

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»

Факультет информационных технологий и анализа больших данных
Департамент анализа данных и машинного обучения

Дисциплина: «Теория вероятностей и математическая статистика»

Направление подготовки: 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Профиль: «Анализ данных и принятие решений в экономике и финансах»

Форма обучения очная, учебный 2020/2021 год, 4 семестр

Билет 115

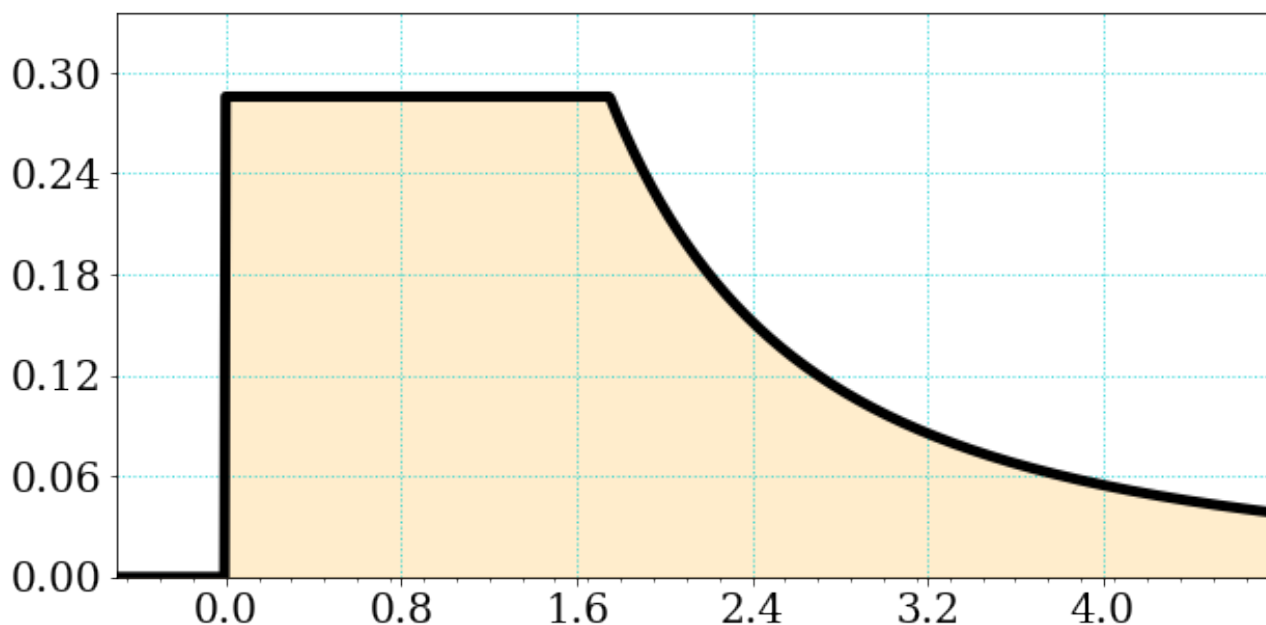
1. Дайте определение случайной величины, которая имеет χ^2 -распределение с n степенями свободы. Запишите плотность χ^2 -распределения. Выведите формулы для математического ожидания $E(X)$ и дисперсии $Var(X)$ χ^2 -распределение с n степенями свободы. Найдите а) $P(\chi_{20}^2 > 10.9)$, где χ_{20}^2 – случайная величина, которая имеет χ^2 -распределение с 20 степенями свободы; б) найдите 93% (верхнюю) точку $\chi_{0.93}^2(5)$ хи-квадрат распределения с 5 степенями свободы

$$P(\chi_{20}^2 > 10.9) = 0.948775; \chi_{0.93}^2(5) = 1.34721.$$

2. Случайные величины X и Y независимы и имеют равномерное распределение на отрезках $[0; 4]$ и $[0; 7]$ соответственно. Для случайной величины $Z = \frac{Y}{X}$ найдите: 1) функцию распределения $F_Z(x)$; 2) плотность распределения $f_Z(x)$ и постройте график плотности; 3) вероятность $P(0,035 \leq Z \leq 2,775)$.

1) Функция распределения $F_Z(x)$ имеет вид:
$$F_Z(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ \frac{2x}{7}, & 0 \leq x \leq \frac{7}{4} \approx 1,75; \\ 1 - \frac{7}{8x}, & x \geq \frac{7}{4}; \end{cases}$$
 2)

Плотность распределения $f_Z(x)$ имеет вид:
$$f_Z(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ \frac{2}{7}, & 0 \leq x \leq \frac{7}{4} \approx 1,75; \\ \frac{7}{8x^2}, & x \geq \frac{7}{4}; \end{cases}$$



3) вероятность равна: $\mathbb{P}(0,035 \leq Z \leq 2,775) = 0,67474$.

3. (10) Известно, что доля возвратов по кредитам в банке имеет распределение $F(x) = x^\beta, 0 \leq x \leq 1$. Наблюдения показали, что в среднем она составляет 75,0%. Методом моментов оцените параметр β и вероятность того, что она опуститься ниже 20%

Найдём плотность рапределения как интеграл от ФР, а дальше всё и вовсе простою
 Ответ: 8000

4. (10) В группе Ω учатся студенты: $\omega_1 \dots \omega_{25}$. Пусть X и Y – 100-балльные экзаменационные оценки по математическому анализу и теории вероятностей. Оценки ω_i студента обозначаются: $x_i = X(\omega_i)$ и $y_i = Y(\omega_i), i = 1 \dots 25$. Все оценки известны $x_0 = 73, y_0 = 44, x_1 = 44, y_1 = 83, x_2 = 49, y_2 = 41, x_3 = 36, y_3 = 32, x_4 = 48, y_4 = 60, x_5 = 53, y_5 = 37, x_6 = 70, y_6 = 86, x_7 = 61, y_7 = 82, x_8 = 42, y_8 = 57, x_9 = 94, y_9 = 40, x_{10} = 44, y_{10} = 78, x_{11} = 85, y_{11} = 78, x_{12} = 48, y_{12} = 66, x_{13} = 88, y_{13} = 82, x_{14} = 31, y_{14} = 39, x_{15} = 84, y_{15} = 68, x_{16} = 49, y_{16} = 51, x_{17} = 84, y_{17} = 55, x_{18} = 65, y_{18} = 67, x_{19} = 37, y_{19} = 99, x_{20} = 46, y_{20} = 31, x_{21} = 84, y_{21} = 46, x_{22} = 40, y_{22} = 67, x_{23} = 86, y_{23} = 54, x_{24} = 89, y_{24} = 32$ Требуется найти следующие условные эмпирические характеристики: 1) ковариацию X и Y при условии, что одновременно $X \geq 50$ и $Y \geq 50$; 2) коэффициент корреляции X и Y при том же условии.

1) Ковариация = -345.5 2) Коэффициент корреляции = -2.9554

5. (10) Эмпирическое распределение признаков X и Y на генеральной совокупности Ω задано таблицей частот

	$Y = 2$	$Y = 4$	$Y = 5$
$X = 200$	1	6	23
$X = 300$	13	30	27

Из Ω случайным образом без возвращения извлекаются 13 элементов. Пусть \bar{X} и \bar{Y} – средние значения признаков на выбранных элементах. Требуется найти: 1) математическое ожидание $\mathbb{E}(\bar{Y})$; 2) стандартное отклонение $\sigma(\bar{X})$; 3) ковариацию $Cov(\bar{X}, \bar{Y})$

1) математическое ожидание $\mathbb{E}(\bar{Y})$: 4.22 2) стандартное отклонение $\sigma(\bar{X})$: 255.4769
 3) ковариацию $Cov(\bar{X}, \bar{Y})$: -1.2655

6. (10) Пусть X_1, X_2, X_3, X_4 выборка из $N(\theta, \sigma^2)$. Рассмотрим две оценки параметра θ :

$$\hat{\theta}_1 = \frac{2X_1 + 6X_2 + X_3 + X_4}{10}, \hat{\theta}_1 = \frac{5X_1 + X_2 + X_3 + 3X_4}{10}$$

а) Покажите, что обе оценки несмещенные. б) Какая из оценок оптимальная?

Обе они несмещенные, потому что в числителе выходит в сумме 10. Какая-то точно должна быть, а может и нет....

Утверждаю:
Первый заместитель
руководителя департамента

Дата 01.06.2021

Феклин Феклин В.Г.