

۱- زمان انجام هر یک از اعمال زیر در درخت دودویی جستجو شامل n عنصر چقدر است؟

الف) درج در بهترین حالت

ب) درج در بدترین حالت

پ) پیدا کردن کوچک ترین عنصر درخت

ت) پیدا کردن بزرگ ترین عنصر درخت

ث) چاپ تمامی عناصر موجود در درخت از کوچک به بزرگ

ج) حذف در بهترین حالت

۲- زمان اجرای هر یک از توابع زیر را بر اساس ورودی N که به آن تابع داده شده است، بنویسید. (هر مورد ۱ نمره)

زمان اجرا	تابع
	<pre>public static int f1(int N) { int x = 0; for (int i = 0; i < N; i++) x++; return x; }</pre>
	<pre>public static int f2(int N) { int x = 0; for (int i = 0; i < N; i++) for (int j = 0; j < i; j++) x++; return x; }</pre>
	<pre>public static int f3(int N) { if (N == 0) return 1; int x = 0; for (int i = 0; i < N; i++) x += f3(N-1); return x; }</pre>
	<pre>public static int f6(int N) { if (N == 0) return 1; return f6(N-1) + f6(N-1); }</pre>
	<pre>public static int f7(int N) { if (N == 1) return 0; return 1 + f7(N/2); }</pre>

۳- رابطه بازگشتی زیر را حل کنید.

$$T(n) = 7T\left(\frac{n}{3}\right) + \frac{n^2}{3}$$

۴- اعداد زیر را به ترتیب از چپ به راست در یک درخت دودویی جستجو درج می کنیم.

24, 51, 8, 5, 17, 33, 11

الف) پس از درج تمامی این عناصر، درخت حاصل را نمایش دهید.

ب) آیا می توان رؤس این درخت را به گونه ای با دو رنگ قرمز و سیاه رنگ کرده که درخت حاصل یک درخت قرمز- سیاه باشد؟ اگر جواب مثبت است، یک رنگ آمیزی ممکن را نمایش دهید. اگر جواب منفی است، چرا نمی توان این کار را کرد؟

۵- چهار عدد ۱، ۲، ۳ و ۴ به ترتیب به یک پشته باید با استفاده از عمل درج وارد شوند. از طرفی، در هر زمانی می توان با استفاده از عمل حذف، عنصری که فعلا در روی پشته است را خارج کرد. مشخص کنید که برای اینکه ترتیب اعداد خارج شده از پشته به صورت هر یک از موارد زیر باشد، با چه ترتیبی باید عملیات درج و حذف انجام شود.

الف) ابتدا ۴، سپس ۳، پس از آن ۲، و در پایان ۱

ب) ابتدا ۱، سپس ۲، پس از آن ۳، و در پایان ۴

ج) ابتدا ۳، سپس ۴، پس از آن ۱، و در پایان ۲

۶- در ساختمان داده صف که با لیست پیوندی یکطرفه پیاده سازی شده است، علاوه بر اضافه کردن یک عنصر به انتهای لیست و حذف عنصر از ابتدای لیست، می خواهیم عملیات حذف عنصر از انتهای لیست را نیز پیاده سازی کنیم. زمان اجرای این عمل جدید چقدر خواهد بود؟ چرا؟

۷- روز اول سال تحصیلی برای سجاد است. در کلاس سجاد، n دانش آموز وجود دارد. قرار است که دانش آموزان به ترتیب قد مرتب شوند. سجاد خیلی عجله دارد می خواهد سریع تر بداند ۵ نفری که در صف مرتب شده جلوی او خواهند بود، چه کسانی هستند. برای او توضیح دهید که چگونه در زمان $O(n)$ می تواند این افراد را پیدا کند؟

۸- فرض کنید که خداوند هر روز صبح لیستی مرتب شده از کد ملی افرادی را که فردا زنده هستند را به عزرائیل می دهد. عزرائیل باید با مقایسه این لیست با لیست افراد زنده امروز که صبح روز قبل دریافت کرده است، لیست افرادی را که باید امروز به ملاقتشان

برود را مشخص کند. اگر لیست دریافتی امروز شامل n کد ملی و لیست دریافتی روز گذشته شامل m کد ملی باشد، چطور می تواند این کار را در زمان $O(m+n)$ انجام دهد؟

۹- می خواهیم محل دانشجویان در سالن امتحانات برای آزمون پایا نترم را بر اساس شماره دانشجویی مشخص کنیم. برای این کار، یک درخت دودویی جستجو شامل دانشجویان بر اساس شماره دانشجویی ایجاد شده است. البته با توجه به چپ دست بودن برخی دانشجویان، قرار است که دانشجویان چپ دست در یک ردیف جداگانه جای داده شوند. چگونه میتوان از روی این درخت، دو لیست مرتب شده بر اساس شماره دانشجویی از دانشجویان چپ دست و راست دست در زمان $O(n)$ ایجاد کرد؟

۱۰- سجاد مسئول تقسیم کردن باقی مانده آجیل های شب یلدا بین افراد فامیل شده است. او بدون استفاده از ترازو، آجیل ها را به n بسته تقسیم کرد. بعدا که افراد برای تحویل گرفتن آجیل ها آمدند، میزان انتظار افراد برای دریافت آجیل با هم تفاوت داشت. سجاد می خواهد ببیند که آیا می تواند به گونه ای بسته ها را بین افراد تقسیم کند که هر کسی میزان آجیل دریافتی اش از میزان انتظارش بیشتر باشد یا نه؟ اگر تعداد افراد n نفر، میزان آجیل موجود در بسته i ام برابر با W_i و میزان آجیل انتظاری فرد j ام هم e_j باشد، چگونه می توان در زمان $O(n \lg n)$ بررسی که آیا این کار ممکن است یا نه، و اگر بله، یک جواب ممکن برای آن را پیدا کرد؟