221 **2.** zum Beispiel

$\overrightarrow{OX} = \overrightarrow{OQ} + \lambda\overrightarrow{QP} + \mu\overrightarrow{QR}$

$$\overrightarrow{OX} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$$

221 **3.** Beispiele:

$$E: \overrightarrow{OX} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \\ -5 \end{pmatrix};\ s, t \in \mathbb{R}$$

$$E: \overrightarrow{OX} = \begin{pmatrix} -2 \\ 5 \\ 6 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \\ -8 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 9 \\ -5 \\ -13 \end{pmatrix};\ s, t \in \mathbb{R}$$

$$E: \overrightarrow{OX} = \begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ -7 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -5 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -9 \\ 5 \\ 13 \end{pmatrix};\ s, t \in \mathbb{R}$$

$$E: \overrightarrow{OX} = \begin{pmatrix} -6 \\ 7 \\ 14 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 8 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 9 \\ -5 \\ -13 \end{pmatrix};\ s, t \in \mathbb{R}$$

4. Druckfehler in der 1. Auflage:

Die Vektoren $\vec{u} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ sind nicht die in der Abbildung eingezeichneten Vektoren. Die Vektoren in der Zeichnung sind

$\vec{u}_Z = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{v}_Z = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$.

a) Beispiele:
Mit den Vektoren der Zeichnung $\vec{u}_Z$, $\vec{v}_Z$:

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 9 \\ 4 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix};\ s, t \in \mathbb{R}$$

[Mit den angegebenen Vektoren $\vec{u}$, $\vec{v}$:

$$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 9 \\ 4 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix};\ s, t \in \mathbb{R}\ ]$$

b) Für das obige Beispiel (Vektoren der Zeichnung):
$0 \le s \le 4{,}5$ und $0 \le t \le 2{,}475$

c) oben rechts B(−4,95 | 9 | 8,95)
oben links C(−4,95 | 0 | 8,95)
unten links D(0 | 0 | 4)
Punkte außerhalb der Dachfläche sind z. B.
E(0 | −5 | 4); F(0 | 20 | 4); G(−6 | 3 | 10); H(2 | −1 | 2).

222

5. a) $\overrightarrow{OB} = \overrightarrow{OA} + 3 \cdot \vec{u} + 2 \cdot \vec{v} = \begin{pmatrix} 22 \\ 1 \\ 8 \end{pmatrix}$

b) $\overrightarrow{OX} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AX_1} + \overrightarrow{X_1X} = \overrightarrow{OA} + s \cdot \vec{u} + t \cdot \vec{v}$

$= \begin{pmatrix} 8 \\ 3 \\ 6 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ mit $s, t \in \mathbb{R}$

6. a) Z. B: E: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ 10 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ -0,5 \\ 12 \end{pmatrix}$; $s, t \in \mathbb{R}$

b) Für obiges Beispiel:

(1) $\begin{pmatrix} 10 \\ 5,5 \\ 50 \end{pmatrix}$ (2) $\begin{pmatrix} 43 \\ -35 \\ 146 \end{pmatrix}$ (3) $\begin{pmatrix} -4,8 \\ -0,2 \\ 17,6 \end{pmatrix}$ (4) $\begin{pmatrix} 1,675 \\ -3,6125 \\ 5,9 \end{pmatrix}$

7. Beispiele:

a) E: $\vec{x} = \overrightarrow{OP} + \lambda\overrightarrow{PQ} + \mu\overrightarrow{PR} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 7 \\ -2 \end{pmatrix}$; $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$

b) E: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 9 \\ 3 \\ 5 \end{pmatrix}$; $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$

c) E: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ -5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}$; $s, t \in \mathbb{R}$

d) E: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -10 \\ -7 \\ -8 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ -11 \\ -2 \end{pmatrix}$; $s, t \in \mathbb{R}$

8. Zunächst Probe, dass P nicht auf g liegt (Punktprobe).

a) E: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1-4 \\ 4-0 \\ -1-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix}$; $s, t \in \mathbb{R}$

b) E: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix}$; $s, t \in \mathbb{R}$

222

8. c) E: $\vec{x} = \begin{pmatrix} -200 \\ 150 \\ 30 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 10 \\ -10 \\ 5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 200 \\ -150 \\ -30 \end{pmatrix}$; $s, t \in \mathbb{R}$

223

9. Gleichsetzen ergibt das Gleichungssystem

$-s - 2t = 1$

$2s - t = -2$

$s + t = -1$

welches die eindeutige Lösung $s = -1$; $t = 0$ besitzt.

Schnittpunkt: $S(-2\,|\,0\,|\,-2)$

E: $\vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$; $s, t \in \mathbb{R}$

10. a) E: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0-5 \\ -1-0 \\ -1-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix}$; $s, t \in \mathbb{R}$

b) Die Richtungsvektoren sind parallel zueinander:

$(-3) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ 6 \end{pmatrix}$, daher E: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -5 \\ -2 \end{pmatrix}$; $s, t \in \mathbb{R}$

11. **Aufgrund der selbstständigen Wahl** des Koordinatensystems gibt es **unendlich** viele **Lösungsmöglichkeiten.**
Beispiel: Wahl des Ursprungs in dem Mittelpunkt der Grundfläche.
Koordinatensystem: Standard-Rechtssystem

Grundfläche: $E_G: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$; $s, t \in \mathbb{R}$

Seitenflächen: $E_{S_1}: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 12 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ 2,5 \\ 12 \end{pmatrix}$; $s, t \in \mathbb{R}$

$E_{S_2}: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 12 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2,5 \\ 0 \\ 12 \end{pmatrix}$; $s, t \in \mathbb{R}$

$E_{S_3}: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 12 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 0 \\ -2,5 \\ 12 \end{pmatrix}$; $s, t \in \mathbb{R}$

222

11. Fortsetzung

Seitenfläche $E_{S_4}: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 12 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} -2{,}5 \\ 0 \\ 12 \end{pmatrix}; s, t \in \mathbb{R}$

12. Zum Beispiel:

P_1: $s = 0$, $t = 0$: $P_1(-2; 0; 1)$;
P_2: $s = 1$, $t = 2$: $P_2(-3; 5; 2)$;
P_3: $s = -1$, $t = 1$: $P_3(-4; 1; 0)$

$E: \vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}; s, t \in \mathbb{R}$

13. Sie hat nicht überprüft, ob die 3 Punkte auf einer Geraden liegen. Da A, B, C auf einer Geraden liegen, sind die Richtungsvektoren $\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 9 \\ 9 \\ -6 \end{pmatrix}$ linear abhängig und es wird keine Ebene sondern eine Gerade beschrieben.

14. a) $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -5 \\ 2 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} -6 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix}$ **b)** $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$

15. a) x_1x_3-Ebene **b)** x_1x_2-Ebene

224

16. a) $\overline{PQ} = \overline{QR}$ (d. h. die Punkte liegen auf einer Geraden)
[$\overline{PR} = 2 \cdot \overline{PQ}$ (d. h. die Punkte liegen auf einer Geraden)]

b) (1) Ja, denn P liegt nicht auf g.
(2) Für $s = 10$ ergibt sich $\vec{x} = \overline{OP}$. P liegt auf g.

c) (1) $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \left| \begin{array}{r} 3s + t = -1 \\ -2t = +1 \\ s - t = -1 \end{array} \right| \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} s = -\frac{1}{6} \\ t = -0{,}5 \\ s = -0{,}5 \end{array} \right|$

Die Geraden sind windschief zueinander.

(2) $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \left| \begin{array}{r} -s = 1 \\ s - t = 0 \\ 2s - t = 1 \end{array} \right| \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} s = -1 \\ t = -1 \\ t = -3 \end{array} \right|$

Die Geraden sind windschief zueinander.

224

16. b) (3) $\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -6 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ 8 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \left| \begin{array}{r} 3s - 6t = -6 \\ -s + 2t = 2 \\ 4s - 8t = -8 \end{array} \right| \Leftrightarrow$ t beliebig und $s = 2t - 2$

Die beiden Geraden sind identisch.

17. a) $\vec{x} = s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

b) $\vec{x} = s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

c) $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

d) $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

e) $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

f) $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ -4 \end{pmatrix}$

g) $\vec{x} = s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

18. - 3 Punkte: Beispiel: Schülerband S. 222, Aufgabe 7.
- 1 Punkt und 1 Gerade: Beispiel: Schülerband S. 222, Aufgabe 8
- 2 Geraden, die sich in einem Punkt schneiden:
Beispiel: Schülerband S. 223, Aufgabe 9
- 2 verschiedene parallele Geraden: Beispiel: Schülerband S. 223, Aufgabe 10

19. a) $E: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$

b) Es muss gelten: $\lambda, \mu \geq 0$ und $\lambda + \mu \leq 1$.

20. P liegt auf E wenn:
$\overline{OP} = \overline{OA} + r\vec{u} + s\vec{v}$ für ein $s, r \in \mathbb{R}$
$\Leftrightarrow \vec{O} = \overline{OA} - \overline{OP} + r\vec{u} + s\vec{v}$
$\Leftrightarrow \vec{O} = \overline{AP} + r\vec{u} + s\vec{v}$ für ein $s, r \in \mathbb{R}$
Das ist genau die Bedingung für lineare Abhängigkeit von $\overline{AP}$, $\vec{u}$ und $\vec{v}$ da wenigstens ein Vorfaktor ungleich 0 ist.

21. a) Der Stützvektor aller drei Parameterdarstellungen ist gleich. Die Richtungsvektoren der Ebene sind die Richtungsvektoren der beiden Geraden. Für $s = 0$, r beliebig ergibt sich aus der Ebene die Gerade g_1 und für $r = 0$ und s beliebig die Gerade g_2.

224

21. b) Setze in $\vec{x} = \vec{a} + r \cdot \vec{u} + s \cdot \vec{v}$

(1) $s = 0$, das ergibt g: $\vec{x} = \vec{a} + t \cdot \vec{u}$

(2) $r = 0$, das ergibt g: $\vec{x} = \vec{a} + t \cdot \vec{v}$

(3) $r = 1$, das ergibt g: $\vec{x} = \vec{a} + \vec{u} + t \cdot \vec{v}$

(4) $s = 3$, das ergibt g: $\vec{x} = \vec{a} + 3\vec{v} + t \cdot \vec{u}$

4.3.2 Punktprobe in der Parameterdarstellung einer Ebene

226

1. Kein Punkt liegt auf der Ebene.

2. Dadurch, dass Timo die Konstanten in die 1. Spalte der Matrix geschrieben hat, lautet das lineare Gleichungssystem nach Einsatz des GTR:

$$\left| \begin{array}{l} 1 = 0{,}5t \\ 0 = s + 0{,}5t \\ 0 = 0 \end{array} \right|.$$

Man kann also nicht direkt die Werte von s, t ablesen, sondern muss noch rechnen: $t = 2$ und $s = -1$

3. a) $s = 0, t = 1$
b) $s = 2, t = -1$
c) P liegt nicht in E
d) $s = -1, t = -\frac{1}{4}$

4. Offene Aufgabe: Vorgehensweise im Schülerband S. 225 erklärt.

5. Geprüft wird, ob P_4 in der Ebene E liegt, die von P_1, P_2, P_3 bestimmt ist.

a) $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -8 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -7 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} s = \frac{1}{2} \\ t = 0 \\ s = \frac{1}{2} \end{array} \right|$, d. h. $P_4 \in E$

b) $\begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} s = 0 \\ t = 2 \\ s = 0 \end{array} \right|$, d. h. $P_4 \in E$

c) $\begin{pmatrix} 7 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ -6 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ -10 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} s = -1 \\ t = 1 \\ -1 = 1 \end{array} \right|$, d. h. $P_4 \notin E$

6. a) Wenn die Geraden sich schneiden, zueinander parallel sind oder sogar identisch sind, liegen sie in einer Ebene.

226

6. b) g: $\vec{x} = \overrightarrow{OP_1} + s\overrightarrow{P_1P_2}$, h: $\vec{x} = \overrightarrow{OP_3} + t\overrightarrow{P_3P_4}$

für 3a) $\vec{x} = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -8 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$ bzw. $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -8 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 2 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \left| \begin{array}{c} t = 1 \\ s = \frac{1}{2} \\ +1 = +1 \end{array} \right|$$

Die beiden Geraden schneiden sich in S (3 | 2 | 1).

für 3b) $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} s = 0 \\ t = -1 \\ 3 = 3 \end{array} \right|$

Die beiden Geraden schneiden sich in S (2 | 1 | 3).

für 3c) $\begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ 5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow 0 = 4$

d. h. die beiden Geraden sind windschief.

7. a) $\begin{pmatrix} 8 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} s = 1 \\ t = -1 \\ 2 = 2 \end{array} \right|$

P liegt nicht im Parallelogramm, denn es gilt nicht: $0 \le s, t \le 1$

b) $\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 0{,}5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \left| \begin{array}{r} s = 0{,}5 \\ t = 0{,}5 \\ 0{,}5 = 0{,}5 \end{array} \right|$

P ist der Schnittpunkt der Diagonalen im Parallelogramm.

c) $\begin{pmatrix} 2 \\ 2{,}5 \\ 3{,}5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \left| \begin{array}{r} s = 1{,}5 \\ t = 3 \\ 3{,}5 = 3{,}5 \end{array} \right|$

P liegt nicht im Parallelogramm.

d) $\begin{pmatrix} -4 \\ 3{,}5 \\ -2{,}5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \left| \begin{array}{r} s = -0{,}5 \\ t = 2 \\ -2{,}5 = -2{,}5 \end{array} \right|$

P liegt nicht im Parallelogramm.