

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ»

Факультет информационных технологий и анализа больших данных
Департамент анализа данных и машинного обучения

Дисциплина: «Теория вероятностей и математическая статистика»

Направление подготовки: 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Профиль: «Анализ данных и принятие решений в экономике и финансах»

Форма обучения очная, учебный 2020/2021 год, 4 семестр

Билет 119

1. Дайте определение случайной величины, которая имеет гамма-распределение $\Gamma(\alpha, \lambda)$, и выведите основные свойства гамма-распределения. Запишите формулы для математического ожидания $E(X)$ и дисперсии $Var(X)$ гамма-распределения
2. Случайные величины X и Y независимы и имеют равномерное распределение на отрезках $[0; 10]$ и $[0; 9]$ соответственно. Для случайной величины $Z = \frac{Y}{X}$ найдите: 1) функцию распределения $F_Z(x)$; 2) плотность распределения $f_Z(x)$ и постройте график плотности; 3) вероятность $\mathbb{P}(0,719 \leq Z \leq 1,005)$.
3. (10) Известно, что доля возвратов по кредитам в банке имеет распределение $F(x) = x^\beta, 0 \leq x \leq 1$. Наблюдения показали, что в среднем она составляет 93,3333%. Методом моментов оцените параметр β и вероятность того, что она опуститься ниже 19%

4. Создайте эмпирические совокупности \exp и \sin вида $\exp(1), \exp(2), \dots, \exp(85)$ и $\sin(1), \sin(2), \dots, \sin(85)$

Найдите эмпирическое среднее и эмпирическое стандартное отклонение совокупности \exp , её четвёртый эмпирический центральный момент и эмпирический эксцесс.

Кроме того, найдите эмпирический коэффициент корреляции признаков \exp и \sin на совокупности натуральных чисел от 1 до 85.

5. (10) Эмпирическое распределение признаков X и Y на генеральной совокупности Ω задано таблицей частот

	$Y = 2$	$Y = 4$	$Y = 5$
$X = 200$	28	23	3
$X = 300$	2	12	32

Из Ω случайным образом без возвращения извлекаются 5 элементов. Пусть \bar{X} и \bar{Y} – средние значения признаков на выбранных элементах. Требуется найти: 1) математическое ожидание $E(\bar{Y})$; 2) стандартное отклонение $\sigma(\bar{X})$; 3) ковариацию $Cov(\bar{X}, \bar{Y})$

6. (10) Пусть X_1, X_2, X_3, X_4 выборка из $N(\theta, \sigma^2)$. Рассмотрим две оценки параметра θ :

$$\hat{\theta}_1 = \frac{2X_1 + 3X_2 + 4X_3 + X_4}{10}, \hat{\theta}_2 = \frac{2X_1 + 3X_2 + 2X_3 + 3X_4}{10}$$

- а) Покажите, что обе оценки несмещенные. б) Какая из оценок оптимальная?

Подготовил

Рябов

П.Е. Рябов

Утверждаю:

Первый заместитель

руководителя департамента

Дата 01.06.2021

Феклин

Феклин В.Г.