

تمرین شماره ۲ درس ساختمان داده‌ها و الگوریتم‌ها

۱- در پشته n عدد وجود دارند که می‌خواهیم آنها را از کوچک به بزرگ مرتب کنیم. در پایان، باید کوچک‌ترین عدد در بالای پشته و بزرگ‌ترین عدد در پایین پشته باشد. برای این کار، تنها حافظه با طول غیر ثابتی که داریم، یک پشته کمکی خالی است. توضیح دهید که چطور می‌توان پشته را مرتب کرد. زمان اجرای روش خود را هم تحلیل کنید. (۳ نمره)

۲- شما در حین گشت و گذار در یک منطقه ناشناخته، راه خود را گم می‌کنید. پس از مدتی به یک دهکده می‌رسید که n نفر جمعیت دارد. شما نیاز دارید تا از یک فرد مطمئن راه درست بازگشت به شهر خود را بپرسید. مشکل در اینجا است که برخی افراد دهکده دروغگو هستند و نمیتوان به حرف آنها اطمینان کرد و در نتیجه شما باید یک فرد راستگو را پیدا کنید. تنها امکانی که شما برای این کار دارید این است که دو نفر را با هم رودررو کنید و از هر یک بپرسید که نفر دیگر راستگو است و یا دروغگو. توجه کنید که هرچند فرد راستگو همیشه راست می‌گوید، فرد دروغگو لزوماً همواره دروغ نمی‌گوید و ممکن است راست بگوید و یا دروغ. در نتیجه وقتی شما دو نفر را با هم رودررو می‌کنید و این سوال را می‌پرسید، بر اساس پاسخ آنها، چنین می‌توانید نتیجه بگیرید:

پاسخ فرد اول	پاسخ فرد دوم	نتیجه‌گیری
فرد دوم راستگو است	فرد اول راستگو است	هر دو راستگو و یا هر دو دروغگو هستند
فرد دوم راستگو است	فرد اول دروغگو است	حداقل یکی از آنها دروغگو است.
فرد دوم دروغگو است	فرد اول راستگو است	حداقل یکی از آنها دروغگو است.
فرد دوم دروغگو است	فرد اول دروغگو است	حداقل یکی از آنها دروغگو است.

اگر فرض کنیم که بیش از نیمی از افراد راستگو هستند، الگوریتمی ارائه دهید که با $\Theta(n)$ سوال یک فرد راستگو پیدا کند. درستی زمان اجرای الگوریتم خود را ثابت کنید. (۲ نمره)

۳- فرض یک آرایه از اعداد منفی و مثبت داده شده است. در زمان خطی و بدون هیچ حافظه اضافه‌ای، این دو آرایه را از هم تفکیک کنید به صورتی که اعداد منفی در ابتدا آرایه و اعداد مثبت در انتها ی آرایه قرار بگیرند. الگوریتمی بدین منظور ارائه دهید. درستی و زمان اجرای الگوریتم خود را اثبات کنید. (۲ نمره)

۴- آرایه $A = [4, -2, 7, 8, 1, 5, 3, 6]$ را می‌خواهیم با مرتب‌سازی سریع مرتب کنیم. اگر برای انتخاب محور، اولین عنصر آرایه را به عنوان محور انتخاب کنیم، محورهای انتخاب شده و محتوای آرایه در حین اجرای مرتب‌سازی پس از هر بار افراز آرایه، چه خواهد بود؟ (۲ نمره)

۵- پشته‌ای در اختیار داریم که در آن به ترتیب اعداد ۱ تا n اضافه شده است پس در روی پشته عدد n است. یک صف کمکی هم در اختیار داریم و می‌توانیم ۳ عملیات زیر را انجام دهیم.

۱- روی پشته عمل **pop** را انجام دهیم سپس عدد **pop** شده را به صف **push** می‌کنیم.

۲- روی صف عمل **pop** را انجام دهیم سپس عدد **pop** شده را به صف **push** می‌کنیم.

۳- روی صف عمل **pop** را انجام دهیم سپس عدد **pop** شده را به پشته **push** می‌کنیم.

با استفاده از تعداد دلخواهی از اعمال بالا، چند جایگشت مختلف از اعداد ۱ تا n را می‌توان در پشته ایجاد کرد؟ (۱ نمره)

۶- دو سوال عملی مشخص شده در کوئرا را حل کنید.