

HW2

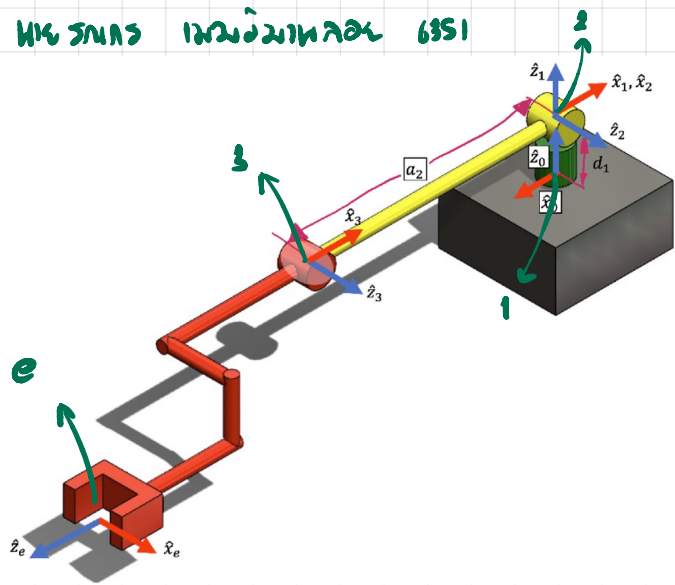
HW 2 การคำนวณหา Jacobian

```

คำถามข้อที่ 1
จงเขียนฟังก์ชันในการ Jacobian ของหุ่นยนต์ตัวนี้ให้อยู่ในฟังก์ชันต่อไป
j_e = endEffectorJacobianM2(q)

โดยที่
 $J_e \in \mathbb{R}^{6 \times 3}$  คือเมตริกซ์จาโคเบียนของเฟรมที่ติด  $F_e$ 
 $q \in \mathbb{R}^3$  เป็นเวกเตอร์คิ่ของ double ที่มีขนาดเท่ากับ 3 ที่แสดงถึง configuration ของหุ่นยนต์ (Joint Configuration)

หมายเหตุ:
 $J_v^{(e)} = J_v^{(n)}$ 
 $J_v^{(n)} = J_v^{(n)} + S(R_{n,0}^a p_{n,0}^a)$ 
    
```



ถ้า frame ที่ n-1 และ frame n

$$J^e = \begin{bmatrix} J_{w,1}^e \\ J_{v,1}^e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{w,1}^e & J_{w,2}^e & J_{w,3}^e \\ J_{v,1}^e & J_{v,2}^e & J_{v,3}^e \end{bmatrix} \quad \text{Matrix } 6 \times 3$$

$J_{w,i}^e = \frac{\partial \dot{x}_e}{\partial \dot{q}_i} = R_i^e \dot{z}_i^e : \dot{z}_i^e = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, p_i = 1 \text{ Revolute Matrix } 3 \times 1$
 $J_{v,i}^e = \frac{\partial \dot{y}_e}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\partial}{\partial \dot{q}_i} (\dot{z}_i^e \cdot (p_{i,0}^e - p_{0,i}^e)) + (-p_{i,1}^e) \dot{z}_i^e = (\dot{z}_i^e \cdot (p_{i,0}^e - p_{0,i}^e)) \quad \text{Matrix } 3 \times 1$

```

คำถามข้อที่ 2
กำหนดให้ Taskspace Variable เป็น  $p_{0,e}^0 = [p_x, p_y, p_z]$  ในการควบคุมแบบ RRR พบว่ามีค่าบางค่าใน configuration space ที่จะทำให้เกิดสถานะ Singularity ทำให้ไม่สามารถหา inverse velocity kinematics ของสมการได้ ถ้าพบค่าที่หุ่นยนต์อยู่ในสถานะ Singularity ก็คือเมื่อ
 $\| \det(J^*(q)) \| < \epsilon$ 

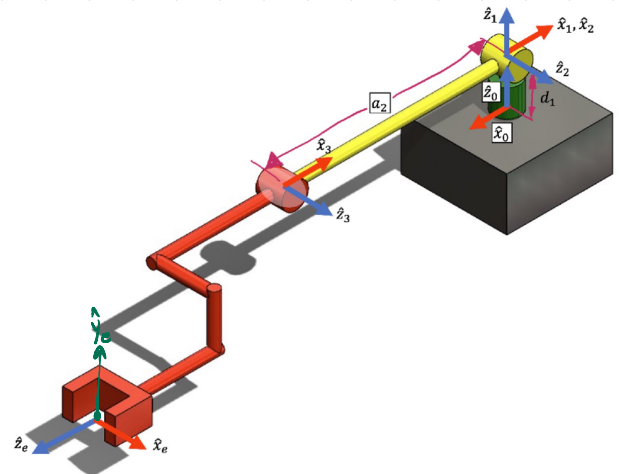
โดยที่ค่า  $\epsilon$  มีค่า 0.001 จงเขียนฟังก์ชันในการหาสถานะ Singularity
flag = checkSingularityM2(q)

flag (True, False) เป็น bool ที่มีค่าเท่ากับ True ก็คือเมื่อค่าบางค่าใน configuration space ทำให้เกิดสถานะ Singularity หรือมีค่าเท่ากับ False เมื่อหุ่นยนต์อยู่ในสถานะปกติ
 $q \in \mathbb{R}^3$  เป็นเวกเตอร์คิ่ของ double ที่มีขนาดเท่ากับ 3 ที่แสดงถึง configuration ของหุ่นยนต์ (Joint Configuration)
    
```

ในกรณีที่ค่าของ $\det(J^*(q))$ น้อยกว่า Singularity จะเกิดสถานะที่เรียกว่า Position Singularity

$$J^e = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ z_1 & z_2 & z_3 \\ p_x & p_y & p_z \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} J_{w,i}^e \\ J_{v,i}^e \end{matrix}$$

$\| \det(J_{v,i}^e(q)) \| < \epsilon$



```

คำถามข้อที่ 3
กำหนดให้ค่าของ Force Sensor เช่น FT30 ที่สามารถวัดแรงและแรงบิดภายในฟังก์ชันที่ดี โดยที่ค่าในค่าบางค่าใน configuration space ที่ทำให้เกิดสถานะ Singularity ทำให้ไม่สามารถหา inverse velocity kinematics ของสมการได้ ถ้าพบค่าที่หุ่นยนต์อยู่ในสถานะ Singularity ก็คือเมื่อ
 $\| \det(J^*(q)) \| < \epsilon$ 

จงเขียนฟังก์ชันในการหา effort ของแต่ละข้อต่อเมื่อมี wrench มากระทำกับจุดกึ่งกลางของเฟรมที่ติด  $F^e$ 
tau = computeEffortM2(q,w)

tau  $\in \mathbb{R}^3$  เป็นเวกเตอร์คิ่ของ double ที่มีขนาดเท่ากับ 3 ที่แสดงถึงค่า Effort ของแต่ละข้อต่อ
 $q \in \mathbb{R}^3$  เป็นเวกเตอร์คิ่ของ double ที่มีขนาดเท่ากับ 3 ที่แสดงถึง configuration ของหุ่นยนต์ (Joint Configuration)
 $w \in \mathbb{R}^6$  เป็นเวกเตอร์คิ่ของ double ที่มีขนาดเท่ากับ 6 ที่แสดงถึงแรงและแรงบิดที่กระทำกับเฟรมที่ติด  $F_e$ 

หมายเหตุ:
 $f^A = R_B^A \cdot f^B$ 
 $n^A = R_B^A \cdot n^B$ 
    
```

W หรือ wrench อยู่ frame e ที่ origin ของ frame 0 โดย matrix Rotation Matrix R_e^0 ที่แปลง J^e อยู่ frame 0

$W^e = \begin{bmatrix} \vec{n} \\ \vec{f} \end{bmatrix} : \begin{matrix} \text{moment} \\ \text{force} \end{matrix} \quad \begin{bmatrix} n_x \\ n_y \\ n_z \\ f_x \\ f_y \\ f_z \end{bmatrix} \quad \text{Matrix } 6 \times 1$
 $W_0^e = \begin{bmatrix} R_0^e \vec{n} \\ R_0^e \vec{f} \end{bmatrix}$
 $\tau = J^e \cdot T W_0^e$