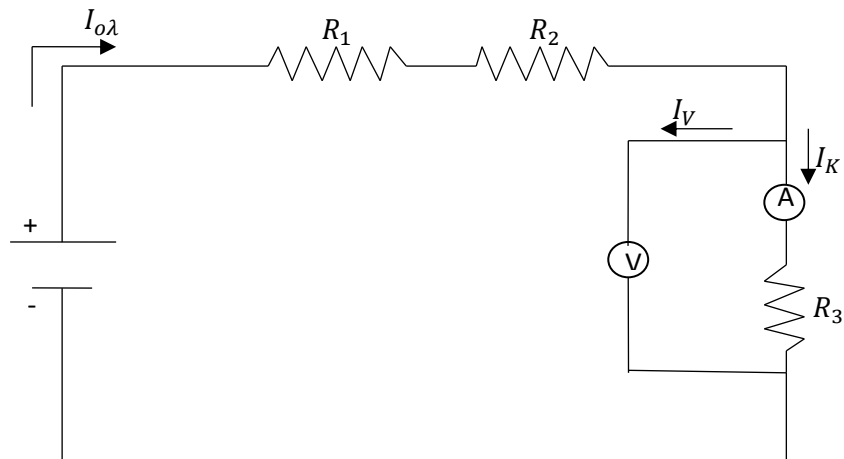


# Εργαστηριακές Ασκήσεις Γενικής Φυσικής

## Εργασία 7 - Ηλεκτρικά



## Εισαγωγή

Η εργασία αυτή αφορά 4 πειράματα με ηλεκτρικά κυκλώματα που διεξήχθησαν σε εργαστήριο της σχολής θετικών επιστημών του ΑΠΘ στο μάθημα εργαστηριακές ασκήσεις φυσικής. Για την συνδεσμολογία των κυκλωμάτων χρησιμοποιήθηκαν, καταρχάς απλά καλώδια συνδεσμολογίας, ένα αμπερόμετρο και ένα βολτόμετρο τα οποία έδειχναν της τιμές τους μέσω ενός δείκτη και όχι ψηφιακά ενώ για αντιστάτες πέρα από τους απλούς χρησιμοποιήθηκε ένας μεταβλητός αντιστάτης και ένα κιβώτιο αντιστάσεων.

Τι είναι όμως ένας μεταβλητός αντιστάτης;

Μεταβλητός αντιστάτης είναι ένας αντιστάτης του οποίου την αντίσταση μπορούμε να μεταβάλουμε μετακινώντας έναν δρομέα στο πάνω μέρος του (ή περιστρέφοντας ένα κουμπί) . Τον συνδέουμε κατάλληλα σε ένα κύκλωμα για να ρυθμίσουμε την ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος που διαρρέει μια συσκευή ή την ηλεκτρική τάση που εφαρμόζεται στα άκρα μιας συσκευής. Στην πρώτη περίπτωση ονομάζεται ροοστάτης και στη δεύτερη ποτενσιόμετρο.

Για την μαθηματική μελέτη των πειραμάτων αυτών θα χρειαστούμε την θεωρία σφαλμάτων και την θεωρία ελάχιστων τετραγώνων.

Σύμφωνα με την θεωρία σφαλμάτων ως  $x$  ορίζουμε οποιαδήποτε τιμή μετράμε στο πείραμα μας, εάν δεν υπήρχαν οι παράγοντες που επηρεάζουν την επαναληψιμότητα των μετρήσεων η τιμή αυτή θα έπαιρνε την μορφή  $X$ . Λόγω των παραγόντων αυτών συμπεραίνουμε ότι θα υπάρχει κάποιο σφάλμα  $\varepsilon$  στις μετρήσεις μας, το σφάλμα αυτό ορίζετε ως :  $x - X = \varepsilon$  (1) , ακόμη ορίζουμε και το τυπικό σφάλμα  $\sigma$  των μετρήσεων μας όπου :

$$\sigma = \sqrt{(\varepsilon^2)} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2} \quad (1.1), \text{ όπου } n \text{ οι συνολικές μετρήσεις.}$$

$$\text{Παίρνοντας τον μέσο όρο δέγματος : } \bar{x} = \frac{1}{n} (x_1 + x_2 + \dots + x_n) \quad (1.2)$$

το σφάλμα του μέσου ορού θα ορίζετε ως εξής  $E = \bar{x} - X$  (2.3) ενώ η τυπική απόκλιση στο μέσο όρο θα ορίζετε ως :

$$\sigma_m = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E_i^2} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (1.3).$$

Τέλος ορίζουμε και την απόκλιση  $d$  των μετρήσεων μας όπου :

$$d_i = x_i - \bar{x} \quad (1.4).$$

Σύμφωνα με την θεωρία ελαχίστων τετραγώνων σχεδιάζοντας μια οποιαδήποτε γραφική παράσταση  $(y_i - x_i)$  χρησιμοποιώντας τα πειραματικά δεδομένα ενός πειράματος μας, μπορούμε σύμφωνα με την θεωρία να βρούμε την ευθεία ελάχιστων τετραγώνων  $x = \alpha \cdot t + \beta$  (1.5) της γραφικής παράστασης ως εξής : Καταρχάς θεωρούμε ως  $\delta_i$  της αποκλίσεις τον σημείων από την ευθεία αυτή σύμφωνα με την θεωρία , η

ζητούμενη ευθεία είναι εκείνη για την οποία το άθροισμα  $S$  των τετραγώνων των αποκλίσεων  $S = \sum \delta_i^2 = \sum [y_i - (a \cdot x_i + \beta)]^2$  γίνεται ελάχιστο. Βρίσκοντας τα ελάχιστα της συνάρτησης αυτής και λύνοντας ως προς  $a$  και  $\beta$  προκύπτει ότι :

$$\alpha = \frac{n \cdot \sum (x_i \cdot y_i) - (\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{n \cdot (\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2} \quad (1.6) \quad \text{και} \quad \beta = \frac{\sum x_i^2 \cdot \sum (y_i) - (\sum x_i) \cdot (\sum (x_i \cdot y_i))}{n \cdot (\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2} \quad (1.7)$$

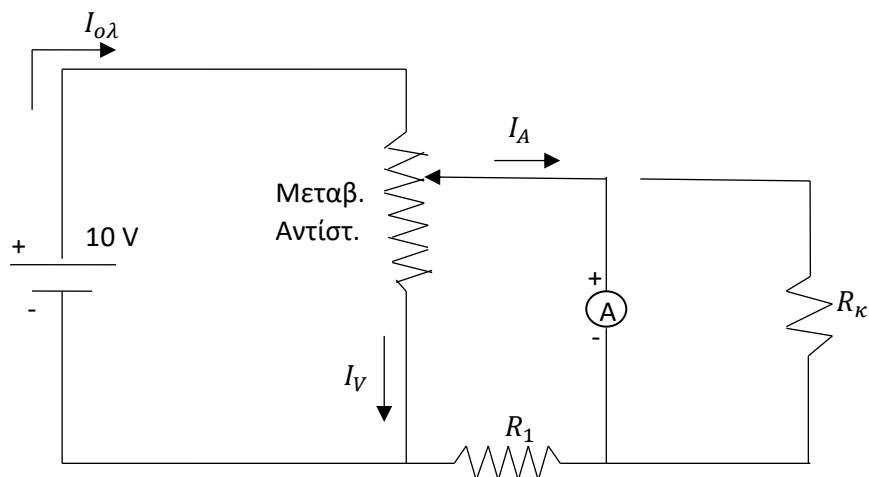
Επειδή όμως υπάρχει αβεβαιότητα στον προσδιορισμό της ευθείας λόγο αβεβαιότητας στα πειραματικά μας δεδομένα αυτό σημαίνει και την ύπαρξη τυπικής απόκλισης στην τιμή των συντελεστών  $a$  και  $\beta$ , η οποία δίνεται από τους παρακάτω τύπους :

$$\sigma_a = s_y \cdot \sqrt{\frac{n}{n \cdot (\sum t_i^2) - (\sum t_i)^2}} \quad (1.8) \quad \sigma_\beta = s_y \cdot \sqrt{\frac{(\sum t_i^2)}{n \cdot (\sum t_i^2) - (\sum t_i)^2}} \quad (1.9)$$

$$\text{Όπου} \quad s_y = \sqrt{\frac{\sum \delta_i^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{\sum [x_i - (a t_i + \beta)]^2}{n-2}} \quad (2)$$

### Πείραμα 1<sup>ο</sup>

Σκοπός του 1<sup>ου</sup> πειράματος είναι να βρούμε την τιμή της εσωτερικής αντίστασης του αμπερομέτρου. Γνωρίζουμε ότι τα αμπερόμετρα καταρχάς συνδέονται πάντα σε σειρά στον κλάδο του κυκλώματος στον οποίο θέλουμε να μετρήσουμε την ένταση του ρεύματος και ότι έχουν πολύ μικρή εσωτερική αντίσταση σε σχέση με την αντίσταση του κυκλώματος. Για να βρούμε λοιπόν την τιμή της εσωτερικής αντίστασης του αμπερομέτρου θα πρέπει να κατασκευάσουμε πρώτα το κύκλωμα του σχήματος 1.



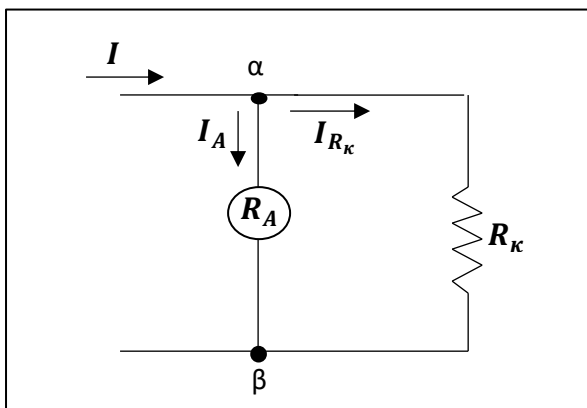
Σχήμα 1

Στο κύκλωμα αυτό συνδέουμε καταρχάς μια πηγή ηλεκτρικού ρεύματος 10 V μέσω καλωδίων με μια μεταβλητή αντίσταση των  $110\ \Omega - 2.5\ \text{A}$ , το άκρο του δρομέα της μεταβλητής αντίστασης αυτής το συνδέουμε με ένα αμπερόμετρο και με μια απλή αντίσταση  $R_1 = 3.9\ \text{k}\Omega$  όπως στο σχήμα. Το ένα άκρο του κιβωτίου αντιστάσεων  $R_K$  δεν το συνδέουμε ακόμη με το κύκλωμα. Σε αυτήν την διάταξη λοιπόν πάμε και μετακινούμε τον δρομέα της μεταβλητής αντίστασης έως ότου η ένδειξη του αμπερομέτρου να δείχνει 1 mA. Έπειτα συνδέουμε το κιβώτιο αντιστάσεων  $R_K$  με το κύκλωμα και προσπαθούμε να επιλέξουμε τέτοια αντίσταση ώστε η τιμή του αμπερομέτρου να πέσει στην μισή τιμή (0.5 mA). Εκτελούμε την διαδικασία αυτή άλλες 5 φορές μετακινώντας τον δρομέα ώστε το αμπερόμετρο να δείχνει διαφορετικές τιμές κάθε φορά και προσπαθούμε να δώσουμε τέτοια τιμή αντίστασης στο κιβώτιο ώστε η τιμή του αμπερομέτρου να γίνει η μισή και καταγράφουμε όλα αυτά τα δεδομένα στον πίνακα 1.

Αρχική ένδειξη (σε mA)	Τελική ένδειξη (σε mA)	$R_K$ (σε $\Omega$ )
1	0,5	189
0,8	0,4	200
0,7	0,35	191
0,6	0,3	210
0,5	0,25	180
0,4	0,2	209

Πίνακας 1

Με αυτόν τον τρόπο καταφέρνουμε η τιμή της αντίστασης του κιβωτίου  $R_K$  να ισούται με την εσωτερική αντίσταση του αμπερομέτρου διότι ισχύουν τα εξής :



Μεταξύ των ακροδεκτών α και β θεωρούμε ότι διατηρείται η ίδια τάση, δηλαδή  $V_\alpha = V_\beta$ . Σύμφωνα με τον νόμο του Ohm ( $V = I \cdot R$ ) οπότε θα ισχύει ότι  $R_A \cdot I_A = R_K \cdot I_{R_K}$ . Επειδή η νέα ένδειξη του αμπερομέτρου είναι το μισό της προηγούμενης το εισερχόμενο στο σημείο α ρεύμα  $I$  διακλαδίζεται σε δυο ίσα ρεύματα  $I_A = I_{R_K}$  και επομένως  $R_A = R_K$ .

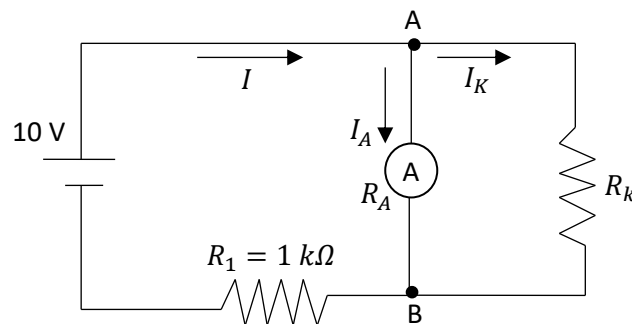
Πρέπει να σημειωθεί ότι καταρχάς οι ενδείξεις του αμπερομέτρου όπως ειπώθηκε και στην αρχή δεν εμφανίζονται ψηφιακά αλλά μέσω ενός δείκτη, δηλαδή πρέπει εμείς να δούμε προσεκτικά την ένδειξη αυτή και να αποφασίσουμε προσεγγίστηκα σε πια τιμή δείχνει. Αυτό όπως εύκολα διαπιστώνει κανείς προσδίδει κάποιο σφάλμα στις μετρήσεις αυτές που τελικά καταλήγουν και στην τιμή της αντίστασης  $R_K$ . Το σφάλμα αυτό παίρνοντας υπόψιν την απόσταση των υποδιαίρέσεων των τιμών που εμφανίζονται πίσω από τον δείκτη στο αμπερόμετρο μπορούμε να πούμε ότι θα ισούται προσεγγιστικά με  $\epsilon = 0,03$ . Δηλαδή για κάθε τιμή του  $R_K$  που εμφανίζεται στον πίνακα 1 ισχύει ότι θα ισούται με  $R_K \pm 0,03$ .

Βρίσκοντας τον μέσο όρο των τιμών αυτών μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η εσωτερική αντίσταση του αμπερομέτρου που προσδιορίζουμε μέσω του πειράματος αυτού θα ισούται με :

$$\overline{R_k} = \frac{189 + 200 + 191 + 210 + 180 + 209}{6} = 196,5 \pm 0,03 \Rightarrow \overline{R_k} = 196,5 \pm 0,03$$

## Πείραμα 2°

Στόχος του δευτέρου πειράματος είναι μέσω μιας συγκεκριμένης διάταξης ενός κυκλώματος να επεκτείνουμε την περιοχή μετρήσεων του αμπερομέτρου. Θεωρήστε για παράδειγμα ότι σε ένα κύκλωμα που μελετάτε θέλετε να μετρήσετε την ένταση του ρεύματος σε έναν κλάδο του κυκλώματος, όμως το αμπερόμετρο που διαθέτετε δεν εμπεριέχει την τιμή της έντασης αυτής στην κλίμακα του, για παράδειγμα η τιμή της έντασης είναι πολύ μεγαλύτερη από την περιοχή μετρήσεων του αμπερομέτρου σας. Μια καλή λύση στο πρόβλημα αυτό είναι να ακολουθήσετε την παρακάτω διαδικασία.



Σχήμα 2

Για να επεκτείνουμε λοιπόν την περιοχή μέτρησης του αμπερομέτρου πρέπει να συνδέσουμε μια αντίσταση παράλληλα με αυτό, όπως φαίνεται στο σχήμα 2. Με αυτόν τον τρόπο πετυχαίνουμε το εξής:

Θεωρήστε ότι θέλουμε να n-πλασιάσουμε την κλίμακα του αμπερομέτρου δηλαδή  $I = n \cdot I_o$ , πρέπει το  $I_A = I_o$  και  $I_k = (n - 1) \cdot I_o$  καθώς με αυτόν τον τρόπο απλά ισχύει ότι σύμφωνα με τον πρώτο κανόνα του Κίρχοφ

$$I = I_A + I_k \Rightarrow n \cdot I_o = I_o + (n - 1) \cdot I_o = I_o + n \cdot I_o - I_o = n \cdot I_o$$

Θεωρώντας τα παραπάνω μπορούμε να συμπεράνουμε και το εξής:

$$\text{Επειδή } V_A = V_B \Rightarrow R_k = \frac{R_A}{(n-1)}$$

Με απλά λογία στέλνουμε προς την αντίσταση  $R_k$  τα 9/10 του συνολικού ρεύματος  $I$  και το 1/10 πηγαίνει μέσω του αμπερομέτρου, έτσι η τιμή που θα δείχνει το αμπερόμετρο θα είναι μέσα στην περιοχή μέτρησης του και το μόνο που έχουμε να κάνουμε ώστε να βρούμε συνολικά το ρεύμα που διαπερνάει στον κλάδο αυτόν είναι να δεκαπλασιάσουμε την ένδειξη του αμπερομέτρου.

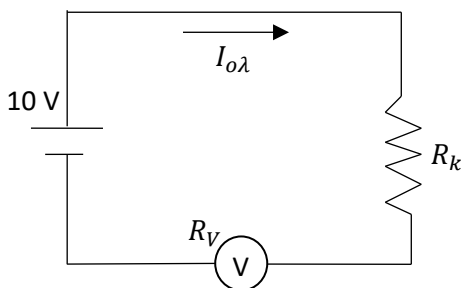
Στο κύκλωμα του σχήματος 2 χρησιμοποιήσαμε αντίσταση  $R_k$  με τιμή ίση με  $24 \Omega$  και η ένδειξη του αμπερομέτρου ήταν  $1 \text{ mA}$  την οποία και περιμέναμε αφού συνολικά στο κύκλωμα διέρχεται ρεύμα ίσο με

$$I = \frac{V}{R_1} = \frac{10}{1000} = 0.01 \text{ A} = 10 \text{ mA}$$

Δηλαδή πρέπει να δεκαπλασιάσουμε την τιμή αυτή ώστε να βρούμε το συνολικό ρεύμα που διαπερνά το κύκλωμα. Από την άλλη για την αντίσταση  $R_k$  είπαμε ότι ισούται με  $R_k = \frac{R_A}{(n-1)} = \frac{R_A}{(10-1)} = \frac{R_A}{9} \Rightarrow R_A = 9 \cdot R_k = 9 \cdot 24 = 216 \Omega$ , δηλαδή σε αυτό το πείραμα βγάλαμε ότι η εσωτερική αντίσταση του αμπερομέτρου είναι  $216 \Omega$  και όχι  $196,5 \Omega$  που βρήκαμε στο προηγούμενο πείραμα. Για αυτό κατά την γνώμη ευθύνεται ότι σε αυτό το πείραμα έγινε μόνο μια μέτρηση ενώ στο προηγούμενο είχαμε 6 από τις οποίες βρήκαμε τον μέσο όρο. Αν θεωρήσουμε δηλαδή ως πραγματική τιμή της εσωτερικής αντίστασης του αμπερομέτρου την τιμή  $196,5 \pm 0,03$  τότε το σφάλμα της εσωτερική αντίστασης σε αυτό το πείραμα είναι ίσο με  $\varepsilon = 196,5 \pm 0,03 - 216 = -19,5 \pm 0,03$ .

### Πείραμα 3°

Με το 3° πείραμα έχουμε ως στόχο να μετρήσουμε την εσωτερική αντίσταση του βολτομέτρου. Γνωρίζουμε καταρχάς ότι τα βολτόμετρα συνδέονται πάντα παράλληλα στον κλάδο του κυκλώματος του οποίου θέλουμε να μετρήσουμε την τάση και ότι έχουν μεγάλη εσωτερική αντίσταση σε σχέση με την μετρούμενη αντίσταση, ώστε ουσιαστικά να μην περνάει ρεύμα μέσα από το βολτόμετρο. Γιαν να μετρήσουμε λοιπόν την εσωτερική αυτή αντίσταση καταρχάς φτιάχνουμε το εξής κύκλωμα (Σχήμα 3).



Σχήμα 3

Συνδέουμε δηλαδή μια πηγή  $10 \text{ V}$  με ένα κιβώτιο αντιστάσεων  $R_k$  και ένα βολτόμετρο όπως φαίνεται στο σχήμα 3. Αρχικά πάμε και δίνουμε στο κιβώτιο αντιστάσεων την τιμή  $R_k = 100 \text{ k}\Omega$  και καταγράφουμε την τιμή που εμφανίζει το βολτόμετρο. Επαναλαμβάνουμε την καταγραφή αυτή άλλες 9 φορές αυξάνοντας την αντίσταση κάθε φορά κατά  $10 \text{ k}\Omega$  και σημειώνουμε τελικά όλα τα πειραματικά δεδομένα στον πίνακα 2.

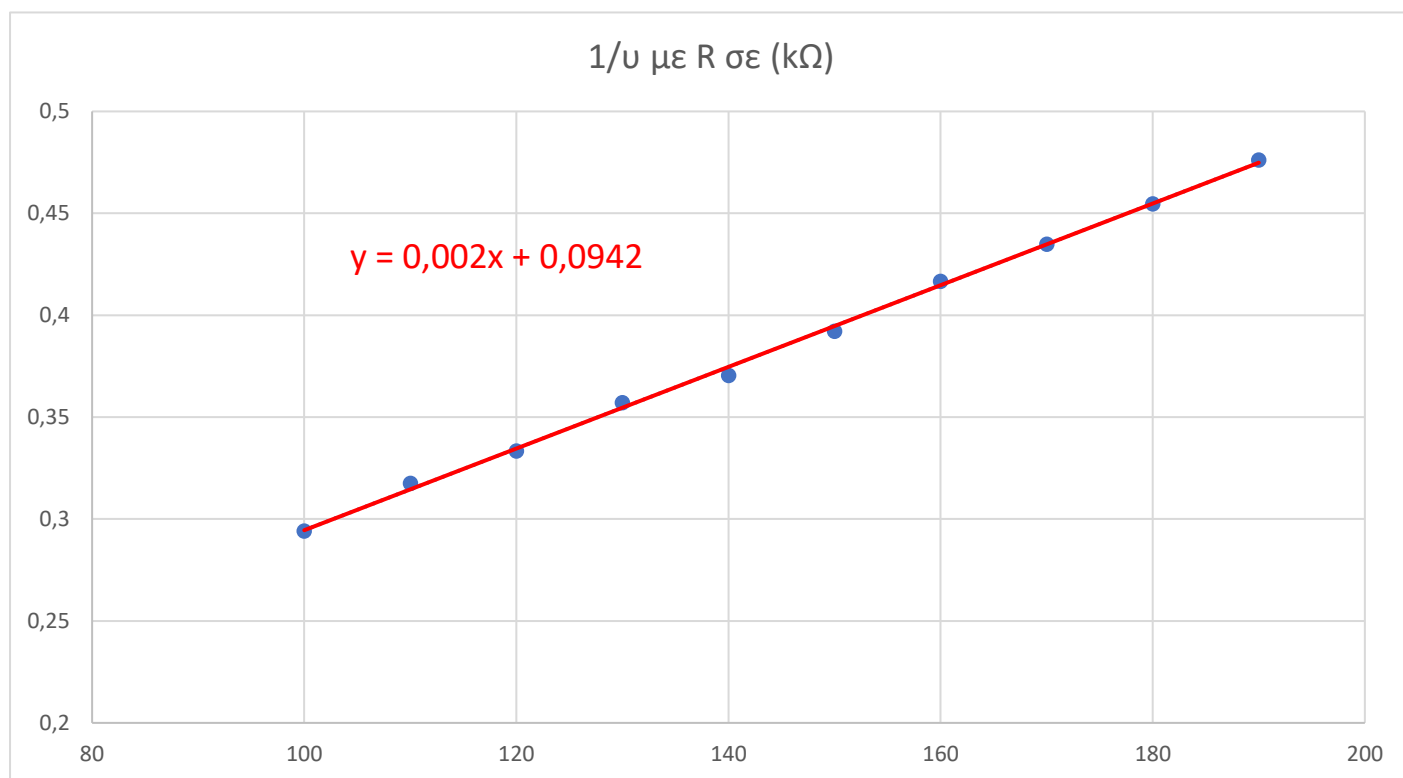
R (kΩ)	Ένδειξη Βολτομέτρου υ (σε V)
100	3,4
110	3,15
120	3
130	5,6
140	2,7
150	5,1
160	2,4
170	2,3
180	2,2
190	2,1

Πίνακας 2

Στο κύκλωμα αυτό λοιπόν η πτώση τάσης κατά μήκος της εσωτερικής αντίστασης του βολτομέτρου και του κιβωτίου αντιστάσεων πρέπει να ισούται με την τάση της πηγής V. Επομένως, η πτώση τάσης υ κατά μήκος του βολτομέτρου θα ισούται με :

$$v = \frac{R_V}{R_V + R} \cdot V \Rightarrow \frac{1}{v} = \frac{1}{V \cdot R_V} R + \frac{1}{V} \quad (2.1)$$

Σχεδιάζοντας την γραφική παράσταση του  $1/v$  συνάρτηση του R (Σχήμα 4) σύμφωνα με τα πειραματικά δεδομένα του πίνακα 2 παίρνουμε μια ευθεία με κλίση  $1/V \cdot R_V$ .



Σχήμα 4

Εάν εφαρμόσουμε την θεωρία ελαχίστων τετραγώνων στα πειραματικά δεδομένα αυτά μπορούμε να βρούμε την ευθεία ελαχίστων τετραγώνων της γραφικής παράστασης αυτής και να την συγκρίνουμε με την σχέση (2.1).

n	ΣR	Σ(1/u)	Σ(R <sup>2</sup> )	Σ(R*(1/u))
10	1450	3,846767	218500	574,31043

Πίνακας 2.1

Σύμφωνα με την σχέση (1.6) και τον πίνακα 2.1 ο οποίος απορρέει άμεσα από τον βασικό πίνακα 2, θα ισχύει ότι το α της ευθείας ελαχίστων τετραγώνων θα ισούται με:

$$\alpha = \frac{n \cdot \sum \left( R_i \cdot \frac{1}{v_i} \right) - (\sum R_i) \cdot (\sum \frac{1}{v_i})}{n \cdot (\sum R_i^2) - (\sum R_i)^2} = \frac{10 \cdot 574,31043 - 1450 \cdot 3,846767}{10 \cdot 218500 - 1450^2} = 0,002 \Rightarrow \alpha = \mathbf{0,002}$$

ενώ σύμφωνα με την σχέση (1.7):

$$\beta = \frac{\sum R_i^2 \cdot \sum \left( \frac{1}{v_i} \right) - (\sum R_i) \cdot \left( \sum \left( R_i \cdot \frac{1}{v_i} \right) \right)}{n \cdot (\sum R_i^2) - (\sum R_i)^2} = \frac{218500 \cdot 3,846767 - 1450 \cdot 574,31043}{10 \cdot 218500 - 1450^2} = 0,0942$$

$$\Rightarrow \beta = \mathbf{0,0942}$$

Οπότε η ευθεία σύμφωνα με το θεώρημα ελαχίστων τετραγώνων θα ισούται με :

$$\frac{1}{v} = \alpha \cdot R + \beta = 0,002 \cdot R + 0,0942 \Rightarrow \frac{1}{v} = \mathbf{0,002 \cdot R + 0,0942} \quad (2.2)$$

Συγκρίνοντας την (2.2) με την (2.1) προκύπτει ότι :

$$\frac{1}{V} = \beta \Rightarrow V = \frac{1}{\beta} = \frac{1}{0,0942} = 10,61 \text{ V} \Rightarrow \mathbf{V = 10,61 \text{ V}}$$

Και

$$\frac{1}{V \cdot R_V} = \alpha \Rightarrow R_V = \frac{1}{V \cdot \alpha} = \frac{1}{10,61 \cdot 0,002} = 47,12 \, \Omega \Rightarrow \mathbf{R_V = 47,12 \, \Omega}$$

Παρατηρούμε ότι η τιμή της τάσης V που βγάλαμε μέσω της ευθείας ελαχίστων τετραγώνων αποκλίνει κατά 0,61 V σε σχέση με την τιμή της τάσης V που χρησιμοποιήθηκε στο κύκλωμα. Για αυτό ευθύνονται κατά κυρίων λόγο τα σφάλματα στις ενδείξεις του βολτομέτρου. Έτσι το σφάλμα στη τιμή της τάσης V θα ισούται με  $\varepsilon = 10 - 10,61 = 0,61$  και η τιμή της εσωτερικής αντίστασης του βολτομέτρου θα ισούται με :

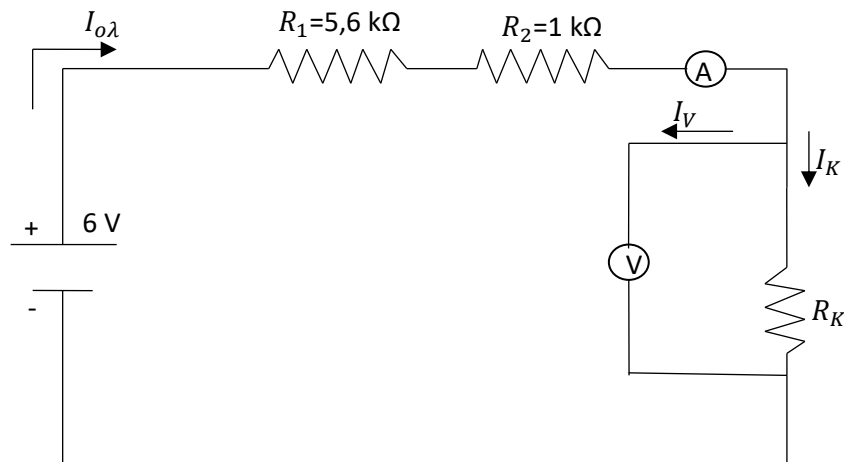
$$\mathbf{R_V = 47,12 \, \Omega \pm 0,61.}$$

## Πείραμα 4°

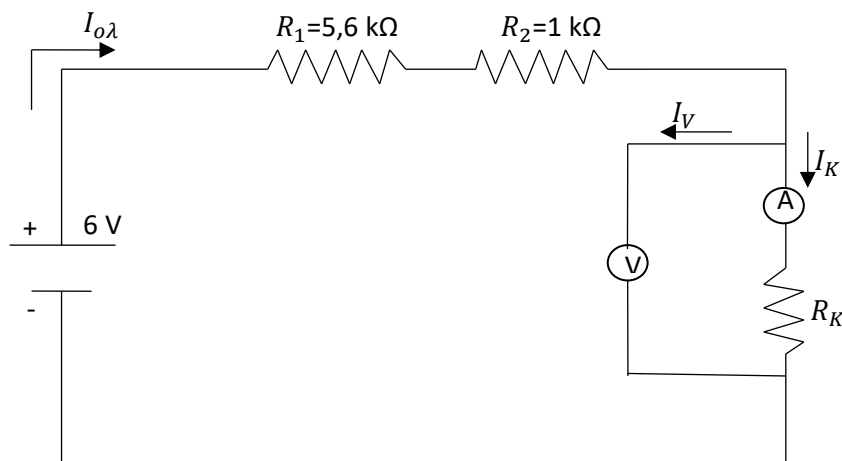
Με το 4° και τελευταίο πείραμα έχουμε ως στόχο να προσδιορίσουμε αυτήν την φορά όχι κάποια εσωτερική αντίσταση αλλά μια άγνωστη απλή αντίσταση  $R_x$  στο κύκλωμα μας. Για να προσδιορίσουμε λοιπόν μια άγνωστη αντίσταση χρησιμοποιούμε τα κυκλώματα του σχήματος 5 και 6. Το κύκλωμα του



σχήματος 5 χρησιμοποιείτε για την ακριβέστερη μέτρηση μικρών αντιστάσεων ενώ του σχήματος 6 για την ακριβέστερη μέτρηση μεγάλων αντιστάσεων.



Σχήμα 5



Σχήμα 6

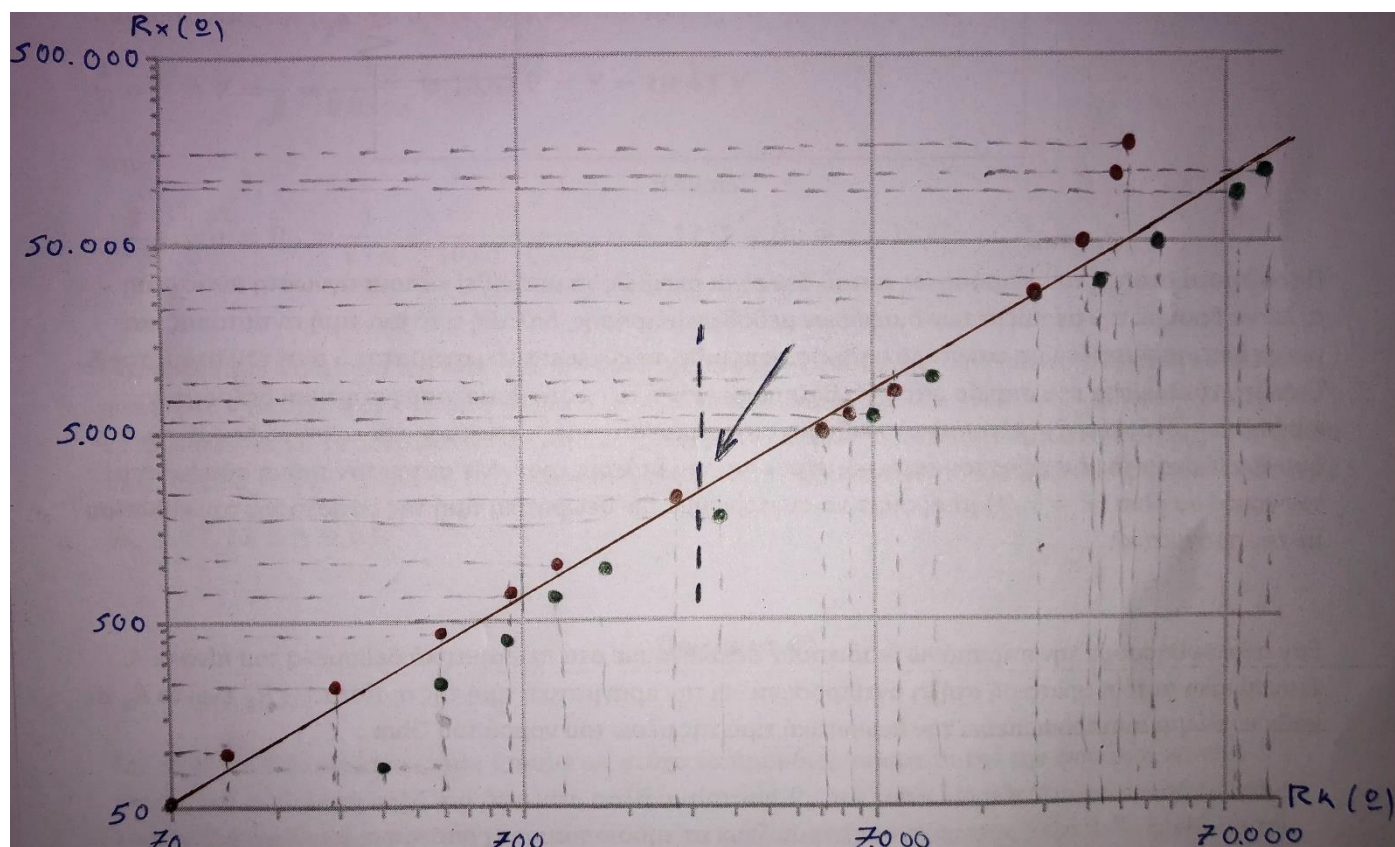
Παρό'λαυτα σκοπός του πειράματος αυτού δεν είναι ακριβώς να μετρηθεί κάποια άγνωστη αντίσταση αλλά να βρούμε την ακρίβεια των διαφόρων μεθόδων μέτρησης, δηλαδή από πια τιμή αντίστασης και μετά είναι για παράδειγμα καλύτερο να χρησιμοποιηθεί το κύκλωμα του σχήματος 6 αντί του σχήματος 5. Έτσι στα κυκλώματα στο σημείο όπου θα βάζαμε την απλή άγνωστη αντίστασης πάμε και βάζουμε το κιβώτιο αντιστάσεων  $R_K$ . Δίνουμε στο κιβώτιο συγκεκριμένες τιμές αντίστασης και καταγράφουμε και στα δυο κυκλώματα της ένδειξης του αμπερομέτρου και του βολτομέτρου. Με αυτόν τον τρόπο σύμφωνα με τον νομό του ohm ( $R = V/I$ ) μπορούμε να συγκρίνουμε την θεωρητική τιμή της αντίστασης του κιβωτίου με την πραγματική.

Εάν ακολουθήσουμε την παραπάνω διαδικασία καταλήγουμε στα πειραματικά δεδομένα του πίνακα 3. Στον πίνακα αυτό η αριστερή στήλη αντιπροσωπεύει την πραγματική τιμή της αντίστασης  $R_K$  ενώ το  $R_x$  σε κάθε κύκλωμα αντιπροσωπεύει την θεωρητική τιμή της μέσω του νομού του Ohm .

	1ο Κύκλωμα			2ο Κύκλωμα		
$R_K (\Omega)$	V (σε V)	I (σε A)	$R_x = V/I$ (σε $\Omega$ )	V (σε V)	I (σε A)	$R_x = V/I$ (σε $\Omega$ )
100	0,08	0,00082	97,56097561	0,25	0,0008	312,5
200	0,16	0,00081	197,5308642	0,32	0,00078	410,2564103
400	0,31	0,0008	387,5	0,45	0,00075	600
700	0,5	0,00077	649,3506494	0,62	0,0007	885,7142857
1000 $\Omega$	0,66	0,00075	880	0,78	0,00068	1147,058824
2000 $\Omega$	1,2	0,00066	1818,181818	1,4	0,00064	2187,5
5000 $\Omega$	2,3	0,0005	4600	2,4	0,00046	5217,391304
7 000 $\Omega$	2,7	0,00045	6000	2,8	0,00039	7179,487179
10000 $\Omega$	3,1	0,00038	8157,894737	3,2	0,00032	10000
30000 $\Omega$	4,1	0,00022	18636,36364	4,2	0,00014	30000
50000 $\Omega$	4,4	0,00018	24444,44444	4,5	0,0001	45000
80000 $\Omega$	4,6	0,00015	30666,66667	4,6	0,00006	76666,66667
100000 $\Omega$	4,6	0,00014	32857,14286	4,7	0,00005	94000

Πίνακας 3

Μπορούμε ήδη να βγάλουμε κάποια συμπεράσματα παρατηρώντας τις τιμές την αντίστασης  $R_x$  στα δυο κυκλώματα και συγκρίνοντας την με την αντίσταση  $R_K$ , τα συμπεράσματα αυτά είναι ότι στο 1<sup>ο</sup> κύκλωμα οι μικρές τιμές της αντίστασης προσεγγίζονται σε μεγάλο βαθμό με τις τιμές της αντίστασης  $R_K$  ενώ αυτό για το 2<sup>ο</sup> κύκλωμα ισχύει μόνο για τις μεγάλες τιμές αντίστασης. Εάν σχεδιάσουμε την γραφική παράσταση  $R_K - R_x$  σε διάγραμμα με λογαριθμικούς άξονες (Σχήμα 7) και για τα δυο κυκλώματα θα παρατηρήσουμε καλύτερα την προσέγγιση αυτή για τις διάφορες τιμές της αντίστασης.



Σχήμα 7

Στο διάγραμμα αυτό τα πειραματικά δεδομένα του 1<sup>ου</sup> κυκλώματος αναπαρίστανται με κόκκινο χρώμα ενώ του 2<sup>ου</sup> κυκλώματος με πράσινο χρώμα. Έχουμε σχεδίαση ακόμη και μια ευθεία με κλίση 45°, δηλαδή την ευθεία  $y = x$ . Η φυσική σημασία της ευθείας αυτής είναι ότι όσο πιο κοντά βρίσκεται μια πειραματική μέτρηση στην ευθεία αυτή, τόσο μεγαλύτερη είναι η πιστότητα της μέτρησης αυτής, διότι θεωρούμε τις αντιστάσεις του κιβωτίου σαν αναφορά. Ένα παρατηρήσουμε προσεκτικά, τα πειραματικά δεδομένα του 1<sup>ου</sup> πειράματος προσεγγίζουν την ευθεία για μικρές τιμές αντίστασης, αρά μπορούμε να συμπεράνουμε ότι εάν θέλουμε να μετρήσουμε μια άγνωστη τιμή αντίστασης την οποία όμως γνωρίζουμε ότι η τιμή της είναι μικρή είναι καλύτερο να χρησιμοποιήσουμε το 1<sup>ο</sup> κύκλωμα. Από την άλλη για μεγάλες τιμές αντίστασης φαίνεται χαρακτηριστικά ότι το 2<sup>ο</sup> κύκλωμα προσεγγίζει καλύτερα την τιμή της αντίστασης. Εάν θέλουμε να προσδιορίσουμε και το όριο της διαφοράς αυτής από το διάγραμμα, παρατηρούμε ότι από την 6<sup>η</sup> μέτρηση και πάνω (δηλαδή για  $R_K = 2000 \Omega$  και πάνω) προσεγγίζουμε την τιμή της αντίστασης καλύτερα με το 2<sup>ο</sup> κύκλωμα, ενώ για μικρότερες τιμές με το πρώτο.

## Συμπεράσματα

Καταρχάς όλα τα παραπάνω πειράματα είναι πολύ χρήσιμα και πολύ ευκολά στην υλοποίηση καθώς δημιουργούνται με απλά υλικά τα οποία μπορούν να βρεθούν πολύ ευκολά. Η αξιοπιστία των πειραματικών δεδομένων μπορεί να θεωρηθεί καλή, διότι στα περισσότερα πειράματα, εκτός του 2<sup>ου</sup> έγιναν πολλές μετρήσεις. Παρό'λαυτα εάν χρησιμοποιούσαμε για παράδειγμα ψηφιακό αμπερόμετρο και βολτόμετρο η αξιοπιστία των πειραματικών δεδομένων θα ήταν προφανώς καλύτερη καθώς θα μειώνονταν σε μεγάλο βαθμό τα σφάλματα στις μετρήσεις.