



بسمه تعالی
دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک تهران)
دانشکده مهندسی کامپیوتر



درس ریاضیات گسسته، نیم سال اول سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳
استاد درس: دکتر چهرقانی

تمرین سری دوم فصل ۸ - اصول شمول و طرد

نکات مهم:

- پاسخ به تمرین‌ها می‌بایست به صورت به صورت انفرادی انجام شود.
- پاسخ تمرین‌ها می‌بایست در قالب یک فایل PDF با نام «DM_HW2_ StudentID» در زمان مقرر در صفحه درس بارگذاری شود.
- موعده تحویل این تمرین تا **۸ آبان ۱۴۰۲ ساعت ۲۳:۵۵** می‌باشد و امکان ارسال با تاخیر وجود ندارد. لذا پیشنهاد می‌شود انجام تمرین را به روزهای پایانی موکول نکنید.
- راه حل سوالات یکسان نیستند. بنابراین استفاده از هر راه‌حلی که شما را به پاسخ سوال می‌رساند و بدون ابهام توضیح داده شده باشد مجاز است و نمره کامل سوال را می‌گیرد.
- پرسش‌های خود درباره این تمرین را می‌توانید از طریق ایمیل discrete.math1402@gmail.com مطرح فرمائید.
- خواهشمند است در متن ایمیل شماره دانشجویی خود را ذکر نمایید.

سوال ۱ (۱۱ نمره):

تعداد جواب های صحیح معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 25$ را در صورتی که هر کدام از شروط زیر برآورده شود بیابید.

الف) به ازای هر $0 \leq x_i, 0 \leq i \leq 5$

ب) به ازای هر $0 \leq x_i \leq 6, 0 \leq i \leq 5$

پ) $0 \leq x_1 \leq 8$ و $2 \leq x_2 \leq 7$ و $1 \leq x_3 \leq 5$ و $3 \leq x_4 \leq 8$ و $2 \leq x_5$

سوال ۲ (۱۱ نمره):

یک دانشگاه ۳۰۰ صندلی جدید برای سایت های دانشکده های خود تهیه کرده است. با فرض اینکه ۱۵ دانشکده در این دانشگاه، سایت داشته باشند به چند روش میتوان صندلی ها را بین آنها تقسیم کرد به صورتی که :

الف) به هر دانشکده حداقل ۱۰ و حداکثر ۳۰ صندلی برسد.

ب) به هر دانشکده حداقل ۱۰ و حداکثر ۳۰ صندلی برسد و تعداد صندلی هر دانشکده بر ۵ بخش پذیر باشد.

سوال ۳ (۹ نمره):

اگر ۱۰ تاس متمایز ریخته شوند، احتمال اینکه هر شش عدد حداقل یکبار بیایند چقدر است.

سوال ۴ (۸ نمره):

برای برگزاری یک مسابقه ی ورزشی از بین ۶ داور ایرانی و ۶ داور آلمانی و ۶ داور ژاپنی و ۶ داور اسپانیایی میخواهیم ۵ داور انتخاب کنیم (فرض کنید که داور های هم وطن را یکسان در نظر میگیریم).

الف) به چند روش میتوان انتخاب کرد که از هر کشور حداقل یک داور انتخاب شود؟

ب) به چند روش میتوان انتخاب کرد که هیچ داور ژاپنی انتخاب نشود؟

پ) به چند روش میتوان انتخاب کرد که داورها دقیقا از دو کشور مختلف انتخاب شوند؟

سوال ۵ (۱۳ نمره):

به چند طریق میتوان حروف **pastathopulos** را به طوری مرتب کرد که :

الف) هیچ دو حرف یکسانی کنار هم نباشند.

ب) دقیقا ۳ جفت حروف یکسان متوالی مشاهده شود.

پ) حداقل دو جفت حروف یکسان متوالی مشاهده شود.

سوال ۶ (۹ نمره):

اعداد ۱ تا ۸ را روی ۸ کارت نوشته ایم و آنها را بین ۸ نفر توزیع میکنیم (هر کدام یک کارت). سپس تمام کارت ها را از آنها پس میگیریم و بار دیگر کارت ها را بین آنها توزیع میکنیم. به چند روش میتوان اینکار را انجام داد به صورتی که مجموع کارت اول و دوم هیچکدام از ۸ نفر برابر با ۹ نشود.

سوال ۷ (۱۲ نمره):

چند عدد طبیعی ۵ رقمی وجود دارد که مجموع ارقام آنها برابر ۲۷ باشد؟

سوال ۸ (۱۰ نمره):

فرض کنید $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ و $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. چند تابع $f: A \rightarrow B$ وجود دارد که $|f(A)| < 5$ ؟

سوال ۹ (۱۰ نمره):

۱۲ نفر از دانشجویان در هنگام ورود به جلسه امتحان، تلفن همراه و ساعت هوشمند خود را تحویل مراقب امتحان می‌دهند. در پایان امتحان، مراقب تلفن‌ها و ساعت‌ها را به صورت تصادفی بین آنها پخش می‌کند.

الف) به چند روش میتوان ساعت‌ها و تلفن‌ها را بین ۱۲ نفر تقسیم کرد به شکلی که هیچکدام ساعت یا تلفن خود را دریافت نکند؟

ب) به چند روش میتوان ساعت‌ها و تلفن‌ها را بین ۱۲ نفر تقسیم کرد به شکلی که هیچکدام هم ساعت و هم تلفن خود را دریافت نکند؟

سوال ۱۰ (۷ نمره):

چند عدد طبیعی کوچکتر یا مساوی ۱۰۰ وجود دارد که بر ۲ و ۳ و ۵ بخش‌پذیر نیستند؟

سوال ۱۱ (امتیازی):

برای شکل زیر $I(C, x)$ را حساب کنید (رخ نمیتواند در خانه‌های مشکی قرار بگیرد).

