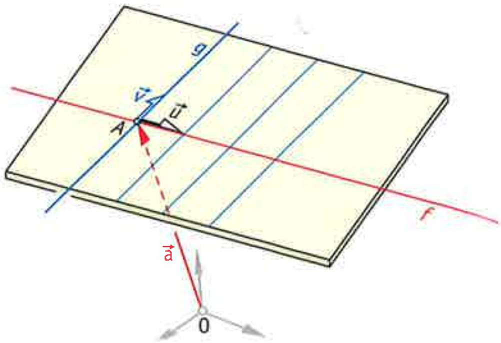
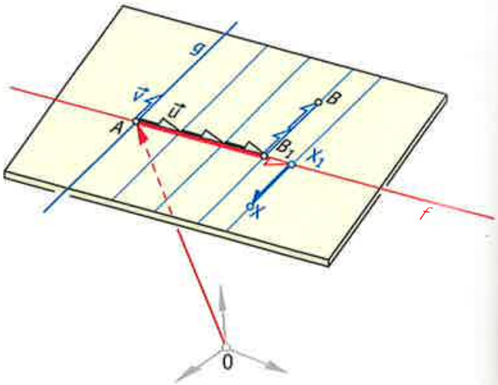
Übungsaufgaben

5



Das Foto zeigt zwei Eimerkettenbagger, wie sie im Braunkohletagebau eingesetzt werden.
Beim Schürfen wird die Eimerkette in Richtung des Vektors $\vec{v}$ gezogen, während sich der Bagger langsam in Richtung des Vektors $\vec{u}$ bewegt. Der Bagger erzeugt so ein Stück einer Ebene.
Die Fahrbahn des Baggers beschreiben wir durch eine Gerade f, jede Lage der Eimerkette durch eine zweite Gerade g.
Dann entsteht die ebene Fläche, wenn man die Gerade g längs der Geraden f parallel verschiebt.
Wir geben die Gerade f durch einen Punkt A und einen Richtungsvektor $\vec{u}$ vor, die Richtung der Geraden g durch einen Vektor $\vec{v}$: $A(8\,|\,3\,|\,6)$, $\vec{u} = \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$, $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

Koordinateneinheit 10 m



a) Berechnen Sie mit diesen Daten den Ortsvektor des Punktes B in der Figur.

b) Geben Sie den Ortsvektor eines beliebigen Punktes X der Ebene an.

6 Eine Ebene geht durch den Punkt $A(3\,|\,-5\,|\,10)$ und hat die Richtungsvektoren
$\vec{u} = \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ -0{,}5 \\ 12 \end{pmatrix}$.

a) Geben Sie eine Parameterdarstellung der Ebene an.

b) Bestimmen Sie die Punkte der Ebene $E: \overrightarrow{OX} = \overrightarrow{OA} + s \cdot \vec{u} + t \cdot \vec{v}$ zu den folgenden Parameterwerten.
(1) $s = 2;\ t = 3$ (2) $s = -4;\ t = 12$ (3) $s = 0{,}6;\ t = -2{,}4$ (4) $s = \frac{1}{5};\ t = -\frac{3}{8}$

7 Eine Ebene kann durch drei Punkte, die nicht auf einer Geraden liegen, festgelegt werden.
Geben Sie eine Parameterdarstellung an.

a) $P(0\,|\,1\,|\,2)$; $Q(2\,|\,0\,|\,4)$; $R(4\,|\,8\,|\,0)$

b) $P(1\,|\,1\,|\,1)$; $Q(2\,|\,2\,|\,3)$; $R(10\,|\,4\,|\,6)$

c) $A(1\,|\,-2\,|\,3)$; $B(3\,|\,4\,|\,-2)$; $C(3\,|\,4\,|\,5)$

d) $E(0\,|\,7\,|\,2)$; $F(-10\,|\,0\,|\,8)$; $G(-4\,|\,-4\,|\,0)$

8 Eine Ebene kann festgelegt werden durch eine Gerade g und einen Punkt P, der nicht auf der Geraden g liegt. Geben Sie eine Parameterdarstellung der Ebene an.

a) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix}$; $P(1\,|\,4\,|\,-1)$

b) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$; $P(2\,|\,4\,|\,-3)$

c) $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} -200 \\ 150 \\ 30 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 10 \\ -10 \\ 5 \end{pmatrix}$; $P(0\,|\,0\,|\,0)$