

1. Дайте определение случайной величины, которая имеет χ^2 -распределение с n степенями свободы. Запишите плотность χ^2 -распределения. Выведите формулы для математического ожидания $E(X)$ и дисперсии $Var(X)$ χ^2 -распределение с n степенями свободы. Найдите а) $P(\chi_{20}^2 > 10.9)$, где χ_{20}^2 – случайная величина, которая имеет χ^2 -распределение с 20 степенями свободы; б) найдите 93% (верхнюю) точку $\chi_{0.93}^2(5)$ хи-квадрат распределения с 5 степенями свободы
2. Случайные величины X и Y независимы и имеют равномерное распределение на отрезках $[0; 4]$ и $[0; 7]$ соответственно. Для случайной величины $Z = \frac{Y}{X}$ найдите: 1) функцию распределения $F_Z(x)$; 2) плотность распределения $f_Z(x)$ и постройте график плотности; 3) вероятность $P(0,035 \leq Z \leq 2,775)$.
3. Случайная величина Y принимает только значения из множества $\{2, 1\}$, при этом $P(Y = 2) = 0.61$. Распределение случайной величины X определено следующим образом:

$$X|Y = \begin{cases} 8 \cdot y, & \text{с вероятностью } 0.15 \\ 6 \cdot y, & \text{с вероятностью } 1 - 0.15 \end{cases}$$

Юный аналитик Дарья нашла математическое ожидание и дисперсию X .

Помогите Дарье найти математическое ожидание и дисперсию величины X

4. (10) В группе Ω учатся студенты: $\omega_1 \dots \omega_{25}$. Пусть X и Y – 100-балльные экзаменационные оценки по математическому анализу и теории вероятностей. Оценки ω_i студента обозначаются: $x_i = X(\omega_i)$ и $y_i = Y(\omega_i)$, $i = 1 \dots 25$. Все оценки известны $x_0 = 40, y_0 = 84, x_1 = 83, y_1 = 71, x_2 = 85, y_2 = 64, x_3 = 77, y_3 = 32, x_4 = 86, y_4 = 59, x_5 = 99, y_5 = 77, x_6 = 91, y_6 = 74, x_7 = 46, y_7 = 48, x_8 = 73, y_8 = 42, x_9 = 82, y_9 = 89, x_{10} = 40, y_{10} = 43, x_{11} = 60, y_{11} = 31, x_{12} = 81, y_{12} = 57, x_{13} = 88, y_{13} = 50, x_{14} = 34, y_{14} = 31, x_{15} = 45, y_{15} = 63, x_{16} = 38, y_{16} = 45, x_{17} = 34, y_{17} = 92, x_{18} = 92, y_{18} = 83, x_{19} = 88, y_{19} = 56, x_{20} = 60, y_{20} = 36, x_{21} = 85, y_{21} = 59, x_{22} = 60, y_{22} = 87, x_{23} = 30, y_{23} = 53, x_{24} = 56, y_{24} = 73$. Требуется найти следующие условные эмпирические характеристики: 1) ковариацию X и Y при условии, что одновременно $X \geq 50$ и $Y \geq 50$; 2) коэффициент корреляции X и Y при том же условии.
5. (10) Эмпирическое распределение признаков X и Y на генеральной совокупности Ω задано таблицей частот

	$Y = 2$	$Y = 4$	$Y = 5$
$X = 200$	28	13	10
$X = 300$	1	12	35

Из Ω случайным образом без возвращения извлекаются 7 элементов. Пусть \bar{X} и \bar{Y} – средние значения признаков на выбранных элементах. Требуется найти: 1) математическое ожидание $E(\bar{Y})$; 2) стандартное отклонение $\sigma(\bar{X})$; 3) ковариацию $Cov(\bar{X}, \bar{Y})$

6. (10) Пусть X_1, X_2, X_3, X_4 выборка из $N(\theta, \sigma^2)$. Рассмотрим две оценки параметра θ :

$$\hat{\theta}_1 = \frac{2X_1 + 6X_2 + X_3 + X_4}{10}, \hat{\theta}_2 = \frac{5X_1 + X_2 + X_3 + 3X_4}{10}$$

- а) Покажите, что обе оценки несмещенные. б) Какая из оценок оптимальная?

Подготовил

Рябов

П.Е. Рябов

Утверждаю:

Первый заместитель

руководителя департамента

Феклин

Феклин В.Г.

Дата 01.06.2021