

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ»

Факультет информационных технологий и анализа больших данных
Департамент анализа данных и машинного обучения

Дисциплина: «Теория вероятностей и математическая статистика»

Направление подготовки: 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Профиль: «Анализ данных и принятие решений в экономике и финансах»

Форма обучения очная, учебный 2020/2021 год, 4 семестр

1 Билет 101

1. Сформулируйте определение случайной выборки из конечной генеральной совокупности. Какие виды выборок вам известны? Перечислите (с указанием формул) основные характеристики выборочной и генеральной совокупностей
2. Случайные величины X и Y независимы и имеют равномерное распределение на отрезках $[0; 4]$ и $[0; 3]$ соответственно. Для случайной величины $Z = \frac{Y}{X}$ найдите: 1) функцию распределения $F_Z(x)$; 2) плотность распределения $f_Z(x)$ и постройте график плотности; 3) вероятность $\mathbb{P}(0,182 \leq Z \leq 1,21)$.
3. (10) Известно, что доля возвратов по кредитам в банке имеет распределение $F(x) = x^\beta, 0 \leq x \leq 1$. Наблюдения показали, что в среднем она составляет 88,8889%. Методом моментов оцените параметр β и вероятность того, что она опуститься ниже 89%
4. Создайте эмпирические совокупности \cos и \log вида $\cos(1), \cos(2), \dots, \cos(98)$ и $\log(1), \log(2), \dots, \log(98)$.

Найдите эмпирическое среднее и эмпирическое стандартное отклонение совокупности \cos , её четвёртый эмпирический центральный момент и эмпирический эксцесс.

Кроме того, найдите эмпирический коэффициент корреляции признаков \cos и \log на совокупности натуральных чисел от 1 до 98.

5. (10) Эмпирическое распределение признаков X и Y на генеральной совокупности Ω задано таблицей частот

	$Y = 2$	$Y = 4$	$Y = 5$
$X = 200$	17	3	13
$X = 300$	21	23	23

Из Ω случайным образом без возвращения извлекаются 10 элементов. Пусть \bar{X} и \bar{Y} – средние значения признаков на выбранных элементах. Требуется найти: 1) математическое ожидание $E(\bar{Y})$; 2) стандартное отклонение $\sigma(\bar{X})$; 3) ковариацию $Cov(\bar{X}, \bar{Y})$

6. (10) Пусть X_1, X_2, X_3, X_4 выборка из $N(\theta, \sigma^2)$. Рассмотрим две оценки параметра θ :

$$\hat{\theta}_1 = \frac{5X_1 + 2X_2 + X_3 + 2X_4}{10}, \hat{\theta}_2 = \frac{4X_1 + 4X_2 + X_3 + X_4}{10}$$

а) Покажите, что обе оценки несмещенные. б) Какая из оценок оптимальная?

2 Билет 102

1. Сформулируйте определение случайной выборки из конечной генеральной совокупности. Какие виды выборок вам известны? Перечислите (с указанием формул) основные характеристики выборочной и генеральной совокупностей

2. Случайные величины X и Y независимы и имеют равномерное распределение на отрезках $[0; 2]$ и $[0; 6]$ соответственно. Для случайной величины $Z = \frac{Y}{X}$ найдите: 1) функцию распределения $F_Z(x)$; 2) плотность распределения $f_Z(x)$ и постройте график плотности; 3) вероятность $\mathbb{P}(2,532 \leq Z \leq 4,716)$.
3. Случайная величина Y принимает только значения из множества $\{10, 7\}$, при этом $P(Y = 10) = 0.24$. Распределение случайной величины X определено следующим образом:

$$X|Y = \begin{cases} 4 \cdot y, & \text{с вероятностью } 0.53 \\ 9 \cdot y, & \text{с вероятностью } 1 - 0.53 \end{cases}$$

Юный аналитик Дарья нашла матожидание и дисперсию X .

Помогите Дарье найти матожидание и дисперсию величины X

4. Создайте эмпирические совокупности \exp и \log вида $\exp(1), \exp(2), \dots, \exp(77)$ и $\log(1), \log(2), \dots, \log(77)$

Найдите эмпирическое среднее и эмпирическое стандартное отклонение совокупности \exp , её четвёртый эмпирический центральный момент и эмпирический эксцесс.

Кроме того, найдите эмпирический коэффициент корреляции признаков \exp и \log на совокупности натуральных чисел от 1 до 77.

5. (10) Эмпирическое распределение признаков X и Y на генеральной совокупности Ω задано таблицей частот

	$Y = 2$	$Y = 4$	$Y = 5$
$X = 200$	1	6	23
$X = 300$	13	30	27

Из Ω случайным образом без возвращения извлекаются 13 элементов. Пусть \bar{X} и \bar{Y} – средние значения признаков на выбранных элементах. Требуется найти: 1) математическое ожидание $E(\bar{Y})$; 2) стандартное отклонение $\sigma(\bar{X})$; 3) ковариацию $Cov(\bar{X}, \bar{Y})$

6. Юный аналитик Дарья использовала метод Монте-Карло для исследования Дискретного случайного вектора, описанного ниже.

	$X = -9$	$X = -8$	$X = -7$
$Y = 8$	0.09	0.005	0.23
$Y = 9$	0.249	0.095	0.331

Дарья получила, что $E(Y|X + Y = 1) = 8.2921$. Проверьте, можно ли доверять результату Дарьи аналитически. Сформулируйте определение метода Монте-Карло.

Подготовил

Рябов

П.Е. Рябов

Утверждаю:

Первый заместитель

руководителя департамента

Дата 01.06.2021

Феклин

Феклин В.Г.