

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ»

Факультет информационных технологий и анализа больших данных

Департамент анализа данных и машинного обучения

Дисциплина: «Теория вероятностей и математическая статистика»

Направление подготовки: 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Профиль: «Анализ данных и принятие решений в экономике и финансах»

Форма обучения очная, учебный 2020/2021 год, 4 семестр

Билет 111

1. Дайте определение случайной величины, которая имеет гамма-распределение $\Gamma(\alpha, \lambda)$, и выведите основные свойства гамма-распределения. Запишите формулы для математического ожидания $E(X)$ и дисперсии $Var(X)$ гамма-распределения
2. Случайные величины X и Y независимы и имеют равномерное распределение на отрезках $[0; 1]$ и $[0; 10]$ соответственно. Для случайной величины $Z = \frac{Y}{X}$ найдите: 1) функцию распределения $F_Z(x)$; 2) плотность распределения $f_Z(x)$ и постройте график плотности; 3) вероятность $P(2,96 \leq Z \leq 17,91)$.
3. (10) Известно, что доля возвратов по кредитам в банке имеет распределение $F(x) = x^\beta, 0 \leq x \leq 1$. Наблюдения показали, что в среднем она составляет 75,0%. Методом моментов оцените параметр β и вероятность того, что она опустится ниже 20%
4. (10) В группе Ω учатся студенты: $\omega_1 \dots \omega_{25}$. Пусть X и Y – 100-балльные экзаменационные оценки по математическому анализу и теории вероятностей. Оценки ω_i студента обозначаются: $x_i = X(\omega_i)$ и $y_i = Y(\omega_i)$, $i = 1 \dots 25$. Все оценки известны $x_0 = 64, y_0 = 84, x_1 = 82, y_1 = 42, x_2 = 51, y_2 = 99, x_3 = 68, y_3 = 57, x_4 = 90, y_4 = 71, x_5 = 89, y_5 = 55, x_6 = 55, y_6 = 55, x_7 = 90, y_7 = 58, x_8 = 61, y_8 = 78, x_9 = 38, y_9 = 84, x_{10} = 56, y_{10} = 95, x_{11} = 86, y_{11} = 69, x_{12} = 71, y_{12} = 72, x_{13} = 35, y_{13} = 99, x_{14} = 82, y_{14} = 67, x_{15} = 79, y_{15} = 59, x_{16} = 83, y_{16} = 88, x_{17} = 45, y_{17} = 75, x_{18} = 70, y_{18} = 79, x_{19} = 89, y_{19} = 80, x_{20} = 33, y_{20} = 30, x_{21} = 63, y_{21} = 73, x_{22} = 55, y_{22} = 53, x_{23} = 31, y_{23} = 78, x_{24} = 50, y_{24} = 90$. Требуется найти следующие условные эмпирические характеристики: 1) ковариацию X и Y при условии, что одновременно $X \geq 50$ и $Y \geq 50$; 2) коэффициент корреляции X и Y при том же условии.
5. Распределение результатов экзамена в некоторой стране с 11-балльной системой оценивания задано следующим образом: $\{1 : 13, 2 : 3, 3 : 14, 4 : 9, 5 : 6, 6 : 15, 7 : 1, 8 : 22, 9 : 17, 10 : 10, 11 : 16\}$
Работы будут перепроверять 6 преподавателей, которые разделили все имеющиеся работы между собой случайным образом. Пусть \bar{X} - средний балл (по перепроверке) работ, попавших к одному преподавателю.
Требуется найти математическое ожидание и стандартное отклонение среднего балла работ, попавших к одному преподавателю, до перепроверки.
6. (10) Пусть X_1, X_2, X_3, X_4 выборка из $N(\theta, \sigma^2)$. Рассмотрим две оценки параметра θ :

$$\hat{\theta}_1 = \frac{3X_1 + X_2 + 4X_3 + 2X_4}{10}, \hat{\theta}_2 = \frac{X_1 + 6X_2 + 2X_3 + X_4}{10}$$

- а) Покажите, что обе оценки несмещенные. б) Какая из оценок оптимальная?

Подготовил

Рябов

П.Е. Рябов

Утверждаю:

Первый заместитель

руководителя департамента

Феклин

Феклин В.Г.

Дата 01.06.2021