

MNUM–PROJEKT zadanie 4.3

Ruch punktu jest opisany równaniami:

$$\begin{aligned}x_1' &= x_2 + x_1(0,2 - x_1^2 - x_2^2), \\x_2' &= -x_1 + x_2(0,2 - x_1^2 - x_2^2).\end{aligned}$$

Należy obliczyć przebieg trajektorii ruchu na przedziale $[0, 20]$ dla następujących warunków początkowych:

- | | | | |
|---------------|--------------|------------------|------------------|
| a) $x_1(0)=8$ | $x_2(0)=7$; | b) $x_1(0)=0$ | $x_2(0)=0,2$; |
| c) $x_1(0)=6$ | $x_2(0)=0$; | d) $x_1(0)=0,01$ | $x_2(0)=0,001$. |

Do rozwiązania zadania należy użyć zaimplementowanych przez siebie w języku Matlab (w formie solverów) metod:

1. Rungego–Kutty czwartego rzędu (RK4) ze stałym krokiem. Proszę przy tym wykonać tyle prób (kilka – kilkanaście), ile będzie potrzebnych do znalezienia takiego kroku, którego zmniejszanie nie wpływa znacząco na rozwiązanie, podczas gdy zwiększanie – już wpływa;
2. Wielokrokowej predyktor–korektor Adamsa czwartego rzędu ze stałym krokiem, który należy dobrać w sposób podany dla metody z punktu 1;
3. Rungego–Kutty czwartego rzędu (RK4) ze zmiennym krokiem. W każdym kroku należy szacować błąd aproksymacji.

Sprawozdanie (w formacie PDF) powinno zawierać:

- a) krótki opis zastosowanych algorytmów;
- b) dla metod stałokrokowych RK4 i predyktor–korektor Adamsa komentarze i wnioski dotyczące doboru długości kroku, zilustrowane wykresami rozwiązań otrzymanych przy wybranym i przy zbyt dużym kroku;
- c) porównanie rozwiązań otrzymanych wszystkimi metodami z rozwiązaniami wyznaczonymi poleceniem `ode45` programu Matlab; przydadzą się rysunki (kilku) funkcji jednej zmiennej (czasu) oraz trajektorii w przestrzeni fazowej (x_1, x_2) ;
- d) odpowiedź na pytanie, z powołaniem na wyniki eksperymentów, która metoda jest lepsza i dlaczego (proszę wziąć, w szczególności, pod uwagę liczbę iteracji/kroków, czas obliczeń);
- e) opis sposobu szacowania błędów dla metody RK4 ze zmiennym krokiem i znajdowania nowego rozwiązania dla każdej z metod;
- f) wydruk dobrze skomentowanych programów z implementacją metod.