ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»

Факультет информационных технологий и анализа больших данных Департамент анализа данных и машинного обучения

Дисциплина: «Теория вероятностей и математическая статистика»

Направление подготовки: 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Профиль: «Анализ данных и принятие решений в экономике и финансах» Форма обучения очная, учебный 2020/2021 год, 4 семестр

Билет 120

- 1. Дайте определение случайной величины, которая имеет χ^2 -распределение с n степенями свободы. Запишите плотность χ^2 - распределения. Выведите формулы для математического ожидания $\mathbb{E}(X)$ и дисперсии $\mathbb{V}ar(X)$ χ^2 -распределение с n степенями свободы. Найдите a) $\mathbb{P}(\chi^2_{20}>10.9)$, где χ^2_{20} -случайная величина, которая имеет χ^2 - распределение с 20 степенями свободы; б) найдите 93% (верхнюю) точку $\chi^2_{0.93}(5)$ хи-квадрат распределения с 5 степенями свободы
- 2. Случайные величины X и Y независимы и имеют равномерное распределение на отрезках [0;4] и [0;7] соответственно. Для случайной величины $Z=\frac{Y}{X}$ найдите: 1) функцию распределения $F_Z(x)$; 2) плотность распределения $f_Z(x)$ и постройте график плотности; 3) вероятность $\P(0.035\leqslant Z\leqslant 2.775)$.
- 3. Случайная величина Y принимает только значения из множества $\{2,1\}$, при этом P(Y=2)=0.61. Распределение случайной величины Х определено следующим образом:

$$X|Y = egin{cases} 8*y, \text{свероятностью } 0.15 \ 6*y, \text{свероятностью } 1$$
 - 0.15

Юный аналитик Дарья нашла матожидание и дисперсию Х

Помогите Дарье найти матожидание и дисперсию величины X

- 4. (10) В группе Ω учатся студенты: $\omega_1...\omega_{25}$. Пусть X и Y-100-балльные экзаменационные оценки по математическому анализу и теории вероятностей. Оценки ω_i студента обозначаются: $x_i = X(\omega_i)$ и $y_i = Y(\omega_i)$, i = 1...25. Все оценки известны $x_0 = 40, y_0 = 84, x_1 = 83, y_1 = 71, x_2 = 85, y_2 = 64, x_3 = 77, y_3 = 32, x_4 = 86, y_4 = 59,$ $x_5 = 99, y_5 = 77, x_6 = 91, y_6 = 74, x_7 = 46, y_7 = 48, x_8 = 73, y_8 = 42, x_9 = 82, y_9 = 89, x_{10} = 40, y_{10} = 43, y_{10}$ $x_{11} = 60, y_{11} = 31, x_{12} = 81, y_{12} = 57, x_{13} = 88, y_{13} = 50, x_{14} = 34, y_{14} = 31, x_{15} = 45, y_{15} = 63, x_{16} = 38, y_{16} = 45, y_{17} = 45, y_{18} = 45, y_{19} = 45, y_{$ $x_{17} = 34, y_{17} = 92, \ x_{18} = 92, y_{18} = 83, \ x_{19} = 88, y_{19} = 56, \ x_{20} = 60, y_{20} = 36, \ x_{21} = 85, y_{21} = 59, \ x_{22} = 60, y_{22} = 87, x_{23} = 60, y_{24} = 80, y_{25} = 80, y_{25}$ $x_{23} = 30, y_{23} = 53, x_{24} = 56, y_{24} = 73$ Требуется найти следующие условные эмпирические характеристики: 1) ковариацию X и Y при условии, что одновременно $X\geqslant 50$ и $Y\geqslant 50$; 2) коэффициент корреляции X и Y при том же условии.
- 5. (10) Эмпирическое распределение признаков X и Y на генеральной совокупности Ω задано таблицей частот

	Y=2	Y = 4	Y = 5
X = 200	28	13	10
X = 300	1	12	35

Из Ω случайным образом без возвращения извлекаются 7 элементов. Пусть \bar{X} и \bar{Y} – средние значения признаков на выбранных элементах. Требуется найти: 1) математическое ожидание $\mathbb{E}(\bar{Y})$; 2) стандартное отклонение $\sigma(\bar{X})$; 3) ковариацию $Cov(\bar{X}, \bar{Y})$

6. (10) Пусть X_1, X_2, X_3, X_4 выборка из $N(\theta, \sigma^2)$. Рассмотрим две оценки параметра θ :

$$\hat{\theta}_1 = \frac{2X_1 + 6X_2 + X_3 + X_4}{10}, \hat{\theta}_1 = \frac{5X_1 + X_2 + X_3 + 3X_4}{10}$$

а) Покажите, что обе оценки несмещенные. б) Какая из оценок оптимальная?

П.Е. Рябов

Подготовил

Утверждаю: Первый заместитель руководителя департамента

Режиии Феклин В.Г.