

Általános információk, a diplomaterv szerkezete

A diplomaterv szerkezete a BME Villamosmérnöki és Informatikai Karán:

1. Diplomaterv feladatkiírás
2. Címoldal
3. Tartalomjegyzék
4. A diplomatervező nyilatkozata az önálló munkáról és az elektronikus adatok kezeléséről
5. Tartalmi összefoglaló magyarul és angolul
6. Bevezetés: a feladat értelmezése, a tervezés célja, a feladat indoklása, a diplomaterv felépítésének rövid összefoglalása
7. A feladatkiírás pontosítása és részletes elemzése
8. Előzmények (irodalomkutatás, hasonló alkotások), az ezekből levonható következtetések
9. A tervezés részletes leírása, a döntési lehetőségek értékelése és a választott megoldások indoklása
10. A megtervezett műszaki alkotás értékelése, kritikai elemzése, továbbfejlesztési lehetőségek
11. Esetleges köszönetnyilvánítások
12. Részletes és pontos irodalomjegyzék
13. Függelék(ek)

Felhasználható a következő oldaltól kezdődő L^AT_EX-Diplomaterv sablon dokumentum tartalma.

A diplomaterv szabványos méretű A4-es lapokra kerüljön. Az oldalak tükörmargóval készüljenek (mindenhol 2.5cm, baloldalon 1cm-es kötéssel). Az alapértelmezett betűkészlet a 12 pontos Times New Roman, másfeles sorközzel.

Minden oldalon - az első négy szerkezeti elem kivételével - szerepelnie kell az oldalszámnak.

A fejezeteket decimális beosztással kell ellátni. Az ábrákat a megfelelő helyre be kell illeszteni, fejezetenként decimális számmal és kifejező címmel kell ellátni. A fejezeteket decimális aláosztással számozzuk, maximálisan 3 aláosztás mélységben (pl. 2.3.4.1.). Az ábrákat, táblázatokat és képleteket célszerű fejezetenként külön számozni (pl. 2.4. ábra, 4.2 táblázat vagy képlet (3.2)). A fejezetcímeket igazítsuk balra, a normál szövegnél viszont használjunk sorkiegyenlítést. Az ábrákat, táblázatokat és a hozzájuk tartozó címet igazítsuk középre. A cím a jelölt rész alatt helyezkedjen el.

A képeket lehetőleg rajzoló programmal készítsék el, az egyenleteket egyenlet-szerkesztő segítségével írják le (A L^AT_EX ehhez kézenfekvő megoldásokat nyújt).

Az irodalomjegyzék szövegszerű hivatkozása történhet a Harvard-rendszerben (a szerző és az évszám megadásával) vagy sorszámozva. A teljes lista névsor szerinti sorrendben a szöveg végén szerepeljen (sorszámozott irodalmi hivatkozások esetén hivatkozási sorrendben). A szakirodalmi források címét azonban mindig az eredeti nyelven kell megadni, esetleg zárójelben a fordítással. A listában szereplő valamennyi publikációra hivatkozni kell a szövegben (a L^AT_EX-sablon a Bib_TE_X segítségével mindezt automatikusan kezeli). Minden publikáció a szerzők után a következő adatok szerepelnek: folyóirat cikkeknel a pontos cím, a folyóirat címe, évfolyam, szám, oldalszám tól-ig. A folyóirat címet csak akkor rövidítsük, ha azok nagyon közismertek vagy nagyon hosszúak. Internet hivatkozások megadásakor fontos, hogy az elérési út előtt megadjuk az oldal tulajdonosát és tartalmát (mivel a link egy idő után akár elérhetetlenné is válhat), valamint az elérési időpontját.

Fontos:

- A szakdolgozat készítő / diplomatervező nyilatkozata (a jelen sablonban szereplő szövegtartalommal) kötelező előírás Karunkon ennek hiányában a szakdolgozat/diplomaterv nem bírálható és nem védhető !
- Mind a dolgozat, mind a melléklet maximálisan 15 MB méretű lehet !

Jó munkát, sikeres szakdolgozat készítést ill. diplomatervezést kívánunk !

FELADATKIÍRÁS

A feladatkiírást a tanszéki adminisztrációban lehet átvenni, és a leadott munkába eredeti, tanszéki pecséttel ellátott és a tanszékvezető által aláírt lapot kell belefűzni (ezen oldal *helyett*, ez az oldal csak útmutatás). Az elektronikusan feltöltött dolgozatban már nem kell beleszerkeszteni ezt a feladatkiírást.



Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem
Villamosmérnöki és Informatikai Kar
Méréstechnika és Információs Rendszerek Tanszék

Mesterséges neurális hálózatok fejlesztése TensorFlow alapon

SZAKDOLGOZAT

Készítette
Kemény Károly

Konzulens
dr. Strausz György

2016. szeptember 26.

Tartalomjegyzék

Kivonat	3
Abstract	4
Bevezető	5
0.1. Motiváció	5
0.2. A gépi tanulás igen rövid történelme	6
1. A Tensorflow ökoszisztéma áttekintése	8
1.1. A Tensorflow könyvtár	8
1.2. A Tensorflow modellek monitorozása és hibamentesítése	9
1.3. A Tensorflow futás közben	9
2. A Neurális hálózatokkal való képfeldolgozás lehetőségeinek áttekintése	11
2.1. Az algoritmusok kiértékelése	11
3. A L^AT_EX-sablon használata	13
3.1. Címkék és hivatkozások	13
3.2. Ábrák és táblázatok	14
3.3. Felsorolások és listák	15
3.4. Képletek	16
3.5. Irodalmi hivatkozások	17
3.6. A dolgozat szerkezete és a forrásfájlok	20
3.7. Alapadatok megadása	21
3.8. Új fejezet írása	21
Köszönetnyilvánítás	22
Függelék	23
F.1. A TeXnicCenter felülete	23
F.2. Válasz az „Élet, a világmindenség, meg minden” kérdésére	24
Irodalomjegyzék	23

HALLGATÓI NYILATKOZAT

Alulírott *Kemény Károly*, szigorló hallgató kijelentem, hogy ezt a szakdolgozatot/ diplomatervet **(nem kívánt törlendő)** meg nem engedett segítség nélkül, saját magam készítettem, csak a megadott forrásokat (szakirodalom, eszközök stb.) használtam fel. Minden olyan részt, melyet szó szerint, vagy azonos értelemben, de átfogalmazva más forrásból átvettem, egyértelműen, a forrás megadásával megjelöltem.

Hozzájárulok, hogy a jelen munkám alapadatait (szerző(k), cím, angol és magyar nyelvű tartalmi kivonat, készítés éve, konzulens(ek) neve) a BME VIK nyilvánosan hozzáférhető elektronikus formában, a munka teljes szövegét pedig az egyetem belső hálózatán keresztül (vagy autentikált felhasználók számára) közzétegye. Kijelentem, hogy a benyújtott munka és annak elektronikus verziója megegyezik. Dékáni engedéllyel titkosított diplomatervek esetén a dolgozat szövege csak 3 év eltelte után válik hozzáférhetővé.

Budapest, 2016. szeptember 26.

Kemény Károly
hallgató

Kivonat

Jelen dokumentum egy diplomaterv sablon, amely formai keretet ad a BME Villamosmérnöki és Informatikai Karán végző hallgatók által elkészítendő szakdolgozatnak és diplomatervnek. A sablon használata opcionális. Ez a sablon \LaTeX alapú, a *TeXLive* \TeX -implementációval és a PDF- \LaTeX fordítóval működőképes.

Abstract

This document is a L^AT_EX-based skeleton for BSc/MSc theses of students at the Electrical Engineering and Informatics Faculty, Budapest University of Technology and Economics. The usage of this skeleton is optional. It has been tested with the *TeXLive* T_EX implementation, and it requires the PDF-L^AT_EX compiler.

Bevezető

0.1. Motiváció

A neurális hálózat A neurális hálózat egy számítási modell amelyet számos, algoritmikailag nehéz problémára sikeresen lehet alkalmazni. A fő alkalmazási területeik: osztályozási feladatok, regressziós feladatok, dimenzió csökkentés (kernel PCA), jellemző kiemelés. Ezt a modellt sikeresen alkalmazták már az ipar számos területén, a teljesség igénye nélkül:

1. *képfelismerés*: Ezen a területen talán a legsokrétűbb a felhasználásuk az egyszerű OCR rendszerektől kezdve egészen a rákos daganatok detektálásáig elterjedt a felhasználásuk.
2. *idősor előrejelzés*: Komplex idősor előrejelzésnél is előszeretettel használják őket, amikor a sok változót és azoknak összefüggését bonyolultságuknál fogva már nem lehet klasszikus statisztikai módszerekkel megragadni.
3. *függvényapproximáció*
4. *szabályozó algoritmusok*

Jelen Dolgozat célja A dolgozat fő csapásiránya egy áttekintő kép alkotása a neurális hálózatok felhasználásáról, különös tekintettel a neurális hálózatokkal történő képosztályozásra. A dolgozatomban arra törekszem hogy a neurális hálózatok gyakorlati alkalmazását ezen az alterületen keresztül ismerjem meg. Mivel tanulmányaim során ilyesféle - matematikai vonatkozású - programozással nem találkoztam jelentős mértékben, ezért ez egy jó alkalom arra hogy lássam hogy komplex matematikai absztrakciók hogyan öltenek testet szoftverként. Például a sztochasztikus generatív vagy a konvolúciós neurális hálózatok hogyan fordíthatóak le effektív programmá, és hogyan lehet belőlük értékes alkalmazásokat készíteni. A szakdolgozat egy hosszabb projekt része, ahol egy Tegra mobil chipen kell majd képosztályozó algoritmusokat alkalmazni. A dolgozat írása alatt értékelődik ki hogy a projektben a Tensorflow reális alternatíva lesz-e a további munkához, illetve hogy melyik képosztályozó eljárás felelne meg legjobban a céljainknak.

Érdeklődésem a neurális hálózatok iránt Az önálló labor munkám során és a szakirányomon oktatott kooperatív és tanuló rendszerek tárgyban találkoztam először ezzel a megközelítéssel. Az egyre modernebb ajánló algoritmusok keresése közepedte rá kellett eszmélnem hogy az ajánlórendszerek jövője is összefonódik a neurális hálózatokéval, így ez a dolgozat habár első látásra nem is látszik, de az önálló laboratóriumi projekt munkám továbbvitele. Egy

potenciálisan érdekes, még alig kutatott terület, hogy a termékek hibás és hiányos leírását hogyan lehet augmentálni a termékek feltöltött képeiből kinyert címke felhővel. Erre nagy valószínűséggel alkalmazható hálózatok lennének a regionális konvolúciós hálózatok amiket érintőlegesen tárgyalok majd a konvolúciós hálózatokat taglaló fejezetben.

A feladat indokoltsága Az olvasó jogosan teheti fel magában a kérdést hogy ha ezek a hálózatok már léteznek, sőt sok esetben konfiguráció nélkül "out of the box" jelleggel használhatóak, akkor mi ad létjogosultságot egy ilyen bevezető jellegű szakdolgozatnak? Nos, habár az előző pont igaz, mégis manapság minnél inkább érdemes tisztában lenni ezeknek az eszközöknek a képességeivel, és mind fontosabb a korlátaival. Ha valaki egy saját alkalmazásban szeretné őket használni, akkor érdemes tudni hogy:

1. Az adott alkalmazáshoz milyen háló típusok használhatóak.
2. Van-e esetleg már előre tanított modell a feladatunkhoz.
3. Ha nincs akkor mennyi idő lenne betanítani egyet.
4. Mennyi helyet és számítást igényelnek az egyes modellek. (Ez erősen például függ a modell paraméter terének nagyságától)

A szakdolgozat végére reményeim szerint az egyetemi tárgyak anyagát továbbfejlesztve egy nagyobb rálátással fogok rendelkezni erre az izgalmas területre.

A dolgozat kontextusa Ahhoz hogy kontextusba helyezem jelen munkámat a bevezető további részében szeretnék egy rövid áttekintést adni a gépi tanulás történelméről.

0.2. A gépi tanulás igen rövid történelme

1. Az első elismerten tanuló gépet Arthur Samuelnek tulajdonítják 1955-ben, ez a konstrukció képes volt megtanulni dámajátékot játszani. Samuel algoritmusai heurisztikus keresési memóriát alkalmaztak annak érdekében hogy a saját tapasztalataikból tanuljanak. A hetvenes évek közepére ez a rendszer már képes volt emberi játékosok legyőzésére is.
2. Következő fontos pontként Frank Rosenblatt Perceptronját emelném ki, ez volt az első neurális hálózat, 1958-ban alkotta meg Rosenblatt az amerikai hadsereg "US office of Naval Research" laboratóriumában. Már ezt is vizuális minták felismerésére alkották meg eredetileg.
3. A hetvenes éveket csak úgy emlegetik hogy a mesterséges intelligencia tele, miután Marvin Minsky 1969-ben rámutatott a Perceptron korlátaira az emberek elvesztették az érdeklődésüket a terület iránt. 1985-ben egy forradalmi újítás, a hibavisszaterjesztési algoritmus (backpropagation algorithm) törte meg a csendet és keltette fel az emberek érdeklődését újfent ezen számítási struktúrák iránt.

4. A kilencvenes években a neurális hálózatok újra kikerültek a középpontból, mert a statisztikusok által alkotott szupport vektor gépek (továbbiakban SVM) lényegesen jobb teljesímenyt tudtak elérni, kevesebb tanítással mint a kor hálózatai.
5. A neurális hálózatok következő virágkorát napjainkban éljük, ennek egyik fő tényező a fejlett neurális struktúrák felfedezése, illetve az hogy a grafikus egységek és a számítási fürtök fejlődésének köszönhetően eddig elképzelhetetlen számítási kapacitás áll rendelkezésünkre a hálózataink tanítására. Ezzel szemben a kernel gépeken alapuló modellek nem tudtak a megnövekedett teljesítményt kihasználva a neurális hálózatokhoz hasonló pontosság növekedést elérni. A manapság a neurális hálózatok jelen vannak az élet minden területén ahol szükségünk van mintázatok intelligens felismerésére, lehet az a szolgáltatás hang, kép vagy akár szöveges dokumentumok. Google translate, Shazam, a netflix díj nyertes ajánlási algoritmus, csak hogy pár példát szemelvényezzék a számtalan közül.

A dolgozat felépítése A dolgozatomat az alábbi módon szeretném felépíteni:

1. A tensorflow mint neurális rendszerek kutatására, fejlesztésére és éles üzembe helyezésére alkalmas platform bemutatása.
2. A tárgyterület irodalmának áttekintése, szemlélve a következő struktúrákat:
 - (a) Egyszerű Softmax neuron mint osztályzó.
 - (b) Egyszerű többrétegű perceptron.
 - (c) Korlátozott boltzmann gépek.
 - (d) Mély hiedelem hálózatok.
 - (e) Konvolúciós Neurális hálózatok
 - (f) Kitekintés a szekvenciális hálózatok felé.
 - (g) A legújabb fejlemények a neurális képfeldolgozás területén.
3. A saját fejlesztéseim bemutatása, amely egy két egyszerűbb struktúra a fent bemutatottak közül a tensorflow könyvtárral.
4. A mérési eredményeim kiértékelése, tanulságok levonása.

1. fejezet

A Tensorflow ökoszisztéma áttekintése

1.1. A Tensorflow könyvtár.

Bevezető Munkám során a Tensorflow nevű könyvtárral dolgoztam. A Tensorflow egy elosztott számítási gráf alapú numerikus könyvtár. A Google Deep Mind kutatócsoport szakemberei hozták létre azzal a céllal hogy saját modelljeiket fejlesszék és értékeljék ki benne. A könyvtár a DistBelief nevű keretrendszer egyenesági leszármazottjának tekinthető. A DistBelief csendben meghúzódva, de ott dolgozik a fejlett világ majdnem minden emberének az élete mögött, lévén hogy az Alphabet cégcsoport (A Google holding szerű vállalta) több mint 50 csapata adaptálta, és vértette fel általa intelligenciával alkalmazását. Pár ismertebbet kiemelve: Google Search, Adwords, Google Maps, StreetView, Youtube, és természetesen a Google Translate. Miután évek tapasztalata gyűlemlet fel az első generációs könyvtárunk használata során, úgy érezték itt az idő hogy - szakítva a technológiai teherrel amit az első generáció hibái miatt magukkal hordoztak - létrehozzák a következő generációs gépi tanulás rendszerüket, ez lett a Tensorflow aminek a fő célja skálázható, elosztott gépi tanulási algoritmusok (főképp neurális hálózatok) fejlesztése.

A Tensorflow alapgondolata. Mint már említettem a Tensorflow könyvtárban az ember a modelljeit egy adatfolyam-szerű számítási gráfként definiálhatja. Ennek a megközelítésnek az a nagy előnye hogy nagyon jó skálázódási tulajdonságokkal rendelkezik. Miután a gráf csomópontjai az egyes számítások, ezek adott esetben hatékony módon szétszthatók különböző eszközök, vagy akár egész gépek között szerverparkokban, a könyvtár ezen tulajdonságának még egy hosszabb részt fogunk később szentelni. A létrejött gráfra mint egy alaprajzra érdemes gondolni, amit aztán az egyes munkamenetek (?session?-ök) példányosítanak. Ezek a munkafolyamatok inicializálják a változókat, és a munkafolyamat képes a gráf egyes csomópontjait lefuttatni, amik igény vezérelt módon minden a bemenetükre kapcsolódó csúcsot lefuttatnak amíg el nem érnek egy bemenetig vagy egy kívülről betáplált változóig. Miután a csomópont sikeresen lefutott a kimenetét a csatolt nyelv egy változójaként adja vissza, például egy Python vagy C++ tömbként. Fontos megjegyezni hogy futás

közben a gráffal nem lehet érintkezni, az egy atomi egységként fut le, hogy minnél jobban ki lehessen optimalizálni a számításokat.

1.2. A Tensorflow modellek monitorozása és hibamentesítése

A Tensorboard Mivel a modern gépi tanulás modellek hihetetlen összetettséggel bírnak, és nagyon sok mozgó alkatrészük van, ezért természetesen felmerül az igény hogy egy ilyen újszerű keretrendszerben ipari erősségű monitorozó és hibakereső funkciók kerüljenek bele. Ezeket az elvárásokat a Tensorflow esetében a mellékelt Tensorboard alrendszer teljesíti, amelyet munkám során én is extenzíven használtam, ebből kifolyólag most nem is bocsájtanám bővebb tárgyalásra, hanem majd az önálló munka szekcióban ismertetném.

1.3. A Tensorflow futás közben

A Tensorflow serving kiszolgáló rendszer Miután a kutatólaborokból kikerültek az új gépi tanulás modellek nem elég őket csak publikálni, a cégek komoly hasznót tőlük. A Google is kijelentette hogy "Information Retrieval first company." helyett ők most már egy "AI first company". Ez természetesen egy hozzá illő infrastruktúra nélkül elképzelhetetlen. Ezért is hozták létre a Tensorflowhoz a Tensorflow Servinget, ami egy flexibilis, magas rendelkezésre állású kiszolgálórendszer. A rendszer lehetővé teszi új architektúrák kiprobálását, üzembe helyezését és A/B tesztelését, miközben egy stabil, verziózott API-t biztosít a kliensek számára. Természetesen ez mit sem érne ha nem skálázna gond nélkül hatalmas magasságokba, ezért egyszerűen integrálható a Kubernetes névre hallgató docker alapú cluster kezelő rendszerrel.

A tensorflow skálázódása Érdekes belegondolni hogy az adatközpont TCP (DCTCP) vagy az Infiniband kapcsolatok adott esetben akár több gigabyteos sebességet érhetnek el, ugyanakkor a mátrix szorzás - ami a gépi tanuló algoritmusoknak egy kardinális eleme - kubikus ordót igényel. Tehát sokkal jobban megéri részgráfokat a csomópontok között szétosztani és inkább a hálózati többlettel kalkulálni, mint hogy egyetlen gépre bizzuk a feladatokat. A másik végletben viszont egy másik elvárás helyezkedik el. Miután mondjuk egy osztályozási feladatnál a modellünket megtanítottuk felismerni valamit, tegyük fel hogy például egy, a látássérült embereknek készített alkalmazásban felismerni az forgalomjelző lámpákat és azok állapotát, természetes lenne az igény hogy ezt a rászoruló magával tudja vinni. A háló ugyan az, a súlyokat már megtanultuk, de most az egész modellünket egy mobil eszközön kell futtatni. Ez az eszköz az inferenciát jácint könnyedséggel bírná, csak a tanulást nem tudtuk volna kivitelezni rajta. Mérnökként logikus az igény hogy ehhez ne kelljen mégegyszer lefejleszteni a modell-t, így időt és pénzt spórolva. Erre lehetőség van a keretrendszerrel.

Mobil környezet A Tensorflow támogatja a mobil eszközön való futást, az előbbi szcenárió a könyvtárral egy teljesen járható úttá válik. Ez jelenti az igazi skálázódást, asztali számítógépen fejlesztem, adatparkon tanítom, és egy mobil eszközön futtatom, mindezt jelentősebb kód

újrairás nélkül. Ékes példája ennek a felhasználási módnak a Google Translate, legújabb, nagy felhajtást elérő verziója. Ez az alkalmazás a nyelvi modelleket a Google irdatlan infrastruktúráján tanul folyamatosan, miközben az inferenciát a telefonkészüléken futtatják lokálisan. Itt igazándiból két neurális háló is szerepet játszik, az egyik a szöveget ismeri fel a képen (feltehetően egy faster R-CNN), a másik pedig az effektív fordítást végzi.

2. fejezet

A Neurális hálózatokkal való képfeldolgozás lehetőségeinek áttekintése

2.1. Az algoritmusok kiértékelése

Bevezetés Mint a legtöbb kutatási területnek, ennek is vannak jól ismert "benchmark" adathalmazai, amelyek viszonyítási alapként lehetőséget biztosítanak az egymástól eltérő algoritmusok egymáshoz való kiértékelésére. Mivel ezekre az adathalmazokra sokat fogok hivatkozni, ezért szeretném őket egy-egy bekezdésben bemutatni.

MNIST Az MNIST adatbázis fekete fehért 28x28 pixelre normalizált írott számjegyeket tartalmaz nullától kilencig, azaz tíz osztállyal rendelkezik. Az adatbázis 60'000 annotált tanító képet és 10'000 annotált teszt képet tartalmaz. Ez a legalapabb adathalmaz

CIFAR-10 A CIFAR-10 egy jóval összetettebb adathalmaz, 60'000 annotált 32x32 pixeles, színes képet tartalmaz. A képek 10 osztályra vannak felosztva, osztályonként 6000 képpel. Az adathalmazból 50'000 kép van tanításra, és 10'000 tesztelésre fenntartva.

CIFAR-100 A CIFAR-100 felépítése megegyezik a CIFAR-10-el, de osztályrendszere az előbbinél lényegesen összetettebb, 100 osztályt tartalmaz és minden osztályhoz 600 képt tartozik, ezen felül még 20 általánosabb osztályba is be vannak sorolva a képek, hogy a hálózat általánosításáról következtetéseket lehessen levonni. Például az halak szuperosztályhoz tartozik a rája, lazac, stb.

IMAGENET Az IMAGENET a világ legnagyobb képgyűjteménye, a WordNet lexikális adatbázis szinoníma halmazai szerint vannak annotálva a képek. Jelenlegi statisztikái:

- 14'197'112 annotált kép
- 21'841 nem üres szinoníma halmaz

- 1'034'908 kép objektumaihoz van még határoló doboz annotáció is
- 1'000 szinoníma halmazhoz tartozik SIFT jellemzőkkel ellátott kép
- 1'200'000 kép van SIFT jellemzőkkel ellátva.

Látható hogy az előző három adathalmazt az IMAGENET már csak pusztán méreteivel is messze túlszárnyalja. Ezt mondhatjuk az etalon benchmarknak. Az évente megrendezett, a gépi látás "olimpiájának" számító ILSVRC(Large Scale Visual Recognition Challenge) is ezen az adatsokaságon szokott megrendezésre kerülni, jellemzően 4 kategóriában: objektum lokalizáció, objektum detekció, helyszín felismerés (pl tengerpart, hegyek), helyszín megértés. A legutóbbi nem takar kevesebbet mint egy kép szemantikus részekre való felosztása, például út, ég, ember vagy ág.

3. fejezet

A L^AT_EX-sablon használata

Ebben a fejezetben röviden, implicit módon bemutatjuk a sablon használatának módját, ami azt jelenti, hogy sablon használata ennek a dokumentumnak a forráskódját tanulmányozva válik teljesen világossá. Amennyiben a szoftver-keretrendszer telepítve van, a sablon alkalmazása és a dolgozat szerkesztése L^AT_EX-ben a sablon segítségével tapasztalataink szerint jóval hatékonyabb, mint egy WYSWYG (*What You See is What You Get*) típusú szövegszerkesztő esetén (pl. Microsoft Word, OpenOffice).

3.1. Címkék és hivatkozások

A L^AT_EX dokumentumban címkéket (`\label`) rendelhetünk ábrákhoz, táblázatokhoz, fejezetekhez, listákhoz, képletekhez stb. Ezekre a dokumentum bármely részében hivatkozhatunk, a hivatkozások automatikusan feloldásra kerülnek.

A sablonban makrókat definiáltunk a hivatkozások megkönnyítéséhez. Ennek megfelelően minden ábra (*figure*) címkéje **fig:** kulcsszóval kezdődik, míg minden táblázat (*table*), képlet (*equation*), fejezet (*section*) és lista (*listing*) rendre a **tab:**, **eq:**, **sect:** és **listing:** kulcsszóval kezdődik, és a kulcsszavak után tetszőlegesen választott címke használható. Ha ezt a konvenciót betartjuk, akkor az előbbi objektumok számára rendre a `\figref`, `\tabref`, `\eqref`, `\sectref` és `\listref` makrókkal hivatkozhatunk. A makrók paramétere a címke, amelyre hivatkozunk (a kulcsszó nélkül). Az összes említett hivatkozástípus, beleértve az `\url` kulcsszóval bevezetett web-hivatkozásokat is a **hyperref**¹ csomagnak köszönhetően aktívak a legtöbb PDF-nézegetőben, rájuk kattintva a dokumentum megfelelő oldalára ugrik a PDF-néző vagy a megfelelő linket megnyitja az alapértelmezett böngészővel. A **hyperref** csomag a kimeneti PDF-dokumentumba könyvjelzőket is készít a tartalomjegyzékből. Ez egy szintén aktív tartalomjegyzék, amelynek elemeire kattintva a nézegető behozza a kiválasztott fejezetet.

¹Segítségével a dokumentumban megjelenő hivatkozások nem csak dinamikussá válnak, de színezhetőek is, bővebbet erről a csomag dokumentációjában találunk. Ez egyúttal egy példa lábjegyzet írására.

3.2. Ábrák és táblázatok

A képeket PDFLaTeX esetén a veszteségmentes PNG, valamint a veszteséges JPEG formátumban érdemes elmenteni. Az EPS (PostScript) vektorgrafikus képformátum beillesztését a PDFLaTeX közvetlenül nem támogatja. Ehelyett egy lehetőség 200 dpi, vagy annál nagyobb felbontásban raszterizálni a képet, és PNG formátumban elmenteni. Az egyes képek mérete általában nem, de sok kép esetén a dokumentum összmérete így már szignifikáns is lehet. A dokumentumban felhasznált képfájlokat a dokumentum forrása mellett érdemes tartani, archiválni, mivel ezek hiányában a dokumentum nem fordul újra. Ha lehet, a vektorgrafikus képeket vektorgrafikus formátumban is érdemes elmenteni az újrafelhasználhatóság (az átszerkeszthetőség) érdekében.

Kapcsolási rajzok legtöbbször kimásolhatók egy vektorgrafikus programba (pl. CorelDraw) és onnan nagyobb felbontással raszterizálva kimenthetőek PNG formátumban. Ugyanakkor kiváló ábrák készíthetők Microsoft Visio vagy hasonló program használatával is: Visio-ból az ábrák közvetlenül PNG-be is menthetők.

Lehetőségeink Matlab ábrák esetén:

- Képernyőlopás (*screenshot*) is elfogadható minőségű lehet a dokumentumban, de általában jobb felbontást is el lehet érni más módszerrel.
- A Matlab ábrát a **File/Save As** opcióval lementhetjük PNG formátumban (ugyanaz itt is érvényes, mint korábban, ezért nem javasoljuk).
- A Matlab ábrát az **Edit/Copy figure** opcióval kimásolhatjuk egy vektorgrafikus programba is és onnan nagyobb felbontással raszterizálva kimenthetjük PNG formátumban (nem javasolt).
- Javasolt megoldás: az ábrát a **File/Save As** opcióval EPS *vektorgrafikus* formátumban elmentjük, PDF-be konvertálva beillesztjük a dolgozatba.

Az EPS kép az `epstopdf` programmal² konvertálható PDF formátumba. Célszerű egy batch-fájlt készíteni az összes EPS ábra lefordítására az alábbi módon (ez Windows alatt működik).

```
@echo off
for %%j in (*.eps) do (
echo converting file "%%j"
epstopdf "%%j"
)
echo done .
```

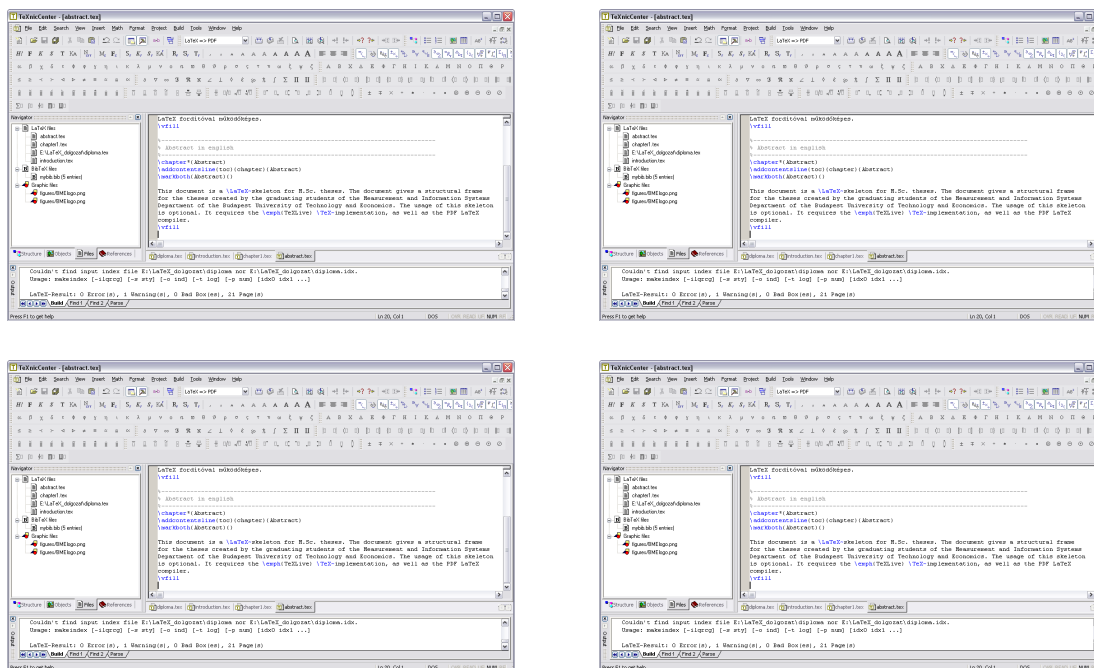
Egy ilyen parancsfájl (`convert.cmd`) elhelyeztük a sablon `figures\eps` könyvtárba, így a felhasználónak csak annyi a dolga, hogy a `figures\eps` könyvtárba kimenti az EPS formátumú vektorgrafikus képet, majd lefuttatja a `convert.cmd` parancsfájlt, ami PDF-be konvertálja az EPS fájlt.

Ezek után a PDF-ábrát ugyanúgy lehet a dokumentumba beilleszteni, mint a PNG-t vagy a JPEG-et. A megoldás előnye, hogy a lefordított dokumentumban is vektorgrafikusan

²a korábban említett L^AT_EX-disztribúciókban megtalálható

tárolódik az ábra, így a mérete jóval kisebb, mintha raszterizáltuk volna beillesztés előtt. Ez a módszer minden – az EPS formátumot ismerő – vektorgrafikus program (pl. CorelDraw) esetén is használható.

A képek beillesztésére az ???. fejezetben mutattunk be példát (??? ábra). Az előző mondatban egyúttal az automatikusan feloldódó ábrahivatkozásra is láthatunk példát. Több képfájlt is beilleszthetünk egyetlen ábrába. Az egyes képek közötti horizontális és vertikális margót metrikusan szabályozhatjuk (3.1. ábra). Az ábrák elhelyezését számtalan tipográfiai szabály egyidejű teljesítésével a fordító maga végzi, a dokumentum írója csak preferenciáit jelezheti a fordító felé (olykor ez bosszúságot is okozhat, ilyenkor pl. a kép méretével lehet játszani).



3.1. ábra. Több képfájl beillesztése esetén térközöket is érdemes használni.

A táblázatok használatára a 3.1. táblázat mutat példát. A táblázat címkeje nem véletlenül került a táblázat fölé, ez a szokványos.

3.1. táblázat. Az órajel-generátor chip órajel-kimenetei.

Órajel	Frekvencia	Cél pin
CLKA	100 MHz	FPGA CLK0
CLKB	48 MHz	FPGA CLK1
CLKC	20 MHz	Processzor
CLKD	25 MHz	Ethernet chip
CLKE	72 MHz	FPGA CLK2
XBUF	20 MHz	FPGA CLK3

3.3. Felsorolások és listák

Számozatlan felsorolásra mutat példát a jelenlegi bekezdés:

- *első bajusz*: ide lehetne írni az első elem kifejeését,

- *második bajusz:* ide lehetne írni a második elem kifejtését,
- *ez meg egy szakáll:* ide lehetne írni a harmadik elem kifejtését.

Számozott felsorolást is készíthetünk az alábbi módon:

1. *első bajusz:* ide lehetne írni az első elem kifejtését, és ez a kifejtés így néz ki, ha több sorosra sikeredik,
2. *második bajusz:* ide lehetne írni a második elem kifejtését,
3. *ez meg egy szakáll:* ide lehetne írni a harmadik elem kifejtését.

A felsorolásokban sorok végén vessző, az utolsó sor végén pedig pont a szokásos írásjel. Ez alól kivételt képezhet, ha az egyes elemek több teljes mondatot tartalmaznak.

Listákban a dolgozat szövegétől elkülönítendő kódrészleteket, programsorokat, pszeudókódokat jeleníthetünk meg (3.1. lista). A lista keretét, háttérszínét, egész stílusát megválaszthatjuk.

3.1. lista. A fenti számozott felsorolás \LaTeX -forráskódja

```
\begin{enumerate}
  \item \emph{első bajusz:} ide lehetne írni az első elem kifejtését,
    és ez a kifejtés így néz ki, ha több sorosra sikeredik,
  \item \emph{második bajusz:} ide lehetne írni a második elem kifejtését,
  \item \emph{ez meg egy szakáll:} ide lehetne írni a harmadik elem kifejtését.
\end{enumerate}
```

Ráadásul különféle programnyelveket és a nyelveken belül kulcsszavakat is definiálhatunk, ha szükséges. Erről bővebben a `listings` csomag hivatalos leírásában találhatunk.

3.4. Képletek

Ha egy formula nem túlságosan hosszú, és nem akarjuk hivatkozni a szövegből, mint például a $e^{i\pi} + 1 = 0$ képlet, *szövegközi képletként* szokás leírni. Csak, hogy másik példát is lássunk, az $U_i = -d\Phi/dt$ Faraday-törvény a $\text{rot } E = -\frac{dB}{dt}$ differenciális alakban adott Maxwell-egyenlet felületre vett integráljából vezethető le. Látható, hogy a \LaTeX -fordító a sorközoket betartja, így a szöveg szedése esztétikus marad szövegközi képletek használata esetén is.

Képletek esetén az általános konvenció, hogy a kisbetűk skalárt, a kis félkövér betűk (\mathbf{v}) oszlopvektort – és ennek megfelelően \mathbf{v}^T sorvektort – a kapitális félkövér betűk (\mathbf{V}) mátrixot jelölnek. Ha ettől el szeretnénk térni, akkor az alkalmazni kívánt jelölésmódot célszerű külön alfejezetben definiálni. Ennek megfelelően, amennyiben \mathbf{y} jelöli a mérések vektorát, $\boldsymbol{\vartheta}$ a paraméterek vektorát és $\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{X}\boldsymbol{\vartheta}$ a paraméterekben lineáris modellt, akkor a *Least-Squares* értelemben optimális paraméterbecslő $\hat{\boldsymbol{\vartheta}}_{LS} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{y}$ lesz.

Emellett kiemelt, sorszámozott képleteket is megadhatunk, ennél az `equation` és a `eqnarray` környezetek helyett a korszerűbb `align` környezet alkalmazását javasoljuk (több okból, különféle problémák elkerülése végett, amelyekre most nem térünk ki). Tehát

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}, \quad (3.1)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x}, \quad (3.2)$$

ahol \mathbf{x} az állapotvektor, \mathbf{y} a mérések vektora és \mathbf{A} , \mathbf{B} és \mathbf{C} a rendszert leíró paramétermátrixok. Figyeljük meg, hogy a két egyenletben az egyenlőségjelek egymáshoz igazítva jelennek meg, mivel a mindkettőt az $\&$ karakter előzi meg a kódban. Lehetőség van számozatlan kiemelt képlet használatára is, például

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}, \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x}.\end{aligned}$$

Mátrixok felírására az $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ inhomogén lineáris egyenlet részletes kifejtésével mutatunk példát:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_m \end{pmatrix}. \quad (3.3)$$

A `\frac` utasítás hatékonyságát egy általános másodfokú tag átviteli függvényén keresztül mutatjuk be, azaz

$$W(s) = \frac{A}{1 + 2T\xi s + s^2T^2}. \quad (3.4)$$

A matematikai mód minden szimbólumának és képességének a bemutatására természetesen itt nincs lehetőség, de gyors referenciaként hatékonyan használhatók a következő linkek:

http://www.artofproblemsolving.com/LaTeX/AoPS_L_GuideSym.php,
<http://www.ctan.org/tex-archive/info/symbols/comprehensive/symbols-a4.pdf>,
<ftp://ftp.ams.org/pub/tex/doc/amsmath/short-math-guide.pdf>.

Ez pedig itt egy magyarázat, hogy miért érdemes `align` környezetet használni:

<http://texblog.net/latex-archive/maths/eqnarray-align-environment/>.

3.5. Irodalmi hivatkozások

Egy `LATEX` dokumentumban az irodalmi hivatkozások definíciójának két módja van. Az egyik a `\thebibliography` környezet használata a dokumentum végén, az `\end{document}` lezárás előtt.

```
\begin{thebibliography}{9}

\bibitem{Lamport94} Leslie Lamport, \emph{LaTeX: A Document Preparation System}.
Addison Wesley, Massachusetts, 2nd Edition, 1994.

\end{thebibliography}
```

Ezek után a dokumentumban a `\cite{Lamport94}` utasítással hivatkozhatunk a forrásra. A fenti megadás viszonylag kötetlen, a szerző maga formázza az irodalomjegyzéket.

Egy sokkal professzionálisabb módszer a `BiBTEX` használata, ezért ez a sablon is ezt támogatja. Ebben az esetben egy külön szöveges adatbázisban definiáljuk a forrásmunkákat,

és egy külön stílusfájl határozza meg az irodalomjegyzék kinézetét. Ez, összhangban azzal, hogy külön formátumkonvenció határozza meg a folyóirat-, a könyv-, a konferenciatick- stb. hivatkozások kinézetét az irodalomjegyzékben (a sablon használata esetén ezzel nem is kell foglalkoznia a hallgatónak, de az eredményt célszerű ellenőrizni). A felhasznált hivatkozások adatbázisa egy `.bib` kiterjesztésű szöveges fájl, amelynek szerkezetét a 3.2. kódrészlet demonstrálja. A forrásmunkák bevitelekor a sor végi vesszők külön figyelmet igényelnek, mert hiányuk a BiBTeX-fordító hibaüzenetét eredményezi. A forrásmunkákat típus szerinti kulcsszó vezeti be (`@book` könyv, `@inproceedings` konferenciakiadványban megjelent cikk, `@article` folyóiratban megjelent cikk, `@techreport` valamelyik egyetem gondozásában megjelent műszaki tanulmány, `@manual` műszaki dokumentáció esetén stb.). Nemcsak a megjelenés stílusa, de a kötelezően megadandó mezők is típusról-típusra változnak. Egy jól használható referencia a <http://en.wikipedia.org/wiki/BibTeX> oldalon található.

A stílusfájl egy `.sty` kiterjesztésű fájl, de ezzel lényegében nem kell foglalkozni, mert vannak beépített stílusok, amelyek jól használhatók. Ez a sablon a BiBTeX-et használja, a hozzá tartozó adatbázisfájl a `mybib.bib` fájl. Megfigyelhető, hogy az irodalomjegyzéket a dokumentum végére (a `\end{document}` utasítás elé) beillesztett `\bibliography{mybib}` utasítással hozhatjuk létre, a stílusát pedig ugyanitt a `\bibliographystyle{plain}` utasítással adhatjuk meg. Ebben az esetben a `plain` előre definiált stílust használjuk (a sablonban is ezt állítottuk be). A `plain` stíluson kívül természetesen számtalan más előre definiált stílus is létezik. Mivel a `.bib` adatbázisban ezeket megadtuk, a BiBTeX-fordító is meg tudja különböztetni a szerzőt a címtől és a kiadótól, és ez alapján automatikusan generálódik az irodalomjegyzék a stílusfájl által meghatározott stílusban.

Az egyes forrásmunkákra a szövegből továbbra is a `\cite` paranccsal tudunk hivatkozni, így a 3.2. kódrészlet esetén a hivatkozások rendre `\cite{Wettl04}`, `\cite{Candy86}`, `\cite{Lee87}`, `\cite{KissPhD}`, `\cite{Schreirer00}` és `\cite{DipPortal}`. Az irodalomjegyzékben alapértelmezésben csak azok a forrásmunkák jelennek meg, amelyekre található hivatkozás a szövegben, és ez így alapvetően helyes is, hiszen olyan forrásmunkákat nem illik az irodalomjegyzékbe írni, amelyekre nincs hivatkozás.

Mivel a fordítási folyamat során több lépésben oldódnak fel a szimbólumok, ezért gyakran többször (TeXLive és TeXnicCenter esetén 2-3-szor) is le kell fordítani a dokumentumot. Ilyenkor ez első 1-2 fordítás esetleg szimbólum-feloldásra vonatkozó figyelmeztető üzenettel zárul. Ha hibaüzenettel zárul bármelyik fordítás, akkor nincs értelme megismételni, hanem a hibát kell megkeresni. A `.bib` fájl megváltoztatáskor sokszor nincs hatása a változtatásnak azonnal, mivel nem mindig fut újra a BibTeX fordító. Ezért célszerű a változtatás után azt manuálisan is lefuttatni (TeXnicCenter esetén `Build/BibTeX`).

Hogy a szövegbe ágyazott hivatkozások kinézetét demonstráljuk, itt most sorban meghivatkozunk a `[?]`, `[?]`, `[?]`, `[?]` és az `[?]` forrásmunkát, valamint az `[?]` weboldalt.

Megjegyzendő, hogy az ékezetes magyar betűket is tartalmazó `.bib` fájl az `inputenc` csomaggal betöltött `latin2` betűkészlet miatt fordítható. Ugyanez a `.bib` fájl hibaüzenettel fordul egy olyan dokumentumban, ami nem tartalmazza a `\usepackage[latin2]{inputenc}` sort. Speciális igény esetén az irodalmi adatbázis általánosabb érvényűvé tehető, ha az ékezetes betűket speciális latex karakterekkel helyettesítjük a `.bib` fájlban, pl. a helyett

3.2. lista. Példa szöveges irodalomjegyzék-adatbázisra BiBTeX használata esetén.

```

@BOOK{Wettl04,
  author="Ferenc Wettl and Gyula Mayer and Péter Szabó",
  title="\LaTeX~kézikönyv",
  publisher="Panem Könyvkiadó",
  year=2004
}
@ARTICLE{Candy86,
  author = "James C. Candy",
  title = "Decimation for Sigma Delta Modulation",
  journal="{IEEE} Trans.\ on Communications",
  volume = 34,
  number = 1,
  pages = "72--76",
  month = jan,
  year = 1986,
}
@INPROCEEDINGS{Lee87,
  author = "Wai L. Lee and Charles G. Sodini",
  title = "A Topology for Higher Order Interpolative Coders",
  booktitle = "Proc.\ of the IEEE International Symposium on
Circuits and Systems",
  year = 1987,
  vol = 2,
  month = may # "~4--7",
  address = "Philadelphia, PA, USA",
  pages = "459--462"
}
@PHDTHESIS{KissPhD,
  author = "Peter Kiss",
  title = "Adaptive Digital Compensation of Analog Circuit Imperfections
for Cascaded Delta-Sigma Analog-to-Digital Converters",
  school = "Technical University of Timi\c{s}oara, Romania",
  month = apr,
  year = 2000
}
@MANUAL{Schreier00,
  author = "Richard Schreier",
  title = "The Delta-Sigma Toolbox v5.2",
  organization = "Oregon State University",
  year = 2000,
  month = jan,
  note = "\newline URL: http://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/"
}
@MISC{DipPortal,
  author="Budapesti {M}űszaki és {G}azdaságtudományi {E}gyetem
{V}illamosmérnöki és {I}nformatikai {K}ar",
  title="{D}iplomaterv portál (2011 február 26.)",
  howpublished="\url{http://diplomaterv.vik.bme.hu/}",
}}

```

\’{a}-t vagy ő helyett \H{o}-t írunk.

Oldaltörés következik (ld. forrás).

3.6. A dolgozat szerkezete és a forrásfájlok

A diplomatervsablon (a kari irányelvek szerint) az alábbi fő fejezetekből áll:

1. 1 oldalas *tájékoztató* a szakdolgozat/diplomaterv szerkezetéről (`guideline.tex`), ami a végső dolgozathoz törlendő,
2. *feladatkiírás* (`project.tex`), a dolgozat nyomtatott verzójában ennek a helyére kerül a tanszék által kiadott, a tanszékvezető által aláírt feladatkiírás, a dolgozat elektronikus verziójába pedig a feladatkiírás egyáltalán ne kerüljön bele, azt külön tölti fel a tanszék a diplomaterv-honlapra,
3. *címoldal* (`titlepage.tex`),
4. *tartalomjegyzék* (`diploma.tex`),
5. a diplomatervező *nyilatkozata* az önálló munkáról (`declaration.tex`),
6. 1-2 oldalas tartalmi *összefoglaló* magyarul és angolul, illetve elkészíthető még további nyelveken is (`abstract.tex`),
7. *bevezetés*: a feladat értelmezése, a tervezés célja, a feladat indokoltsága, a diplomaterv felépítésének rövid összefoglalása (`introduction.tex`),
8. sorszámmal ellátott *fejezetek*: a feladatkiírás pontosítása és részletes elemzése, előzmények (irodalomkutatás, hasonló alkotások), az ezekből levonható következtetések, a tervezés részletes leírása, a döntési lehetőségek értékelése és a választott megoldások indoklása, a megtervezett műszaki alkotás értékelése, kritikai elemzése, továbbfejlesztési lehetőségek (`chapter{1,2..n}.tex`),
9. esetleges *köszönetnyilvánítások* (`acknowledgement.tex`),
10. részletes és pontos *irodalomjegyzék* (ez a sablon esetében automatikusan generálódik a `diploma.tex` fájlban elhelyezett `\bibliography` utasítás hatására, a 3.5. fejezetben leírtak szerint),
11. *függelékek* (`appendices.tex`).

A sablonban a fejezetek a `diploma.tex` fájlba vannak beillesztve `\include` utasítások segítségével. Lehetőség van arra, hogy csak az éppen szerkesztés alatt álló `.tex` fájlt fordítsuk le, ezzel lerövidítve a fordítási folyamatot. Ezt a lehetőséget az alábbi kódrészlet biztosítja a `diploma.tex` fájlban.

Ha az alábbi kódrészletben az egyes sorokat a `%` szimbólummal kikommentezzük, akkor a megfelelő `.tex` fájl nem fordul le. Az oldalszámok és a tartalomjegyzék természetesen csak akkor billennek helyre, ha a teljes dokumentumot lefordítjuk.

```

\includeonly{
    guideline,%
    project,%
    titlepage,%
    declaration,%
    abstract,%
    introduction,%
    chapter1,%
    chapter2,%
    chapter3,%
    acknowledgement,%
    appendices,%
}

```

3.7. Alapadatok megadása

A diplomaterv alapadatait (cím, szerző, konzulens, konzulens titulusa) a `diploma.tex` fájlban lehet megadni az alábbi kódrészlet módosításával.

```

\newcommand{\vikszerzo}{Bódis-Szomorú András}
\newcommand{\vikkonzulens}{dr.~Konzulens Elemér}
\newcommand{\vikcim}{Elektronikus terelők}
\newcommand{\viktanszek}{Méréstechnika és Információs Rendszerek Tanszék}
\newcommand{\vikdoktipus}{Diplomaterv}
\newcommand{\vikdepartmentr}{Bódis-Szomorú András}

```

3.8. Új fejezet írása

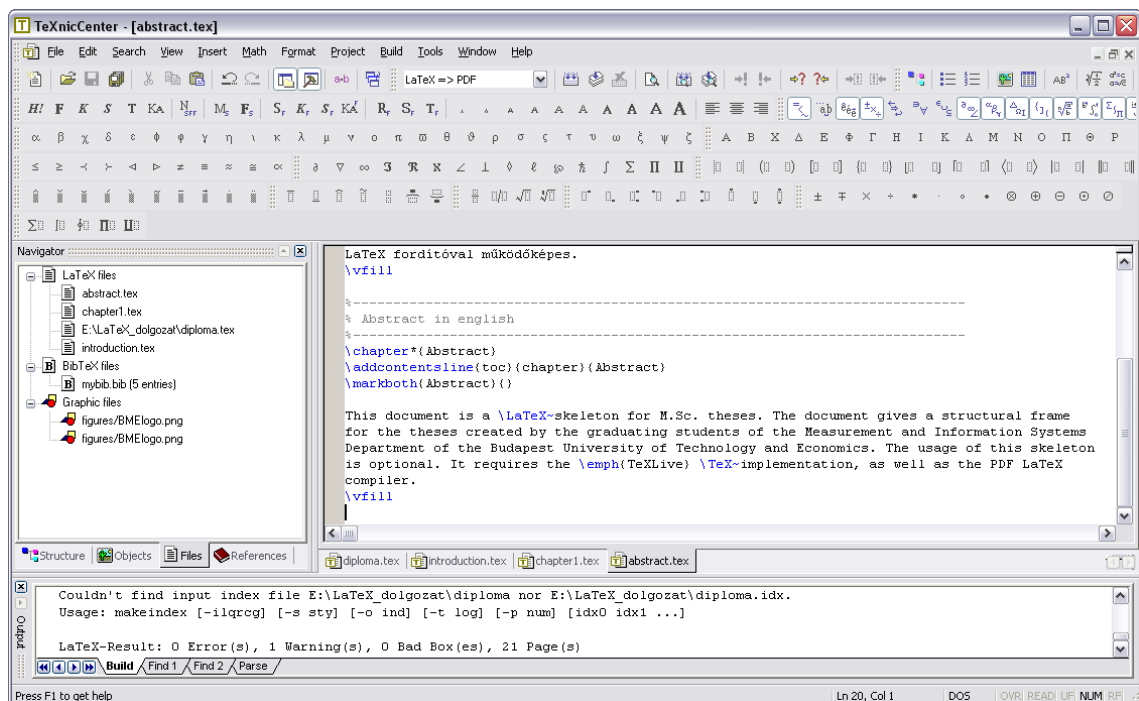
A főfejezetek külön `chapter{1..n}.tex` fájlban foglalnak helyet. A sablonhoz 3 fejezet készült. További főfejezeteket úgy hozhatunk létre, ha új `chapter{i}.tex` fájlt készítünk a fejezet számára, és a `diploma.tex` fájlban, a `\include` és `\includeonly` utasítások argumentumába felvesszük az új `.tex` fájl nevét.

Köszönetnyilvánítás

Ez nem kötelező, akár törölhető is. Ha a szerző szükségét érzi, itt lehet köszönetet nyilvánítani azoknak, akik hozzájárultak munkájukkal ahhoz, hogy a hallgató a szakdolgozatban vagy diplomamunkában leírt feladatokat sikeresen elvégezze. A konzulensnek való köszönetnyilvánítás sem kötelező, a konzulensnek hivatalosan is dolga, hogy a hallgatót konzultálja.

Függelék

F.1. A TeXnicCenter felülete



F.1.1. ábra. A TeXnicCenter Windows alapú \LaTeX -szerkesztő.

F.2. Válasz az „Élet, a világmindenség, meg minden” kérdésére

A Pitagorasz-tételből levezetve

$$c^2 = a^2 + b^2 = 42. \quad (\text{F.2.1})$$

A Faraday-indukciós törvényből levezetve

$$\text{rot } E = -\frac{dB}{dt} \quad \longrightarrow \quad U_i = \oint_{\mathbf{L}} \mathbf{E} d\mathbf{l} = -\frac{d}{dt} \int_A \mathbf{B} d\mathbf{a} = 42. \quad (\text{F.2.2})$$