ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»

Факультет информационных технологий и анализа больших данных

Департамент анализа данных и машинного обучения

Дисциплина: «Теория вероятностей и математическая статистика»

Направление подготовки: 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Профиль: «Анализ данных и принятие решений в экономике и финансах»

Форма обучения очная, учебный 2020/2021 год, 4 семестр

Билет 104

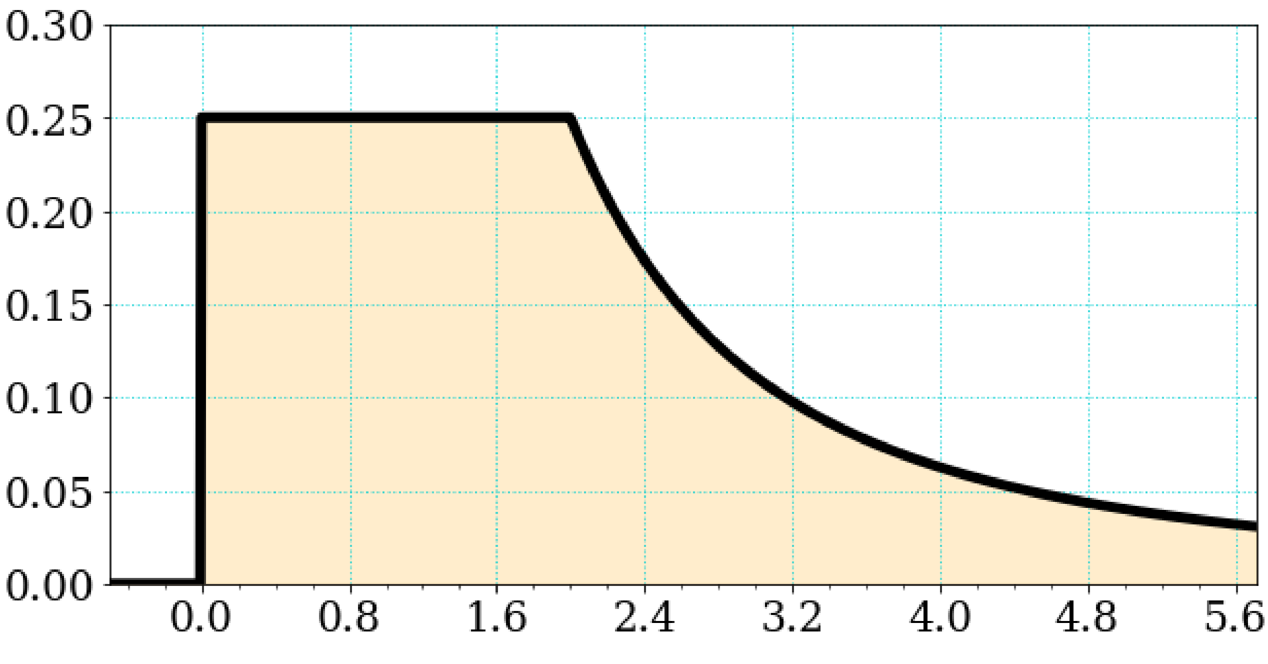
1. Дайте определение случайной величины, которая имеет гамма-распределение $\Gamma(\alpha, \lambda)$, и выведите основные свойства гамма-расределения. Запишите формулы для математичсекого ожидания $\mathbb{E}(X)$ и дисперсии $\mathbb{V}ar(X)$ гамма-распределения

   Здесь написанно много всего интересного и полезного о гамма-распределении

2. Случайные величины X и Y независимы и имеют равномерное распределение на отрезках $[0; 5]$ и $[0; 10]$ соответственно. Для случайной величины $Z = \frac{Y}{X}$ найдите: 1) функцию распределения $F_Z(x)$; 2) плотность распределения $f_Z(x)$ и постройте график плотности; 3) вероятность $\P(0{,}1 \leqslant Z \leqslant 3{,}714)$.

   1) Функция распределения $F_Z(x)$ имеет вид: $F_Z(x) = \begin{cases} 0, x \leqslant 0; \\ \frac{x}{4}, 0 \leqslant x \leqslant 2 \approx 2{,}0; \\ 1 - \frac{1}{x}, x \geqslant 2; \end{cases}$. 2)

   Плотность распределения $f_Z(x)$ имеет вид: $f_Z(x) = \begin{cases} 0, x < 0; \\ \frac{1}{4}, 0 \leqslant x \leqslant 2 \approx 2{,}0; \\ \frac{1}{x^2}, x \geqslant 2; \end{cases}$.



   3) вероятность равна: $\P(0{,}1 \leqslant Z \leqslant 3{,}714) = 0{,}70575$.

3. (10) Известно, что доля возвратов по кредитам в банке имеет распределение $F(x) = x^{\beta}, 0 \leqslant x \leqslant 1$. Наблюдения показали, что в среднем она составляет $91,6667\%$. Методом моментов оцените параметр β и вероятность того, что она опуститься ниже 59%

   Найдём плотность рапределения как интеграл от ФР, а дальше всё и вовсе простою Ответ: 3015588844737842659

4. Создайте эмперические совокупности log и cos вида $\log(1), \log(2), ..., \log(61)$ и $\cos(1), \cos($

   Найдите эмпирическое среднее и эмпирическое стандартное отклонение совокупности log, её четвёртый эмпирический центральный момент и эмпирический эксцесс.

   Кроме того, найдите эмпирический коэффициент корреляции признаков log и cos на совокупности натуральных чисел от 1 до 61.

   Используя

   $E(X) = sum(X)/n$

   $Var(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$

   $\mu_4(X) = E((X - E(X))^4)$

   $Ex = \frac{\mu_4(X)}{[\sigma(X)]^4} - 3$

   $r_{xy} = \frac{E(XY) - E(X) * E(Y)}{\sigma(X) * \sigma(Y)}$

   рассчитаем искомые значения.

   Ответы: $3.15966, 0.89438, 3.08587, 1.82265, -1.0 \cdot 10^{-5}$.

5. (10) Эмпирическое распределение признаков X и Y на генеральной совокупности Ω задано таблицей частот

	$Y = 2$	$Y = 4$	$Y = 5$
$X = 200$	25	26	10
$X = 300$	10	10	19

   Из Ω случайным образом без возвращения извлекаются 12 элементов. Пусть $\bar{X}$ и $\bar{Y}$ – средние значения признаков на выбранных элементах. Требуется найти: 1) математическое ожидание $\mathbb{E}(\bar{Y})$; 2) стандартное отклонение $\sigma(\bar{X})$; 3) ковариацию $Cov(\bar{X}, \bar{Y})$

   1) математическое ожидание $\mathbb{E}(\bar{Y})$: 3.59 2) стандартное отклонение $\sigma(\bar{X})$: 228.8693 3) ковариацию $Cov(\bar{X}, \bar{Y})$: 1.3324

6. Юный аналитик Дарья использовала метод Монте-Карло для исследования Дискретного случайного вектора, описанного ниже.

	X=−6	X=−5	X=−4
Y = 5	0.039	0.207	0.054
Y = 6	0.035	0.255	0.41

   Дарья получила, что E(Y|X + Y = 1) = 5.82286. Проверьте, можно ли доверять результату Дарьи аналитически. Сформулируйте определение метода Монте-Карло.

$E(Y|X+Y=1) = \frac{\sum(P(X=1-y_i, y=y_i)*y_i)}{\sum(P(X=1-y_i, y=y_i)}$.

Ответ: 5.82286

Подготовил Рябов П.Е. Рябов

Утверждаю:
Первый заместитель
руководителя департамента

Дата 01.06.2021 Феклин Феклин В.Г.