

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»

Факультет информационных технологий и анализа больших данных
Департамент анализа данных и машинного обучения

Дисциплина: «Теория вероятностей и математическая статистика»

Направление подготовки: 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Профиль: «Анализ данных и принятие решений в экономике и финансах»

Форма обучения очная, учебный 2020/2021 год, 4 семестр

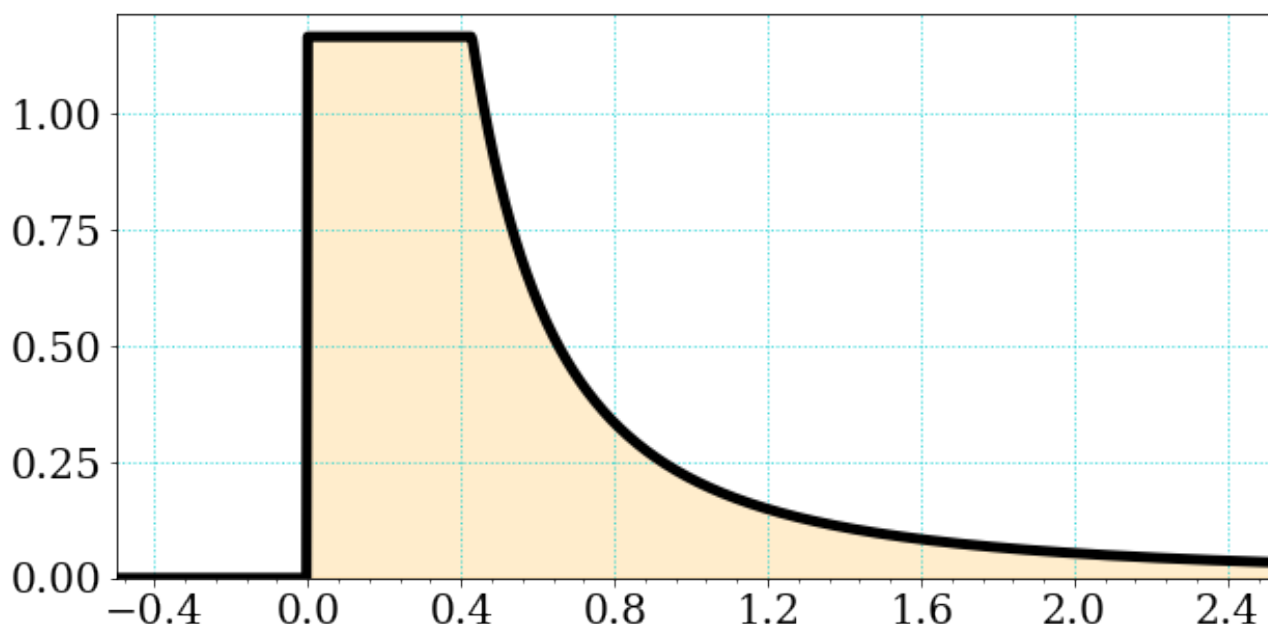
Билет 108

1. Сформулируйте определение случайной выборки из конечной генеральной совокупности. Какие виды выборок вам известны? Перечислите (с указанием формул) основные характеристики выборочной и генеральной совокупностей

Здесь очень много исчерпывающей информации о выборках из генеральной совокупности и про различные виды выборок

2. Случайные величины X и Y независимы и имеют равномерное распределение на отрезках $[0; 7]$ и $[0; 3]$ соответственно. Для случайной величины $Z = \frac{Y}{X}$ найдите: 1) функцию распределения $F_Z(x)$; 2) плотность распределения $f_Z(x)$ и постройте график плотности; 3) вероятность $\mathbb{P}(0,006 \leq Z \leq 0,519)$.

- 1) Функция распределения $F_Z(x)$ имеет вид:
$$F_Z(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ \frac{7x}{6}, & 0 \leq x \leq \frac{3}{7} \approx 0,429; \\ 1 - \frac{3}{14x}, & x \geq \frac{3}{7}; \end{cases}$$
- 2) Плотность распределения $f_Z(x)$ имеет вид:
$$f_Z(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ \frac{7}{6}, & 0 \leq x \leq \frac{3}{7} \approx 0,429; \\ \frac{3}{14x^2}, & x \geq \frac{3}{7}; \end{cases}$$



- 3) вероятность равна: $\mathbb{P}(0,006 \leq Z \leq 0,519) = 0,57962$.

3. Случайная величина Y принимает только значения из множества $\{10, 7\}$, при этом $P(Y = 10) = 0.24$. Распределение случайной величины X определено следующим образом:

$$X|Y = \begin{cases} 4*Y, \text{ с вероятностью } 0.53 \\ 9*Y, \text{ с вероятностью } 1 - 0.53 \end{cases}$$

Юный аналитик Дарья нашла матожидание и дисперсию X .

Помогите Дарье найти матожидание и дисперсию величины X

Первым этапом надо найти характеристики случайной величины Y

$$E(Y) = 10 * 0.24 + 7 * (1 - 0.24)$$

$$Var(Y) = E(Y^2) - [E(Y)]^2 = 10^2 * 0.24 + 7^2 * (1 - 0.24) - [E(Y)]^2$$

Перейдем к рассмотрению характеристик условной случайной величины X

$$E(X) = E(E(X|Y)) = E[E(4*Y) * 0.53 + E(9*Y) * (1 - 0.53)] = E(Y) * (4 * 0.53 + 9 * (1 - 0.53)) = 49.022$$

$$E(Var(X|Y)) = E[b * Var(c3 * Y) + (1 - b) * Var(c4 * Y)] = Var(Y) * (c3^2 * b + c4^2 * (1 - b))$$

$$Var(E(X|Y)) = E(X^2|Y) - [E(X)]^2 = [E(Y)]^2 * (b * c3^2 + (1 - b) * c4^2) - E(X)^2$$

$$Var(X) = E(Var(X|Y)) + Var(E(X|Y)) = 447.56552$$

4. Создайте эмпирические совокупности \cos и \log вида $\cos(1), \cos(2), \dots, \cos(98)$ и $\log(1), \log(2), \dots, \log(98)$

Найдите эмпирическое среднее и эмпирическое стандартное отклонение совокупности \cos , её четвёртый эмпирический центральный момент и эмпирический эксцесс.

Кроме того, найдите эмпирический коэффициент корреляции признаков \cos и \log на совокупности натуральных чисел от 1 до 98.

Используя

$$E(X) = \text{sum}(X)/n$$

$$Var(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$$

$$\mu_4(X) = E((X - E(X))^4)$$

$$Ex = \frac{\mu_4(X)}{[\sigma(X)]^4} - 3$$

$$r_{xy} = \frac{E(XY) - E(X) * E(Y)}{\sigma(X) * \sigma(Y)}$$

рассчитаем искомые значения.

Ответы: $-0.01464, 0.70686, 0.37349, -1.50394, 1.0 \cdot 10^{-5}$.

5. (10) Эмпирическое распределение признаков X и Y на генеральной совокупности Ω задано таблицей частот

	$Y = 2$	$Y = 4$	$Y = 5$
$X = 200$	28	23	3
$X = 300$	2	12	32

Из Ω случайным образом без возвращения извлекаются 5 элементов. Пусть \bar{X} и \bar{Y} – средние значения признаков на выбранных элементах. Требуется найти: 1) математическое ожидание $\mathbb{E}(\bar{Y})$; 2) стандартное отклонение $\sigma(\bar{X})$; 3) ковариацию $Cov(\bar{X}, \bar{Y})$

1) математическое ожидание $\mathbb{E}(\bar{Y})$: 3.75 2) стандартное отклонение $\sigma(\bar{X})$: 244.6913
3) ковариацию $Cov(\bar{X}, \bar{Y})$: 3.7904

6. (10) Пусть X_1, X_2, X_3, X_4 выборка из $N(\theta, \sigma^2)$. Рассмотрим две оценки параметра θ :

$$\hat{\theta}_1 = \frac{X_1 + 4X_2 + X_3 + 4X_4}{10}, \hat{\theta}_2 = \frac{2X_1 + 3X_2 + 3X_3 + 2X_4}{10}$$

а) Покажите, что обе оценки несмещенные. б) Какая из оценок оптимальная?

Обе они несмещенные, потому что в числителе выходит в сумме 10. Какая-то точно должна быть, а может и нет....

Подготовил



П.Е. Рябов

Утверждаю:

Первый заместитель

руководителя департамента

Дата 01.06.2021



Феклин В.Г.