

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»

Факультет информационных технологий и анализа больших данных
Департамент анализа данных и машинного обучения

Дисциплина: «Теория вероятностей и математическая статистика»

Направление подготовки: 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Профиль: «Анализ данных и принятие решений в экономике и финансах»

Форма обучения очная, учебный 2020/2021 год, 4 семестр

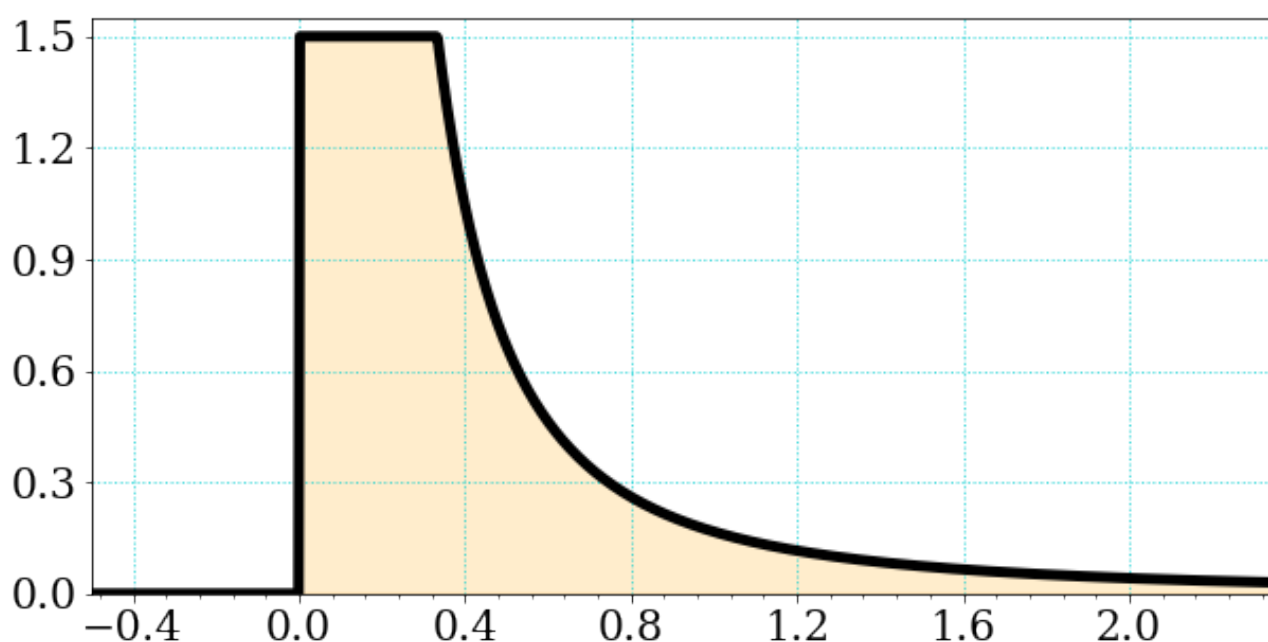
Билет 123

1. Дайте определение случайной величины, которая имеет гамма-распределение $\Gamma(\alpha, \lambda)$, и выведите основные свойства гамма-распределения. Запишите формулы для математического ожидания $\mathbb{E}(X)$ и дисперсии $\text{Var}(X)$ гамма-распределения

Здесь написано много всего интересного и полезного о гамма-распределении

2. Случайные величины X и Y независимы и имеют равномерное распределение на отрезках $[0; 9]$ и $[0; 3]$ соответственно. Для случайной величины $Z = \frac{Y}{X}$ найдите: 1) функцию распределения $F_Z(x)$; 2) плотность распределения $f_Z(x)$ и постройте график плотности; 3) вероятность $\mathbb{P}(0,059 \leq Z \leq 0,348)$.

- 1) Функция распределения $F_Z(x)$ имеет вид:
$$F_Z(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ \frac{3x}{2}, & 0 \leq x \leq \frac{1}{3} \approx 0,333; \\ 1 - \frac{1}{6x}, & x \geq \frac{1}{3}; \end{cases}$$
- 2) Плотность распределения $f_Z(x)$ имеет вид:
$$f_Z(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ \frac{3}{2}, & 0 \leq x \leq \frac{1}{3} \approx 0,333; \\ \frac{1}{6x^2}, & x \geq \frac{1}{3}; \end{cases}$$



- 3) вероятность равна: $\mathbb{P}(0,059 \leq Z \leq 0,348) = 0,43307$.

3. (10) Известно, что доля возвратов по кредитам в банке имеет распределение $F(x) = x^\beta, 0 \leq x \leq 1$. Наблюдения показали, что в среднем она составляет 85,7143%. Методом моментов оцените параметр β и вероятность того, что она опуститься ниже 96%

Найдём плотность рапределения как интеграл от ФР, а дальше всё и вовсе простою
 Ответ: 782757789696

4. (10) В группе Ω учатся студенты: $\omega_1 \dots \omega_{25}$. Пусть X и Y – 100-балльные экзаменационные оценки по математическому анализу и теории вероятностей. Оценки ω_i студента обозначаются: $x_i = X(\omega_i)$ и $y_i = Y(\omega_i)$, $i = 1 \dots 25$. Все оценки известны $x_0 = 55, y_0 = 55, x_1 = 88, y_1 = 86, x_2 = 42, y_2 = 96, x_3 = 69, y_3 = 93, x_4 = 43, y_4 = 64, x_5 = 42, y_5 = 86, x_6 = 35, y_6 = 45, x_7 = 60, y_7 = 55, x_8 = 41, y_8 = 90, x_9 = 62, y_9 = 57, x_{10} = 52, y_{10} = 53, x_{11} = 67, y_{11} = 32, x_{12} = 72, y_{12} = 98, x_{13} = 42, y_{13} = 84, x_{14} = 97, y_{14} = 51, x_{15} = 32, y_{15} = 89, x_{16} = 38, y_{16} = 84, x_{17} = 42, y_{17} = 84, x_{18} = 61, y_{18} = 94, x_{19} = 96, y_{19} = 31, x_{20} = 67, y_{20} = 56, x_{21} = 66, y_{21} = 67, x_{22} = 41, y_{22} = 95, x_{23} = 54, y_{23} = 95, x_{24} = 36, y_{24} = 80$ Требуется найти следующие условные эмпирические характеристики: 1) ковариацию X и Y при условии, что одновременно $X \geq 50$ и $Y \geq 50$; 2) коэффициент корреляции X и Y при том же условии.

1) Ковариация = 92.6667 2) Коэффициент корреляции = 0.3814

5. (10) Эмпирическое распределение признаков X и Y на генеральной совокупности Ω задано таблицей частот

	$Y = 2$	$Y = 4$	$Y = 5$
$X = 200$	28	23	3
$X = 300$	2	12	32

Из Ω случайным образом без возвращения извлекаются 5 элементов. Пусть \bar{X} и \bar{Y} – средние значения признаков на выбранных элементах. Требуется найти: 1) математическое ожидание $\mathbb{E}(\bar{Y})$; 2) стандартное отклонение $\sigma(\bar{X})$; 3) ковариацию $Cov(\bar{X}, \bar{Y})$

1) математическое ожидание $\mathbb{E}(\bar{Y})$: 3.75 2) стандартное отклонение $\sigma(\bar{X})$: 244.6913
 3) ковариацию $Cov(\bar{X}, \bar{Y})$: 3.7904

6. Юный аналитик Дарья использовала метод Монте-Карло для исследования Дискретного случайного вектора, описанного ниже.

	$X = -6$	$X = -5$	$X = -4$
$Y = 5$	0.039	0.207	0.054
$Y = 6$	0.035	0.255	0.41

Дарья получила, что $\mathbb{E}(Y|X + Y = 1) = 5.82286$. Проверьте, можно ли доверять результату Дарьи аналитически. Сформулируйте определение метода Монте-Карло.

$$E(Y|X + Y = 1) = \frac{\sum (P(X=1-y_i, Y=y_i) * y_i)}{\sum (P(X=1-y_i, Y=y_i))}.$$

Ответ: 5.82286

Подготовил




П.Е. Рябов

Утверждаю:

Первый заместитель

руководителя департамента

Дата 01.06.2021



Феклин В.Г.