

Câu 1. (1.5 điểm, 18 phút) Tính giới hạn hàm số $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{\cos x} + ax - e^{ax}}{x^2 - 2 \sin(x^2)}$

Câu 2. (1.5 điểm, 18 phút)

a. Tính các giới hạn $L_1 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x^3 e^{nx}}{1 + e^{nx}}, (x > 0); L_2 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{x^2 + x^3 e^{nx}}{1 + e^{nx}}, (x < 0)$

b. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} L_1, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ L_2, & x < 0 \end{cases}$. Xác định sự liên tục và khả vi của hàm số.

Câu 3. (1.5 điểm, 18 phút)

a. Tính tích phân suy rộng loại một $\int_0^{+\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{x^2 + a}} - \frac{x^2}{x^3 + a} \right) dx$.

b. Chứng minh tích phân suy rộng $\int_0^{+\infty} \left(\frac{2}{\sqrt{x^2 + 1}} - \frac{x^2}{x^3 + 1} \right) dx$ phân kỳ.

Câu 4. (2 điểm, 24 phút) Tính thể tích khối tròn xoay xoay quanh Oy bởi phần hình phẳng giới hạn bởi hai đường parabol $y = 2x - x^2$, $y = \frac{x^2 - 2x}{2}$ và đường thẳng $x=1$.

Câu 5. (2 điểm, 24 phút)

- a. Khai triển Taylor hàm $f(x) = (x-1)\ln x$ tại lân cận $x_0=1$
- b. Khai triển Taylor hàm $f(x) = (x-1)\ln x$ tại lân cận $x_0=2$.

Câu 6. (1.5 điểm, 18 phút)

Xác định miền hội tụ của chuỗi lũy thừa $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5}{n^6 + 1} (x-3)^n$