



مدت آزمون ۴۵ دقیقه

شماره دانشجویی:

نام و نام خانوادگی:

۱ - زمان انجام هر یک از اعمال زیر در درخت دودویی جستجو شامل n عنصر چقدر است؟ (هر مورد ۰.۵ نمره)

الف) درج در بهترین حالت $O(1)$

ب) درج در بدترین حالت $O(n)$ و یا $O(\text{height})$

پ) پیدا کردن کوچکترین عنصر درخت $O(n)$ و یا $O(\text{height})$

ت) پیدا کردن بزرگترین عنصر درخت $O(n)$ و یا $O(\text{height})$

ث) چاپ تمامی عناصر موجود در درخت از کوچک به بزرگ $O(n)$

ج) حذف در بهترین حالت $O(1)$

چ) حذف در بدترین حالت $O(n)$ و یا $O(\text{height})$

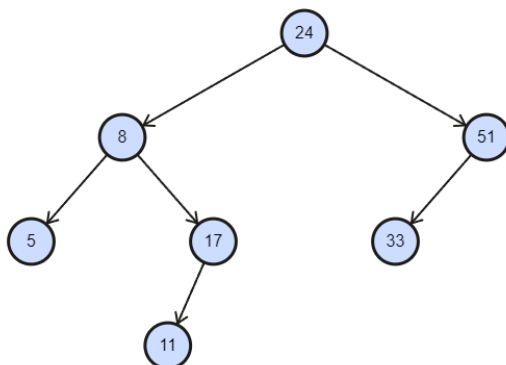
ح) حداقل ارتفاع درخت در بهترین حالت $O(\log n)$

خ) حداکثر ارتفاع درخت در بدترین حالت $O(n)$

۲ - اعداد زیر را به ترتیب از چپ به راست در یک درخت دودویی جستجو درج می‌کنیم (ابتدا ۲۴، سپس ۵۱، ...):

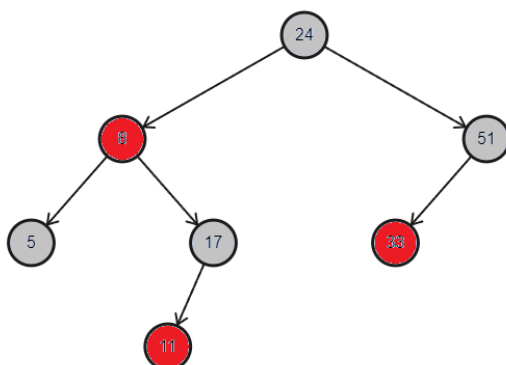
24, 51, 8, 5, 17, 33, 11

الف) پس از درج تمامی این عناصر، درخت حاصل را نمایش دهید. (۱ نمره)



ب) آیا می‌توان رتوس این درخت را به گونه‌ای با دو رنگ قرمز و سیاه رنگ کرده که درخت حاصل یک درخت قرمز-سیاه باشد؟ اگر جواب مثبت است، یک رنگ‌آمیزی ممکن را نمایش دهید. اگر جواب منفی است، چرا نمی‌توان این کار را کرد؟ (۱ نمره)

بله، می‌توان:





بسمه تعالی
ساختمان داده ها و الگوریتم ها
امتحان میان ترم
یکشنبه ۱۷ اردیبهشت ۱۴۰۲



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

مدت آزمون ۴۵ دقیقه

شماره دانشجویی:

نام و نام خانوادگی:

۳ - آیا عملیات درج در درخت دودویی جستجو خاصیت جابجایی دارد؟ یعنی آیا ترتیب درج دو عنصر X و Y در درخت، در درخت حاصل تاثیری دارد. اگر جواب بله است، با یک مثال نشان بدهید. اگر جواب نه است، ثابت کنید که ترتیب درج مهم نیست. (۱ نمره)

ترتیب مهم است. فرض کنید درخت در ابتدا خالی است. اگر ابتدا ۱ و سپس ۲ را درج کنیم، ۱ ریشه خواهد بود و ۲ فرزند سمت راست آن. در صورتی که اگر ابتدا ۲ و سپس ۱ را درج کنیم، ریشه ۲ خواهد بود و ۱ فرزند سمت چپ آن.

۴ - می‌خواهیم محل دانشجویان در سالن امتحانات برای آزمون پایان ترم را بر اساس شماره دانشجویی مشخص کنیم. برای این کار، یک درخت دودویی جستجو شامل دانشجویان بر اساس شماره دانشجویی ایجاد شده است. البته با توجه به چپ دست بودن برخی دانشجویان، قرار است که دانشجویان چپ دست در یک ردیف جداگانه جای داده شوند. چگونه می‌توان از روی این درخت، دو لیست مرتب شده بر اساس شماره دانشجویی از دانشجویان چپ دست و راست دست در زمان $O(n)$ ایجاد کرد؟ (۲ نمره)

ابتدا در زمان $O(n)$ و با استفاده از پیمایش میان‌ترتیب، یک لیست مرتب‌شده از کلیه دانشجویان ایجاد می‌کنیم. سپس این لیست را یکبار پیمایش کرده و به دو لیست دانشجویان چپ‌دست و راست‌دست افزایش می‌دهیم. این کار نیز در زمان $O(n)$ ممکن است زیرا به ازای هر دانشجو، بر حسب اینکه چپ دست است و یا راست دست، او را در یکی از لیست قرار می‌دهیم.

۵ - شروع تابستان معمولاً برای بسیاری افراد از جمله رضا زمان یافتن یک منزل اجاره‌ای جدید است. رضا هر روز به بنگاه املاک نزدیک منزلشان سر زده و لیست واحدهای موجود را بررسی می‌کند. مسئول بنگاه لیست را بر اساس مترائ (که یک عدد حقیقی مثبت است)، مرتب می‌کند. وقتی رضا هر روز لیست را نگاه می‌کند، می‌خواهد بداند چه واحدهای جدیدی نسبت به روز قبل به لیست اضافه شده‌اند (دقت کنید که برخی از واحدها نیز حذف شده‌اند چون اجاره داده شده‌اند). اگر لیست امروز شامل n واحد و لیست روز گذشته شامل m واحد باشد، رضا چطور می‌تواند در زمان $O(m+n)$ لیست واحدهای جدید را پیدا کند؟ (۲ نمره)

او واحد ابتدای هر دو لیست را با هم مقایسه می‌کند. اگر یکسان بود، یعنی آن واحد روز قبل هم وجود داشته است، پس آن را از هر دو لیست حذف کرده و ادامه می‌دهد. اگر واحد اول لیست روز قبل کوچک‌تر از واحد اول لیست امروز بود، یعنی آن واحد اجاره داده شده و دیگر موجود نیست. پس آن را از لیست روز قبل حذف می‌کند. اگر واحد اول لیست امروز کوچک‌تر بود، یعنی این واحد امروز اضافه شده و روز قبل وجود نداشت. پس آن را به لیست جواب اضافه کرده و از لیست امروز حذف می‌کند. در این الگوریتم، در هر مرحله واحد اول یکی از دو لیست (و یا از هر دو لیست در صورت مشترک بودن) حذف می‌شود. در نتیجه، پس از حداکثر $m+n$ گام، هر دو لیست خالی شده و کار تمام می‌شود. یعنی زمان اجرای آن $O(m+n)$ است.