## ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

## «ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»

Факультет информационных технологий и анализа больших данных Департамент анализа данных и машинного обучения

Дисциплина: «Теория вероятностей и математическая статистика»

Направление подготовки: 01.03.02 «Прикладная математика и информатика» Профиль: «Анализ данных и принятие решений в экономике и финансах» Форма обучения очная, учебный 2020/2021 год, 4 семестр

## Билет 130

- 1. Дайте определение случайной величины, которая имеет гамма-распределение  $\Gamma(\alpha,\lambda)$ , и выведите основные свойства гамма-расределения. Запишите формулы для математичсекого ожидания  $\mathbb{E}(X)$  и дисперсии  $\mathbb{V}ar(X)$  гаммараспределения
- 2. Случайные величины X и Y независимы и имеют равномерное распределение на отрезках [0;3] и [0;8] соответственно. Для случайной величины  $Z=\frac{Y}{X}$  найдите: 1) функцию распределения  $F_Z(x)$ ; 2) плотность распределения  $f_Z(x)$  и постройте график плотности; 3) вероятность  $\P(2,475\leqslant Z\leqslant 4,811)$ .
- 3. Случайная величина Y принимает только значения из множества  $\{7,5\}$ , при этом P(Y=7)=0.08. Распределение случайной величины Х определено следующим образом:

$$X|Y = \begin{cases} 9*y, \text{свероятностью } 0.24 \\ 8*y, \text{свероятностью } 1 - 0.24 \end{cases}$$

Юный аналитик Дарья нашла матожидание и дисперсию X.

Помогите Дарье найти матожидание и дисперсию величины X

- 4. (10) В группе  $\Omega$  учатся студенты: $\omega_1...\omega_{25}$ . Пусть X и Y-100-балльные экзаменационные оценки по математическому анализу и теории вероятностей. Оценки  $\omega_i$  студента обозначаются:  $x_i = X(\omega_i)$  и  $y_i = Y(\omega_i), i = 1...25$ . Все оценки известны  $x_0 = 55, y_0 = 54, x_1 = 64, y_1 = 68, x_2 = 34, y_2 = 51, x_3 = 48, y_3 = 73, x_4 = 81, y_4 = 69,$  $x_5 = 62, y_5 = 69, x_6 = 76, y_6 = 59, x_7 = 84, y_7 = 45, x_8 = 97, y_8 = 77, x_9 = 76, y_9 = 87, x_{10} = 43, y_{10} = 67, y_{10}$  $x_{11} = 33, y_{11} = 55, x_{12} = 71, y_{12} = 96, x_{13} = 62, y_{13} = 97, x_{14} = 84, y_{14} = 37, x_{15} = 41, y_{15} = 70, x_{16} = 92, y_{16} = 41, y_{17} = 90, x_{18} = 90, x_{$  $x_{17} = 60, y_{17} = 54, x_{18} = 71, y_{18} = 44, x_{19} = 39, y_{19} = 70, x_{20} = 98, y_{20} = 75, x_{21} = 99, y_{21} = 32, x_{22} = 58, y_{22} = 42, x_{23} = 58, y_{24} = 58, y_{25} = 58, y_{$  $x_{23} = 61, y_{23} = 92, x_{24} = 58, y_{24} = 32$  Требуется найти следующие условные эмпирические характеристики: 1) ковариацию X и Y при условии, что одновременно  $X\geqslant 50$  и  $Y\geqslant 50;\ 2)$  коэффициент корреляции X и Y при том же условии.
- 5. Распределение результатов экзамена в некоторой стране с 10-балльной системой оценивания задано следующим образом:  $\{1:6, 2:16, 3:9, 4:16, 5:14, 6:4, 7:25, 8:26, 9:24, 10:10\}$

Работы будут перепроверять 10 преподавателей, которые разделили все имеющиеся работы между собой случайным образом. Пусть  $\overline{X}$  - средний балл (по перепроверки) работ, попавших к одному преподавателю.

Требуется найти матожидание и стандартное отклонение среднего балла работ, попавших к одному преподавателю, до перепроверки.

6. (10) Пусть  $X_1, X_2, X_3, X_4$  выборка из  $N(\theta, \sigma^2)$ . Рассмотрим две оценки параметра  $\theta$ :

$$\hat{\theta}_1 = \frac{3X_1 + X_2 + 4X_3 + 2X_4}{10}, \hat{\theta}_1 = \frac{X_1 + 6X_2 + 2X_3 + X_4}{10}$$

а) Покажите, что обе оценки несмещенные. б) Какая из оценок оптимальная?

П.Е. Рябов

Подготовил

Утверждаю: Первый заместитель руководителя департамента

Рекши Феклин В.Г.