TIPE : Propagation de rumeurs dans un réseau social

Hugo LEVY-FALK

2016 - 2017

Plan

Rappel de la problématique

Comment propager une rumeur le plus rapidement possible à un maximum de nœuds d'un réseau social ?

Plan

Modélisation

On modélise un réseau social par un graphe.

Modélisation

On modélise un réseau social par un graphe.

- Personne $\rightarrow$ Nœud

Modélisation

On modélise un réseau social par un graphe.

- Personne $\rightarrow$ Nœud
- Lien social $\rightarrow$ Arrête

Modélisation

On modélise un réseau social par un graphe.

- Personne $\rightarrow$ Nœud
- Lien social $\rightarrow$ Arrête

On ne prend pas en compte la "qualité" de la relation.

Caractéristiques des réseaux simulés

Caractéristiques des réseaux simulés

- Stanley Milgram : Six degrés de séparation (Facebook 4.57)

Caractéristiques des réseaux simulés

- Stanley Milgram : Six degrés de séparation (Facebook 4.57)
- Algorithme de Watts-Strogatz

Jeu de coordination

Jeu de coordination

- Chaque nœud maximise son gain.

Jeu de coordination

- Chaque nœud maximise son gain.
- Un voisin dans l'état "informé" $\rightarrow$ gain a
- Un voisin dans l'état "non-informé" $\rightarrow$ gain b

Jeu de coordination

- Chaque nœud maximise son gain.
- Un voisin dans l'état "informé" $\rightarrow$ gain a
- Un voisin dans l'état "non-informé" $\rightarrow$ gain b

Si on note p la proportion de voisins informés, le nœud maximise son gain en passant à l'état informé si et seulement si $p \times a > (1 - p) \times b$, ou encore

$$p > \frac{b}{a + b}$$

Jeu de coordination

- Chaque nœud maximise son gain.
- Un voisin dans l'état "informé" $\rightarrow$ gain a
- Un voisin dans l'état "non-informé" $\rightarrow$ gain b

Si on note p la proportion de voisins informés, le nœud maximise son gain en passant à l'état informé si et seulement si $p \times a > (1-p) \times b$, ou encore

$$p > \frac{b}{a+b}$$

$\rightarrow$ On caractérise une rumeur par $q = \frac{b}{a+b}$.

Jeu de coordination

$\rightarrow$ On caractérise une rumeur par $q = \frac{b}{a+b}$.

Remarques

Soit un graphe $G = (V, E)$ avec V un ensemble de nœuds et $E \subset V^2$.

- Pas de propagation si $q < 1$;

Jeu de coordination

$\rightarrow$ On caractérise une rumeur par $q = \frac{b}{a+b}$.

Remarques

Soit un graphe $G = (V, E)$ avec V un ensemble de nœuds et $E \subset V^2$.

- Pas de propagation si $q < 1$;
- Si l'on pose $(V_k)_{k \in \mathbb{N}}$ une suite des nœuds dans l'état "informé" à l'étape k, s'il existe $n \in \mathbb{N}$ tel que $V_n = V_{n+1}$ alors la suite est stationnaire à partir du rang n ;

Jeu de coordination

→ On caractérise une rumeur par $q = \frac{b}{a+b}$.

Remarques

Soit un graphe $G = (V, E)$ avec V un ensemble de nœuds et $E \subset V^2$.

- Pas de propagation si $q < 1$;
- Si l'on pose $(V_k)_{k\in\mathbb{N}}$ une suite des nœuds dans l'état "informé" à l'étape k, s'il existe $n \in \mathbb{N}$ tel que $V_n = V_{n+1}$ alors la suite est stationnaire à partir du rang n ;
- La suite étant par ailleurs croissante pour l'inclusion et majorée, la suite converge et on finit une simulation en au plus $|V|$ étapes.

Cluster

Définition : p-cluster

Soit un graphe $G = (V, E)$ avec V un ensemble de nœuds et $E \subset V^2$. On appelle p-cluster tout sous-ensemble $C \subset V$ tel que pour tout $i \in C$ il existe un p-uplet $(v_k)_{k \in [\![1,p]\!]} \in C^p$ deux à deux distincts et tel que pour tout $k \in [\![1, p]\!]$, i et v_k soient voisins.

Remarque

Si le graphe est connexe (cas des graphes étudiés), l'ensemble forme un 1-cluster.

Les clusters sont les seuls obstacles aux rumeurs

Théorème

Les clusters sont les seuls obstacles aux rumeurs.

On pose $n = |V|$, q la note de la rumeur.

Les clusters sont les seuls obstacles aux rumeurs

Théorème

Les clusters sont les seuls obstacles aux rumeurs.

On pose $n = |V|$, q la note de la rumeur. S'il existe un p-cluster C avec $p > q$, alors tout nœud de C possède au moins une proportion p de voisins non informés. Ceci valant pour tous les nœuds de C, aucun nœud de C ne sera informé au bout de n étapes.

Les clusters sont les seuls obstacles aux rumeurs

Théorème

Les clusters sont les seuls obstacles aux rumeurs.

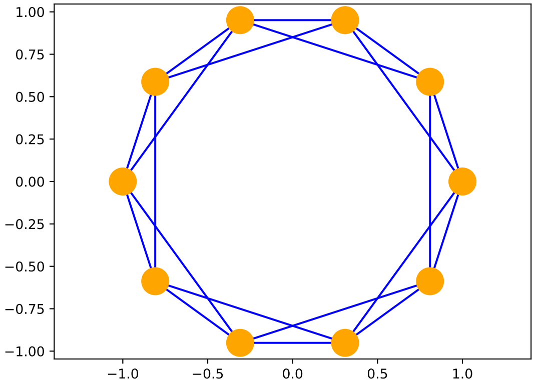
On pose $n = |V|$, q la note de la rumeur. S'il existe un nœud i tel qu'au bout de n étapes i ne soit pas dans l'état informé, alors la proportion p de voisins de i dans l'état informé vérifie $p \leq q$ ou encore $(1 - p) > q \leq 0$. Il existe donc des voisins de i vérifiant cette propriété, on a un z-cluster avec $z > q$.

Plan

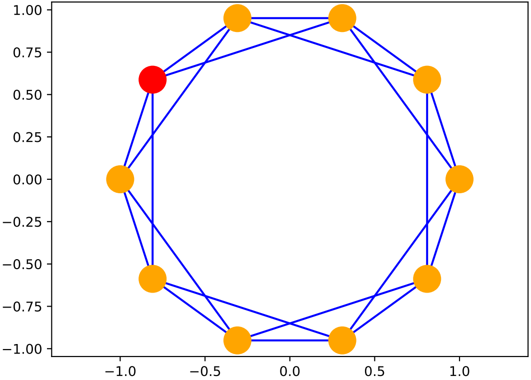
Algorithme de Watts-Strogatz

Données : $N \in \mathbb{N}, K \in [\![1, \lfloor \frac{N}{2} \rfloor]\!] (N \gg K \gg \ln N), \beta \in [0, 1]$
Résultat : Matrice d'adjacence d'un graphe aléatoire.
$M \leftarrow$ matrice avec pour $i \in [\![0, N-1]\!]$, $j \in [\![1, K]\!]$,
$M_{i,i+j[N]} = M_{i,i-j[N]} =$ Vrai, Faux pour les autres ;
pour $i \in [\![0, N-1]\!]$ **faire**
    pour $j \in [\![1, K]\!]$ **faire**
        $r \leftarrow$ Nombre aléatoire sur $[0, 1]$;
        si $r < \beta$ **alors**
            $M_{i,i+j[N]} \leftarrow$ Faux ;
            $M_{i+j[N],i} \leftarrow$ Faux ;
            Choisir au hasard k tel que $M_{i,k} =$ Faux ;
            $M_{i,k} \leftarrow$ Vrai ;
            $M_{k,i} \leftarrow$ Vrai ;
        fin
    fin
fin
retourner M

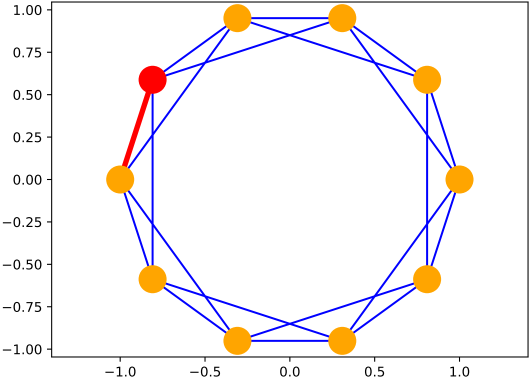
Algorithme de Watts-Strogatz



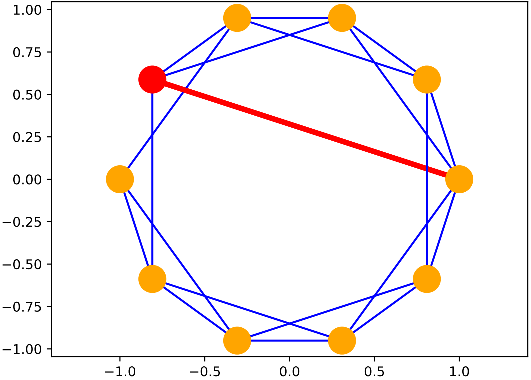
Algorithme de Watts-Strogatz



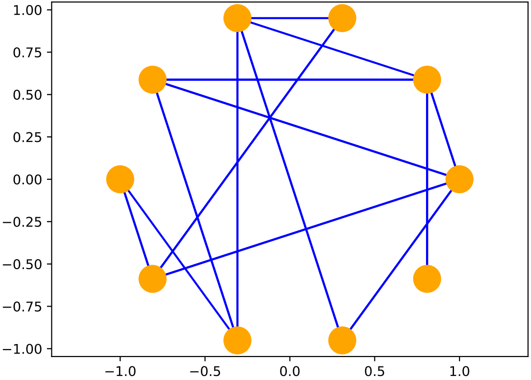
Algorithme de Watts-Strogatz



Algorithme de Watts-Strogatz



Algorithme de Watts-Strogatz



Réseaux simulés

- 500 nœuds ;

Réseaux simulés

- 500 nœuds ;
- Au plus 500 étapes de simulation ;

Réseaux simulés

- 500 nœuds ;
- Au plus 500 étapes de simulation ;
- On lance la simulation 100 fois ;

Réseaux simulés

- 500 nœuds ;
- Au plus 500 étapes de simulation ;
- On lance la simulation 100 fois ;
- 3 paramètres à examiner (β, q, proportion initiale d'informés)

Réseaux simulés

- 500 nœuds ;
- Au plus 500 étapes de simulation ;
- On lance la simulation 100 fois ;
- 3 paramètres à examiner (β, q, proportion initiale d'informés)

$\rightarrow$ Stockage des résultats dans une base de donnée des résultats des calculs afin de pouvoir interrompre l'expérience à tout instant.

Plan

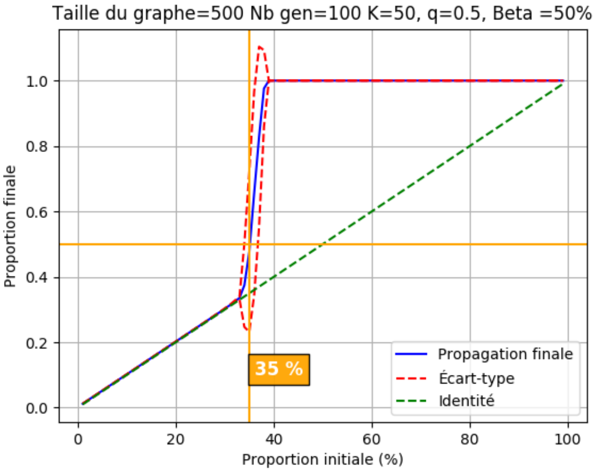
Protocole expérimental

On fixe $K = 50$. Pour $\beta \in \{0, 0.25, 0.5, 1\}$, pour une proportion initiale de 1% à 99% faire 100 expériences de propagation en choisissant les éléments initiaux au hasard et stocker la propagation à chaque étape de la simulation.

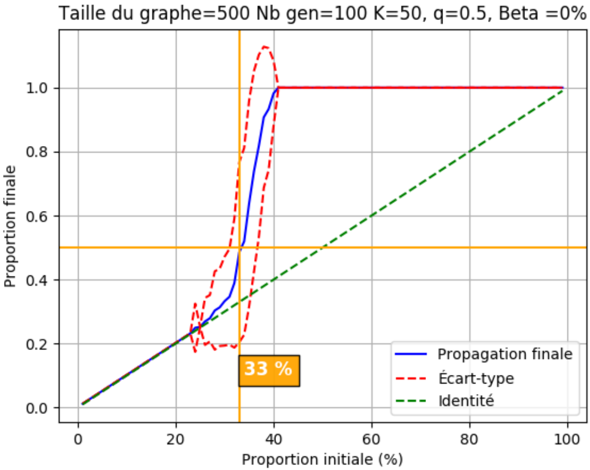
Protocole expérimental

On fixe $K = 50$. Pour $\beta \in \{0, 0.25, 0.5, 1\}$, pour une proportion initiale de 1% à 99% faire 100 expériences de propagation en choisissant les éléments initiaux au hasard et stocker la propagation à chaque étape de la simulation.
But : pouvoir comparer les résultats des autres expériences, éventuellement fixer certains paramètres qui ont peu d'influence.

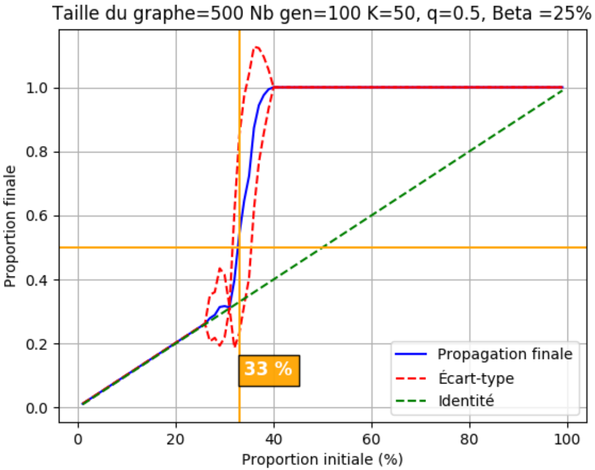
Courbe type


Taille du graphe=500 Nb gen=100 K=50, q=0.5, Beta =50%
Proportion finale
Proportion initiale (%)
35 %
Propagation finale
Écart-type
Identité
0.0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.0
0
20
40
60
80
100

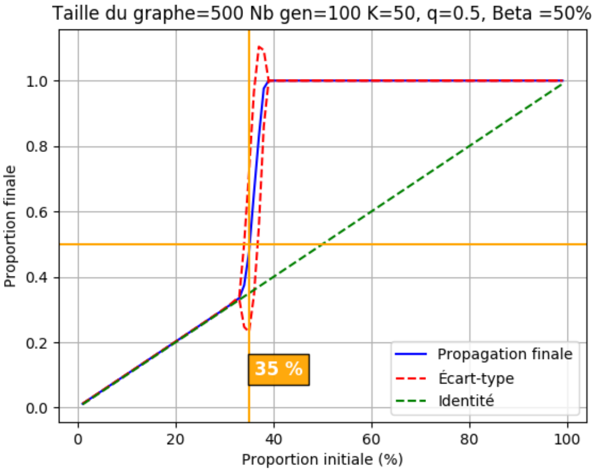
Faible influence du paramètre β



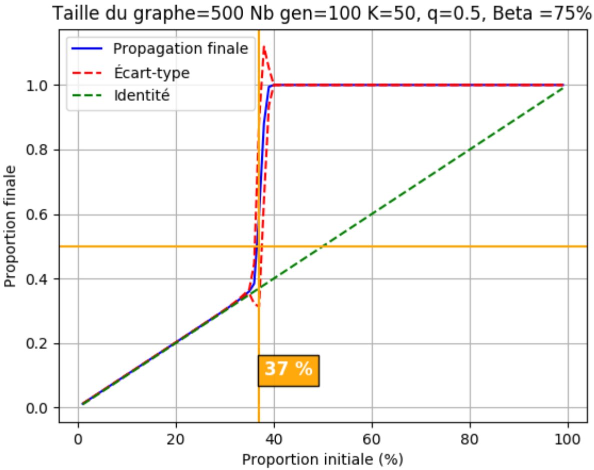
Faible influence du paramètre β



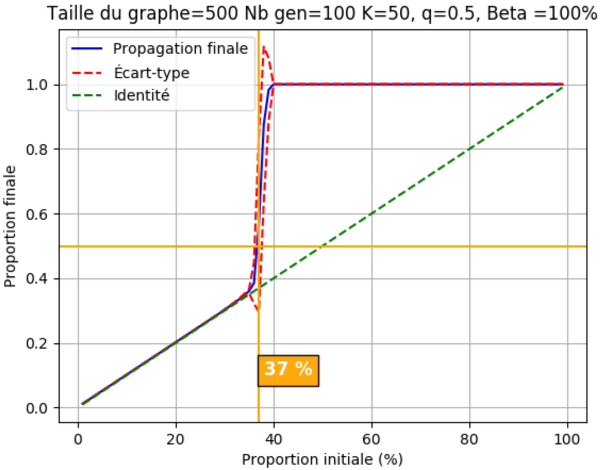
Faible influence du paramètre β



Faible influence du paramètre β



Faible influence du paramètre β



Influence de q