
Árvores e Árvores Binárias

Rafael Alves da Costa

ANÁLISE E DESENVOLVIMENTO DE SISTEMAS
FATEC Carapicuíba

Aula 9 - Estrutura de dados

10/2025

Sumário

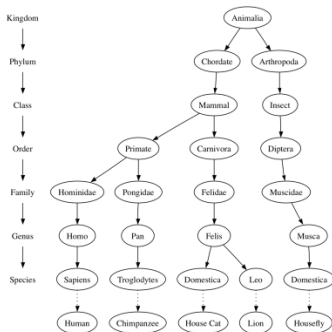
- 1 Árvore
- 2 Árvore binária
- 3 Árvores binárias encadeadas.

Árvore

Árvore

Pilhas e filas são exemplos de estrutura de dados lineares, agora vamos estudar uma **estrutura de dados não linear** muito conhecida chamada **árvore**.¹

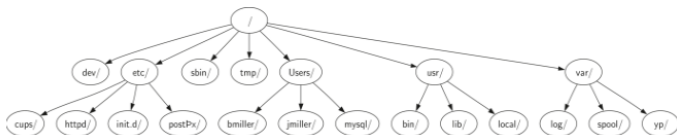
- **Exemplos 1:** Taxonomia de Alguns Animais Comuns Mostrada como uma Árvore



¹Miller, B. N.; Ranum, D. L. Problem solving with algorithms and data structures using python, 2Ed. Franklin, Beedle and Associates Inc., 2011.

Árvore

■ Exemplos 2: Uma amostra da hierarquia de um sistema de arquivos Unix



- A árvore do sistema de arquivos tem muito em comum com a árvore taxonômica. Pode-se encontrar um caminho da raiz até qualquer diretório. Esse caminho irá identificar univocamente esse subdiretório, e consequentemente, todos os arquivos contidos nele. Outra propriedade **importante** das árvores, derivada da sua **natureza hierárquica**, é que você pode mover porções inteiras de uma árvore (chamada **subárvore**) para algum outro braço **sem afetar** seus **níveis hierárquicos inferiores**. Por exemplo, nós poderíamos pegar a subárvore com raiz em /etc/, desacoplar o diretório etc/ da raiz e reacoplá-lo dentro de /usr/. Isso iria mudar o caminho que leva à pasta httpd de /etc/httpd para /usr/etc/httpd, mas não iria afetar o conteúdo ou os filhos do diretório httpd.¹

Árvore conceitos: Nó

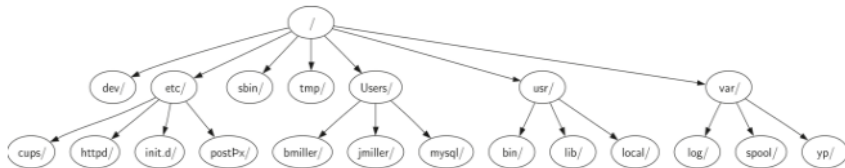
- **Definição:** Parte fundamental de uma árvore.
- **Chave:** Nome do nó.
- **Carga:** Informação adicional (um objeto arbitrário, importante para algumas aplicações).

Árvore conceitos: Aresta

- **Definição:** Conecta dois nós mostrando a relação entre eles.
- **Propriedades:**
 - Cada nó (exceto a raiz) tem uma única aresta de entrada.
 - Cada nó pode ter várias arestas de saída.

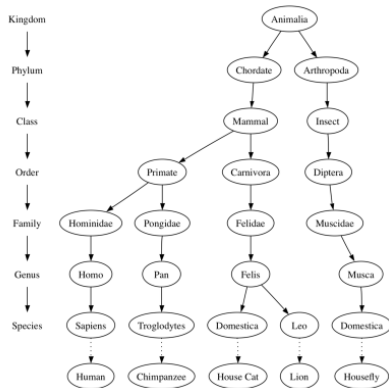
Árvore conceitos: Raiz

- **Definição:** Único nó sem arestas de entrada.
- **Exemplo:** Na figura, / é a raiz.



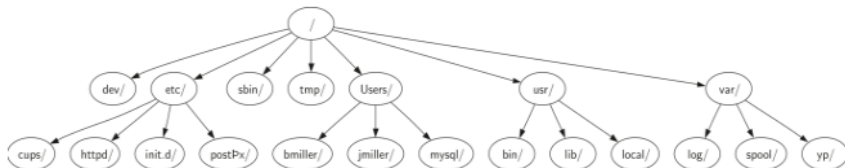
Árvore conceitos: Caminho

- **Definição:** Lista ordenada de nós conectados por arestas.
- **Exemplo:** Mamífero → Carnívora → Felidae → Felis → Domestica.



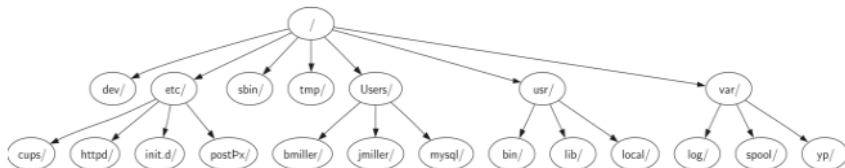
Árvore conceitos: Pai

- **Definição:** Nó que se conecta a outros nós por suas arestas de saída.
- **Exemplo:** var/ é o pai de log/, spool/ e yp/.



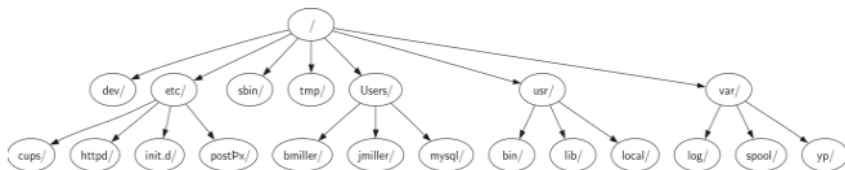
Árvore conceitos: Filhos

- **Definição:** Nós que possuem arestas originadas de um mesmo nó pai.
- **Exemplo:** log/, spool/ e yp/ são filhos de var/.



Árvore conceitos: Sibling (Irmãos)

- **Definição:** Nós filhos do mesmo pai.
- **Exemplo:** etc/ e usr/ são irmãos na árvore do sistema de arquivos.

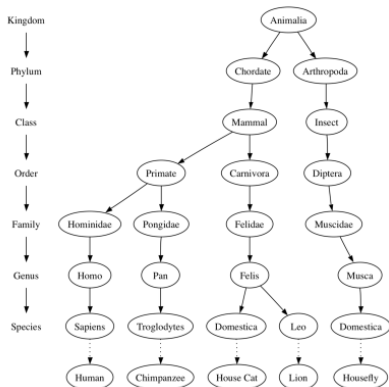


Árvore conceitos: Subárvore

- **Definição:** Conjunto de nós e arestas formado por um pai e todos os seus descendentes.

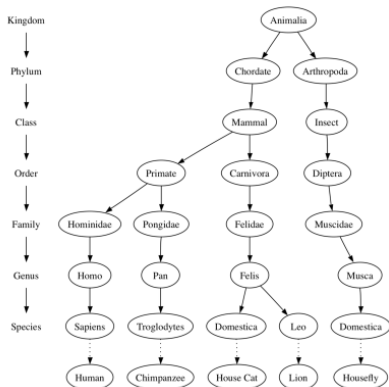
Árvore conceitos: Folha

- **Definição:** Nó sem filhos.
- **Exemplo:** Human e Chimpanzee são folhas.



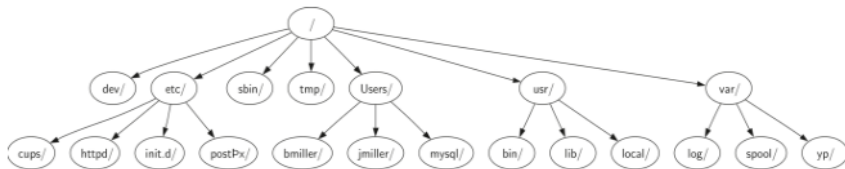
Árvore conceitos: Nível

- **Definição:** Número de arestas no caminho da raiz até o nó.
- **Exemplo:** O nível do nó Felis é cinco.



Árvore conceitos: Altura

- **Definição:** Mede a distância da raiz até a folha mais distante.
- **Exemplo:** A altura da árvore é dois.



Árvore binária

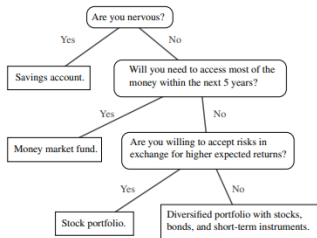
Árvore binária

- Uma árvore binária é uma árvore ordenada com as seguintes propriedades:
 - Cada nó tem no máximo dois filhos.
 - Cada nó filho é rotulado como sendo um filho esquerdo ou um filho direito.
 - Um filho esquerdo precede um filho direito na ordem dos filhos de um nó.²

²Goodrich, M. T., Tamassia, R., Goldwasser, M. H. (2013). Data structures and algorithms in Python. / Goodrich, M. T., Tamassia, R., Goldwasser, M. H. (2014). Data Structures and Algorithms in Java.

Uma árvore de decisão fornecendo conselhos de investimento

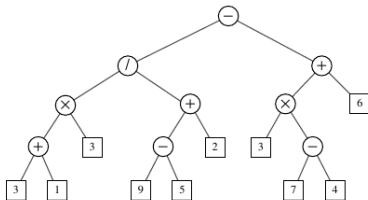
- Uma importante classe de árvores binárias surge em contextos onde desejamos representar vários resultados diferentes que podem resultar da resposta a uma série de perguntas de sim ou não. Cada nó interno está associado a uma pergunta. Começando na raiz, vamos para o filho esquerdo ou direito do nó atual, dependendo se a resposta à pergunta é "Sim" ou "Não". Com cada decisão, seguimos uma aresta de um pai para um filho, eventualmente traçando um caminho na árvore da raiz até uma folha. Tais árvores binárias são conhecidas como árvores de decisão, porque uma posição folha p em tal árvore representa uma decisão do que fazer se as perguntas associadas aos ancestrais de p forem respondidas de uma maneira que leva a p . Uma árvore de decisão é uma árvore binária própria.²



Uma árvore binária representando uma expressão aritmética

- Uma **expressão aritmética** pode ser representada por uma **árvore binária** cujas folhas estão associadas a variáveis ou constantes, e cujos nós internos estão associados a um dos operadores $+$, $-$, \times , e $/$. Cada nó em tal árvore tem um valor associado a ele.
 - Se um nó é uma folha, seu valor é o de sua variável ou constante.
 - Se um nó é interno, seu valor é definido aplicando sua operação aos valores de seus filhos.
- Uma árvore de expressão aritmética é uma árvore binária própria, já que cada operador $+$, $-$, \times , e $/$ toma exatamente dois operandos.²

Exemplo:
$$(((3 + 1) \times 3) / ((9 - 5) + 2)) - ((3 \times (7 - 4)) + 6)$$



Árvores binárias encadeadas.

Árvore binária como estrutura encadeada

- Ao representar uma árvore binária com uma estrutura encadeada, cada nó mantém explicitamente campos left e right como referências para filhos individuais. Para uma árvore geral, não há um limite a priori para o número de filhos que um nó pode ter. Uma maneira natural de realizar uma árvore geral T como uma estrutura encadeada é fazer com que cada nó armazene um único contêiner de referências para seus filhos. Por exemplo, um campo children de um nó pode ser uma lista Python de referências aos filhos do nó (se houver).²
- **Vamos ver a implementação no notebook!**
- **Além disso vamos relacionar a implementação da árvore com orientação a objeto!**

Considerações

Considerações

■ Recordando!!!

- Árvores.
- Árvores binárias.
- Árvores binárias encadeadas.
- Exercícios.