

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»

Факультет информационных технологий и анализа больших данных  
Департамент анализа данных и машинного обучения

**Дисциплина: «Теория вероятностей и математическая статистика»**

Направление подготовки: 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Профиль: «Анализ данных и принятие решений в экономике и финансах»

Форма обучения очная, учебный 2020/2021 год, 4 семестр

**Билет 122**

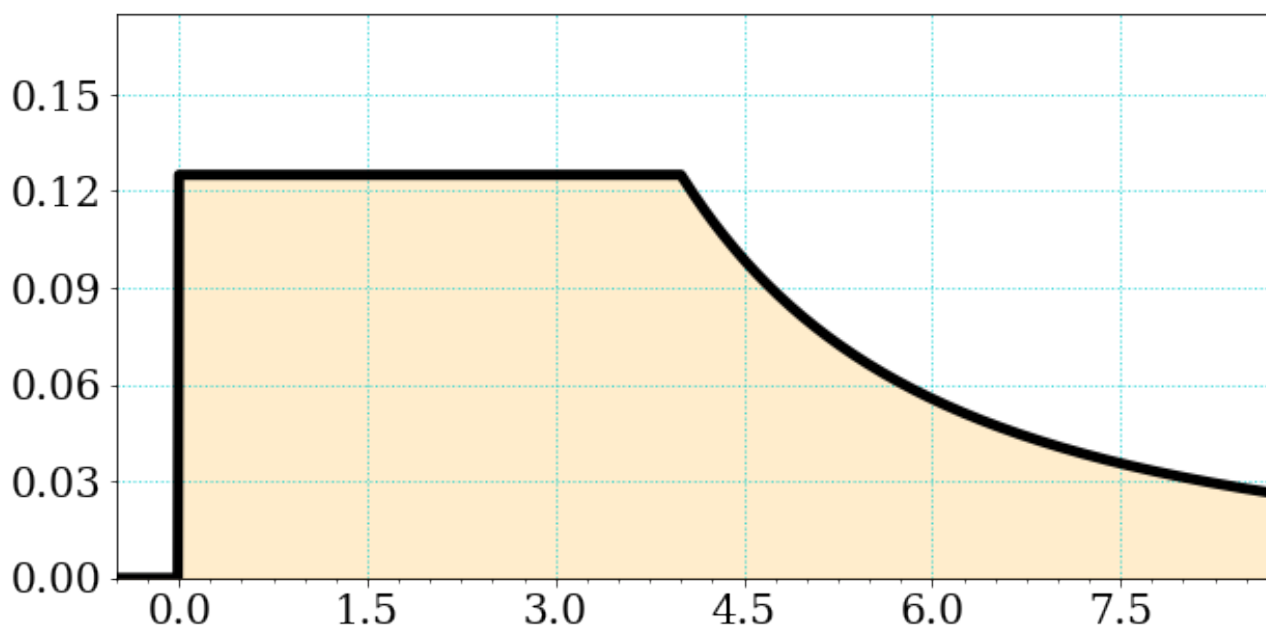
1. Сформулируйте определение случайной выборки из конечной генеральной совокупности. Какие виды выборок вам известны? Перечислите (с указанием формул) основные характеристики выборочной и генеральной совокупностей

Здесь очень много исчерпывающей информации о выборках из генеральной совокупности и про различные виды выборок

2. Случайные величины  $X$  и  $Y$  независимы и имеют равномерное распределение на отрезках  $[0; 2]$  и  $[0; 8]$  соответственно. Для случайной величины  $Z = \frac{Y}{X}$  найдите: 1) функцию распределения  $F_Z(x)$ ; 2) плотность распределения  $f_Z(x)$  и постройте график плотности; 3) вероятность  $\mathbb{P}(2,016 \leq Z \leq 6,716)$ .

1) Функция распределения  $F_Z(x)$  имеет вид: 
$$F_Z(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ \frac{x}{8}, & 0 \leq x \leq 4 \approx 4,0; \\ 1 - \frac{2}{x}, & x \geq 4; \end{cases} \quad 2)$$

Плотность распределения  $f_Z(x)$  имеет вид: 
$$f_Z(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ \frac{1}{8}, & 0 \leq x \leq 4 \approx 4,0; \\ \frac{2}{x^2}, & x \geq 4; \end{cases}$$



- 3) вероятность равна:  $\mathbb{P}(2,016 \leq Z \leq 6,716) = 0,4502$ .

3. Случайная величина  $Y$  принимает только значения из множества  $\{2, 1\}$ , при этом  $P(Y = 2) = 0.61$ . Распределение случайной величины  $X$  определено следующим образом:

$$X|Y = \begin{cases} 8*Y, \text{ с вероятностью } 0.15 \\ 6*Y, \text{ с вероятностью } 1 - 0.15 \end{cases}$$

Юный аналитик Дарья нашла матожидание и дисперсию  $X$ .

Помогите Дарье найти матожидание и дисперсию величины  $X$

Первым этапом надо найти характеристики случайной величины  $Y$

$$E(Y) = 2 * 0.61 + 1 * (1 - 0.61)$$

$$Var(Y) = E(Y^2) - [E(Y)]^2 = 2^2 * 0.61 + 1^2 * (1 - 0.61) - [E(Y)]^2$$

Перейдем к рассмотрению характеристик условной случайной величины  $X$

$$E(X) = E(E(X|Y)) = E[E(8*Y) * 0.15 + E(6*Y) * (1 - 0.15)] = E(Y) * (8 * 0.15 + 6 * (1 - 0.15)) = 10.143$$

$$E(Var(X|Y)) = E[b * Var(c3 * Y) + (1 - b) * Var(c4 * Y)] = Var(Y) * (c3^2 * b + c4^2 * (1 - b))$$

$$Var(E(X|Y)) = E(X^2|Y) - [E(X)]^2 = [E(Y)]^2 * (b * c3^2 + (1 - b) * c4^2) - E(X)^2$$

$$Var(X) = E(Var(X|Y)) + Var(E(X|Y)) = 10.88555$$

4. Создайте эмпирические совокупности  $\sin$  и  $\cos$  вида  $\sin(1), \sin(2), \dots, \sin(60)$  и  $\cos(1), \cos(2), \dots, \cos(60)$ .

Найдите эмпирическое среднее и эмпирическое стандартное отклонение совокупности  $\sin$ , её четвёртый эмпирический центральный момент и эмпирический эксцесс.

Кроме того, найдите эмпирический коэффициент корреляции признаков  $\sin$  и  $\cos$  на совокупности натуральных чисел от 1 до 60.

Используя

$$E(X) = \text{sum}(X)/n$$

$$Var(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$$

$$\mu_4(X) = E((X - E(X))^4)$$

$$Ex = \frac{\mu_4(X)}{[\sigma(X)]^4} - 3$$

$$r_{xy} = \frac{E(XY) - E(X) * E(Y)}{\sigma(X) * \sigma(Y)}$$

рассчитаем искомые значения.

Ответы: 0.02724, 0.70603, 0.37291, -1.49926, 0.00012.

5. (10) Эмпирическое распределение признаков  $X$  и  $Y$  на генеральной совокупности  $\Omega$  задано таблицей частот

	$Y = 2$	$Y = 4$	$Y = 5$
$X = 200$	11	26	27
$X = 300$	5	10	21

Из  $\Omega$  случайным образом без возвращения извлекаются 6 элементов. Пусть  $\bar{X}$  и  $\bar{Y}$  – средние значения признаков на выбранных элементах. Требуется найти: 1) математическое ожидание  $\mathbb{E}(\bar{Y})$ ; 2) стандартное отклонение  $\sigma(\bar{X})$ ; 3) ковариацию  $Cov(\bar{X}, \bar{Y})$

1) математическое ожидание  $\mathbb{E}(\bar{Y})$ : 4.16 2) стандартное отклонение  $\sigma(\bar{X})$ : 233.542  
3) ковариацию  $Cov(\bar{X}, \bar{Y})$ : 0.4975

6. Известно, что доля возвратов по кредитам в банке имеет распределение  $F(x) = x^\beta, 0 \leq x \leq 1$ . Наблюдения показали, что в среднем она составила 62.0%. Методом моментов оцените параметр  $\beta$  и вероятность того, что она опуститься ниже 59.0%.

$$f(x) = F'(x) = \beta \cdot x^{\beta-1}$$

$$\mu_1 = E(X) = \int_{-\inf}^{\inf} x \cdot f(x) = \int_{-\inf}^{\inf} \beta \cdot x^\beta = \beta \cdot \frac{x^{\beta+1}}{\beta+1} \Big|_0^1 = \frac{\beta}{\beta+1}$$

$$\beta = (\beta + 1) \cdot 62.0$$

$$\beta = \frac{62.0}{1-62.0}$$

$$P(x \leq 59.0) = F(59.0) = 59.0^{1.63}$$

Ответ: 1.63, 0.42

Подготовил

*Рябов*

П.Е. Рябов

Утверждаю:

Первый заместитель

руководителя департамента

Дата 01.06.2021

*Феклин*

Феклин В.Г.