

Môn thi: Giải tích phức

Mã môn học: MAT3344

Số tín chỉ: 5

Thời gian: 120 phút

Đề số: 1

Dành cho sinh viên khoá: 65

Ngành học: Toán học, Toán tin, SP Toán

LÝ THUYẾT (Chọn 2 trong số 4 câu dưới đây)

Câu 1. Chứng minh rằng ánh xạ phân tuyến tính biến đường tròn trong mặt phẳng phức mở rộng thành đường tròn trong mặt phẳng phức mở rộng.

Câu 2. Phát biểu và chứng minh Định lý Goursat.

Câu 3. Phát biểu và chứng minh Định lý cơ bản của Đại số.

Câu 4. Phát biểu và chứng minh định lý khai triển Laurent cho các hàm chỉnh hình trong một hình vành khăn.

BÀI TẬP (Chọn 4 trong số 6 câu dưới đây)

Câu 1. Với $z = x + iy$, xét hàm số

$$f(z) = \begin{cases} \frac{x^3 y(y-ix)}{x^6 + y^2}, & \text{nếu } z \neq 0 \\ 0, & \text{nếu } z = 0. \end{cases}$$

Chứng minh rằng f thỏa mãn điều kiện Cauchy-Riemann tại $z = 0$ nhưng f không \mathbb{C} -khả vi tại $z = 0$.

Câu 2. Cho hàm f chỉnh hình trên toàn mặt phẳng phức \mathbb{C} . Biết rằng $|f(z)| \leq |z|^2$ với mọi $z \in \mathbb{C}$. Chứng minh rằng $f(z) = az^2 + bz + c$ với $a, b, c \in \mathbb{C}$ nào đó.

Câu 3. Tìm ánh xạ phân tuyến tính w biết rằng $w(0) = -2, w(1) = -1, w(3) = 1$ và tìm ảnh của miền $D := \{z = x + iy \in \mathbb{C} : x > 0\} \setminus \{z \in \mathbb{C} : |z - 2| \leq 1\}$ qua ánh xạ w .

Câu 4. Tính tích phân

$$\int_0^{2\pi} \frac{dx}{5 + 4 \cos x + 3 \sin x}.$$

Câu 5. Tính tích phân suy rộng $\int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\sin x}{x}\right)^2 dx$. (Gợi ý: xét hàm $f(z) = \frac{1-e^{2iz}}{z^2}$ trên nửa hình tròn tâm O bán kính R nằm ở nửa mặt phẳng trên trừ đi bình tròn tâm O bán kính ϵ)

Câu 6. Tính tổng của chuỗi

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(3n+1)^2}$$

Hết.

★

(Không được sử dụng tài liệu)

ĐẠI HỌC QUỐC GIA HÀ NỘI

ĐẠI HỌC KHOA HỌC TỰ NHIÊN

ĐÁP ÁN VÀ THANG ĐIỂM

ĐỀ THI KẾT THÚC HỌC KỲ, NĂM HỌC 2021 - 2022

Môn thi: Giải tích phức

Hà nội, ngày 13 tháng 06 năm 2022

NGƯỜI LÀM ĐÁP ÁN

(ký và ghi rõ họ tên)

Nguyễn Thạc Dũng