

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»

Факультет информационных технологий и анализа больших данных  
Департамент анализа данных и машинного обучения

**Дисциплина: «Теория вероятностей и математическая статистика»**

Направление подготовки: 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Профиль: «Анализ данных и принятие решений в экономике и финансах»

Форма обучения очная, учебный 2020/2021 год, 4 семестр

**Билет 107**

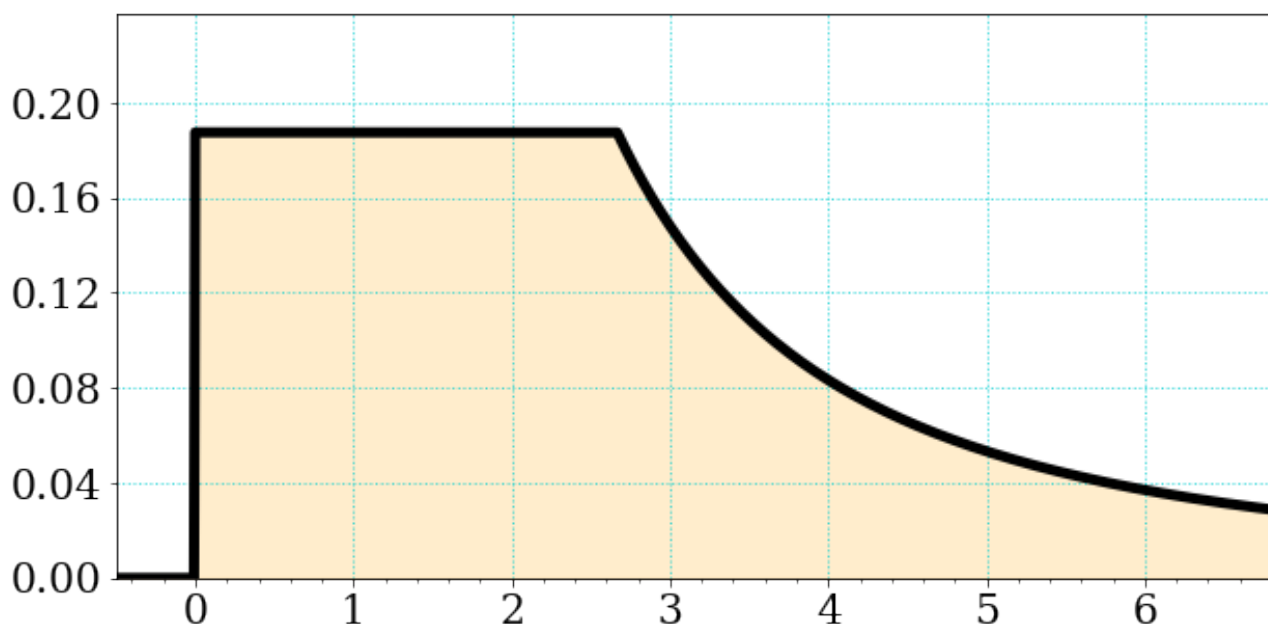
1. Сформулируйте определение случайной выборки из конечной генеральной совокупности. Какие виды выборок вам известны? Перечислите (с указанием формул) основные характеристики выборочной и генеральной совокупностей

Здесь очень много исчерпывающей информации о выборках из генеральной совокупности и про различные виды выборок

2. Случайные величины  $X$  и  $Y$  независимы и имеют равномерное распределение на отрезках  $[0; 3]$  и  $[0; 8]$  соответственно. Для случайной величины  $Z = \frac{Y}{X}$  найдите: 1) функцию распределения  $F_Z(x)$ ; 2) плотность распределения  $f_Z(x)$  и постройте график плотности; 3) вероятность  $\mathbb{P}(2,475 \leq Z \leq 4,811)$ .

1) Функция распределения  $F_Z(x)$  имеет вид: 
$$F_Z(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ \frac{3x}{16}, & 0 \leq x \leq \frac{8}{3} \approx 2,667; \\ 1 - \frac{4}{3x}, & x \geq \frac{8}{3}; \end{cases}$$

2) Плотность распределения  $f_Z(x)$  имеет вид: 
$$f_Z(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ \frac{3}{16}, & 0 \leq x \leq \frac{8}{3} \approx 2,667; \\ \frac{4}{3x^2}, & x \geq \frac{8}{3}; \end{cases}$$



- 3) вероятность равна:  $\mathbb{P}(2,475 \leq Z \leq 4,811) = 0,25884$ .

3. (10) Известно, что доля возвратов по кредитам в банке имеет распределение  $F(x) = x^\beta, 0 \leq x \leq 1$ . Наблюдения показали, что в среднем она составляет 75,0%. Методом моментов оцените параметр  $\beta$  и вероятность того, что она опуститься ниже 20%

Найдём плотность рапределения как интеграл от ФР, а дальше всё и вовсе простою  
 Ответ: 8000

4. Создайте эмперические совокупности  $\exp$  и  $\cos$  вида  $\exp(1), \exp(2), \dots, \exp(57)$  и  $\cos(1), \cos(2), \dots, \cos(57)$ .

Найдите эмпирическое среднее и эмпирическое стандартное отклонение совокупности  $\exp$ , её четвёртый эмпирический центральный момент и эмпирический эксцесс.

Кроме того, найдите эмпирический коэффициент корреляции признаков  $\exp$  и  $\cos$  на совокупности натуральных чисел от 1 до 57.

Используя

$$E(X) = \text{sum}(X)/n$$

$$\text{Var}(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$$

$$\mu_4(X) = E((X - E(X))^4)$$

$$Ex = \frac{\mu_4(X)}{[\sigma(X)]^4} - 3$$

$$r_{xy} = \frac{E(XY) - E(X) \cdot E(Y)}{\sigma(X) \cdot \sigma(Y)}$$

рассчитаем искомые значения.

Ответы:  $1.57801343872465 \cdot 10^{23}$ ,  $7.94364472492678 \cdot 10^{23}$ ,  $1.66305653632206 \cdot 10^{97}$ , 38.76647,

5. (10) Эмпирическое распределение признаков  $X$  и  $Y$  на генеральной совокупности  $\Omega$  задано таблицей частот

	$Y = 2$	$Y = 4$	$Y = 5$
$X = 200$	1	18	12
$X = 300$	31	26	12

Из  $\Omega$  случайным образом без возвращения извлекаются 12 элементов. Пусть  $\bar{X}$  и  $\bar{Y}$  – средние значения признаков на выбранных элементах. Требуется найти: 1) математическое ожидание  $E(\bar{Y})$ ; 2) стандартное отклонение  $\sigma(\bar{X})$ ; 3) ковариацию  $Cov(\bar{X}, \bar{Y})$

1) математическое ожидание  $E(\bar{Y})$ : 3.6 2) стандартное отклонение  $\sigma(\bar{X})$ : 256.084  
 3) ковариацию  $Cov(\bar{X}, \bar{Y})$ : -1.9911

6. Известно, что доля возвратов по кредитам в банке имеет распределение  $F(x) = x^\beta, 0 \leq x \leq 1$ . Наблюдения показали, что в среднем она составила 55.0%. Методом моментов оцените параметр  $\beta$  и вероятность того, что она опуститься ниже 50.0%.

$$f(x) = F'(x) = \beta \cdot x^{\beta-1}$$

$$\mu_1 = E(X) = \int_{-\inf}^{\inf} x \cdot f(x) = \int_{-\inf}^{\inf} \beta \cdot x^\beta = \beta \cdot \frac{x^{\beta+1}}{\beta+1} \Big|_0^1 = \frac{\beta}{\beta+1}$$

$$\beta = (\beta + 1) \cdot 55.0$$

$$\beta = \frac{55.0}{1-55.0}$$

$$P(x \leq 50.0) = F(50.0) = 50.0^{1.22}$$

Ответ: 1.22, 0.43

Подготовил



П.Е. Рябов

Утверждаю:

Первый заместитель

руководителя департамента

Дата 01.06.2021



Феклин В.Г.