A15

$$
\begin{array}{ll}
(0) & \quad abcdef\overline{g} \\
(1) & +\overline{a}b\overline{cdefg} \\
(2) & +ab\overline{c}de\overline{f}g \\
(3) & +abcd\overline{ef}g \\
(4) & +\overline{a}bc\overline{de}fg \\
(5) & +a\overline{b}cd\overline{e}fg \\
(6) & +a\overline{b}cdefg \\
(7) & +abc\overline{defg} \\
(8) & +abcdefg \\
(9) & +\overline{abcd}e\overline{fg}
\end{array}
$$

Diese DNF beschreibt genau die gueltigen Zustawnde der Anzeige, die nur Ziffern erlaubt.

A16a
Sei NAND(X, Y) = X-Y
Hier nicht gezeigt sind Wahrheitstafeln die beweisen:
$X - X = \bar{X}$ = NANDNEG
$(X - Y) - (X - Y) = X * Y$ = NANDAND
$\bar{X} - \bar{Y}$ = X+Y = NANDOR

So zeigt sich

$$x_1 \cdot \overline{x_2} + \overline{x_2 \cdot x_3 + \overline{x_1} + x_3} = ((x_1 - x_2 - x_2) - (x_1 - x_2 - x_2) - (x_1 - x_2 - x_2) - (x_1 - x_2 - x_2)) - (((x_2 - x_3) - (x_2 - x_3) - (x_2 - x_3) - (x_2 - x_3)) - ((x_1 - x_1 - x_1 - x_1) - (x_3 - x_3) - (x_1 - x_1 - x_1 - x_1) - (x_3 - x_3)) - ((x_2 - x_3) - (x_2 - x_3) - (x_2 - x_3) - (x_2 - x_3)) - ((x_1 - x_1 - x_1 - x_1) - (x_3 - x_3) - (x_1 - x_1 - x_1 - x_1) - (x_3 - x_3)) - ((x_2 - x_3) - (x_2 - x_3) - (x_2 - x_3) - (x_2 - x_3)) - ((x_1 - x_1 - x_1 - x_1) - (x_3 - x_3) - (x_1 - x_1 - x_1 - x_1) - (x_3 - x_3)) - ((x_2 - x_3) - (x_2 - x_3) - (x_2 - x_3) - (x_2 - x_3)) - ((x_1 - x_1 - x_1 - x_1) - (x_3 - x_3) - (x_1 - x_1 - x_1 - x_1) - (x_3 - x_3)))$$

A16b
Zum zeigen von Funktionaler Vollstaendigkeit von $\Rightarrow$ und der konstanten Nullfunktionen leiten wir aus diesen beiden die als funktional vollstaendig bekannte Funktionsmenge UND, ODER, NEGATION (*, +, $\bar{\ }$) ab.
Unter verwendung von Wahrheitstafeln laesst sich leicht zeigen:
$\bar{\ }(x) = (x \Rightarrow 0)$
$+(x, y) = \bar{x} \Rightarrow y$
$*(x, y) = \overline{(x \Rightarrow \bar{y})}$

A17

Da die Eingabe als Binaerzahl zu interpretieren ist, knnen wir feststellen, dass die hoechste darstellbare Zahl 31 ist. Somit gibt es keinen Fall, in dem die Eingabe durch 7 *und* 5 teilbar ist (kgV(7, 5) = 35). Somit ist:
$f^{-1} = \{00101, 01010, 01111, 10100, 11001, 11110, 01110, 10101, 11100\} =$
$f^{-1} = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, 7, 14, 21\}$
Der exakte Funktionsterm von f ist die DNF die sich bildet, wenn man die individuellen Binaerdarstellungen mit ODER verknuepft, die Binaerziffern mit UND und jede 0 negiert. Dies wird hier nicht explizit umgesetzt.