

ĐỀ KIỂM TRA CUỐI KÌ

Môn thi: Hàm biến phức; Mã số: MAT3344

Đối tượng dự thi: K63A1T, C, SP

Thời gian: 120 phút (Không kể thời gian phát đề)

Đề số: 1

Câu 1 (2đ). Định nghĩa hàm  $\mathbb{C}$ -khả vi và hàm chỉnh hình. Phát biểu điều kiện Cauchy-Riemann để hàm  $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$  là  $\mathbb{C}$ -khả vi tại  $z = x + iy$ . Chứng minh rằng  $f(z) = \bar{z} + z^2$  không là  $\mathbb{C}$ -khả vi tại mọi điểm  $z \in \mathbb{C}$ . Tính tích phân  $\oint_{|z|=1} (\bar{z} + z^3) dz = 2\pi i$ .

Câu 2 (2đ). Phát biểu và chứng minh định lý Cauchy về thặng dư.

Câu 3 (2đ). Tìm ánh xạ bảo giác  $w = f(z)$  biến miền  $D = \{z \in \mathbb{C} : 0 < \text{Im}(z) < 1\} \setminus \{\text{Im}(z) = 1/2, -\infty < \text{Re}(z) \leq 0\}$  lên nửa mặt phẳng trên  $H = \{w \in \mathbb{C} : \text{Im}(w) > 0\}$ .

Câu 4 (2đ). Tính tích phân

$$\oint_{|z|=2} (1 + z^2) \left[ \sin\left(\frac{1}{z}\right) + \sin\left(\frac{1}{z-1}\right) \right] dz.$$

Câu 5 (2đ). Tính các tích phân

a)  $I = \int_0^{+\infty} \frac{\cos(3x) - \cos(7x)}{x^2} dx.$

b)  $J = \int_0^{+\infty} \frac{\sqrt{x}}{x^2 + x + 1} dx.$

Câu 6 (Được cộng 1 điểm nếu sv làm được). Dùng lý thuyết thặng dư để tính tổng của chuỗi

$$S = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2}.$$

Hết

Thí sinh không được sử dụng bất kì tài liệu nào.