

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»

Факультет информационных технологий и анализа больших данных
Департамент анализа данных и машинного обучения

Дисциплина: «Теория вероятностей и математическая статистика»

Направление подготовки: 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Профиль: «Анализ данных и принятие решений в экономике и финансах»

Форма обучения очная, учебный 2020/2021 год, 4 семестр

Билет 102

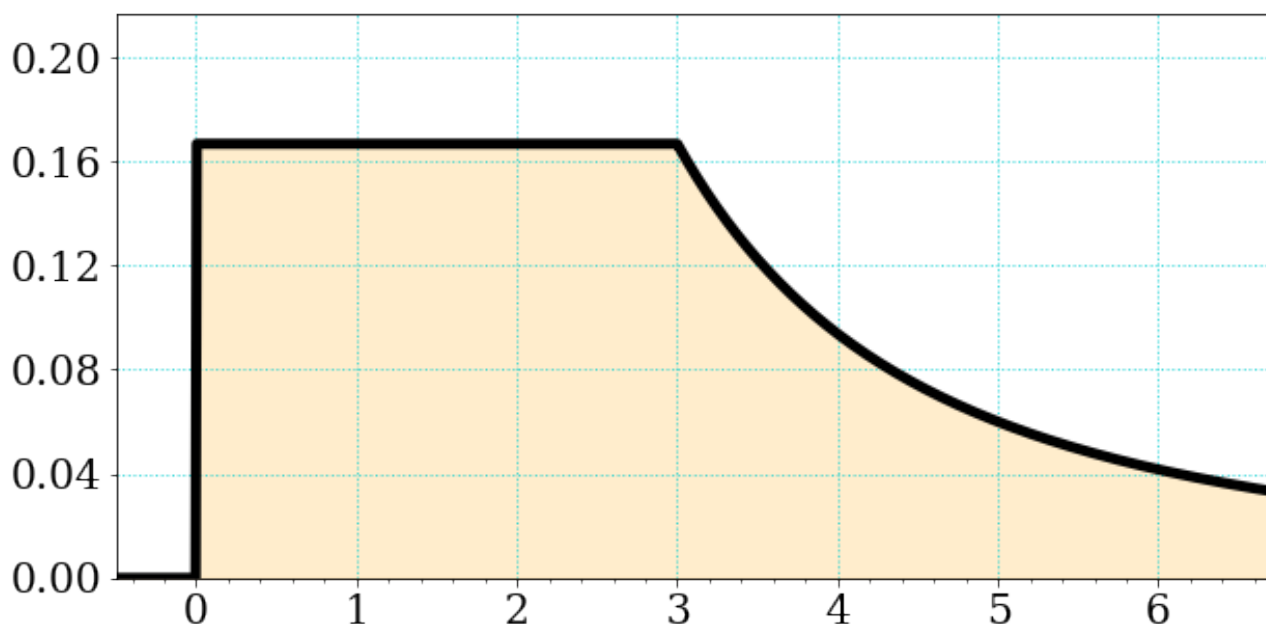
1. Сформулируйте определение случайной выборки из конечной генеральной совокупности. Какие виды выборок вам известны? Перечислите (с указанием формул) основные характеристики выборочной и генеральной совокупностей

Здесь очень много исчерпывающей информации о выборках из генеральной совокупности и про различные виды выборок

2. Случайные величины X и Y независимы и имеют равномерное распределение на отрезках $[0; 2]$ и $[0; 6]$ соответственно. Для случайной величины $Z = \frac{Y}{X}$ найдите: 1) функцию распределения $F_Z(x)$; 2) плотность распределения $f_Z(x)$ и постройте график плотности; 3) вероятность $\mathbb{P}(2,532 \leq Z \leq 4,716)$.

1) Функция распределения $F_Z(x)$ имеет вид:
$$F_Z(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ \frac{x}{6}, & 0 \leq x \leq 3 \approx 3,0; \\ 1 - \frac{3}{2x}, & x \geq 3; \end{cases} \quad 2)$$

Плотность распределения $f_Z(x)$ имеет вид:
$$f_Z(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ \frac{1}{6}, & 0 \leq x \leq 3 \approx 3,0; \\ \frac{3}{2x^2}, & x \geq 3; \end{cases}$$



- 3) вероятность равна: $\mathbb{P}(2,532 \leq Z \leq 4,716) = 0,25993$.

3. Случайная величина Y принимает только значения из множества $\{10, 7\}$, при этом $P(Y = 10) = 0.24$. Распределение случайной величины X определено следующим образом:

$$X|Y = \begin{cases} 4*Y, \text{ с вероятностью } 0.53 \\ 9*Y, \text{ с вероятностью } 1 - 0.53 \end{cases}$$

Юный аналитик Дарья нашла матожидание и дисперсию X .

Помогите Дарье найти матожидание и дисперсию величины X

Первым этапом надо найти характеристики случайной величины Y

$$E(Y) = 10 * 0.24 + 7 * (1 - 0.24)$$

$$Var(Y) = E(Y^2) - [E(Y)]^2 = 10^2 * 0.24 + 7^2 * (1 - 0.24) - [E(Y)]^2$$

Перейдем к рассмотрению характеристик условной случайной величины X

$$E(X) = E(E(X|Y)) = E[E(4*Y) * 0.53 + E(9*Y) * (1 - 0.53)] = E(Y) * (4 * 0.53 + 9 * (1 - 0.53)) = 49.022$$

$$E(Var(X|Y)) = E[b * Var(c3 * Y) + (1 - b) * Var(c4 * Y)] = Var(Y) * (c3^2 * b + c4^2 * (1 - b))$$

$$Var(E(X|Y)) = E(X^2|Y) - [E(X)]^2 = [E(Y)]^2 * (b * c3^2 + (1 - b) * c4^2) - E(X)^2$$

$$Var(X) = E(Var(X|Y)) + Var(E(X|Y)) = 447.56552$$

4. Создайте эмпирические совокупности \exp и \log вида $\exp(1), \exp(2), \dots, \exp(77)$ и $\log(1), \log(2), \dots, \log(77)$.

Найдите эмпирическое среднее и эмпирическое стандартное отклонение совокупности \exp , её четвёртый эмпирический центральный момент и эмпирический эксцесс.

Кроме того, найдите эмпирический коэффициент корреляции признаков \exp и \log на совокупности натуральных чисел от 1 до 77.

Используя

$$E(X) = \text{sum}(X)/n$$

$$Var(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$$

$$\mu_4(X) = E((X - E(X))^4)$$

$$Ex = \frac{\mu_4(X)}{[\sigma(X)]^4} - 3$$

$$r_{xy} = \frac{E(XY) - E(X) * E(Y)}{\sigma(X) * \sigma(Y)}$$

рассчитаем искомые значения.

Ответы: $5.66740783200168 \cdot 10^{31}$, $3.33285124990578 \cdot 10^{32}$, $7.03150966623892 \cdot 10^{131}$, 53.98819

5. (10) Эмпирическое распределение признаков X и Y на генеральной совокупности Ω задано таблицей частот

	$Y = 2$	$Y = 4$	$Y = 5$
$X = 200$	1	6	23
$X = 300$	13	30	27

Из Ω случайным образом без возвращения извлекаются 13 элементов. Пусть \bar{X} и \bar{Y} – средние значения признаков на выбранных элементах. Требуется найти: 1) математическое ожидание $\mathbb{E}(\bar{Y})$; 2) стандартное отклонение $\sigma(\bar{X})$; 3) ковариацию $Cov(\bar{X}, \bar{Y})$

1) математическое ожидание $\mathbb{E}(\bar{Y})$: 4.22 2) стандартное отклонение $\sigma(\bar{X})$: 255.4769
3) ковариацию $Cov(\bar{X}, \bar{Y})$: -1.2655

6. Юный аналитик Дарья использовала метод Монте-Карло для исследования Дискретного случайного вектора, описанного ниже.

	X=-9	X=-8	X=-7
Y = 8	0.09	0.005	0.23
Y = 9	0.249	0.095	0.331

Дарья получила, что $\mathbb{E}(Y|X + Y = 1) = 8.2921$. Проверьте, можно ли доверять результату Дарьи аналитически. Сформулируйте определение метода Монте-Карло.

$$E(Y|X + Y = 1) = \frac{\sum (P(X=1-y_i, y=y_i) * y_i)}{\sum (P(X=1-y_i, y=y_i))}.$$

Ответ: 8.2921

Подготовил

Рябов

П.Е. Рябов

Утверждаю:

Первый заместитель

руководителя департамента

Дата 01.06.2021

Феклин

Феклин В.Г.