Aufgabe 1

Für ein Zufallsexperiment werden eine Münze und zwei Tetraeder (vierseitige Pyramide) genutzt.
Beide Tetraeder sind auf allen vier Seiten mit jeweils einer Zahl beschriftet, Tetraeder A mit 1, 2, 3, 4; Tetraeder B mit 1, 1, 2, und 3. Die Münze ist auf einer Seite mit einem Minus „□“, auf der anderen Seite mit einem Plus „+“ beschriftet.

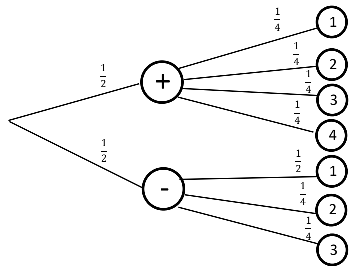
Zunächst wird die Münze geworfen. Zeigt die Münze „+“, so wird anschließend Tetraeder A einmal geworfen, zeigt sie „-“, so wird Tetraeder B einmal geworfen. Die geworfene Zahl wird mit dem Vorzeichen notiert.

1.1 Stellen Sie das Zufallsexperiment in einem beschrifteten Baumdiagramm dar.

3 BE

1.2 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die gewürfelte Zahl ungerade oder kleiner als 3 ist.

2 BE

1.1		3
1.2	$P(ungerade\ oder\ kleiner\ als\ 3) = \frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3}{4}$ oder über Gegenereignis	2

Teil-auf-gab e	BE	Leitideen					allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungs-bereich		
		L1	L2	L3	L4	L5	K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
3.1	3					X			I	I			3		
3.2	2					X		II	II		I		1	1	

Aufgabe 2

Für zweistufiges Zufallsexperiment werden eine Münze und ein Würfel verwendet.
Die Münze ist auf einer Seite mit 1, auf der anderen mit 2 beschriftet. Der Würfel ist mit 1, 1, 2, 2, 3 und 4 beschriftet.

Zunächst wird die Münze einmal geworfen. Anschließend wird der Würfel einmal geworfen. Das Ergebnis des Zufallsversuchs ist eine zweistellige Zahl.

a) Stellen Sie das Zufallsexperiment in einem beschrifteten Baumdiagramm dar.

3 BE

b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, eine Primzahl zu erhalten.

2 BE

1.1		3
1.2		2

Teil-auf-gabe	BE	Leitideen					allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungs-bereich		
		L1	L2	L3	L4	L5	K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
1.1	3					X			I	I		I	3		
1.2	2					X		II	II		I			2	

Aufgabe 3:

In einer Urne befinden sich blaue und gelbe Kugeln. Es wird einmal verdeckt gezogen. Es befinden sich 6 gelbe Kugeln in der Urne.

Dabei gilt: $Ereignis\ B: eine\ blaue\ Kugel\ wird\ gezogen, P(B) = 0{,}7$.

a) Bestimmen Sie die Anzahl der blauen Kugeln.

b) In einer Urne befinden sich blaue und gelbe Kugeln. Es wird zweimal verdeckt mit Zurücklegen gezogen. Es befinden sich 5 gelbe Kugeln in der Urne.
Dabei gilt: $Ereignis\ B: mindestens\ eine\ blaue\ Kugel\ wird\ gezogen, P(B) = 0{,}75$. Um die Anzahl der Kugeln in der Urne zu bestimmen, wurde folgender Rechenweg angegeben. Interpretieren Sie die einzelnen Lösungsschritte.

(1): $P(G) = 1 - 0{,}75 = 0{,}25$

(2): $\frac{5}{n} \cdot \frac{5}{n} = 0{,}25$

(3): $\frac{25}{n^2} = 0{,}25 \rightarrow n = 10\ In\ der\ Urne\ befinden\ sich\ 10\ Kugeln.$

a	Ereignis G: eine gelbe Kugel wird gezogen $\rightarrow$ $P(G) = 1 - P(B) = 0{,}3 = \frac{6}{n} \rightarrow n = 20$ $b: Anzahl\ der\ blauen\ Kugeln \rightarrow b = n - 6 = 14$	1 1
b	(1): Die Wahrscheinlichkeit, dass zweimal Gelb gezogen wird, ist die Gegenwahrscheinlichkeit zu $P(B)$ (2): Bei 5 gelben Kugeln und zweimal Ziehen mit Zurücklegen wird hier der Term nach Pfadregel für zweimal Ziehen einer gelben Kugel angegeben (3): Der Term wird umgeformt um die Gesamtzahl der Kugeln zu berechnen	1 1 1

Teil-auf-gabe	BE	Leitideen					allgemeine mathematische Kompetenzen						Anforderungs-bereich		
		L1	L2	L3	L4	L5	K1	K2	K3	K4	K5	K6	I	II	III
1.1	2	X				X		II	I		I-II		1	1	
1.2	3					X						II	1	2	

Aufgabe 4:

In den Urnen U_1 und U_2 befinden sich Kugeln, die sich nur in ihrer Farbe unterscheiden:

U_1: 6 rote und 4 blaue Kugeln

U_2: 1 rote und 4 blaue Kugeln

4.1 Aus der Urne U_1 werden zwei Kugeln nacheinander ohne Zurücklegen zufällig gezogen.

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die beiden gezogenen Kugeln die gleiche Farbe haben.

2 BE

4.2 Es wird eine der beiden Urnen zufällig ausgewählt. Aus dieser wird eine Kugel zufällig gezogen. Die gezogene Kugel ist rot.

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass diese Kugel aus der Urne U_1 stammt.

3 BE

4.1	Ansatz für Wahrscheinlichkeit: $P(E_1) = \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} + \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9}$; Wahrscheinlichkeit: $\frac{7}{15}$	2
4.2	Ansatz für Wahrscheinlichkeit z. B.: Baumdiagramm Term für Wahrscheinlichkeit: $P(E_2) = P(U_1 \mid r) = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{6}{10}}{\frac{1}{2} \cdot \frac{6}{10} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{5}}$ Wkt: 3/4	3

Aufgabe 5:

Ein Glücksrad ist in einen blauen, einen gelben und in einen roten Sektor unterteilt. Beim Drehen des Glücksrades tritt „Blau" mit der Wahrscheinlichkeit p und „Rot" mit der Wahrscheinlichkeit $2 \cdot p$ ein.

5.1 Geben Sie an, welche Werte für p bei diesem Glücksrad möglich sind.

2 BE

5.2 Das Glücksrad wird zweimal gedreht.

Betrachtet wird das Ereignis E: Es tritt mindestens einmal „Rot" ein.

Zeigen Sie, dass das Ereignis E mit der Wahrscheinlichkeit $P(\mathrm{E}) = 4 \cdot p - 4 \cdot p^2$ eintritt.

3 BE

5.1	$0 < p < \frac{1}{3}$	2
5.2	$P(\mathrm{E}) = 1-(1-2 \cdot p)^2 = 4 \cdot p - 4 \cdot p^2$	3

Aufgabe 6:

In Urne A befinden sich zwei rote und drei weiße Kugeln. Urne B enthält drei rote und zwei weiße Kugeln. Betrachtet wird folgendes Zufallsexperiment:
Aus Urne A wird eine Kugel zufällig entnommen und in Urne B gelegt; danach wird aus Urne B eine Kugel zufällig entnommen und in Urne A gelegt.

6.1 Geben Sie alle Möglichkeiten für den Inhalt der Urne A nach der Durchführung des Zufallsexperiments an.

2 BE

6.2 Betrachtet wird das Ereignis E: Nach Durchführung des Zufallsexperiments befinden sich wieder drei weiße Kugeln in Urne A.

Untersuchen Sie, ob das Ereignis E eine größere Wahrscheinlichkeit als sein Gegenereignis hat.

3 BE

6.1	*rrwww, rrrww, rwwww*	2
6.2	$P(\mathrm{E}) = P(\mathrm{ww}) + P(rr) = \frac{3}{10} + \frac{4}{15} = \frac{17}{30}$ E ist wahrscheinlicher als sein Gegenereignis, da $P(\overline{\mathrm{E}}) = 1 - \frac{17}{30} = \frac{13}{30}$.	3