یا نادرستی هر یک از عبارت‌های زیر را مشخص کنید. (هر مورد ۰.۵ نمره)

- الف) $E[2f(x)] = 2E[f(x)]$ درست
ب) $E[g(5x)] = 5E[g(x)]$ نادرست
ج) مرتب‌سازی ادغامی، درجا است. نادرست
د) مرتب‌سازی سریع، درجا است. درست

۴ - تابع زیر را در نظر بگیرید.

```
def quiz2(n):
    if ( n < 1 ) :
        return 0
    return n + quiz2(n-1)
```

الف) خروجی این تابع به ازای ورودی $n=1402$ چند است؟ (۱ نمره)
این تابع مجموع اعداد ۱ تا n را حساب می‌کند که برابر با $n(n+1)/2$ است،
پس جواب آن برابر با $1402*1403/2$ یعنی ۹۸۳،۵۰۳ است.

ب) رابطه بازگشتی زمان اجرای این تابع بر حسب n را بنویسید. (۱ نمره)
زمان اجرای این تابع به صورت $T(n)=T(n-1)+1$ است.

۵ - یک آرایه شامل n عدد به ما داده شده است. برای هر یک از عملیات‌های زیر، یک روش انجام ارائه دهید.

الف) پیدا کردن عدد کمینه (مینیمم) با $n-1$ مقایسه (۱ نمره)

ابتدا فرض می‌کنیم کمترین مقدار (کمینه) عنصر اول است. سپس از عنصر دوم شروع کرده و هربار عنصر فعلی را با کمترین مقدار یافته‌شده مقایسه می‌کنیم و اگر کمتر بود، آن را به عنوان کمترین مقدار در نظر می‌گیریم. این کار به $n-1$ مقایسه نیاز دارد.

ب) پیدا کردن عدد بیشینه (ماکزیمم) با $n-1$ مقایسه (۱ نمره)

ابتدا فرض می‌کنیم بیشترین مقدار (بیشینه) عنصر اول است. سپس از عنصر دوم شروع کرده و هربار عنصر فعلی را با بیشترین مقدار یافته‌شده مقایسه می‌کنیم و اگر بیشتر بود، آن را به عنوان بیشترین مقدار در نظر می‌گیریم. این کار به $n-1$ مقایسه نیاز دارد.

ج) پیدا کردن هر دو عدد کمینه و بیشینه با $\left\lceil \frac{3n}{2} \right\rceil - 2$ (۲ نمره)

اعداد را به $n/2$ جفت دوتایی تقسیم می‌کنیم. در جفت اول، دو عدد را مقایسه کرده و عدد کوچک‌تر را به عنوان کوچک‌ترین عدد تا الان و عدد بزرگ‌تر را به عنوان بزرگ‌ترین عدد تا الان در نظر می‌گیریم. در ادامه در هر مرحله، دو عنصر موجود در یک جفت را با هم مقایسه می‌کنیم. سپس عنصر کوچک‌تر را با کوچک‌ترین عنصری که تا کنون پیدا کرده‌ایم مقایسه کرده و عدد کوچک‌تر را به عنوان کوچک‌ترین عنصر تا الان در نظر می‌گیریم. مشابه این کار را هم برای عنصر بزرگ‌تر انجام می‌دهیم. به این ترتیب، با ۳ مقایسه، کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین عنصر تا الان را به روز می‌کنیم. چون برای $n/2-1$ جفت باید این کار را تکرار کنیم، بنابراین کل تعداد مقایسه‌ها برابر با $3(n/2-1)+1=3n/2-2$ خواهد بود.