Propagation de rumeurs dans un réseau social

Hugo LEVY-FAL

problematiqu

Modélisation

Génération d

Expériences

Résultat

Conclusion

TIPE : Propagation de rumeurs dans un réseau social

Hugo LEVY-FALK

2017

graphies

Lxperience

Résultat

Conclusio

Plan

- 1 Rappel de la problématique
- 2 Modélisation
- 3 Génération de graphes
- 4 Expériences
- 5 Résultats
- 6 Conclusion

Hugo

Rappel de la problématique

Modélisation

Génération d

Expérience

Récultat

Conclusio

Comment propager une rumeur le plus rapidement possible à un maximum de nœuds d'un réseau social?

Modélisation

Caractéristiques de réseaux simulés Simulation de propagation

Propagation optimal

_ ..

Lxperience

Resultati

Plan

- 1 Rappel de la problématique
- 2 Modélisation
- 3 Génération de graphes
- 4 Expériences
- 5 Résultats
- 6 Conclusion

LEVY-FALI

Rappel de la problématiqu

Modélisatio

Réseau social

Caractéristiques des réseaux simulés

Simulation de propagation

Evpérience

Résultats

onclusion

On modélise un réseau social par un graphe.

LEVY-FALI

problématiqu

Modélisatio

Réseau social

Caractéristiques des réseaux simulés

Simulation de propagation

Propagation optimal

F. ... (........

D/ 1. .

onclusion

On modélise un réseau social par un graphe.

 $\bullet \ \, \mathsf{Personne} \to \mathsf{N} \\ \mathsf{œud} \\$

Rappel de la problématique

Modélisatio

Réseau social
Caractéristiques des réseaux simulés
Simulation de propagation

Propagation optimal

Generation of

Expérience

Résultat

Conclusion

On modélise un réseau social par un graphe.

- Personne → Nœud
- Lien social \rightarrow Arrête

LEVY-FALI

problématiqu

Modélisatio

Réseau social

Caractéristiques de réseaux simulés

Simulation de propagation

Propagation optimals

Génération de

Expériences

Résultats

Conclusio

On modélise un réseau social par un graphe.

- Personne \rightarrow Nœud
- Lien social → Arrête

On ne prend pas en compte la "qualité" de la relation.

Caractéristiques des réseaux simulés

Hugo

Rappel de la problématique

Modélisation

Réseau social

Caractéristiques des

réseaux simulés

Simulation of

ropagation

Propagation optima

graphes

Expériences

Résultats

Hugo

Rappel de la problématique

Modélisation

Réseau social

Caractéristiques des réseaux simulés

réseaux simulés Simulation de propagation

Propagation optimal

- /:

Résultat

onclusion

Caractéristiques des réseaux simulés

Stanley Milgram : Six degrés de séparation (Facebook 4.57)

Rappel de la problématique

Modélisatio

Réseau social Caractéristiques des réseaux simulés

Simulation de propagation

Génération de

Expérience

Dácultat

onclusion

Caractéristiques des réseaux simulés

- Stanley Milgram : Six degrés de séparation (Facebook 4.57)
- Algorithme de Watts-Strogatz

Hugo FVY-FALK

Rappel de la problématique

problematiqu

Réseau social Caractéristiques de

réseaux simulés Simulation de

Simulation of propagation

Propagation optima

Génération (graphes

Expérience

Résultate

Rappel de la problématiqu

Modélisation

- ·

Caractéristique

réseaux simulés

Simulation de

propagation

i ropagation optin

graphes

Expérience

Résultat

Conclusion

Chaque nœud maximise son gain.

problématiqu

Modélisation

Réseau social Caractéristiques des réseaux simulés Simulation de propagation

Dácultat

- Chaque nœud maximise son gain.
- Un voisin dans l'état "informé" \rightarrow gain a
- Un voisin dans l'état "non-informé" o gain b

Rappel de la problématiqu

Modélisation

Caractéristiques des réseaux simulés Simulation de propagation Propagation optimal

Evpérience

Résultat

Conclusi

- Chaque nœud maximise son gain.
- Un voisin dans l'état "informé" \rightarrow gain a
- Un voisin dans l'état "non-informé" \rightarrow gain b

Si on note p la proportion de voisins informés, le nœud maximise son gain en passant à l'état informé si et seulement si $p \times a > (1-p) \times b$, ou encore

$$p>\frac{b}{a+b}$$

Rappel de la problématique

Modélisation

Caractéristiques des réseaux simulés Simulation de propagation Propagation optimal

Evpérience

Résultat

Conclusi

- Chaque nœud maximise son gain.
- Un voisin dans l'état "informé" \rightarrow gain a
- Un voisin dans l'état "non-informé" \rightarrow gain b

Si on note p la proportion de voisins informés, le nœud maximise son gain en passant à l'état informé si et seulement si $p \times a > (1-p) \times b$, ou encore

$$p>\frac{b}{a+b}$$

ightarrow On caractérise une rumeur par $q=rac{b}{a+b}$.

problématiqu

Modélisation

Réseau social Caractéristiques des réseaux simulés Simulation de propagation

Propagation optimal

graphes

Expérience

Résultat

Conclusio

 \rightarrow On caractérise une rumeur par $q = \frac{b}{a+b}$.

Remarques

Soit un graphe G = (V, E) avec V un ensemble de nœuds et $E \subset V^2$.

• Pas de propagation si q > 1;

problématiqu

Modélisation

Réseau social

Caractéristiques de réseaux simulés

Simulation de propagation

Propagation optim:

Génération o

Expérience

Résultat

Conclusio

 \rightarrow On caractérise une rumeur par $q = \frac{b}{a+b}$.

Remarques

Soit un graphe G = (V, E) avec V un ensemble de nœuds et $E \subset V^2$.

- Pas de propagation si q > 1;
- Si l'on pose $(V_k)_{k \in \mathbb{N}}$ une suite des nœuds dans l'état "informé" à l'étape k, s'il existe $n \in \mathbb{N}$ tel que $V_n = V_{n+1}$ alors la suite est stationnaire à partir du rang n;

problématique

Modélisatio

Réseau social
Caractéristiques des réseaux simulés
Simulation de propagation
Propagation optimal

Evpáriones

·

Conclusi

 \rightarrow On caractérise une rumeur par $q = \frac{b}{a+b}$.

Remarques

Soit un graphe G = (V, E) avec V un ensemble de nœuds et $E \subset V^2$.

- Pas de propagation si q > 1;
- Si l'on pose $(V_k)_{k\in\mathbb{N}}$ une suite des nœuds dans l'état "informé" à l'étape k, s'il existe $n\in\mathbb{N}$ tel que $V_n=V_{n+1}$ alors la suite est stationnaire à partir du rang n;
- La suite étant par ailleurs croissante pour l'inclusion et majorée, la suite converge et on finit une simulation en au plus |V| étapes.

Rappel de la problématique

NIOGEISATION

Réseau social

Caractéristiques des réseaux simulés

Simulation de propagation

Propagation optimal

Evnérience

Résultat

C = = = |...=:

Définition : p-cluster

Soit un graphe G=(V,E) avec V un ensemble de nœuds et $E\subset V^2$. On appelle p-cluster tout sous-ensemble $C\subset V$ tel que pour tout $i\in C$ il existe un p-uplet $(v_k)_{k\in [\![1,p]\!]}\in C^p$ deux à deux distincts et tel que pour tout $k\in [\![1,p]\!]$, i et v_k soient voisins.

Remarque

Si le graphe est connexe (cas des graphes étudiés), l'ensemble forme un 1-cluster.

Propagation de rumeurs dans un réseau social

Hugo LEVY-FAL

Rappel de la problématique

Modélisation

Caractéristiques de

réseaux simulés Simulation de

propagation de

Propagation optima

C l

Les clusters sont les seuls obstacles aux rumeurs

Théorème

Les clusters sont les seuls obstacles aux rumeurs.

Propagation optimale

Capacité à atteindre l'ensemble du graphe;

Rappel de la problématiq

Modélisatio

Réseau social

Caractéristiques de réseaux simulés

Simulation de

Propagation optimale

Cénération de

Evnérience

Décolece

Comment caractériser une propagation optimale?

- Capacité à atteindre l'ensemble du graphe;
- Nombre d'itérations de simulation le plus faible possible;

Modélisatio

Réseau social

Caractéristiques des réseaux simulés

Simulation de

December ---

Propagation optimale

_ ...

e

Comment caractériser une propagation optimale?

- Capacité à atteindre l'ensemble du graphe;
- Nombre d'itérations de simulation le plus faible possible;

 $\label{eq:problème} Problème(s): Unicité de la solution? identification des propriétés permettant une telle propagation?$

Modélisatio

Réseau social

Caractéristiques des réseaux simulés

Simulation de propagation

Propagation optimale

_ ..

Experience

Résultai

Conclusi

Comment caractériser une propagation optimale?

- Capacité à atteindre l'ensemble du graphe;
- Nombre d'itérations de simulation le plus faible possible ;

Problème(s) : Unicité de la solution ? identification des propriétés permettant une telle propagation ?

→ Comparaison de critères arbitraires.

graphes

Experience

Résultat

Conclusio

Plan

- 1 Rappel de la problématique
- 2 Modélisation
- 3 Génération de graphes
- 4 Expériences
- 5 Résultats
- 6 Conclusion

Rappel de la problématique

Modélisation

Génération de graphes

vnérience

Récultat

$$\textit{N} \in \mathbb{N}, \textit{K} \in [\![1, \lfloor \frac{\textit{N}}{2} \rfloor]\!] (\textit{N} \gg \textit{K} \gg \ln \textit{N}), \beta \in [0, 1]$$

Algorithme de Watts-Strogatz

Hugo

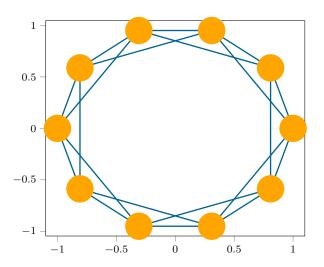
Rappel de la problématique

Modélisation

Génération de graphes

Expérienc

Réculta



Hugo

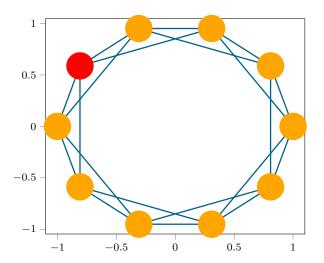
Rappel de la

Modélisation

Génération de graphes

Expérienc

Récultat



Algorithme de Watts-Strogatz

Hugo

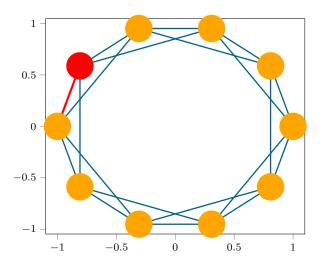
Rappel de la

Modélisation

Génération de graphes

Expérienc

Récultat



Hugo

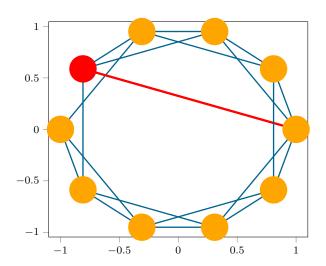
Rappel de la

Modélisation

Génération de graphes

Expérienc

Récultat



Hugo

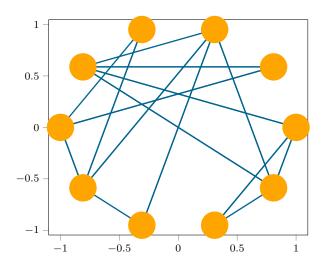
Rappel de la

Modélisation

Génération de graphes

Expérienc

Récultat



Rappel de la problématique

Modélisation

Génération de

graphes

Expérience

Résultat

Conclusion

500 nœuds;

Rappel de la problématique

Modélisatio

Génération de graphes

Expérience

Résultat

- 500 nœuds;
- Au plus 500 étapes de simulation;

problématiqu

Modélisatio

Génération de graphes

Expérience

Résultat

- 500 nœuds;
- Au plus 500 étapes de simulation;
- On lance la simulation 100 fois;

problématiqu

Modélisatio

Génération de graphes

Expérience

Résultat

- 500 nœuds;
- Au plus 500 étapes de simulation;
- On lance la simulation 100 fois;
- 3 paramètres à examiner $(\beta, q, proportion initiale d'informés)$

problématiq

Modélisation

Génération de

graphes

Experience

Résultat

- 500 nœuds;
- Au plus 500 étapes de simulation;
- On lance la simulation 100 fois;
- 3 paramètres à examiner $(\beta, q, proportion initiale d'informés)$
- ightarrow Stockage des résultats dans une base de donnée des résultats des calculs afin de pouvoir interrompre l'expérience à tout instant.

graphes

Expériences

Expérience 1 Courbes de

Proportion attei en fonction de la proportion initia

Expérience

Resultat

Conclusior

Plan

- 1 Rappel de la problématique
- 2 Modélisation
- 3 Génération de graphes
- 4 Expériences
- 5 Résultats
- 6 Conclusion

Rappel de la problématiqu

Modélisation

Génération

xpérience

Expérience 1

Courbes de

Proportion attei

proportion i

E /

Résultat

Conclusion

• On fixe K = 50;

Rappel de la problématiqu

Modélisation

Générati graphes

Evnérience

Expérience 1

Combondo

propagation

en fonction de la proportion initiale

Expérience

- On fixe K = 50;
- $\beta \in \{0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1\}$;

problématiqu

Modélisatio

Génération

Expérience

Expérience 1

propagatio

Proportion attei en fonction de la proportion initia

Expérienc

Réculta

- On fixe K = 50;
- $\beta \in \{0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1\}$;
- $q \in \{\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}\};$

problématiqu

Modélisation

graphes

Expérienc

Expérience 1

Courbes d

Proportion :

en fonction de la proportion initia

Expérience 2

Résultat

- On fixe K = 50;
- $\beta \in \{0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1\}$;
- $q \in \{\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}\}$;
- proportion initiale de 1% à 99%;

iviodelisatio

graphes

Expérience

Expérience 1

Courbes de

Proportion atteir en fonction de la proportion initial

Expérience Expérience

Resultat

Conclusion

• On fixe K = 50;

• $\beta \in \{0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1\}$;

• $q \in \{\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}\};$

proportion initiale de 1% à 99%;

ightarrow 100 expériences de propagation en choisissant les éléments initiaux au hasard et stocker la propagation à chaque étape de la simulation.

problematiqu

Modelisatio

graphes

Expérienc

Expérience 1

Courbes de propagation

Proportion attein en fonction de la proportion initiale Expérience 2

Résulta

Conclusio

• On fixe K = 50;

•
$$\beta \in \{0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1\}$$
;

•
$$q \in \{\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}\}$$
;

proportion initiale de 1% à 99%;

→ 100 expériences de propagation en choisissant les éléments initiaux au hasard et stocker la propagation à chaque étape de la simulation. But : pouvoir comparer les résultats des autres expériences, éventuellement fixer certains paramètres qui ont peu d'influence.

Rappel de la problématiqu

Modélisation

Génération o

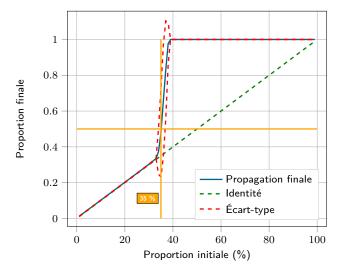
Expérience

Expérience Courbes de

Proportion atteinte en fonction de la proportion initiale Expérience 2

Expérien

Taille du graphe=500 Taille de l'échantillon=100 K=50, q=0.5, Beta =50%



Rappel de la

Modélisation

Génération

Expérience

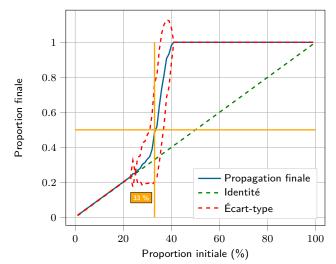
Expérience Courbes de

Proportion atteinte en fonction de la proportion initiale Expérience 2

Résulta

Conclusio

Taille du graphe=500 Taille de l'échantillon=100 K=50, q=0.5, Beta =0%



Rappel de la problématiqu

Modélisation

Génération

Evpérience

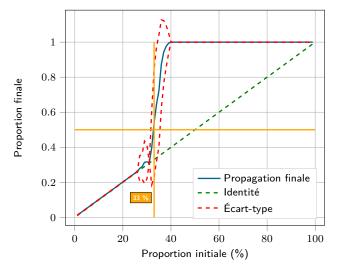
Expérience

Proportion atteinte en fonction de la proportion initiale Expérience 2

Experient

Conclusio

Taille du graphe=500 Taille de l'échantillon=100 K=50, q=0.5, Beta =25%



Rappel de la problématique

Modélisation

Génération (

Evpérience

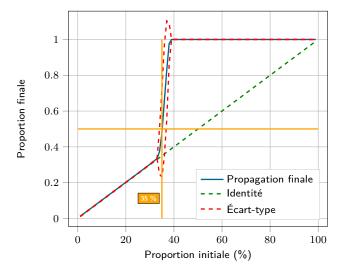
Expérience Courbes de

Proportion atteinte en fonction de la proportion initiale

Expérienc

Conclusio

Taille du graphe=500 Taille de l'échantillon=100 K=50, q=0.5, Beta =50%



Rappel de la problématique

Modélisation

Génération graphes

Evpáriones

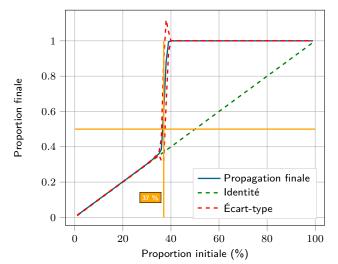
Expérience Courbes de

Proportion atteinte en fonction de la proportion initiale Expérience 2

. D. 1.

Conclusio

Taille du graphe=500 Taille de l'échantillon=100 K=50, q=0.5, Beta =75%



Rappel de la problématique

Modélisation

Génération graphes

Evpáriones

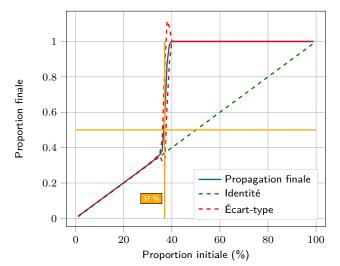
Expérience Courbes de

Proportion atteinte en fonction de la proportion initiale Expérience 2

Résulta

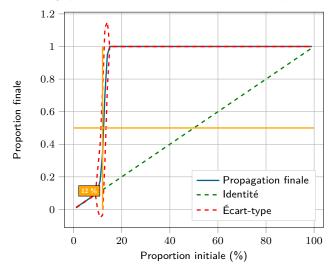
Conclusio

Taille du graphe=500 Taille de l'échantillon=100 K=50, q=0.5, Beta =100%



Proportion atteinte en fonction de la proportion initiale

Taille du graphe=500 Taille de l'échantillon=100 K=50, q=0.25, Beta =50%



Hugo I FVY-FALI

Rappel de la problématiqu

Modélisation

Génération o

Evpérience

Expérience Courbes de

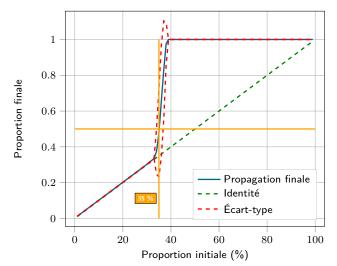
Proportion atteinte en fonction de la proportion initiale

Expérience Expérience

Resulta

Conclusion

Taille du graphe=500 Taille de l'échantillon=100 K=50, q=0.5, Beta =50%



Rappel de la problématiqu

Modélisation

Génération graphes

Expérience

Expérience : Courbes de

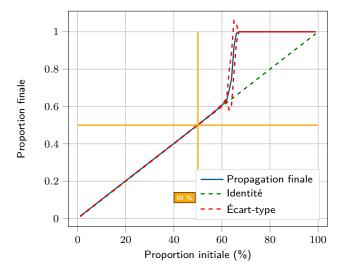
Proportion atteinte en fonction de la proportion initiale

Expérience Expérience

Resulta

Conclusion

Taille du graphe=500 Taille de l'échantillon=100 K=50, q=0.75, Beta =50%



problématiqu

Modélisatio

Génération de graphes

Expérience

Expérience 1
Courbes de propagation
Proportion atteint en fonction de la proportion initiale
Expérience 2

Expérience Expérience

Résultat

- On fixe K = 50;
- $\beta \in \{0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1\}$;
- $q \in \{\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}\};$
- proportion initiale de 1% à 99%;
- ightarrow 100 expériences de propagation en choisissant les éléments initiaux possédant les plus grands degrés et stocker la propagation à chaque étape de la simulation.

Rappel de la problématique

Modélisation

Génération

Expérience

Courbes de propagation Proportion as

Proportion attein en fonction de la proportion initiale

Expérience 2

Expérience

C = = = |...=! =

- Le résultat pour $\beta=0$ est inexploitable ;

Rappel de la problématique

Modélisation

Génération d

Expérienc

Courbes de propagation

Proportion atteinte en fonction de la

Expérience 2

Expérience

C = = = |...=! =

- Le résultat pour $\beta=0$ est inexploitable ;
- On retrouve les mêmes effets qualitatifs de β et q.

problematiqu

Modelisation

graphes

Expérience

Expérience 1
Courbes de propagation
Proportion atteint en fonction de la proportion initiale

Expérience 3

Résulta

• On fixe K = 50;

•
$$\beta \in \{0, \frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1\}$$
;

•
$$q \in \{\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{4}\};$$

proportion initiale de 1% à 99%;

 $\rightarrow 100$ expériences de propagation en choisissant les éléments initiaux possédant possédant les plus grandes centralités (proportion de plus courts chemins passants par un nœud, algorithme de Ulrik Brandes) et stocker la propagation à chaque étape de la simulation.

problématiqu

Modélisation

Génération

Evpérience

Expérience 1
Courbes de propagation
Proportion atten fonction de

en fonction de proportion init

Expérience 3

Conclusion

- Le résultat pour $\beta=0$ est inexploitable ;

Rappel de la problématiqu

Modélisatio

Génération d

Expérience

Expérience Courbes de

Proportion atteint en fonction de la proportion initiale

Expérience 3

Experience

C = = = |...=! =

- Le résultat pour $\beta=0$ est inexploitable ;
- On retrouve les mêmes effets qualitatifs de q.

Modélisation

Génération de

Expérience

Résultats Comparaison

Conséquences

Conclusion

Plan

- 1 Rappel de la problématique
- 2 Modélisation
- 3 Génération de graphes
- 4 Expériences
- 5 Résultats
- 6 Conclusion

Rappel de la problématique

Modélisation

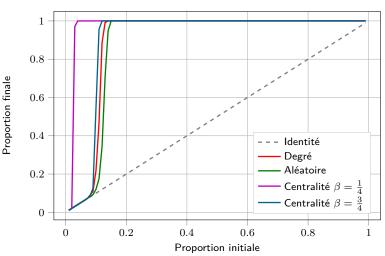
Génération de

Expérience

D/ II.

Comparaison

Taille du graphe :500 Échantillon :100 K=50, $q=\frac{1}{4}$



Rappel de la problématique

Modélisation

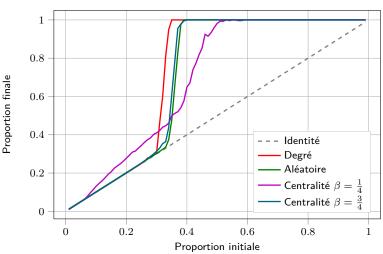
Génération d

Expérience

Résultats

Conséquences

Taille du graphe :500 Échantillon :100 K=50, $q=\frac{1}{2}$



Rappel de la problématique

Modélisation

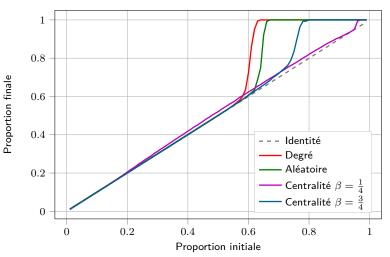
Génération d

Expérience

Résultats Comparaison

Conséquen

Taille du graphe :500 Échantillon :100 K=50, q= $\frac{3}{4}$



Rappel de la problématiqu

Modélisation

Génération graphes

Expérience

Résult

Comparaiso

Conséquences

Conclusio

On peut choisir les éléments initialement propagateurs en connaissant q.

Pour
$$\beta = \frac{1}{4}$$
,

problématiqu

Modélisation

Génération de

Expérience

Experienc

Resulta

Conséquences

Camaluatan

On peut choisir les éléments initialement propagateurs en connaissant *q*.

Pour
$$\beta = \frac{1}{4}$$
,

• Si $q \ge \frac{1}{2} \to \approx q$ des éléments de plus haut degré;

problématiqu

Modélisation

Génération d graphes

Expérience

resultai

Comparaison

Conséquences

Conclusion

On peut choisir les éléments initialement propagateurs en connaissant q.

Pour
$$\beta = \frac{1}{4}$$
,

- Si $q \ge \frac{1}{2} \to \approx q$ des éléments de plus haut degré;
- Si $q \leq \frac{1}{4} \to \approx 5\%$ des éléments de plus haut degré;

problématiqu

Modélisation

Génération de

Expérience

Résultat

Comparaiso

Conséquences

Conclusio

On peut choisir les éléments initialement propagateurs en connaissant *a.*

Pour $\beta = \frac{1}{4}$,

- Si $q \ge \frac{1}{2} \to \approx q$ des éléments de plus haut degré;
- Si $q \leq \frac{1}{4} \rightarrow \approx 5\%$ des éléments de plus haut degré;
- Une étude plus quantitative serait nécessaire pour $\frac{1}{4} < q < \frac{1}{2}$.

Modélisation

graphics

Lxperience

Résultat

Conclusion

Plan

- 1 Rappel de la problématique
- 2 Modélisation
- 3 Génération de graphes
- 4 Expériences
- 5 Résultats
- 6 Conclusion

problématiqu

Modélisatio

graphes

Expérience

Conclusion

• On a un premier critère de choix des éléments initiaux

problèmatiqu

Modélisation

graphes

Experience

- On a un premier critère de choix des éléments initiaux
 - Nécessite d'être affiné

problématiqu

Modélisatio

graphes

Experience

Résultat

- On a un premier critère de choix des éléments initiaux
 - Nécessite d'être affiné
 - Problème : longueur des calculs

problématiqu

Modélisatio

Experience

Résultat:

- On a un premier critère de choix des éléments initiaux
 - Nécessite d'être affiné
 - Problème : longueur des calculs
- Est-ce le meilleur critère? (vérification difficile à cause de la longueur des calculs)

problematiqu

Modelisatioi

_ ..

- On a un premier critère de choix des éléments initiaux
 - Nécessite d'être affiné
 - Problème : longueur des calculs
- Est-ce le meilleur critère? (vérification difficile à cause de la longueur des calculs)
- Certains choix de modélisation sont discutables (Non "retour en arrière" de la rumeur)

problematiqu

Modélisation

F. ... (........

- On a un premier critère de choix des éléments initiaux
 - Nécessite d'être affiné
 - Problème : longueur des calculs
- Est-ce le meilleur critère? (vérification difficile à cause de la longueur des calculs)
- Certains choix de modélisation sont discutables (Non "retour en arrière" de la rumeur)
- La méthode de génération des graphes est également problématique : degré des nœuds, choix de β ?

Démonstration Les clusters sont les seuls obstacles aux rumeurs

Algorithme d Watts-Strogatz

Plan

- 7 Démonstration : Les clusters sont les seuls obstacles aux rumeurs
- 8 Algorithme de Watts-Strogatz

Démonstration Les clusters sont les seuls obstacles aux rumeurs

Algorithme d Watts-Strogatz

Démonstration : Les clusters sont les seuls obstacles aux rumeurs

On pose n = |V|, q la note de la rumeur. S'il existe un p-cluster C avec p > q, alors tout nœud de C possède au moins une proportion p de voisins non informés. Ceci valant pour tous les nœuds de C, aucun nœud de C ne sera informé au bout de n étapes.

Algorithme d Watts-

Démonstration : Les clusters sont les seuls obstacles aux rumeurs

On pose n=|V|, q la note de la rumeur. S'il existe un nœud i tel qu'au bout de n étapes i ne soit pas dans l'état informé, alors la proportion p de voisins de i dans l'état informé vérifie $p \le q$ ou encore $(1-p) > q \le 0$. Il existe donc des voisins de i vérifiant cette propriété, on a un z-cluster avec z > q.

Propagation de rumeurs dans un réseau social

Hugo LEVY-FAL

Démonstratio Les clusters sont les seuls obstacles aux rumeurs

Algorithme de Watts-Strogatz

Plan

- 7 Démonstration : Les clusters sont les seuls obstacles aux rumeurs
- 8 Algorithme de Watts-Strogatz

Démonstratio Les clusters sont les seuls obstacles aux rumeurs

Algorithme de Watts-Strogatz

```
Données: N \in \mathbb{N}, K \in [1, \lfloor \frac{N}{2} \rfloor] (N \gg K \gg \ln N), \beta \in [0, 1]
Résultat: Matrice d'adjacence d'un graphe aléatoire.
M \leftarrow \text{ matrice avec pour } i \in [0, N-1], j \in [1, K],
  M_{i,i+j[N]} = M_{i,i-j[N]} = \text{Vrai}, \text{ Faux pour les autres};
pour i \in [0, N-1] faire
      pour j \in [1, K] faire
            r \leftarrow \text{Nombre al\'eatoire sur } [0, 1];
            si r < \beta alors
                 M_{i,i+j[N]} \leftarrow \mathsf{Faux};
    M_{i+j[N],i} \leftarrow \mathsf{Fal}
Choisir au has
M_{i,k} \leftarrow \mathsf{Vrai};
M_{k,i} \leftarrow \mathsf{Vrai};
                 M_{i+i[M],i} \leftarrow \mathsf{Faux};
                 Choisir au hasard k tel que M_{i,k} = Faux;
            fin
      fin
fin
retourner M
```