

**Phần 1**: thời gian làm bài 40 phút.

**Câu 1** (1.5đ). Giả sử số lượng của một loài cá ổn định theo mô hình:

$$u_{n+1} = \frac{10^5 u_n}{25 \cdot 10^3 + u_n}, \quad 0 < u_0 < 75 \cdot 10^3 \text{ với } u_n \text{ là số lượng loài cá sau } n \text{ năm.}$$

a. Chứng minh rằng:  $u_n < 75 \cdot 10^3$  và  $(u_n)$  là dãy đơn điệu tăng.

b. Tính  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$ .

**Câu 2** (1.5đ). Cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \left(\frac{1}{\sin^2 x}\right)^x & \text{khi } x \neq 0 \\ e & \text{khi } x = 0 \end{cases}$ .

a. Khảo sát sự liên tục của hàm số tại  $x = 0$ .

b. Tính  $f'(0)$ .

**Phần 2**: thời gian làm bài 40 phút.

**Câu 3** (1.0đ). Cho hàm số  $y(x)$  thỏa mãn phương trình:  $(1+2x)y' = x + 2y^2$ ;  $y(0) = 1$ .  
Tính  $y'(0), y''(0), y^{(3)}(0)$ .

**Câu 4** (1.0đ). Cho hàm số  $f(x) = \frac{x^5}{x-1}$ , tính  $f^{(10)}(2)$ .

**Câu 5** (1.0đ). Khảo sát sự hội tụ của chuỗi số:  $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ ;  $a_n = \frac{1}{3^n + 4^n}$ .

**Phần 3**: thời gian làm bài 40 phút.

**Câu 6** (1.5đ). Tính thể tích vật thể tròn xoay tạo ra do quay miền giới hạn bởi các đường:  
 $y = \frac{x^2}{3} - 3, y - x = -3$ , quanh trục  $y = 1$ .

**Câu 7** (1.0đ). Tính tích phân:  $\int_e^{+\infty} \frac{dx}{x \ln^4 x}$ .

**Câu 8** (1.5đ). Tìm miền hội tụ của chuỗi lũy thừa:  $\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{8^{n+1}}{n+4} (x-7)^n$ .