6332009521 ชินพัทธ์ นิธิพรศรี

2) objective function : หา max ของ $z = 3x + 4y$

และ constraints : $x + 2y \leq 7$; $x, y \geq 0$

$3x - y \geq 0$

$x - y \leq 2$

แปลงให้เป็น standard form ได้ $x + 2y + s_1 = 7$; $x, y, s_1, s_2, e_1 \geq 0$

$3x - y - e_1 = 0$

$x - y + s_2 = 2$

จะใช้ two-phased simplex method ในการหาคำตอบ

Phase I . หา a BFS

ทำการเพิ่ม a_i ลงใน constraints ที่มี $\geq$ หรือ $=$

จะได้ constraints : $x + 2y + s_1 = 7$; $x, y, s_1, s_2, e_1, a_1 \geq 0$

$3x - y - e_1 + a_1 = 0$

$x - y + s_2 = 2$

และ objective function : หา min ของ $w = a_1$

simplex tableau :

w	x	y	s_1	e_1	s_2	a_1	RHS
1	0	0	0	0	0	-1	0
0	1	2	1	0	0	0	7
0	3	-1	0	-1	0	1	0
0	1	-1	0	0	1	0	2

	w	x	y	s_1	e_1	s_2	a_1	RHS
R0 + R2 → R0	1	3	-1	0	-1	0	0	0
	0	1	2	1	0	0	0	7
	0	3	-1	0	-1	0	1	0
	0	1	-1	0	0	1	0	2

เลือก BV = $\{s_1, s_2, a_1\}$

NBV = $\{x, y, e_1\}$

จะได้ BFS : $w = 0$, $x = 0$, $y = 0$, $s_1 = 7$, $s_2 = 2$, $e_1 = 0$, $a_1 = 0$

ซึ่งยังไม่ optimal เพราะสปส.ของ x ที่ row 0 > 0

เลือก x เป็น entering variable

ratio test : row 1 ⟶ 7/1 = 7

row 2 ⟶ 0/3 = 0

row 3 ⟶ 2/1 = 2

∴ เลือก row 2 นั่นคือ a_1 เป็น leaving variable

	w	x	y	s_1	e_1	s_2	a_1	RHS
R0 - R2 → R0	1	0	0	0	0	0	-1	0
R1 - R2/3 → R1	0	0	7/3	1	1/3	0	-1/3	7
R2 / 3 → R2	0	1	-1/3	0	-1/3	0	1/3	0
R3 - R2/3 → R3	0	0	-2/3	0	1/3	1	-1/3	2

BV = $\{s_1, s_2, x\}$

NBV = $\{a_1, y, e_1\}$

จะได้ BFS : $w = 0$, $x = 0$, $y = 0$, $s_1 = 7$, $s_2 = 2$, $e_1 = 0$, $a_1 = 0$

ซึ่ง optimal แล้ว จึงได้ BFS หนึ่งคือ $x = 0$, $y = 0$, $s_1 = 7$, $s_2 = 2$, $e_1 = 0$

6332009521 ชินพัทธ์ นิธิพรศรี

Phase 2 : หา optimal solution ของ obj fn เดิม

โดยใช้ BFS : $x=0$, $y=0$, $s_1 = 7$, $s_2 = 2$, $e_1=0$

simplex tableau :

z	x	y	s_1	e_1	s_2	RHS
1	-3	-4	0	0	0	0
0	0	7/3	1	1/3	0	7
0	1	-1/3	0	-1/3	0	0
0	0	-2/3	0	1/3	1	2

	z	x	y	s_1	e_1	s_2	RHS
$R0+3R2 \to R0$	1	0	-5	0	-1	0	0
	0	0	7/3	1	1/3	0	7
	0	1	-1/3	0	-1/3	0	0
	0	0	-2/3	0	1/3	1	2

$BV = \{ s_1 , s_2 , x \}$

$NBV = \{ y , e_1 \}$

ซึ่งยังไม่ optimal เพราะสปสของ y ที่ row 0 >0

เลือก y เป็น entering variable

ratio test : row 1 $\longrightarrow$ $7/7/3 = 3$

∴ เลือก row 1 นั่นคือ s_1 เป็น leaving variable

	z	x	y	s_1	e_1	s_2	RHS
$R0+\frac{15}{7}R1 \to R0$	1	0	0	15/7	-2/7	0	15
$\frac{3}{7}R1 \to R1$	0	0	1	3/7	1/7	0	3
$R2+\frac{1}{7}R1 \to R2$	0	1	0	1/7	-2/7	0	1
$R3+\frac{2}{7}R1 \to R3$	0	0	0	2/7	3/7	1	4

$BV = \{ y , s_2 , x \}$

$NBV = \{ s_1 , e_1 \}$

ซึ่งยังไม่ optimal เพราะสปสของ e_1 ที่ row 0 >0

เลือก e_1 เป็น entering variable

ratio test : row 1 $\longrightarrow$ $3/1/7 = 21$

row 3 $\longrightarrow$ $4/3/7 = 28/3$

∴ เลือก row 3 นั่นคือ s_2 เป็น leaving variable

	z	x	y	s_1	e_1	s_2	RHS
$R0+\frac{2}{3}R3 \to R0$	1	0	0	7/3	0	2/3	53/3
$R1-\frac{1}{3}R3 \to R1$	0	0	1	1/3	0	-1/3	5/3
$R2+\frac{2}{3}R3 \to R2$	0	1	0	1/3	0	2/3	11/3
$\frac{7}{3}R3 \to R3$	0	0	0	2/3	1	7/3	28/3

$BV = \{ y , e_1 , x \}$

$NBV = \{ s_1 , s_2 \}$

ซึ่ง optimal แล้ว ซึ่ง BFS: $z=\frac{53}{3}$, $x=\frac{11}{3}$, $y=\frac{5}{3}$, $s_1=0$, $s_2=0$, $e_1=\frac{28}{3}$

∴ $z = \frac{53}{3}$, $x=\frac{11}{3}$, $y=\frac{5}{3}$ //

6332009521 ชินพัทธ์ นิธิพรศิริ

6) ให้ h_i แทนจำนวน hamster ที่ถูกจ้างในเดือนที่ i เมื่อ $h_i \geq 0 \ \forall i \in \{1, 2, \dots, 5\}$

เดือนที่ 1 : $50 \geq 40$

เดือนที่ 2 : $0.9 \times 50 + 0.6 \times h_1 \geq 60$

hamster ที่เพิ่งฝึกงานเสร็จ

เดือนที่ 3 : $0.9^2 \times 50 + 0.6 \times 0.9 \times h_1 + 0.6 h_2 \geq 80$

เดือนที่ 4 : $0.9^3 \times 50 + 0.6 \times 0.9^2 \times h_1 + 0.6 \times 0.9 \times h_2 + 0.6 h_3 \geq 40$

เดือนที่ 5 : $0.9^4 \times 50 + 0.6 \times 0.9^3 \times h_1 + 0.6 \times 0.9^2 \times h_2 + 0.6 \times 0.9 \times h_3 + 0.6 h_4 \geq 100$

เดือนที่ 6 : $0.9^5 \times 50 + 0.6 \times 0.9^4 \times h_1 + 0.6 \times 0.9^3 \times h_2 + 0.6 \times 0.9^2 \times h_3 + 0.6 \times 0.9 \times h_4 + 0.6 h_5 \geq 90$

hamster เก่าจากเดือนก่อน

เงินที่ต้องจ่ายทั้งหมด = ค่าฝึกงาน hamster + เงินเดือน hamster

$$= 500 \times \left[\sum_{i=1}^{5} h_i \right] + 8000 \times \Big[50 (1 + 0.9 + \dots + 0.9^5) + 0.6 \times (1 + 0.9 + \dots + 0.9^4) \times h_1 + 0.6 \times (1 + 0.9 + \dots + 0.9^3) \times h_2 +$$

$$0.6 \times (1 + 0.9 + 0.9^2) \times h_3 + 0.6 \times (1 + 0.9) \times h_4 + 0.6 \times h_5 \Big]$$

$$= 500 \times \left[\sum_{i=1}^{5} h_i \right] + 8000 \times \left[500 \times (1 - 0.9^6) + 6 \times (1 - 0.9^5) h_1 + 6 \times (1 - 0.9^4) h_2 + 6 \times (1 - 0.9^3) h_3 + 6 \times (1 - 0.9^2) h_4 + 0.6 h_5 \right]$$

$\therefore$ constraints : $0.6 \times h_1 = 60 - 0.9 \times 50 + e_1$

$0.6 \times 0.9 \times h_1 + 0.6 h_2 = 80 - 0.9^2 \times 50 + e_2$

$0.6 \times 0.9^2 \times h_1 + 0.6 \times 0.9 \times h_2 + 0.6 h_3 = 40 - 0.9^3 \times 50 + e_3$

$0.6 \times 0.9^3 \times h_1 + 0.6 \times 0.9^2 \times h_2 + 0.6 \times 0.9 \times h_3 + 0.6 h_4 = 100 - 0.9^4 \times 50 + e_4$

$0.6 \times 0.9^4 \times h_1 + 0.6 \times 0.9^3 \times h_2 + 0.6 \times 0.9^2 \times h_3 + 0.6 \times 0.9 \times h_4 + 0.6 h_5 = 90 - 0.9^5 \times 50 + e_5$

decision variables : $h_i \geq 0 \ \forall i \in \{1, 2, \dots, 5\}$

$e_j \geq 0 \ \forall j \in \{1, 2, \dots, 5\}$

objective function :

$$\min \left(500 \times \left[\sum_{i=1}^{5} h_i \right] + 8000 \times \left[500 \times (1 - 0.9^6) + 6 \times (1 - 0.9^5) h_1 + 6 \times (1 - 0.9^4) h_2 + 6 \times (1 - 0.9^3) h_3 + 6 \times (1 - 0.9^2) h_4 + 0.6 h_5 \right] \right)$$

#