

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»

Факультет информационных технологий и анализа больших данных
Департамент анализа данных и машинного обучения

Дисциплина: «Теория вероятностей и математическая статистика»

Направление подготовки: 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Профиль: «Анализ данных и принятие решений в экономике и финансах»

Форма обучения очная, учебный 2020/2021 год, 4 семестр

Билет 101

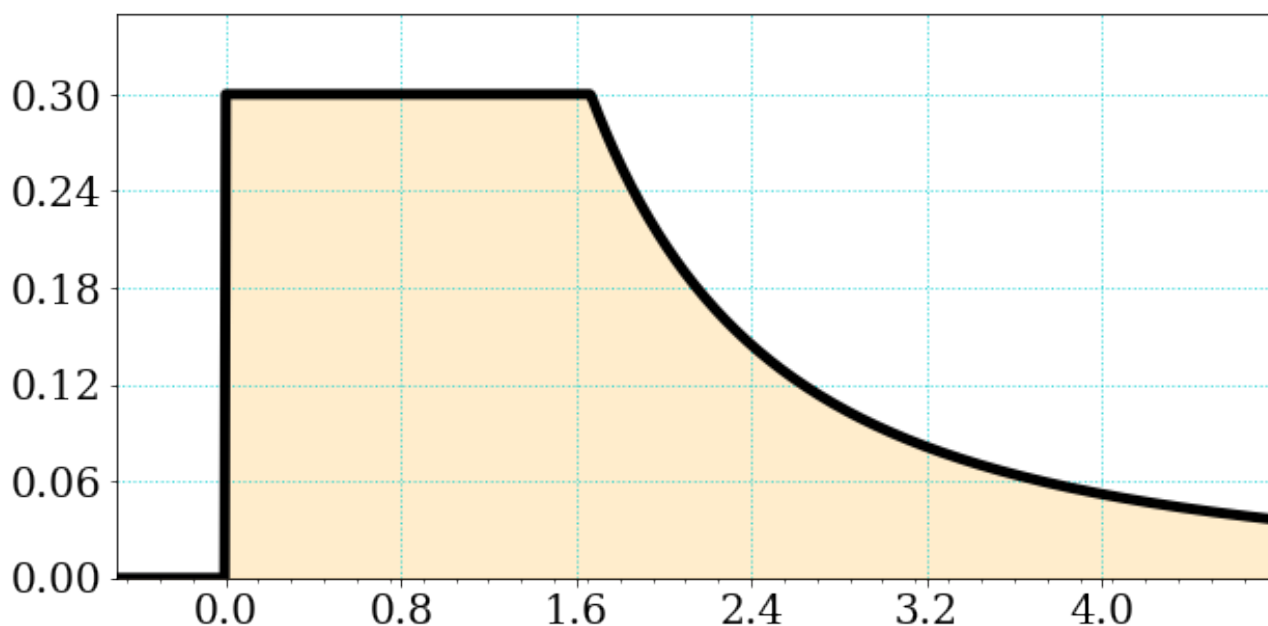
1. Сформулируйте определение случайной выборки из конечной генеральной совокупности. Какие виды выборок вам известны? Перечислите (с указанием формул) основные характеристики выборочной и генеральной совокупностей

Здесь очень много исчерпывающей информации о выборках из генеральной совокупности и про различные виды выборок

2. Случайные величины X и Y независимы и имеют равномерное распределение на отрезках $[0; 3]$ и $[0; 5]$ соответственно. Для случайной величины $Z = \frac{Y}{X}$ найдите: 1) функцию распределения $F_Z(x)$; 2) плотность распределения $f_Z(x)$ и постройте график плотности; 3) вероятность $\mathbb{P}(0,915 \leq Z \leq 2,783)$.

1) Функция распределения $F_Z(x)$ имеет вид:
$$F_Z(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ \frac{3x}{10}, & 0 \leq x \leq \frac{5}{3} \approx 1,667; \\ 1 - \frac{5}{6x}, & x \geq \frac{5}{3}; \end{cases}$$

2) Плотность распределения $f_Z(x)$ имеет вид:
$$f_Z(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ \frac{3}{10}, & 0 \leq x \leq \frac{5}{3} \approx 1,667; \\ \frac{5}{6x^2}, & x \geq \frac{5}{3}; \end{cases}$$



- 3) вероятность равна: $\mathbb{P}(0,915 \leq Z \leq 2,783) = 0,4261$.

3. (10) Известно, что доля возвратов по кредитам в банке имеет распределение $F(x) = x^\beta, 0 \leq x \leq 1$. Наблюдения показали, что в среднем она составляет 87,5%. Методом моментов оцените параметр β и вероятность того, что она опуститься ниже 17%

Найдём плотность рапределения как интеграл от ФР, а дальше всё и вовсе простою
 Ответ: 410338673

4. Создайте эмперические совокупности \exp и \log вида $\exp(1), \exp(2), \dots, \exp(100)$ и $\log(1), \log(2), \dots, \log(100)$.

Найдите эмпирическое среднее и эмпирическое стандартное отклонение совокупности \exp , её четвёртый эмпирический центральный момент и эмпирический эксцесс.

Кроме того, найдите эмпирический коэффициент корреляции признаков \exp и \log на совокупности натуральных чисел от 1 до 100.

Используя

$$E(X) = \text{sum}(X)/n$$

$$\text{Var}(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$$

$$\mu_4(X) = E((X - E(X))^4)$$

$$Ex = \frac{\mu_4(X)}{[\sigma(X)]^4} - 3$$

$$r_{xy} = \frac{E(XY) - E(X) * E(Y)}{\sigma(X) * \sigma(Y)}$$

рассчитаем искомые значения.

Ответы: $4.25253870368928 \cdot 10^{41}$, $2.85939246949767 \cdot 10^{42}$, $4.98013632124489 \cdot 10^{171}$, 71.49826

5. (10) Эмпирическое распределение признаков X и Y на генеральной совокупности Ω задано таблицей частот

	$Y = 2$	$Y = 4$	$Y = 5$
$X = 200$	24	17	3
$X = 300$	13	24	19

Из Ω случайным образом без возвращения извлекаются 9 элементов. Пусть \bar{X} и \bar{Y} – средние значения признаков на выбранных элементах. Требуется найти: 1) математическое ожидание $\mathbb{E}(\bar{Y})$; 2) стандартное отклонение $\sigma(\bar{X})$; 3) ковариацию $\text{Cov}(\bar{X}, \bar{Y})$

1) математическое ожидание $\mathbb{E}(\bar{Y})$: 3.48 2) стандартное отклонение $\sigma(\bar{X})$: 248.8024
 3) ковариацию $\text{Cov}(\bar{X}, \bar{Y})$: 2.0333

6. (10) Пусть X_1, X_2, X_3, X_4 выборка из $N(\theta, \sigma^2)$. Рассмотрим две оценки параметра θ :

$$\hat{\theta}_1 = \frac{X_1 + X_2 + 2X_3 + 6X_4}{10}, \hat{\theta}_2 = \frac{X_1 + 5X_2 + X_3 + 3X_4}{10}$$

а) Покажите, что обе оценки несмещенные. б) Какая из оценок оптимальная?

Обе они несмещенные, потому что в числителе выходит в сумме 10. Какая-то точно должна быть, а может и нет....

Подготовил




П.Е. Рябов

Утверждаю:

Первый заместитель

руководителя департамента

Дата 01.06.2021



Феклин В.Г.