

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»

Факультет информационных технологий и анализа больших данных
Департамент анализа данных и машинного обучения

Дисциплина: «Теория вероятностей и математическая статистика»

Направление подготовки: 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Профиль: «Анализ данных и принятие решений в экономике и финансах»

Форма обучения очная, учебный 2020/2021 год, 4 семестр

Билет 103

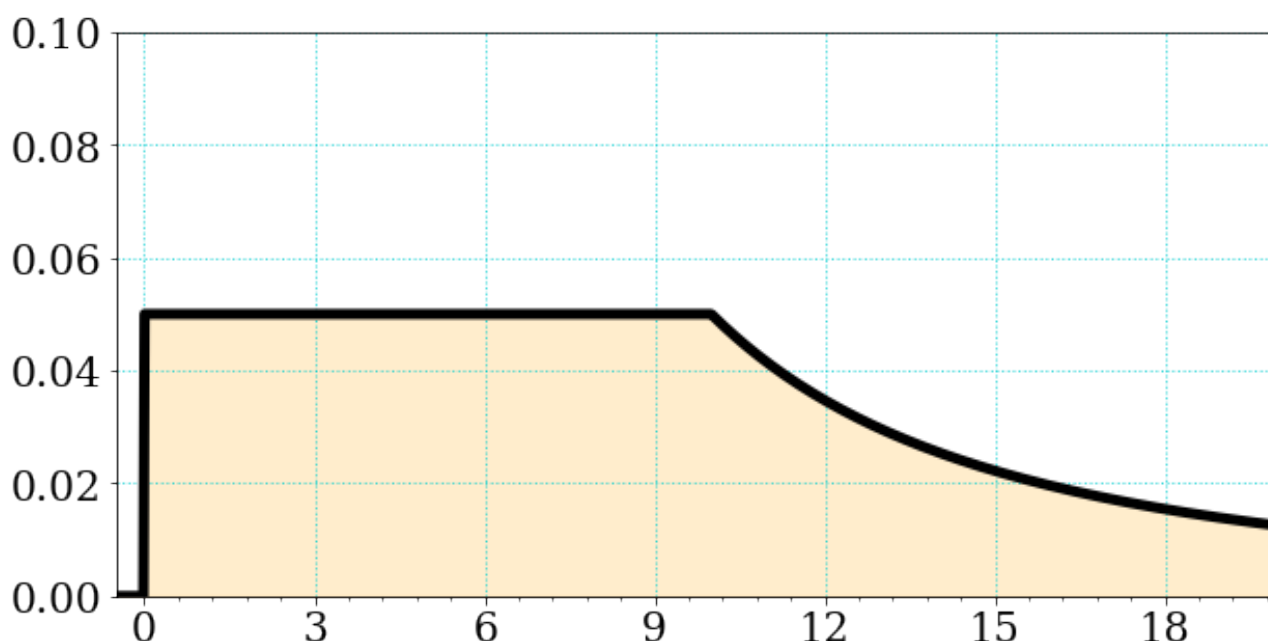
1. Сформулируйте определение случайной выборки из конечной генеральной совокупности. Какие виды выборок вам известны? Перечислите (с указанием формул) основные характеристики выборочной и генеральной совокупностей

Здесь очень много исчерпывающей информации о выборках из генеральной совокупности и про различные виды выборок

2. Случайные величины X и Y независимы и имеют равномерное распределение на отрезках $[0; 1]$ и $[0; 10]$ соответственно. Для случайной величины $Z = \frac{Y}{X}$ найдите: 1) функцию распределения $F_Z(x)$; 2) плотность распределения $f_Z(x)$ и постройте график плотности; 3) вероятность $\mathbb{P}(2,96 \leq Z \leq 17,91)$.

1) Функция распределения $F_Z(x)$ имеет вид:
$$F_Z(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ \frac{x}{20}, & 0 \leq x \leq 10 \approx 10,0; \\ 1 - \frac{5}{x}, & x \geq 10; \end{cases} \quad 2)$$

Плотность распределения $f_Z(x)$ имеет вид:
$$f_Z(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ \frac{1}{20}, & 0 \leq x \leq 10 \approx 10,0; \\ \frac{5}{x^2}, & x \geq 10; \end{cases}$$



- 3) вероятность равна: $\mathbb{P}(2,96 \leq Z \leq 17,91) = 0,57283$.

3. (10) Известно, что доля возвратов по кредитам в банке имеет распределение $F(x) = x^\beta, 0 \leq x \leq 1$. Наблюдения показали, что в среднем она составляет 91,6667%. Методом моментов оцените параметр β и вероятность того, что она опуститься ниже 59%

Найдём плотность рапределения как интеграл от ФР, а дальше всё и вовсе простою
 Ответ: 30155888444737842659

4. (10) В группе Ω учатся студенты: $\omega_1 \dots \omega_{25}$. Пусть X и Y – 100-балльные экзаменационные оценки по математическому анализу и теории вероятностей. Оценки ω_i студента обозначаются: $x_i = X(\omega_i)$ и $y_i = Y(\omega_i)$, $i = 1 \dots 25$. Все оценки известны $x_0 = 73, y_0 = 44, x_1 = 44, y_1 = 83, x_2 = 49, y_2 = 41, x_3 = 36, y_3 = 32, x_4 = 48, y_4 = 60, x_5 = 53, y_5 = 37, x_6 = 70, y_6 = 86, x_7 = 61, y_7 = 82, x_8 = 42, y_8 = 57, x_9 = 94, y_9 = 40, x_{10} = 44, y_{10} = 78, x_{11} = 85, y_{11} = 78, x_{12} = 48, y_{12} = 66, x_{13} = 88, y_{13} = 82, x_{14} = 31, y_{14} = 39, x_{15} = 84, y_{15} = 68, x_{16} = 49, y_{16} = 51, x_{17} = 84, y_{17} = 55, x_{18} = 65, y_{18} = 67, x_{19} = 37, y_{19} = 99, x_{20} = 46, y_{20} = 31, x_{21} = 84, y_{21} = 46, x_{22} = 40, y_{22} = 67, x_{23} = 86, y_{23} = 54, x_{24} = 89, y_{24} = 32$ Требуется найти следующие условные эмпирические характеристики: 1) ковариацию X и Y при условии, что одновременно $X \geq 50$ и $Y \geq 50$; 2) коэффициент корреляции X и Y при том же условии.

1) Ковариация = -345.5 2) Коэффициент корреляции = -2.9554

5. Распределение результатов экзамена в некоторой стране с 10-балльной системой оценивания задано следующим образом: $\{1 : 6, 2 : 16, 3 : 9, 4 : 16, 5 : 14, 6 : 4, 7 : 25,$

Работы будут перепроверять 10 преподавателей, которые разделили все имеющиеся работы между собой случайным образом. Пусть \bar{X} - средний балл (по перепроверки) работ, попавших к одному преподавателю.

Требуется найти матожидание и стандартное отклонение среднего балла работ, попавших к одному преподавателю, до перепроверки.

$k = \text{len}(\text{marks}) // k$

$ex = \text{np.sum}([\text{marks}[m] * m \text{ for } m \text{ in marks}]) / n$

$varx = \text{np.var}([m \text{ for } m \text{ in marks for temp in range(marks}[m])]) / k * (n - k) / (n - 1)$

$\text{sigmax} = \text{varx}^{**}(0.5)$ Ответы: 6.14667, 0.65542.

6. Известно, что доля возвратов по кредитам в банке имеет распределение $F(x) = x^\beta, 0 \leq x \leq 1$. Наблюдения показали, что в среднем она составила 60.0%. Методом моментов оцените параметр β и вероятность того, что она опуститься ниже 52.0%.

$$f(x) = F'(x) = \beta \cdot x^{\beta-1}$$

$$\mu_1 = E(X) = \int_{-\inf}^{\inf} x \cdot f(x) = \int_{-\inf}^{\inf} \beta \cdot x^\beta = \beta \cdot \left. \frac{x^{\beta+1}}{\beta+1} \right|_0^1 = \frac{\beta}{\beta+1}$$

$$\beta = (\beta + 1) \cdot 60.0$$

$$\beta = \frac{60.0}{1-60.0}$$

$$P(x \leq 52.0) = F(52.0) = 52.0^{1.5}$$

Ответ: 1.5, 0.37

Подготовил




П.Е. Рябов

Утверждаю:

Первый заместитель

руководителя департамента

Дата 01.06.2021



Феклин В.Г.