

**PHẦN CƠ BẢN (8 điểm)****Câu 1. (1đ)** Cho đồ thị  $G = K_{2,3}$ .

1. Tìm cấp, cỡ,  $\Delta(G)$  và  $\delta(G)$ .
2. Tìm tất cả các chu trình của đồ thị  $G$ .
3. Viết ma trận kề, ma trận liên thuộc của  $G$ .

**Câu 2. (1đ)**

1. Cho một cây  $T$  có 2022 đỉnh, tìm số cạnh của cây  $T$ ?
2. Cho  $T_1$  là một cây có cấp  $n$  và cỡ 17, và cho  $T_2$  là một cây cấp  $2n$ . Tìm  $n$  và cỡ của  $T_2$ .
3. Một rừng  $G$  có 20 cây, biết rằng tổng số cạnh của rừng đó là 2023. Tìm số đỉnh của  $G$ .

**Câu 3. (1đ)** Cho đồ thị  $K_{2,6}$ ,  $K_4$ ,  $K_8$ ,  $K_{3,4}$ .

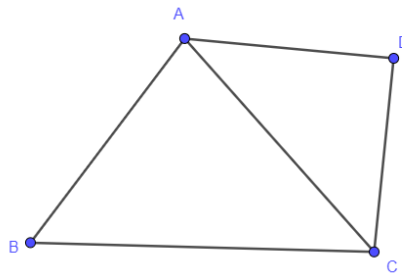
1. Những đồ thị nào phẳng? tại sao?
2. Những đồ thị nào không phẳng? tại sao?

**Câu 4. (1đ)** Cho đồ thị  $K_6$ ,  $K_7$ ,  $W_5$ ,  $K_{3,3}$ .

1. Đồ thị nào có đường đi Euler? Chu trình Euler? Vì sao?
2. Những đồ thị nào có chu trình hamilton? Đường đi Hamilton? (Nếu có thì chỉ rõ, không có giải thích tại sao).

**Câu 5. (1đ)**

1. Tìm sắc số của các đồ thị  $K_4$ ,  $K_{2021, 2022}$ ,  $W_5$  và  $C_5$ .
2. Cho đồ thị  $G$  như hình vẽ. Tìm sắc số và đa thức sắc số của  $G$ .

**Câu 6. (1đ)** Cho các dãy số như bên dưới. Những dãy số nào là dãy bậc của một đồ thị (hãy vẽ một đồ thị làm ví dụ trong trường hợp này). Những dãy số nào không phải là dãy bậc của một đồ thị, vì sao?

1. (1, 2, 3, 4, 5)
2. (2, 2, 2, 2, 2, 2)
3. (1, 2, 3, 3, 3)

4. (1, 2, 3, 4, 5, 5, 5).

**Câu 7. (1đ)**

1. Cho đồ thị  $G$  liên thông, phẳng, có 15 đỉnh, 18 cạnh, tìm số mặt của  $G$ .
2. Cho đồ thị  $G$  có 7 thành phần liên thông liên thông, phẳng, có 120 đỉnh, 50 mặt, tìm số cạnh của  $G$ .
3. Một đồ thị  $G$  có 10 đỉnh, 25 cạnh. Hỏi  $G$  có phẳng hay không? Vì sao?

**Câu 8. (1đ)**

1. Tìm  $R(2022, 2)$ .
2. Tìm  $R(3, 3)$ .

**PHẦN NÂNG CAO (5 điểm).**

**Câu 9. (1đ)** Cho  $T$  là một cây có cấp  $n \geq 2$  và bậc lớn nhất là  $\Delta$ . Chứng minh rằng  $T$  có ít nhất  $\Delta$  lá.

**Câu 10. (1đ)** Cho  $G$  là một đồ thị có cấp  $n$ , cỡ  $m = n - 1$ ,  $G$  không phải là một cây.

- 1) Chứng minh rằng  $G$  có ít nhất một thành phần liên thông là một cây và có ít nhất một thành phần liên thông không phải là một cây.
- 2) Chứng minh rằng nếu  $G$  có đúng hai thành phần liên thông khi đó thành phần không phải là một cây đó có đúng một chu trình.

**Câu 11. (1đ)** Chứng minh  $R(m, n) = R(n, m)$ .

**Câu 12. (1đ)** Cho  $G$  là một đồ thị có  $\geq 7$  đỉnh và bậc của mỗi đỉnh  $> 5$ . Chứng minh rằng  $G$  có ít nhất 21 cạnh.

**Câu 13. (1đ)** Chứng minh rằng nếu đồ thị  $G$  có  $\delta(G) = 1$ ,  $\Delta(G) = k$  và có  $> 2k$  đỉnh, khi đó  $G$  có ít nhất ba đỉnh có cùng bậc.

———— HẾT ————

*Sinh viên không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.*

Họ và tên sinh viên: ..... Mã sinh viên: .....