ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»

Факультет информационных технологий и анализа больших данных

Департамент анализа данных и машинного обучения

Дисциплина: «Теория вероятностей и математическая статистика»

Направление подготовки: 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Профиль: «Анализ данных и принятие решений в экономике и финансах»

Форма обучения очная, учебный 2020/2021 год, 4 семестр

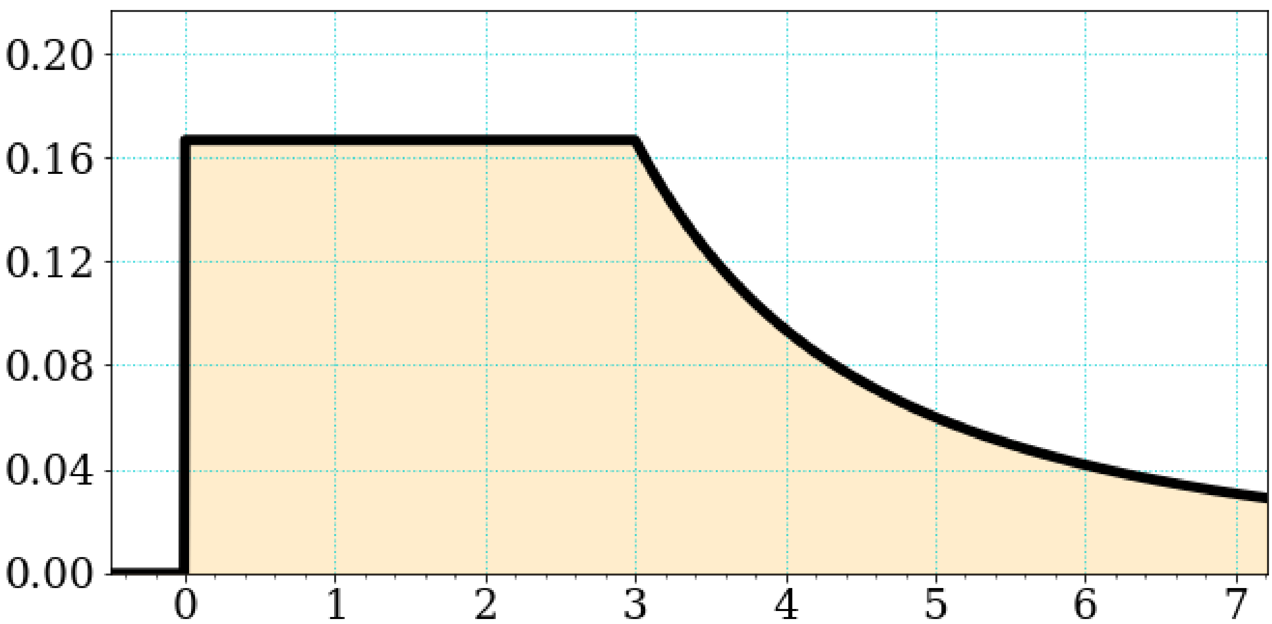
Билет 127

1. Дайте определение случайной величины, которая имеет гамма-распределение $\Gamma(\alpha, \lambda)$, и выведите основные свойства гамма-расределения. Запишите формулы для математичсекого ожидания $\mathbb{E}(X)$ и дисперсии $\mathbb{V}ar(X)$ гамма-распределения

   Здесь написанно много всего интересного и полезного о гамма-распределении

2. Случайные величины X и Y независимы и имеют равномерное распределение на отрезках $[0;1]$ и $[0;3]$ соответственно. Для случайной величины $Z = \frac{Y}{X}$ найдите: 1) функцию распределения $F_Z(x)$; 2) плотность распределения $f_Z(x)$ и постройте график плотности; 3) вероятность $\P(0{,}039 \leqslant Z \leqslant 5{,}208)$.

   1) Функция распределения $F_Z(x)$ имеет вид: $F_Z(x) = \begin{cases} 0, x \leqslant 0; \\ \frac{x}{6}, 0 \leqslant x \leqslant 3 \approx 3{,}0; \\ 1 - \frac{3}{2x}, x \geqslant 3; \end{cases}$. 2) Плотность распределения $f_Z(x)$ имеет вид: $f_Z(x) = \begin{cases} 0, x < 0; \\ \frac{1}{6}, 0 \leqslant x \leqslant 3 \approx 3{,}0; \\ \frac{3}{2x^2}, x \geqslant 3; \end{cases}$.



   3) вероятность равна: $\P(0{,}039 \leqslant Z \leqslant 5{,}208) = 0{,}70548$.

3. (10) Известно, что доля возвратов по кредитам в банке имеет распределение $F(x) = x^{\beta}, 0 \leqslant x \leqslant 1$. Наблюдения показали, что в среднем она составляет $85,7143\%$. Методом моментов оцените параметр β и вероятность того, что она опуститься ниже 96%

   Найдём плотность рапределения как интеграл от ФР, а дальше всё и вовсе простою Ответ: 782757789696

4. (10) В группе Ω учатся студенты:$\omega_1 ... \omega_{25}$. Пусть X и Y – 100-балльные экзаменационные оценки по математическому анализу и теории вероятностей. Оценки ω_i студента обозначаются: $x_i = X(\omega_i)$ и $y_i = Y(\omega_i)$, $i = 1...25$. Все оценки известны $x_0 = 97, y_0 = 80$, $x_1 = 45, y_1 = 92$, $x_2 = 41, y_2 = 62$, $x_3 = 56, y_3 = 75$, $x_4 = 88, y_4 = 53$, $x_5 = 45, y_5 = 93$, $x_6 = 91, y_6 = 71$, $x_7 = 31, y_7 = 62$, $x_8 = 57, y_8 = 69$, $x_9 = 48, y_9 = 84$, $x_{10} = 33, y_{10} = 82$, $x_{11} = 95, y_{11} = 34$, $x_{12} = 94, y_{12} = 40$, $x_{13} = 58, y_{13} = 78$, $x_{14} = 64, y_{14} = 60$, $x_{15} = 81, y_{15} = 47$, $x_{16} = 57, y_{16} = 55$, $x_{17} = 30, y_{17} = 93$, $x_{18} = 51, y_{18} = 52$, $x_{19} = 99, y_{19} = 88$, $x_{20} = 47, y_{20} = 60$, $x_{21} = 78, y_{21} = 31$, $x_{22} = 61, y_{22} = 37$, $x_{23} = 91, y_{23} = 81$, $x_{24} = 39, y_{24} = 98$ Требуется найти следующие условные эмпирические характеристики: 1) ковариацию X и Y при условии, что одновременно $X \geqslant 50$ и $Y \geqslant 50$; 2) коэффициент корреляции X и Y при том же условии.

   1) Ковариация = 1210.3636 2) Коэффициент корреляции = 5.5178

5. (10) Эмпирическое распределение признаков X и Y на генеральной совокупности Ω задано таблицей частот

	$Y = 2$	$Y = 4$	$Y = 5$
$X = 200$	28	13	10
$X = 300$	1	12	35

   Из Ω случайным образом без возвращения извлекаются 7 элементов. Пусть $\bar{X}$ и $\bar{Y}$ – средние значения признаков на выбранных элементах. Требуется найти: 1) математическое ожидание $\mathbb{E}(\bar{Y})$; 2) стандартное отклонение $\sigma(\bar{X})$; 3) ковариацию $Cov(\bar{X}, \bar{Y})$

   1) математическое ожидание $\mathbb{E}(\bar{Y})$: 3.85 2) стандартное отклонение $\sigma(\bar{X})$: 244.0153 3) ковариацию $Cov(\bar{X}, \bar{Y})$: 3.7764

6. Известно, что доля возвратов по кредитам в банке имеет распределение $F(x) = x^{\beta}, 0 \leq x \leq 1$. Наблюдения показали, что в среднем она составила 74.0%. Методом моментов оцените параметр β и вероятность того, что она опуститься ниже 73.0%.

   $f(x) = F'(x) = \beta \cdot x^{\beta-1}$

   $\mu_1 = E(X) = \int_{-\inf}^{\inf} x \cdot f(x) = \int_{-\inf}^{\inf} \beta \cdot x^{\beta} = \beta \cdot \frac{x^{\beta+1}}{\beta+1}\Big|_0^1 = \frac{\beta}{\beta+1}$

   $\beta = (\beta + 1) \cdot 74.0$

   $\beta = \frac{74.0}{1-74.0}$

   $P(x \leq 73.0) = F(73.0) = 73.0^{2.85}$

   Ответ: $2.85, 0.41$

Рябов

Подготовил П.Е. Рябов

Утверждаю:
Первый заместитель
руководителя департамента

Феклин

Дата 01.06.2021 Феклин В.Г.