4 Rechtwinkliges Dreieck

a) $f(2) = -0{,}4 \cdot 4 + 1{,}2 \cdot 2 + 1{,}6 = 2{,}4$

$\overline{AB} = 1 + 2 = 3$

$\overline{BC} = 2{,}4$

$A = \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot \overline{BC} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2{,}4 = 3{,}6$ FE

b) $A = \frac{1}{2}(u+1) \cdot f(u)$

$C(u\,|\,f(u))$ liegt auf der Parabel und es gilt:

$f(u) = -0{,}4u^2 + 1{,}2u + 1{,}6$ mit $-1 < u < 4$.

$z(u) = \left(\frac{1}{2}u + \frac{1}{2}\right) \cdot (-0{,}4u^2 + 1{,}2u + 1{,}6)$

$= -0{,}2u^3 + 0{,}6u^2 + 0{,}8u - 0{,}2u^2 + 0{,}6u + 0{,}8$

$= -0{,}2u^3 + 0{,}4u^2 + 1{,}4u + 0{,}8$

$z'(u) = -0{,}6u^2 + 0{,}8u + 1{,}4$

$z''(u) = -1{,}2u + 0{,}8$

$z'(u) = 0$

Lösung mit der abc- oder pq-Formel:

$x_1 = \frac{7}{3} = 2{,}\overline{3}$; $x_2 = -1$ (nicht Teil des Definitionsbereichs)

$z''(2{,}\overline{3}) = -1{,}2 \cdot 2{,}\overline{3} + 0{,}8 < 0$: Hochpunkt

Für $u = 2{,}\overline{3}$ hat das Dreieck den größten Flächeninhalt.

5 Trapez

a) $f(0) = 4 \Rightarrow S_4(0\,|\,4)$

$f(x) = 0$

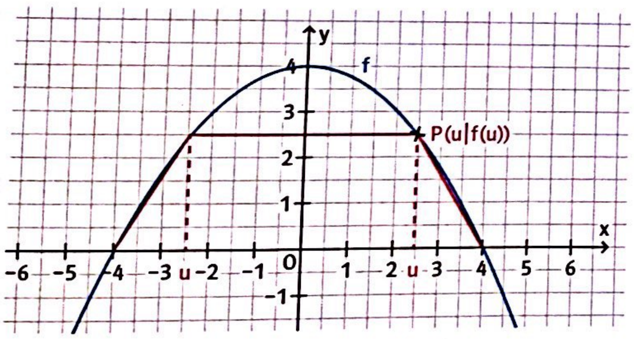
$-\frac{1}{4}x^2 + 4 = 0 \quad |-4$

$-\frac{1}{4}x^2 = -4 \quad |:\left(-\frac{1}{4}\right)$

$x^2 = 16 \quad |\sqrt{\ }$

$x_1 = 4$

$x_2 = -4$



b) $f(2) = -\frac{1}{4} \cdot 2^2 + 4 = -1 + 4 = 3$

$A = \frac{(8+2u) \cdot f(u)}{2} = \frac{(8+4) \cdot 3}{2}$

$= \frac{36}{2} = 18$

c) $A = \frac{(8+2u) \cdot f(u)}{2}$

$P(u\,|\,f(u))$ liegt auf der Parabel und es gilt:

$f(u) = -\frac{1}{4}u^2 + 4$ mit $0 < u < 4$.

$z(u) = \frac{(8+2u) \cdot \left(-\frac{1}{4}u^2 + 4\right)}{2}$

$= \frac{-2u^2 - \frac{1}{2}u^3 + 32 + 8u}{2}$

$= -\frac{1}{4}u^3 - u^2 + 4u + 16$

$z'(u) = -\frac{3}{4}u^3 - 2u + 4$

$z''(u) = -\frac{3}{2}u - 2$

Lösung mit der abc- oder pq-Formel:

$z_1 = \frac{4}{3}$; $z_2 = -4$ (nicht Teil des Definitionsbereichs)

$z''\left(\frac{4}{3}\right) = -\frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} - 2 = -2 - 2 = -4 < 0$: Hochpunkt

Für $u = \frac{4}{3}$ hat das Trapez den größten Flächeninhalt.

6 Rechteck

a) $A = 2u \cdot f(u)$

$P(u\,|\,f(u))$ liegt auf der Parabel und es gilt:

$f(u) = \frac{8}{u^2}$ mit $0 > u$

$z(u) = 2 \cdot u \cdot \frac{8}{u^2} = \frac{16}{u}$

b) $z(u) = 8$

$\frac{16}{u} = 8 \Rightarrow u = 2$

c) $z(u) = \frac{16}{u} = 16 \cdot u^{-1}$

$z'(u) = -16u^{-2} = \frac{-16}{u^2}$

$z'(u)$ ist für alle $u > 0$ kleiner als null, d.h., $z(u)$ ist streng monoton fallend.

7 Funktionenschar

Schnittpunkt mit der y-Achse:

$f_t(0) = 2t + 3$: $S_y(0\,|\,2t+3)$

Schnittpunkt mit der x-Achse:

$-tx + 2t + 3 = 0 \quad |-2t-3$

$-tx = -2t - 3 \quad |:(-t)$

$x = 2 + \frac{3}{t}$

$S_x\left(0\,|\,2 + \frac{3}{t}\right)$

Dreiecksseiten: $a = 2 + \frac{3}{t}$

$b = 2t + 3$

$A = \frac{1}{2} \cdot \left(2 + \frac{3}{t}\right) \cdot (2t+3)$

$z(t) = \left(1 + \frac{3}{2t}\right) \cdot (2t+3)$

$= 2t + 3 + 3 + \frac{9}{2t}$

$= 2t + \frac{9}{2t} + 6 = 6t + 4{,}5t^{-1} + 6$ mit $t > 0$