

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ»

Факультет информационных технологий и анализа больших данных  
Департамент анализа данных и машинного обучения

**Дисциплина: «Теория вероятностей и математическая статистика»**

Направление подготовки: 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Профиль: «Анализ данных и принятие решений в экономике и финансах»

Форма обучения очная, учебный 2020/2021 год, 4 семестр

**Билет 113**

1. Сформулируйте определение случайной выборки из конечной генеральной совокупности. Какие виды выборок вам известны? Перечислите (с указанием формул) основные характеристики выборочной и генеральной совокупностей
2. Случайные величины  $X$  и  $Y$  независимы и имеют равномерное распределение на отрезках  $[0; 10]$  и  $[0; 3]$  соответственно. Для случайной величины  $Z = \frac{Y}{X}$  найдите: 1) функцию распределения  $F_Z(x)$ ; 2) плотность распределения  $f_Z(x)$  и постройте график плотности; 3) вероятность  $\mathbb{P}(0,057 \leq Z \leq 0,556)$ .
3. (10) Известно, что доля возвратов по кредитам в банке имеет распределение  $F(x) = x^\beta, 0 \leq x \leq 1$ . Наблюдения показали, что в среднем она составляет 75,0%. Методом моментов оцените параметр  $\beta$  и вероятность того, что она опуститься ниже 20%
4. Создайте эмпирические совокупности  $\exp$  и  $\log$  вида  $\exp(1), \exp(2), \dots, \exp(77)$  и  $\log(1), \log(2), \dots, \log(77)$ .  
Найдите эмпирическое среднее и эмпирическое стандартное отклонение совокупности  $\exp$ , её четвёртый эмпирический центральный момент и эмпирический эксцесс.  
Кроме того, найдите эмпирический коэффициент корреляции признаков  $\exp$  и  $\log$  на совокупности натуральных чисел от 1 до 77.
5. Распределение результатов экзамена в некоторой стране с 14-балльной системой оценивания задано следующим образом:  $\{1 : 3, 2 : 7, 3 : 5, 4 : 2, 5 : 11, 6 : 9, 7 : 2, 8 : 19, 9 : 23, 10 : 26, 11 : 15, 12 : 1\}$ .  
Работы будут перепроверять 16 преподавателей, которые разделили все имеющиеся работы между собой случайным образом. Пусть  $\bar{X}$  - средний балл (по перепроверки) работ, попавших к одному преподавателю.  
Требуется найти матожидание и стандартное отклонение среднего балла работ, попавших к одному преподавателю, до перепроверки.
6. (10) Пусть  $X_1, X_2, X_3, X_4$  выборка из  $N(\theta, \sigma^2)$ . Рассмотрим две оценки параметра  $\theta$ :

$$\hat{\theta}_1 = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + 7X_4}{10}, \hat{\theta}_2 = \frac{3X_1 + 5X_2 + X_3 + X_4}{10}$$

- а) Покажите, что обе оценки несмещенные. б) Какая из оценок оптимальная?

Подготовил

*Рябов*

П.Е. Рябов

Утверждаю:

Первый заместитель

руководителя департамента

Дата 01.06.2021

*Феклин*

Феклин В.Г.