

1. Дайте определение случайной величины, которая имеет χ^2 -распределение с n степенями свободы. Запишите плотность χ^2 -распределения. Выведите формулы для математического ожидания $E(X)$ и дисперсии $Var(X)$ χ^2 -распределения с n степенями свободы. Найдите а) $P(\chi_{20}^2 > 10.9)$, где χ_{20}^2 – случайная величина, которая имеет χ^2 -распределение с 20 степенями свободы; б) найдите 93% (верхнюю) точку $\chi_{0.93}^2(5)$ хи-квадрат распределения с 5 степенями свободы
2. Случайные величины X и Y независимы и имеют равномерное распределение на отрезках $[0; 3]$ и $[0; 10]$ соответственно. Для случайной величины $Z = \frac{Y}{X}$ найдите: 1) функцию распределения $F_Z(x)$; 2) плотность распределения $f_Z(x)$ и постройте график плотности; 3) вероятность $P(3,263 \leq Z \leq 5,35)$.
3. (10) Известно, что доля возвратов по кредитам в банке имеет распределение $F(x) = x^\beta, 0 \leq x \leq 1$. Наблюдения показали, что в среднем она составляет 87,5%. Методом моментов оцените параметр β и вероятность того, что она опуститься ниже 53%
4. (10) В группе Ω учатся студенты: $\omega_1 \dots \omega_{25}$. Пусть X и Y – 100-балльные экзаменационные оценки по математическому анализу и теории вероятностей. Оценки ω_i студента обозначаются: $x_i = X(\omega_i)$ и $y_i = Y(\omega_i), i = 1 \dots 25$. Все оценки известны $x_0 = 33, y_0 = 72, x_1 = 94, y_1 = 94, x_2 = 91, y_2 = 52, x_3 = 47, y_3 = 59, x_4 = 53, y_4 = 45, x_5 = 96, y_5 = 54, x_6 = 60, y_6 = 99, x_7 = 70, y_7 = 44, x_8 = 50, y_8 = 81, x_9 = 57, y_9 = 40, x_{10} = 99, y_{10} = 61, x_{11} = 94, y_{11} = 43, x_{12} = 85, y_{12} = 96, x_{13} = 30, y_{13} = 91, x_{14} = 57, y_{14} = 37, x_{15} = 42, y_{15} = 35, x_{16} = 84, y_{16} = 75, x_{17} = 96, y_{17} = 97, x_{18} = 69, y_{18} = 92, x_{19} = 91, y_{19} = 93, x_{20} = 45, y_{20} = 30, x_{21} = 35, y_{21} = 94, x_{22} = 83, y_{22} = 53, x_{23} = 53, y_{23} = 60, x_{24} = 36, y_{24} = 69$. Требуется найти следующие условные эмпирические характеристики: 1) ковариацию X и Y при условии, что одновременно $X \geq 50$ и $Y \geq 50$; 2) коэффициент корреляции X и Y при том же условии.
5. (10) Эмпирическое распределение признаков X и Y на генеральной совокупности Ω задано таблицей частот

	$Y = 2$	$Y = 4$	$Y = 5$
$X = 200$	1	6	23
$X = 300$	13	30	27

Из Ω случайным образом без возвращения извлекаются 13 элементов. Пусть \bar{X} и \bar{Y} – средние значения признаков на выбранных элементах. Требуется найти: 1) математическое ожидание $E(\bar{Y})$; 2) стандартное отклонение $\sigma(\bar{X})$; 3) ковариацию $Cov(\bar{X}, \bar{Y})$

6. Юный аналитик Дарья использовала метод Монте-Карло для исследования Дискретного случайного вектора, описанного ниже.

	$X = -3$	$X = -2$	$X = -1$
$Y = 2$	0.29	0.298	0.234
$Y = 3$	0.066	0.03	0.082

Дарья получила, что $E(Y|X + Y = 1) = 2.10982$. Проверьте, можно ли доверять результату Дарьи аналитически. Сформулируйте определение метода Монте-Карло.

Подготовил

Рябов

П.Е. Рябов

Утверждаю:

Первый заместитель

руководителя департамента

Дата 01.06.2021

Феклин

Феклин В.Г.