



مدت آزمون ۴۵ دقیقه

شماره دانشجویی:

نام و نام خانوادگی:

۱ - درستی و یا نادرستی هر یک از عبارت های زیر را مشخص کنید. (هر مورد ۰.۵ نمره)

الف) $E[f(x)/g(x)] = E[f(x)]/E[g(x)]$ **نادرست**

ب) $E[g(x)+f(x)] = E[g(x)] + E[f(x)]$ **درست**

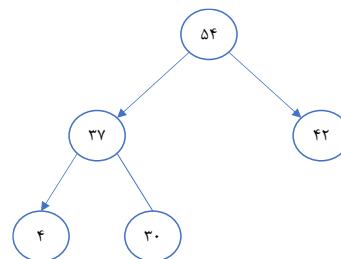
ج) مرتب سازی ادغامی، پایدار است. **درست**

د) مرتب سازی سریع، پایدار است. **نادرست**

و) مرتب سازی هرمی، پایدار است. **نادرست**

۲ - با یک هرم بیشینه خالی کار را آغاز می کنیم و اعداد زیر را به ترتیب از چپ به راست (ابتدا ۴۲، سپس ۴، ...) در آن درج می کنیم. در پایان، هرم ساخته شده به چه صورتی خواهد بود؟ (۱ نمره)

42, 4, 54, 37, 30



۳ - در مورد مرتب سازی درجی، مشخص کنید که هر حالت زیر کی اتفاق افتاده و در آن صورت، زمان اجرای آن چقدر خواهد بود.

الف) بهترین حالت (۱ نمره)

بهترین حالت زمانی اتفاق می افتد آرایه مرتب باشد. در این صورت، در هر مرحله، عنصر جدید در آخر آرایه باقی می ماند. در این صورت، زمان اجرا برابر $\Theta(n)$ خواهد بود.

الف) بدترین حالت (۱ نمره)

بدترین حالت زمانی اتفاق می افتد که آرایه برعکس مرتب شده باشد. در این صورت، در هر مرحله، عضو جدید باید به ابتدای آرایه برده شود. در این صورت، زمان اجرا برابر $\Theta(n^2)$ خواهد بود.

۴ - اطلاعات مبلغ قرارداد بازیکنان لیگ برتر در یک آرایه ذخیره شده است. اداره مالیات می خواهد موارد زیر را حساب کند. مشخص کنید در هر حالت، مشخص کنید که زمان مورد نیاز چقدر است. فرض کنید در کل n تیم و m بازیکن در لیگ حاضر هستند. (هر مورد ۰.۵ نمره)

الف) بازیکن با بیشترین درآمد: $O(m)$

ب) متوسط هزینه بازیکن هر تیم: $O(m+n)$

ج) تیم با بیشترین هزینه بازیکنان: $O(m+n)$

د) حداکثر سرمایه لازم برای تشکیل یک تیم ۲۰ نفره: $O(m)$



مدت آزمون ۴۵ دقیقه

شماره دانشجویی:

نام و نام خانوادگی:

۵ - تابع زیر را در نظر بگیرید.

```
def quiz2(n):
    if ( n < 1 ) :
        return 0
    return n + quiz2(n-2)
```

الف) خروجی این تابع به ازای ورودی $n=1402$ چند است؟ (۱ نمره)

برای n زوج، این تابع مجموع اعداد زوج ۱ تا n را حساب می کند که برابر با $n/2(n/2+1)$ است،

پس جواب آن برابر با $1402/2 * (1402/2+1)$ یعنی $701*702$ که برابر با 492,102 است.

ب) زمان اجرای این تابع بر حسب n چقدر است؟ (۱ نمره)

زمان اجرای این تابع به صورت $T(n)=T(n-2)+1$ است که برابر با $O(n)$ است.

۶ - مسابقه فوتبال برتر یک مسابقه جدید اضافه کرده است. در این مسابقه، شرکت کننده باید نام یکی از تیم های باقی مانده در لیگ دسته اول در یک فصل خاص را پیدا کند. در ابتدا لیست نام تمام تیم های حاضر در لیگ اعلام می شوند. به علاوه، در پایان لیگ، سه تیم اول به لیگ برتر صعود کرده و سه تیم آخر (رده های شانزده، هفده و هجده) به لیگ دسته دوم سقوط می کنند. اما به جای اینکه رده بندی نهایی لیگ اعلام شود، شرکت کننده باید با تعدادی سوال یکی از تیم های باقی مانده در لیگ دسته یک را پیدا کند. در هر سوال، او یک جفت تیم را انتخاب می کند و می پرسد که کدام یک در رده بندی رتبه بالاتری را کسب کرده اند. بر حسب جواب این سوال ها، شرکت کننده باید نام یکی از تیم های باقی مانده در لیگ را پیدا کند.

الف) در بهترین حالت، پس از چند سوال شرکت کننده به درستی می تواند نام یکی از تیم های باقی مانده را اعلام کند؟

چگونه؟ (۱ نمره)

در بهترین حالت، پس از ۶ سوال. او ۷ تیم را الف تا ث را انتخاب می کند و در هر سوال می پرسد که تیم الف نسبت به یکی دیگر از تیم ها رتبه اش چطور است. اگر تیم الف از ۳ تیم دیگر بالاتر و از ۳ تیم دیگر پایین تر باشد، آنگاه تیم الف در لیگ باقی مانده است.

ب) با پرسیدن چند سوال شرکت کننده می تواند حتما نام یک تیم باقی مانده را پیدا کند؟ چگونه؟ (۲ نمره)

با ۱۸ سوال. او ۷ تیم را انتخاب می کند. مطمئنا یکی از این تیم ها در لیگ باقی مانده است. حال او این ۷ تیم را به ترتیب رده بندی خود مرتب می کند. برای اینکار ابتدا با ۶ پرسش تیم با بالاترین رتبه را پیدا می کند (ابتدا الف را با ب مقایسه می کند، سپس تیم بالاتر را با پ، سپس تیم بالاتر را با ت و ...). سپس با ۵ سوال دیگر تیم دوم را به همین نحو پیدا می کند و با ۴ سوال نیز تیم سوم را پیدا می کند. در نهایت نیز با ۳ سوال، تیم چهارم را پیدا می کند. این تیم حتما در لیگ باقی مانده است چون از حداقل سه تیم پایین تر است پس صعود نکرده است و حداقل از سه تیم نیز بالاتر است، پس سقوط هم نکرده است.