

Übungsaufgaben Stochastik – Teil B

Aus NT 2020

In der Kleinkunsthöhne können für jede Vorstellung höchstens 80 Eintrittskarten verkauft werden. Die Zufallsgröße X beschreibt die Anzahl der pro Vorstellung verkauften Eintrittskarten. Diese Zufallsgröße X wird als binomialverteilt angenommen.

- Erfahrungsgemäß beträgt die Wahrscheinlichkeit für den Verkauf einer Eintrittskarte 0,785. Pro Jahr finden 300 Vorstellungen statt. Bestimme, wie viele Vorstellungen pro Jahr zu erwarten sind, für die mindestens 75 % der Eintrittskarten verkauft werden.
- Eine Vorstellung ist für den Betreiber der Bühne gewinnbringend, wenn mindestens 30 Eintrittskarten für diese Vorstellung verkauft werden. Begründe, dass der Betreiber nicht mit finanziellen Verlusten wegen zu geringer Zuschauerzahlen rechnen muss.

Die Attraktivität der Vorstellungen soll so gesteigert werden, dass eine zufällig ausgewählte Vorstellung mit einer Wahrscheinlichkeit von 10 % ausverkauft sein wird.

- Bestimme die dafür notwendige Wahrscheinlichkeit für den Verkauf einer Eintrittskarte.

Nach Umbau und Erweiterung der Kleinkunsthöhne ergeben sich aus der Besucherstatistik für die Zufallsgröße X der Erwartungswert 80 und die Standardabweichung 4.

- Bestimme, wie viele Eintrittskarten nun pro Vorstellung zusätzlich verfügbar sind.

Aus NT 2019

Skifahren ist ein beliebter Wintersport, bei dem es leider immer wieder zu Unfällen kommt. Aufgrund einer statistischen Erhebung ist bekannt, dass der Anteil von Kindern an den Unfallverursachern bei 8 % liegt.

- Berechne die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:
Ereignis A: Höchstens vier der nächsten 20 Unfälle werden von Kindern verursacht. Ereignis B: Bei den nächsten 20 Unfällen wird kein Unfall von Kindern verursacht.

Eine Analyse der ärztlich behandelten Unfälle in der letzten Wintersaison unterscheidet die Verletzungen bei Frauen und Männern. Es wurde festgestellt, dass bei den verletzten Frauen der Anteil der Knieverletzungen 44,2 % betrug. Bei den verletzten Männern betrug dieser Anteil 23,4 %. Insgesamt 31,6 % aller Verletzungen waren Knieverletzungen.

- Bestimme den Anteil der verletzten Frauen an allen Verletzten.

Aus ET 2019

Es gibt eine Fähre, die ausschließlich von Fußgängern und Radfahrern genutzt wird. Der Anteil der Fußgänger an allen Nutzern der Fähre beträgt $\frac{2}{3}$. Es werden 100 Nutzer der Fähre zufällig ausgewählt.

- Berechne die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse unter Annahme einer Binomialverteilung:
Ereignis A: Mehr als die Hälfte dieser Nutzer der Fähre sind Radfahrer.
Ereignis B: Es sind weniger Fußgänger unter diesen Nutzern der Fähre als zu erwarten sind.

Ein Ticket für Fußgänger kostet 1,85 € und ein Ticket für Radfahrer 3,70 €. Andere Tickets werden nicht angeboten. Für den Fährbetrieb fallen pro Tag 1040,00 € Betriebskosten an. Im Mittel sind täglich 390 Nutzer der Fähre zu erwarten.

- Berechne den mittleren Verlust der Fährbetreiber an einem Tag.

Der mittlere Verlust soll durch eine Erhöhung der Ticketpreise ausgeglichen werden. Dabei soll das Verhältnis der Ticketpreise für Fußgänger und Radfahrer erhalten bleiben. Es wird davon ausgegangen, dass weiterhin im Mittel täglich 390 Nutzer der Fähre zu erwarten sind.

- c) Berechne, um welchen Betrag der jeweilige Ticketpreis mindestens angehoben werden muss.

Aus ET 2019

Die optischen Experimente werden in einem „Science Center“ durchgeführt. Für den Besuch im „Science Center“ gibt es Dauerkarten für Erwachsene und Dauerkarten für andere Besucher. 40% aller Besucher des „Science Centers“ besitzen eine Dauerkarte. 23% der Besucher, die eine Dauerkarte besitzen, sind Erwachsene. 38% aller Besucher des „Science Centers“ sind Erwachsene. Ein Besucher des „Science Centers“ wird zufällig ausgewählt und besitzt keine Dauerkarte.

- a) Ermittle die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dieser Besucher ein Erwachsener ist.
- b) Ein Besucher des „Science Centers“ wird zufällig ausgewählt und ist kein Erwachsener. Ermittle die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dieser Besucher keine Dauerkarte besitzt.

Aus NT 2018

Eine Halle wird für Veranstaltungen genutzt. Es werden eine Musikshow, ein Theaterprogramm und ein Familienprogramm angeboten. Betrachtet werden nur die Gäste, welche an zwei dieser Veranstaltungen teilnehmen. Erfahrungsgemäß gilt: Mit einer Wahrscheinlichkeit von 65 % wählen die Gäste beim ersten Besuch die Musikshow. Diese Gäste werden beim zweiten Besuch mit einer Wahrscheinlichkeit von 42 % wieder die Musikshow, mit einer Wahrscheinlichkeit von 21 % das Theaterprogramm und mit einer Wahrscheinlichkeit von 37 % das Familienprogramm besuchen. Mit einer Wahrscheinlichkeit von 11 % wählen die Gäste beim ersten Besuch das Theaterprogramm. Diese Gäste werden beim zweiten Besuch mit einer Wahrscheinlichkeit von 41 % die Musikshow und mit einer Wahrscheinlichkeit von 59 % wieder das Theaterprogramm besuchen. Die Besucher des Familienprogramms werden beim zweiten Besuch entweder die Musikshow oder das Theaterprogramm wählen.

- a) Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Gast die gleiche Veranstaltung zweimal besuchen wird.
- b) Ermittle, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein Gast bei den zwei Besuchen einmal am Familienprogramm teilnehmen wird.
- c) Mit einer Wahrscheinlichkeit von 8,4 % wählen Gäste erfahrungsgemäß beim ersten Besuch das Familienprogramm und beim zweiten Besuch das Theaterprogramm. Zeige, dass 65 % der Gäste, die zuerst das Familienprogramm gewählt haben, beim zweiten Besuch die Musikshow besuchen werden.
- d) Von den Gästen, die beim zweiten Besuch die Musikshow gewählt haben, wird zufällig ein Gast ausgewählt. Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dieser Gast bei seinem ersten Besuch nicht die Musikshow gewählt hatte.

IQB 2022

Unter den Kunden eines Krankenversicherungsunternehmens haben 59 % Datenschutzbedenken. Von den Kunden mit Datenschutzbedenken nutzen 23 % ein Fitnessarmband. 19 % aller Kunden haben keine Datenschutzbedenken und nutzen ein Fitnessarmband.

- a) Stelle den Sachverhalt in einem beschrifteten Baumdiagramm dar.
- b) Eine unter allen Kunden zufällig ausgewählte Person nutzt ein Fitnessarmband. Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sie Datenschutzbedenken hat.

- c) Es gilt: $0,23 \neq 0,59 \cdot 0,23 + 0,19$. Begründe damit, dass die Ereignisse „Eine unter allen Kunden zufällig ausgewählte Person hat Datenschutzbedenken.“ und „Eine unter allen Kunden zufällig ausgewählte Person nutzt ein Fitnessarmband.“ stochastisch abhängig sind.

100 Kunden des Unternehmens werden zufällig ausgewählt.

- d) Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mehr als 50 % der ausgewählten Kunden Datenschutzbedenken haben.
- e) Ersetzt man die Platzhalter a und b in geeigneter Weise, so kann mit dem Term $1 - \sum_{k=51}^{100} \binom{100}{k} \cdot 0,59^k \cdot a^b$ die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses im Sachzusammenhang berechnet werden.
Gib an, wodurch die Platzhalter zu ersetzen sind, und beschreiben Sie das zugehörige Ereignis.
- f) Untersuche, ob es einen Wert von n mit $n > 0$ gibt, für den die folgende Aussage richtig ist:
Werden $2n$ Kunden des Unternehmens zufällig ausgewählt, so ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass unter diesen niemand Datenschutzbedenken hat, halb so groß wie bei n Kunden

IQB 2022

Ein Telefonanbieter bietet die Tarife S, M und L an. Jeder Kunde hat genau einen dieser Tarife. Allen Kunden steht eine Service-Hotline zur Verfügung. 20 % aller Kunden haben den Tarif S, 25 % den Tarif L. 47 % aller Kunden und dabei die Hälfte der Kunden mit dem Tarif M haben bereits die Service-Hotline angerufen. 11 % aller Kunden haben den Tarif S und haben die Service-Hotline noch nicht angerufen.

- a) Stelle alle im Sachzusammenhang relevanten Anteile – analog zu einer Vierfelder-Tafel – in der folgenden Tabelle dar.

	Tarif S	Tarif M	Tarif L	
Service-Hotline angerufen				
Service-Hotline nicht angerufen				
				100 %

- b) Ein zufällig ausgewählter Kunde hat die Service-Hotline noch nicht angerufen. Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dieser Kunde den Tarif S hat.
- c) Bestimme den Anteil aller Kunden, die entweder den Tarif L haben oder die Service-Hotline noch nicht angerufen haben.

Der Anbieter führt eine Befragung unter 600 zufällig ausgewählten Kunden durch. Es kann davon ausgegangen werden, dass unter den Befragten die Anzahl derjenigen mit dem Tarif S binomialverteilt ist.

- d) Beschreibe die Bedeutung des Terms $\sum_{i=470}^{600} \binom{600}{i} \cdot 0,8^i \cdot 0,2^{600-i}$ im Sachzusammenhang.
- e) Bestimme die größte natürliche Zahl k , für die die Wahrscheinlichkeit dafür, dass unter den Befragten weniger als k Kunden den Tarif S haben, kleiner als 25 % ist.