



مدت آزمون ۴۵ دقیقه

بسمه تعالی
ساختمان داده ها و الگوریتم ها
امتحانک اول

دوشنبه ۲۴ مهر ۱۴۰۲

شماره دانشجویی:



دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

نام و نام خانوادگی:

۱ - می خواهیم با استفاده از استقرا ثابت کنیم که اگر $T(n) = T(2n/3) + T(n/6) + 8$ ، آنگاه $T(n) = O(n)$ است. گام استقرای ما به چه صورت خواهد بود؟ (۴ نمره)

فرض کنید $c=48$ و $n_0=1$ ، آنگاه گام استقرا به صورت زیر خواهد بود:

$$T(n) = T(2n/3) + T(n/6) + 8 \leq 2cn/3 + cn/6 + 8 = 5nc/6 + 8 = 5 \times 48/6n + 8 = 40n + 8 \leq 40n + 8n = 48n = cn$$

۲ - رابطه بازگشتی زمان اجرای شبه کد زیر را بنویسید: (۲ نمره)

Quiz1 (A):

$k = \text{len}(A)$

if $k < 7$:

answer = 100

for i in range(1, k x k x k):

answer -= A[i]

return answer

return (Quiz1(A[0:k/3]) + Quiz1(A[k/3:2xk/3]) + Quiz1(A[2xk/3:k])) ^ 2 + k x k x k

$$T(n) = 3T(n/3) + O(1)$$

۳ - روابط بازگشتی زیر را با استفاده از قضیه اصلی حل کنید. (هر کدام ۳ نمره، در کل ۱۵ نمره)

الف) $T(n) = 8T(n/2) + 2n^2 + 8n + 32$

$a=8, b=2, d=2 \Rightarrow b^d=2^2=4 \Rightarrow a > b^d \Rightarrow T(n) = \Theta(n^{\log_2 8}) = \Theta(n^3)$

ب) $T(n) = 30T(n/2) + 30n^5 + 27n^4 + 12n^3 + 5n^2 + 27n + 11$

$a=30, b=2, d=5 \Rightarrow b^d=2^5=32 > a=30 \Rightarrow T(n) = \Theta(n^5)$

ج) $T(n) = 64T(n/4) + 14n^2 + 3n^3 + 27$

$a=64, b=4, d=3 \Rightarrow b^d=4^3=64 \Rightarrow a=b^d \Rightarrow T(n) = \Theta(n^3 \log n)$

د) $T(n) = 9T(n/3) + 2n^2 + 21$

$a=9, b=3, d=1 \Rightarrow b^d=3^1=3 < a=9 \Rightarrow T(n) = \Theta(n^2 \log n)$

ه) $T(n) = 7T(n/3) + n^2/3 + 14$

$a=7, b=3, d=2 \Rightarrow b^d=3^2=9 > a=7 \Rightarrow T(n) = \Theta(n^2)$

۴ - رابطه بازگشتی زیر را با رسم جدول و به روش درخت بازگشت حل کنید. (۵ نمره)

$T(n) = 25T(n/5) + O(n^2)$

سطح	اندازه زیر مسئله	تعداد زیر مسئله	کار هر زیر مسئله	کل کار سطح
1	n	1	cn^2	$cn^2 = O(n^2)$
2	n/5	5^2	$c(n/5)^2$	$5^2 \times c(n/5)^2 = O(n^2)$
t	$n/5^t$	5^{2t}	$c(n/5^t)^2$	$5^{2t} \times c(n/5^t)^2 = O(n^2)$
	1	n^2	c	$n^2 \times c = O(n^2)$

در کل می شود $O(n^2 \log_5 n) = O(n^2 \log n)$