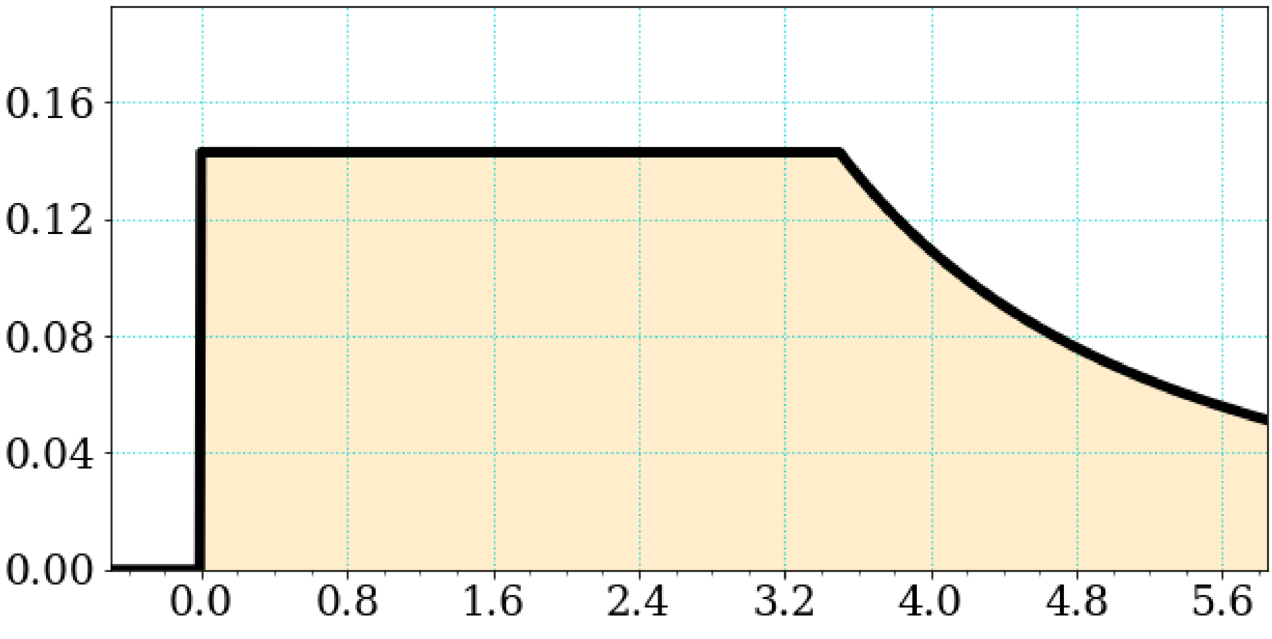
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»
Факультет информационных технологий и анализа больших данных
Департамент анализа данных и машинного обучения
Дисциплина: «Теория вероятностей и математическая статистика»
Направление подготовки: 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»
Профиль: «Анализ данных и принятие решений в экономике и финансах»
Форма обучения очная, учебный 2020/2021 год, 4 семестр
Билет 128

1. Сформулируйте определение случайной выборки из конечной генеральной совокупности. Какие виды выборок вам известны? Перечислите (с указанием формул) основные характеристики выборочной и генеральной совокупностей

   Здесь очень много исчерпывающей информации о выборках из генеральной совокупности и про различные виды выборок

2. Случайные величины X и Y независимы и имеют равномерное распределение на отрезках $[0;2]$ и $[0;7]$ соответственно. Для случайной величины $Z = \frac{Y}{X}$ найдите: 1) функцию распределения $F_Z(x)$; 2) плотность распределения $f_Z(x)$ и постройте график плотности; 3) вероятность $\P(2{,}019 \leqslant Z \leqslant 3{,}843)$.

   1) Функция распределения $F_Z(x)$ имеет вид: $F_Z(x) = \begin{cases} 0, x \leqslant 0; \\ \frac{x}{7}, 0 \leqslant x \leqslant \frac{7}{2} \approx 3{,}5; \\ 1 - \frac{7}{4x}, x \geqslant \frac{7}{2}; \end{cases}$. 2) Плотность распределения $f_Z(x)$ имеет вид: $f_Z(x) = \begin{cases} 0, x < 0; \\ \frac{1}{7}, 0 \leqslant x \leqslant \frac{7}{2} \approx 3{,}5; \\ \frac{7}{4x^2}, x \geqslant \frac{7}{2}; \end{cases}$.



   3) вероятность равна: $\P(2{,}019 \leqslant Z \leqslant 3{,}843) = 0{,}25613$.

3. (10) Известно, что доля возвратов по кредитам в банке имеет распределение $F(x) = x^{\beta}, 0 \leqslant x \leqslant 1$. Наблюдения показали, что в среднем она составляет $75,0\%$. Методом моментов оцените параметр β и вероятность того, что она опуститься ниже 20%

   Найдём плотность рапределения как интеграл от ФР, а дальше всё и вовсе простою
   Ответ: 8000

4. (10) В группе Ω учатся студенты:$\omega_1 ... \omega_{25}$. Пусть X и Y – 100-балльные экзаменационные оценки по математическому анализу и теории вероятностей. Оценки ω_i студента обозначаются: $x_i = X(\omega_i)$ и $y_i = Y(\omega_i)$, $i = 1...25$. Все оценки известны $x_0 = 33, y_0 = 72$, $x_1 = 94, y_1 = 94$, $x_2 = 91, y_2 = 52$, $x_3 = 47, y_3 = 59$, $x_4 = 53, y_4 = 45$, $x_5 = 96, y_5 = 54$, $x_6 = 60, y_6 = 99$, $x_7 = 70, y_7 = 44$, $x_8 = 50, y_8 = 81$, $x_9 = 57, y_9 = 40$, $x_{10} = 99, y_{10} = 61$, $x_{11} = 94, y_{11} = 43$, $x_{12} = 85, y_{12} = 96$, $x_{13} = 30, y_{13} = 91$, $x_{14} = 57, y_{14} = 37$, $x_{15} = 42, y_{15} = 35$, $x_{16} = 84, y_{16} = 75$, $x_{17} = 96, y_{17} = 97$, $x_{18} = 69, y_{18} = 92$, $x_{19} = 91, y_{19} = 93$, $x_{20} = 45, y_{20} = 30$, $x_{21} = 35, y_{21} = 94$, $x_{22} = 83, y_{22} = 53$, $x_{23} = 53, y_{23} = 60$, $x_{24} = 36, y_{24} = 69$ Требуется найти следующие условные эмпирические характеристики: 1) ковариацию X и Y при условии, что одновременно $X \geqslant 50$ и $Y \geqslant 50$; 2) коэффициент корреляции X и Y при том же условии.

   1) Ковариация = -350.8333 2) Коэффициент корреляции = -1.2925

5. (10) Эмпирическое распределение признаков X и Y на генеральной совокупности Ω задано таблицей частот

	$Y = 2$	$Y = 4$	$Y = 5$
$X = 200$	24	17	3
$X = 300$	13	24	19

   Из Ω случайным образом без возвращения извлекаются 9 элементов. Пусть $\bar{X}$ и $\bar{Y}$ – средние значения признаков на выбранных элементах. Требуется найти: 1) математическое ожидание $\mathbb{E}(\bar{Y})$; 2) стандартное отклонение $\sigma(\bar{X})$; 3) ковариацию $Cov(\bar{X}, \bar{Y})$

   1) математическое ожидание $\mathbb{E}(\bar{Y})$: 3.48 2) стандартное отклонение $\sigma(\bar{X})$: 248.8024 3) ковариацию $Cov(\bar{X}, \bar{Y})$: 2.0333

6. Известно, что доля возвратов по кредитам в банке имеет распределение $F(x) = x^{\beta}, 0 \leq x \leq 1$. Наблюдения показали, что в среднем она составила 74.0%. Методом моментов оцените параметр β и вероятность того, что она опуститься ниже 73.0%.

   $f(x) = F'(x) = \beta \cdot x^{\beta - 1}$

   $\mu_1 = E(X) = \int_{-\inf}^{\inf} x \cdot f(x) = \int_{-\inf}^{\inf} \beta \cdot x^{\beta} = \beta \cdot \frac{x^{\beta+1}}{\beta+1}\Big|_0^1 = \frac{\beta}{\beta+1}$

   $\beta = (\beta + 1) \cdot 74.0$

   $\beta = \frac{74.0}{1 - 74.0}$

   $P(x \leq 73.0) = F(73.0) = 73.0^{2.85}$

   Ответ: $2.85, 0.41$

Подготовил Рябов П.Е. Рябов

Утверждаю:
Первый заместитель
руководителя департамента

Дата 01.06.2021 Феклин Феклин В.Г.