Aufgabe 1

Für ein Zufallsexperiment werden eine Münze und zwei Tetraeder (vierseitige Pyramide) genutzt.
Beide Tetraeder sind auf allen vier Seiten mit jeweils einer Zahl beschriftet, Tetraeder A mit 1, 2, 3, 4; Tetraeder B mit 1, 1, 2, und 3. Die Münze ist auf einer Seite mit einem Minus „□“, auf der anderen Seite mit einem Plus „+“ beschriftet.

Zunächst wird die Münze geworfen. Zeigt die Münze „+“, so wird anschließend Tetraeder A einmal geworfen, zeigt sie „-“, so wird Tetraeder B einmal geworfen. Die geworfene Zahl wird mit dem Vorzeichen notiert.

1.1 Stellen Sie das Zufallsexperiment in einem beschrifteten Baumdiagramm dar.

3 BE

1.2 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die gewürfelte Zahl ungerade oder kleiner als 3 ist.

2 BE

Aufgabe 2

Für zweistufiges Zufallsexperiment werden eine Münze und ein Würfel verwendet.
Die Münze ist auf einer Seite mit 1, auf der anderen mit 2 beschriftet. Der Würfel ist mit 1, 1, 2, 2, 3 und 4 beschriftet.

Zunächst wird die Münze einmal geworfen. Anschließend wird der Würfel einmal geworfen. Das Ergebnis des Zufallsversuchs ist eine zweistellige Zahl.

a) Stellen Sie das Zufallsexperiment in einem beschrifteten Baumdiagramm dar.

3 BE

b) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, eine Primzahl zu erhalten.

2 BE

Aufgabe 3:

In einer Urne befinden sich blaue und gelbe Kugeln. Es wird einmal verdeckt gezogen. Es befinden sich 6 gelbe Kugeln in der Urne.
Dabei gilt: $Ereignis\ B: eine\ blaue\ Kugel\ wird\ gezogen, P(B) = 0{,}7$.

a) Bestimmen Sie die Anzahl der blauen Kugeln.
b) In einer Urne befinden sich blaue und gelbe Kugeln. Es wird zweimal verdeckt mit Zurücklegen gezogen. Es befinden sich 5 gelbe Kugeln in der Urne.
Dabei gilt: $Ereignis\ B: mindestens\ eine\ blaue\ Kugel\ wird\ gezogen, P(B) = 0{,}75$. Um die Anzahl der Kugeln in der Urne zu bestimmen, wurde folgender Rechenweg angegeben. Interpretieren Sie die einzelnen Lösungsschritte.

(1): $P(G) = 1 - 0{,}75 = 0{,}25$

(2): $\frac{5}{n} \cdot \frac{5}{n} = 0{,}25$

(3): $\frac{25}{n^2} = 0{,}25 \rightarrow n = 10\ In\ der\ Urne\ befinden\ sich\ 10\ Kugeln.$

Aufgabe 4:

In den Urnen U_1 und U_2 befinden sich Kugeln, die sich nur in ihrer Farbe unterscheiden:

U_1: 6 rote und 4 blaue Kugeln

U_2: 1 rote und 4 blaue Kugeln

4.1 Aus der Urne U_1 werden zwei Kugeln nacheinander ohne Zurücklegen zufällig gezogen.

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die beiden gezogenen Kugeln die gleiche Farbe haben.

2 BE

4.2 Es wird eine der beiden Urnen zufällig ausgewählt. Aus dieser wird eine Kugel zufällig gezogen. Die gezogene Kugel ist rot.

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass diese Kugel aus der Urne U_1 stammt.

3 BE

Aufgabe 5:

Ein Glücksrad ist in einen blauen, einen gelben und in einen roten Sektor unterteilt. Beim Drehen des Glücksrades tritt „Blau“ mit der Wahrscheinlichkeit p und „Rot“ mit der Wahrscheinlichkeit $2 \cdot p$ ein.

5.1 Geben Sie an, welche Werte für p bei diesem Glücksrad möglich sind.

2 BE

5.2 Das Glücksrad wird zweimal gedreht.

Betrachtet wird das Ereignis E: Es tritt mindestens einmal „Rot“ ein.

Zeigen Sie, dass das Ereignis E mit der Wahrscheinlichkeit $P(\mathrm{E}) = 4 \cdot p - 4 \cdot p^2$ eintritt.

3 BE

Aufgabe 6:

In Urne A befinden sich zwei rote und drei weiße Kugeln. Urne B enthält drei rote und zwei weiße Kugeln. Betrachtet wird folgendes Zufallsexperiment:
Aus Urne A wird eine Kugel zufällig entnommen und in Urne B gelegt; danach wird aus Urne B eine Kugel zufällig entnommen und in Urne A gelegt.

6.1 Geben Sie alle Möglichkeiten für den Inhalt der Urne A nach der Durchführung des Zufallsexperiments an.

2 BE

6.2 Betrachtet wird das Ereignis E: Nach Durchführung des Zufallsexperiments befinden sich wieder drei weiße Kugeln in Urne A.

Untersuchen Sie, ob das Ereignis E eine größere Wahrscheinlichkeit als sein Gegenereignis hat.

3 BE