

1. Дайте определение случайной величины, которая имеет гамма-распределение $\Gamma(\alpha, \lambda)$, и выведите основные свойства гамма-распределения. Запишите формулы для математического ожидания $E(X)$ и дисперсии $Var(X)$ гамма-распределения
2. Случайные величины X и Y независимы и имеют равномерное распределение на отрезках $[0; 7]$ и $[0; 8]$ соответственно. Для случайной величины $Z = \frac{Y}{X}$ найдите: 1) функцию распределения $F_Z(x)$; 2) плотность распределения $f_Z(x)$ и постройте график плотности; 3) вероятность $P(1,072 \leq Z \leq 1,953)$.
3. Случайная величина Y принимает только значения из множества $\{1, 10\}$, при этом $P(Y = 1) = 0.7$. Распределение случайной величины X определено следующим образом:

$$X|Y = \begin{cases} 5 \cdot y, & \text{с вероятностью } 0.11 \\ 8 \cdot y, & \text{с вероятностью } 1 - 0.11 \end{cases}$$

Юный аналитик Дарья нашла матожидание и дисперсию X .

Помогите Дарье найти матожидание и дисперсию величины X

4. (10) В группе Ω учатся студенты: $\omega_1 \dots \omega_{25}$. Пусть X и Y – 100-балльные экзаменационные оценки по математическому анализу и теории вероятностей. Оценки ω_i студента обозначаются: $x_i = X(\omega_i)$ и $y_i = Y(\omega_i)$, $i = 1 \dots 25$. Все оценки известны $x_0 = 55, y_0 = 55, x_1 = 88, y_1 = 86, x_2 = 42, y_2 = 96, x_3 = 69, y_3 = 93, x_4 = 43, y_4 = 64, x_5 = 42, y_5 = 86, x_6 = 35, y_6 = 45, x_7 = 60, y_7 = 55, x_8 = 41, y_8 = 90, x_9 = 62, y_9 = 57, x_{10} = 52, y_{10} = 53, x_{11} = 67, y_{11} = 32, x_{12} = 72, y_{12} = 98, x_{13} = 42, y_{13} = 84, x_{14} = 97, y_{14} = 51, x_{15} = 32, y_{15} = 89, x_{16} = 38, y_{16} = 84, x_{17} = 42, y_{17} = 84, x_{18} = 61, y_{18} = 94, x_{19} = 96, y_{19} = 31, x_{20} = 67, y_{20} = 56, x_{21} = 66, y_{21} = 67, x_{22} = 41, y_{22} = 95, x_{23} = 54, y_{23} = 95, x_{24} = 36, y_{24} = 80$. Требуется найти следующие условные эмпирические характеристики: 1) ковариацию X и Y при условии, что одновременно $X \geq 50$ и $Y \geq 50$; 2) коэффициент корреляции X и Y при том же условии.
5. (10) Эмпирическое распределение признаков X и Y на генеральной совокупности Ω задано таблицей частот

	$Y = 2$	$Y = 4$	$Y = 5$
$X = 200$	25	26	10
$X = 300$	10	10	19

Из Ω случайным образом без возвращения извлекаются 12 элементов. Пусть \bar{X} и \bar{Y} – средние значения признаков на выбранных элементах. Требуется найти: 1) математическое ожидание $E(\bar{Y})$; 2) стандартное отклонение $\sigma(\bar{X})$; 3) ковариацию $Cov(\bar{X}, \bar{Y})$

6. (10) Пусть X_1, X_2, X_3, X_4 выборка из $N(\theta, \sigma^2)$. Рассмотрим две оценки параметра θ :

$$\hat{\theta}_1 = \frac{X_1 + 4X_2 + X_3 + 4X_4}{10}, \hat{\theta}_2 = \frac{2X_1 + 3X_2 + 3X_3 + 2X_4}{10}$$

- а) Покажите, что обе оценки несмещенные. б) Какая из оценок оптимальная?

Подготовил

Рябов

П.Е. Рябов

Утверждаю:

Первый заместитель

руководителя департамента

Феклин

Феклин В.Г.

Дата 01.06.2021