

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»

Факультет информационных технологий и анализа больших данных
Департамент анализа данных и машинного обучения

Дисциплина: «Теория вероятностей и математическая статистика»

Направление подготовки: 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Профиль: «Анализ данных и принятие решений в экономике и финансах»

Форма обучения очная, учебный 2020/2021 год, 4 семестр

Билет 119

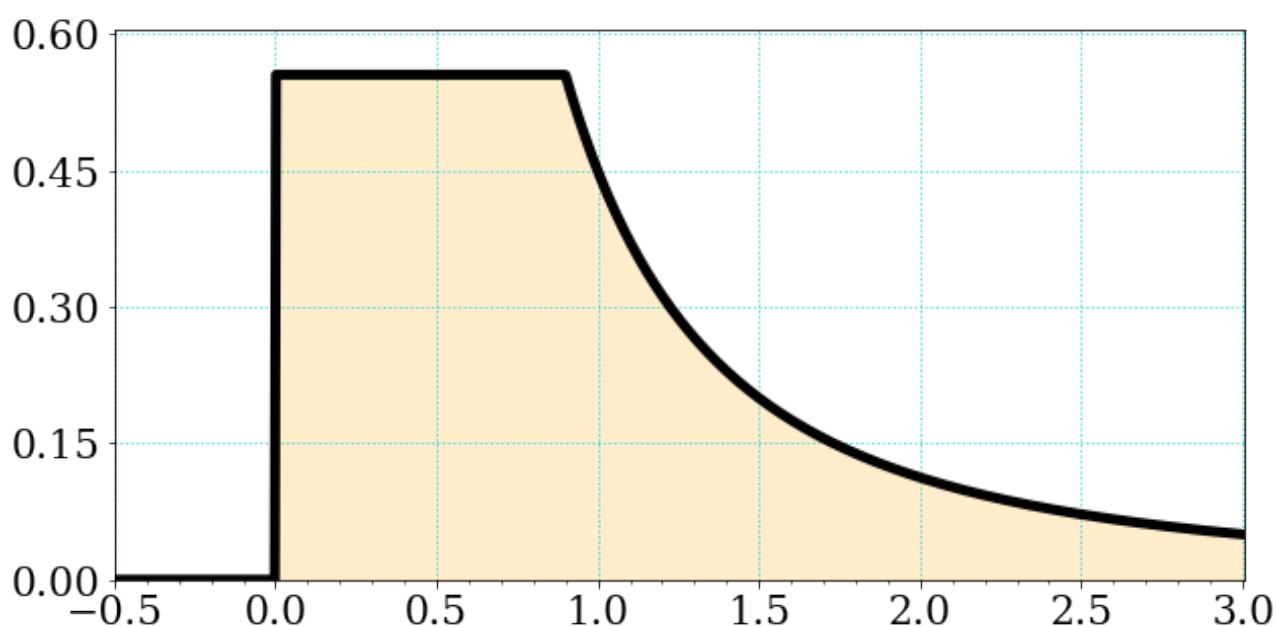
1. Дайте определение случайной величины, которая имеет гамма-распределение $\Gamma(\alpha, \lambda)$, и выведите основные свойства гамма-распределения. Запишите формулы для математического ожидания $\mathbb{E}(X)$ и дисперсии $\text{Var}(X)$ гамма-распределения

Здесь написано много всего интересного и полезного о гамма-распределении

2. Случайные величины X и Y независимы и имеют равномерное распределение на отрезках $[0; 10]$ и $[0; 9]$ соответственно. Для случайной величины $Z = \frac{Y}{X}$ найдите: 1) функцию распределения $F_Z(x)$; 2) плотность распределения $f_Z(x)$ и постройте график плотности; 3) вероятность $\mathbb{P}(0,719 \leq Z \leq 1,005)$.

1) Функция распределения $F_Z(x)$ имеет вид:
$$F_Z(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ \frac{5x}{9}, & 0 \leq x \leq \frac{9}{10} \approx 0,9; \\ 1 - \frac{9}{20x}, & x \geq \frac{9}{10}; \end{cases} \quad 2)$$

Плотность распределения $f_Z(x)$ имеет вид:
$$f_Z(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ \frac{5}{9}, & 0 \leq x \leq \frac{9}{10} \approx 0,9; \\ \frac{9}{20x^2}, & x \geq \frac{9}{10}; \end{cases}$$



- 3) вероятность равна: $\mathbb{P}(0,719 \leq Z \leq 1,005) = 0,15287$.

3. (10) Известно, что доля возвратов по кредитам в банке имеет распределение $F(x) = x^\beta, 0 \leq x \leq 1$. Наблюдения показали, что в среднем она составляет 93,3333%. Методом моментов оцените параметр β и вероятность того, что она опуститься ниже 19%

Найдём плотность рапределения как интеграл от ФР, а дальше всё и вовсе простою
 Ответ: 799006685782884121

4. Создайте эмперические совокупности \exp и \sin вида $\exp(1), \exp(2), \dots, \exp(85)$ и $\sin(1), \sin(2), \dots, \sin(85)$.

Найдите эмпирическое среднее и эмпирическое стандартное отклонение совокупности \exp , её четвёртый эмпирический центральный момент и эмпирический эксцесс.

Кроме того, найдите эмпирический коэффициент корреляции признаков \exp и \sin на совокупности натуральных чисел от 1 до 85.

Используя

$$E(X) = \text{sum}(X)/n$$

$$\text{Var}(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$$

$$\mu_4(X) = E((X - E(X))^4)$$

$$Ex = \frac{\mu_4(X)}{[\sigma(X)]^4} - 3$$

$$r_{xy} = \frac{E(XY) - E(X) * E(Y)}{\sigma(X) * \sigma(Y)}$$

рассчитаем искомые значения.

Ответы: $1.53042524409691 \cdot 10^{35}$, $9.46886335007349 \cdot 10^{35}$, $5.07073544919377 \cdot 10^{145}$, 60.07824

5. (10) Эмпирическое распределение признаков X и Y на генеральной совокупности Ω задано таблицей частот

	$Y = 2$	$Y = 4$	$Y = 5$
$X = 200$	28	23	3
$X = 300$	2	12	32

Из Ω случайным образом без возвращения извлекаются 5 элементов. Пусть \bar{X} и \bar{Y} – средние значения признаков на выбранных элементах. Требуется найти: 1) математическое ожидание $\mathbb{E}(\bar{Y})$; 2) стандартное отклонение $\sigma(\bar{X})$; 3) ковариацию $\text{Cov}(\bar{X}, \bar{Y})$

1) математическое ожидание $\mathbb{E}(\bar{Y})$: 3.75 2) стандартное отклонение $\sigma(\bar{X})$: 244.6913
 3) ковариацию $\text{Cov}(\bar{X}, \bar{Y})$: 3.7904

6. (10) Пусть X_1, X_2, X_3, X_4 выборка из $N(\theta, \sigma^2)$. Рассмотрим две оценки параметра θ :

$$\hat{\theta}_1 = \frac{2X_1 + 3X_2 + 4X_3 + X_4}{10}, \hat{\theta}_2 = \frac{2X_1 + 3X_2 + 2X_3 + 3X_4}{10}$$

а) Покажите, что обе оценки несмещенные. б) Какая из оценок оптимальная?

Обе они несмещенные, потому что в числителе выходит в сумме 10. Какая-то точно должна быть, а может и нет....

Подготовил




П.Е. Рябов

Утверждаю:

Первый заместитель

руководителя департамента

Дата 01.06.2021



Феклин В.Г.