

# Lösungen

## Übungsaufgaben Ermitteln von Stammfunktionen 1

a)  $F(x) = c$

b)  $F(x) = 2x + c$

c)  $F(x) = \frac{1}{2}x^2 + c$

d)  $F(x) = \frac{1}{3}x^3 + c$

e)  $F(x) = \frac{1}{4}x^4 + c$

f)  $F(x) = \frac{1}{5}x^5 + x^3 + 5x + c$

g)  $F(a) = \frac{4}{3}a^3 - a^2 + c$

h)  $F(x) = \frac{3}{8}x^4 - \frac{1}{6}x^2 + c$

i)  $F(t) = \frac{2}{21}t^3 + \frac{1}{2}t^2 + c$

j') Die Funktion muss zuerst umgeschrieben werden:

$$f(x) = \frac{2x^3 - 8x^2 + 1}{4x^2} = \frac{2x^3}{4x^2} - \frac{8x^2}{4x^2} + \frac{1}{4x^2}$$

$$f(x) = \frac{1}{2}x - 2 + \frac{1}{4}x^{-2}$$

Nun können wir integrieren:

$$F(x) = \frac{1}{4}x^2 - 2x - \frac{1}{4}x^{-1} + c$$

$$\underline{\underline{F(x) = \frac{1}{4}x^2 - 2x - \frac{1}{4x} + c}}$$

## Übungsaufgaben Ermitteln von Stammfunktionen 2

Bei diesen vier Aufgaben ist es sehr empfehlenswert, die Terme entsprechend umzuschreiben.

a)  $f(x) = \frac{5}{x^2} + \frac{30}{x^3} = 5x^{-2} + 30x^{-3}$

$$F(x) = -5x^{-1} - 15x^{-2} + c$$

$$\underline{\underline{F(x) = -\frac{5}{x} - \frac{15}{x^2} + c}}$$

$$b) f(t) = \frac{3}{2}t - \frac{1}{2\sqrt{t}} = \frac{3}{2}t - \frac{1}{2}t^{-\frac{1}{2}}$$

$$F(t) = \frac{3}{4}t^2 + t^{\frac{1}{2}} + c$$

$$\underline{\underline{F(t) = \frac{3}{4}t^2 + \sqrt{t} + c}}$$

$$c) f(x) = x^{-4} + 2x^2 - \frac{3}{x^3} = x^{-4} + 2x^2 - 3x^{-3}$$

$$F(x) = -\frac{1}{3}x^{-3} + \frac{2}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^{-2} + c$$

$$\underline{\underline{F(x) = -\frac{1}{3x^3} + \frac{2}{3}x^3 + \frac{3}{2x^2} + c}}$$

$$d) f(x) = \sqrt[3]{x^2} + \sqrt[5]{x^3} + \frac{3}{\sqrt{x}} - \frac{2}{\sqrt[3]{x}}$$

$$f(x) = x^{\frac{2}{3}} + x^{\frac{3}{5}} + 3 \cdot x^{-\frac{1}{2}} - 2 \cdot x^{-\frac{1}{3}}$$

$$F(x) = \frac{3}{5}x^{\frac{5}{3}} + \frac{5}{8}x^{\frac{8}{5}} + 6x^{\frac{1}{2}} - 3x^{\frac{2}{3}} + c$$

$$\underline{\underline{F(x) = \frac{3}{5} \cdot \sqrt[5]{x^5} + \frac{5}{8} \cdot \sqrt[8]{x^8} + 6 \cdot \sqrt{x} - 3 \cdot \sqrt[3]{x^2} + c}}$$

### Übungsaufgaben Ermitteln von Stammfunktionen 3

$$a) F(x) = -\cos x - \sin x + 3e^x + c$$

$$b) f(x) = \frac{1}{x} + \frac{2}{x^2} + \frac{3}{x^3} = x^{-1} + 2x^{-2} + 3x^{-3}$$

$$F(x) = \ln|x| - 2x^{-1} - \frac{3}{2}x^{-2} + c$$

$$\underline{\underline{F(x) = \ln|x| - \frac{2}{x} - \frac{3}{2x^2} + c}}$$

$$c) F(x) = -\sin x - 2 \cdot \cos x + c$$

$$d) f(x) = \frac{3}{\sqrt[7]{x^3}} - 4 \cdot \sin x + 5 \cdot e^x - \frac{3}{x^2}$$

$$f(x) = 3 \cdot x^{-\frac{3}{7}} - 4 \cdot \sin x + 5e^x - 3x^{-2}$$

$$F(x) = \frac{21}{4}x^{\frac{4}{7}} + 4 \cdot \cos x + 5e^x + 3x^{-1} + c$$

$$\underline{\underline{F(x) = \frac{21}{4} \cdot \sqrt[7]{x^4} + 4 \cdot \cos x + 5e^x + \frac{3}{x} + c}}$$