

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ»

Факультет информационных технологий и анализа больших данных

Департамент анализа данных и машинного обучения

**Дисциплина: «Теория вероятностей и математическая статистика»**

**Направление подготовки: 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»**

**Профиль: «Анализ данных и принятие решений в экономике и финансах»**

**Форма обучения очная, учебный 2020/2021 год, 4 семестр**

**Билет 104**

1. Дайте определение случайной величины, которая имеет гамма-распределение  $\Gamma(\alpha, \lambda)$ , и выведите основные свойства гамма-распределения. Запишите формулы для математического ожидания  $E(X)$  и дисперсии  $Var(X)$  гамма-распределения
2. Случайные величины  $X$  и  $Y$  независимы и имеют равномерное распределение на отрезках  $[0; 5]$  и  $[0; 10]$  соответственно. Для случайной величины  $Z = \frac{Y}{X}$  найдите: 1) функцию распределения  $F_Z(x)$ ; 2) плотность распределения  $f_Z(x)$  и постройте график плотности; 3) вероятность  $P(0,1 \leq Z \leq 3,714)$ .
3. (10) Известно, что доля возвратов по кредитам в банке имеет распределение  $F(x) = x^\beta, 0 \leq x \leq 1$ . Наблюдения показали, что в среднем она составляет 91,6667%. Методом моментов оцените параметр  $\beta$  и вероятность того, что она опуститься ниже 59%

4. Создайте эмпирические совокупности  $\log$  и  $\cos$  вида  $\log(1), \log(2), \dots, \log(61)$  и  $\cos(1), \cos(2), \dots, \cos(61)$ .  
Найдите эмпирическое среднее и эмпирическое стандартное отклонение совокупности  $\log$ , её четвёртый эмпирический центральный момент и эмпирический эксцесс.

Кроме того, найдите эмпирический коэффициент корреляции признаков  $\log$  и  $\cos$  на совокупности натуральных чисел от 1 до 61.

5. (10) Эмпирическое распределение признаков  $X$  и  $Y$  на генеральной совокупности  $\Omega$  задано таблицей частот

|           | $Y = 2$ | $Y = 4$ | $Y = 5$ |
|-----------|---------|---------|---------|
| $X = 200$ | 25      | 26      | 10      |
| $X = 300$ | 10      | 10      | 19      |

Из  $\Omega$  случайным образом без возвращения извлекаются 12 элементов. Пусть  $\bar{X}$  и  $\bar{Y}$  – средние значения признаков на выбранных элементах. Требуется найти: 1) математическое ожидание  $E(\bar{Y})$ ; 2) стандартное отклонение  $\sigma(\bar{X})$ ; 3) ковариацию  $Cov(\bar{X}, \bar{Y})$

6. Юный аналитик Дарья использовала метод Монте-Карло для исследования Дискретного случайного вектора, описанного ниже.

|         | $X = -6$ | $X = -5$ | $X = -4$ |
|---------|----------|----------|----------|
| $Y = 5$ | 0.039    | 0.207    | 0.054    |
| $Y = 6$ | 0.035    | 0.255    | 0.41     |

Дарья получила, что  $E(Y|X + Y = 1) = 5.82286$ . Проверьте, можно ли доверять результату Дарьи аналитически. Сформулируйте определение метода Монте-Карло.

Подготовил

*Рябов*

П.Е. Рябов

Утверждаю:

Первый заместитель

руководителя департамента

Дата 01.06.2021

*Феклин*

Феклин В.Г.