

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»

Факультет информационных технологий и анализа больших данных
Департамент анализа данных и машинного обучения

Дисциплина: «Теория вероятностей и математическая статистика»

Направление подготовки: 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Профиль: «Анализ данных и принятие решений в экономике и финансах»

Форма обучения очная, учебный 2020/2021 год, 4 семестр

Билет 113

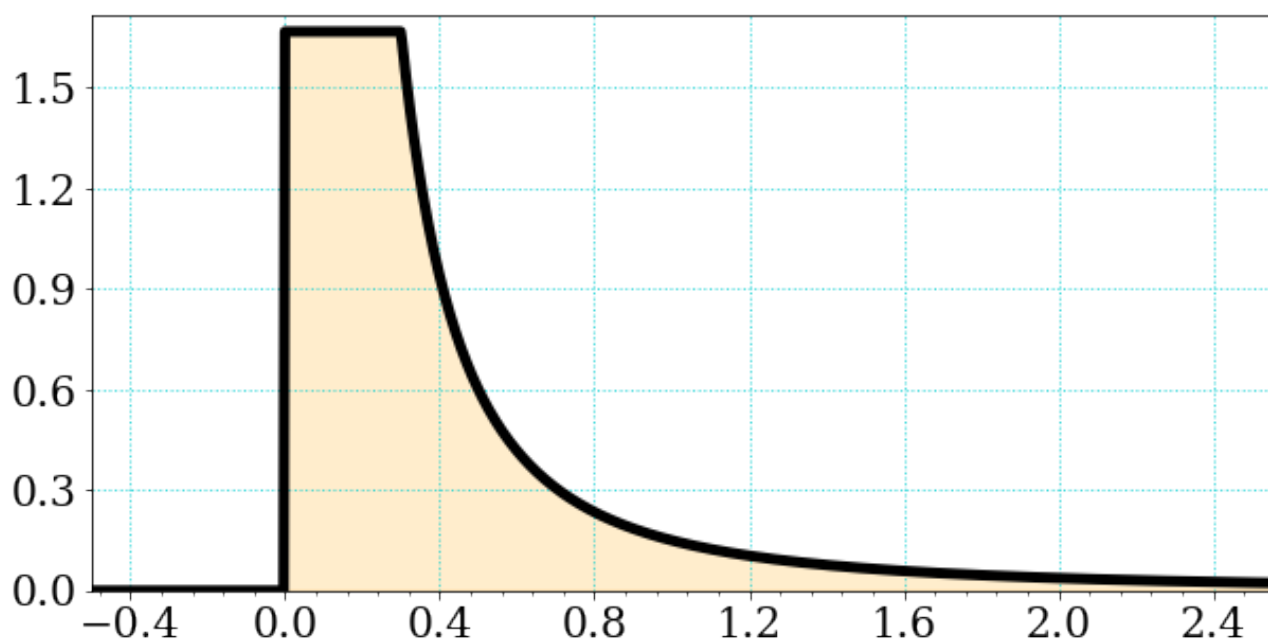
1. Сформулируйте определение случайной выборки из конечной генеральной совокупности. Какие виды выборок вам известны? Перечислите (с указанием формул) основные характеристики выборочной и генеральной совокупностей

Здесь очень много исчерпывающей информации о выборках из генеральной совокупности и про различные виды выборок

2. Случайные величины X и Y независимы и имеют равномерное распределение на отрезках $[0; 10]$ и $[0; 3]$ соответственно. Для случайной величины $Z = \frac{Y}{X}$ найдите: 1) функцию распределения $F_Z(x)$; 2) плотность распределения $f_Z(x)$ и постройте график плотности; 3) вероятность $\mathbb{P}(0,057 \leq Z \leq 0,556)$.

1) Функция распределения $F_Z(x)$ имеет вид:
$$F_Z(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ \frac{5x}{3}, & 0 \leq x \leq \frac{3}{10} \approx 0,3; \\ 1 - \frac{3}{20x}, & x \geq \frac{3}{10}; \end{cases} \quad 2)$$

Плотность распределения $f_Z(x)$ имеет вид:
$$f_Z(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ \frac{5}{3}, & 0 \leq x \leq \frac{3}{10} \approx 0,3; \\ \frac{3}{20x^2}, & x \geq \frac{3}{10}; \end{cases}$$



- 3) вероятность равна: $\mathbb{P}(0,057 \leq Z \leq 0,556) = 0,63552$.

3. (10) Известно, что доля возвратов по кредитам в банке имеет распределение $F(x) = x^\beta, 0 \leq x \leq 1$. Наблюдения показали, что в среднем она составляет 75,0%. Методом моментов оцените параметр β и вероятность того, что она опуститься ниже 20%

Найдём плотность рапределения как интеграл от ФР, а дальше всё и вовсе простою
 Ответ: 8000

4. Создайте эмперические совокупности `exp` и `log` вида `exp(1), exp(2), ..., exp(77)` и `log(1), log(2), ..., log(77)`.

Найдите эмпирическое среднее и эмпирическое стандартное отклонение совокупности `exp`, её четвёртый эмпирический центральный момент и эмпирический эксцесс.

Кроме того, найдите эмпирический коэффициент корреляции признаков `exp` и `log` на совокупности натуральных чисел от 1 до 77.

Используя

$$E(X) = \text{sum}(X)/n$$

$$\text{Var}(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$$

$$\mu_4(X) = E((X - E(X))^4)$$

$$Ex = \frac{\mu_4(X)}{[\sigma(X)]^4} - 3$$

$$r_{xy} = \frac{E(XY) - E(X) * E(Y)}{\sigma(X) * \sigma(Y)}$$

рассчитаем искомые значения.

Ответы: $5.66740783200168 \cdot 10^{31}$, $3.33285124990578 \cdot 10^{32}$, $7.03150966623892 \cdot 10^{131}$, 53.98819

5. Распределение результатов экзамена в некоторой стране с 14-балльной системой оценивания задано следующим образом: {1 : 3, 2 : 7, 3 : 5, 4 : 2, 5 : 11, 6 : 9, 7 : 2, 8 :

Работы будут перепроверять 16 преподавателей, которые разделили все имеющиеся работы между собой случайным образом. Пусть \bar{X} - средний балл (по перепроверки) работ, попавших к одному преподавателю.

Требуется найти матожидание и стандартное отклонение среднего балла работ, попавших к одному преподавателю, до перепроверки.

`k = len(marks) // k`

`ex = np.sum([marks[m] * m for m in marks]) / n`

`varx = np.var([m for m in marks for temp in range(marks[m])]) / k * (n - k) / (n - 1)`

`sigmax = varx**(0.5)` Ответы: 9.83854, 0.99615.

6. (10) Пусть X_1, X_2, X_3, X_4 выборка из $N(\theta, \sigma^2)$. Рассмотрим две оценки параметра θ :

$$\hat{\theta}_1 = \frac{X_1 + X_2 + X_3 + 7X_4}{10}, \hat{\theta}_1 = \frac{3X_1 + 5X_2 + X_3 + X_4}{10}$$

а) Покажите, что обе оценки несмещенные. б) Какая из оценок оптимальная?

Обе они несмещенные, потому что в числителе выходит в сумме 10. Какая-то точно должна быть, а может и нет....

Подготовил




П.Е. Рябов

Утверждаю:

Первый заместитель

руководителя департамента

Дата 01.06.2021



Феклин В.Г.