

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»

Факультет информационных технологий и анализа больших данных
Департамент анализа данных и машинного обучения

Дисциплина: «Теория вероятностей и математическая статистика»

Направление подготовки: 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Профиль: «Анализ данных и принятие решений в экономике и финансах»

Форма обучения очная, учебный 2020/2021 год, 4 семестр

Билет 129

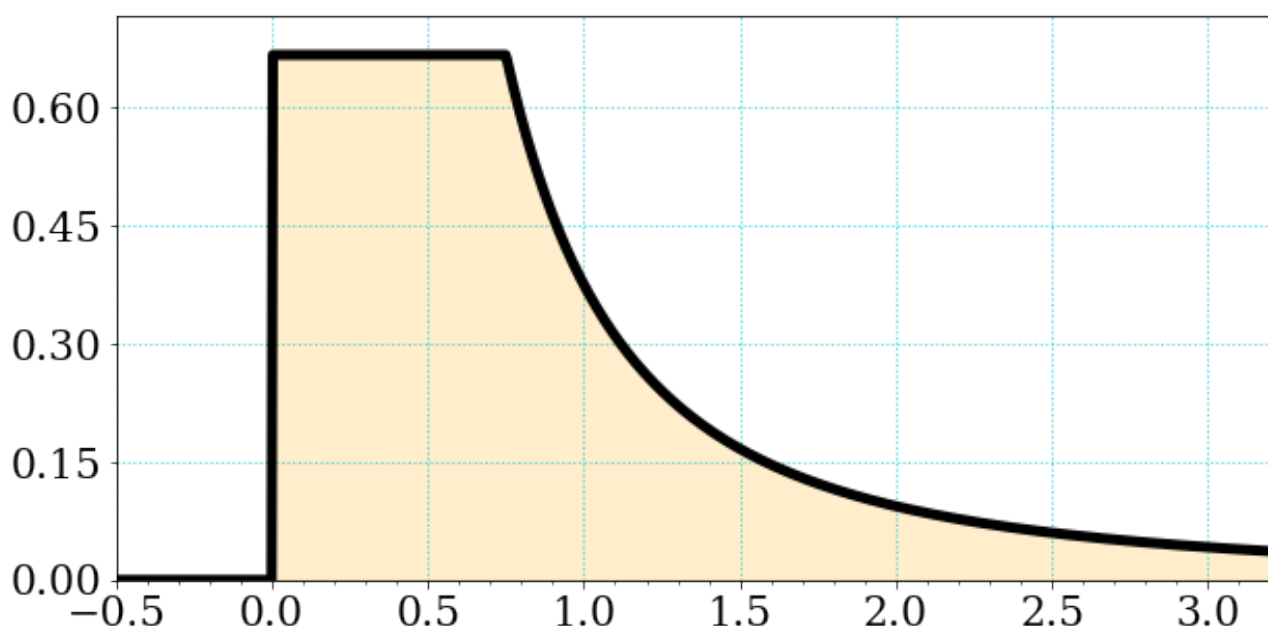
1. Дайте определение случайной величины, которая имеет гамма-распределение $\Gamma(\alpha, \lambda)$, и выведите основные свойства гамма-распределения. Запишите формулы для математического ожидания $\mathbb{E}(X)$ и дисперсии $\text{Var}(X)$ гамма-распределения

Здесь написано много всего интересного и полезного о гамма-распределении

2. Случайные величины X и Y независимы и имеют равномерное распределение на отрезках $[0; 4]$ и $[0; 3]$ соответственно. Для случайной величины $Z = \frac{Y}{X}$ найдите: 1) функцию распределения $F_Z(x)$; 2) плотность распределения $f_Z(x)$ и постройте график плотности; 3) вероятность $\mathbb{P}(0,182 \leq Z \leq 1,21)$.

1) Функция распределения $F_Z(x)$ имеет вид:
$$F_Z(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ \frac{2x}{3}, & 0 \leq x \leq \frac{3}{4} \approx 0,75; \\ 1 - \frac{3}{8x}, & x \geq \frac{3}{4}; \end{cases} \quad 2)$$

Плотность распределения $f_Z(x)$ имеет вид:
$$f_Z(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ \frac{2}{3}, & 0 \leq x \leq \frac{3}{4} \approx 0,75; \\ \frac{3}{8x^2}, & x \geq \frac{3}{4}; \end{cases}$$



- 3) вероятность равна: $\mathbb{P}(0,182 \leq Z \leq 1,21) = 0,56852$.

3. (10) Известно, что доля возвратов по кредитам в банке имеет распределение $F(x) = x^\beta, 0 \leq x \leq 1$. Наблюдения показали, что в среднем она составляет 85,7143%. Методом моментов оцените параметр β и вероятность того, что она опуститься ниже 96%

Найдём плотность рапределения как интеграл от ФР, а дальше всё и вовсе простою
 Ответ: 782757789696

4. (10) В группе Ω учатся студенты: $\omega_1 \dots \omega_{25}$. Пусть X и Y – 100-балльные экзаменационные оценки по математическому анализу и теории вероятностей. Оценки ω_i студента обозначаются: $x_i = X(\omega_i)$ и $y_i = Y(\omega_i)$, $i = 1 \dots 25$. Все оценки известны $x_0 = 64, y_0 = 84, x_1 = 82, y_1 = 42, x_2 = 51, y_2 = 99, x_3 = 68, y_3 = 57, x_4 = 90, y_4 = 71, x_5 = 89, y_5 = 55, x_6 = 55, y_6 = 55, x_7 = 90, y_7 = 58, x_8 = 61, y_8 = 78, x_9 = 38, y_9 = 84, x_{10} = 56, y_{10} = 95, x_{11} = 86, y_{11} = 69, x_{12} = 71, y_{12} = 72, x_{13} = 35, y_{13} = 99, x_{14} = 82, y_{14} = 67, x_{15} = 79, y_{15} = 59, x_{16} = 83, y_{16} = 88, x_{17} = 45, y_{17} = 75, x_{18} = 70, y_{18} = 79, x_{19} = 89, y_{19} = 80, x_{20} = 33, y_{20} = 30, x_{21} = 63, y_{21} = 73, x_{22} = 55, y_{22} = 53, x_{23} = 31, y_{23} = 78, x_{24} = 50, y_{24} = 90$ Требуется найти следующие условные эмпирические характеристики: 1) ковариацию X и Y при условии, что одновременно $X \geq 50$ и $Y \geq 50$; 2) коэффициент корреляции X и Y при том же условии.

1) Ковариация = -876.6667 2) Коэффициент корреляции = -4.7659

5. (10) Эмпирическое распределение признаков X и Y на генеральной совокупности Ω задано таблицей частот

	$Y = 2$	$Y = 4$	$Y = 5$
$X = 200$	17	3	13
$X = 300$	21	23	23

Из Ω случайным образом без возвращения извлекаются 10 элементов. Пусть \bar{X} и \bar{Y} – средние значения признаков на выбранных элементах. Требуется найти: 1) математическое ожидание $\mathbb{E}(\bar{Y})$; 2) стандартное отклонение $\sigma(\bar{X})$; 3) ковариацию $Cov(\bar{X}, \bar{Y})$

1) математическое ожидание $\mathbb{E}(\bar{Y})$: 3.6 2) стандартное отклонение $\sigma(\bar{X})$: 257.2355
 3) ковариацию $Cov(\bar{X}, \bar{Y})$: 0.7091

6. Известно, что доля возвратов по кредитам в банке имеет распределение $F(x) = x^\beta, 0 \leq x \leq 1$. Наблюдения показали, что в среднем она составила 76.0%. Методом моментов оцените параметр β и вероятность того, что она опуститься ниже 74.0%.

$$f(x) = F'(x) = \beta \cdot x^{\beta-1}$$

$$\mu_1 = E(X) = \int_{-\inf}^{\inf} x \cdot f(x) = \int_{-\inf}^{\inf} \beta \cdot x^\beta = \beta \cdot \frac{x^{\beta+1}}{\beta+1} \Big|_0^1 = \frac{\beta}{\beta+1}$$

$$\beta = (\beta + 1) \cdot 76.0$$

$$\beta = \frac{76.0}{1-76.0}$$

$$P(x \leq 74.0) = F(74.0) = 74.0^{3.17}$$

Ответ: 3.17, 0.39

Подготовил




П.Е. Рябов

Утверждаю:

Первый заместитель

руководителя департамента

Дата 01.06.2021



Феклин В.Г.