

Phần 1: thời gian làm bài 40 phút.

Câu 1 (1.5đ). Cho dãy số thực (u_n) xác định bởi công thức truy hồi: $u_1 = 2, u_{n+1} = \frac{u_n^2}{2u_n - 1}$.

a. Chứng minh rằng: $u_n > 1$ và (u_n) là dãy đơn điệu giảm.

b. Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$.

Câu 2 (1.5đ). Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} (x + e^{2x})^{\frac{1}{x}} & \text{khi } x \neq 0 \\ 1 & \text{khi } x = 0 \end{cases}$.

a. Khảo sát sự liên tục của hàm số tại $x = 0$.

b. Tính $f'(0)$.

Phần 2: thời gian làm bài 40 phút.

Câu 3 (1.0đ). Cho đường cong (C) được xác định bởi phương trình: $\left(\frac{x}{4}\right)^{2/3} + \left(\frac{y}{3}\right)^{2/3} = 1$.

a. Viết phương trình tham số của (C), tính $y'(x)$.

b. Viết phương trình tiếp tuyến (T) với (C) tại $A\left(\sqrt{2}, \frac{3}{2\sqrt{2}}\right)$.

Câu 4 (1.0đ). Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2 + 4x + 7}$, tính $f^{(8)}(-2)$.

Câu 5 (1.0đ). Khảo sát sự hội tụ của chuỗi số: $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$; $a_n = \frac{1}{2^n + 3^n}$.

Phần 3: thời gian làm bài 40 phút.

Câu 6 (1.5đ). Tính thể tích vật thể tròn xoay tạo ra do quay miền giới hạn bởi các đường: $y = x^2 + 2x, y + x = 0$, quanh trục $y = -1$.

Câu 7 (1.0đ). Khảo sát sự hội tụ của tích phân: $\int_0^{+\infty} \frac{e^{-x^2}}{x^2} dx$.

Câu 8 (1.5đ). Tìm miền hội tụ của chuỗi lũy thừa: $\sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \frac{(x-1)^n}{\sqrt[3]{n^2+1}}$.