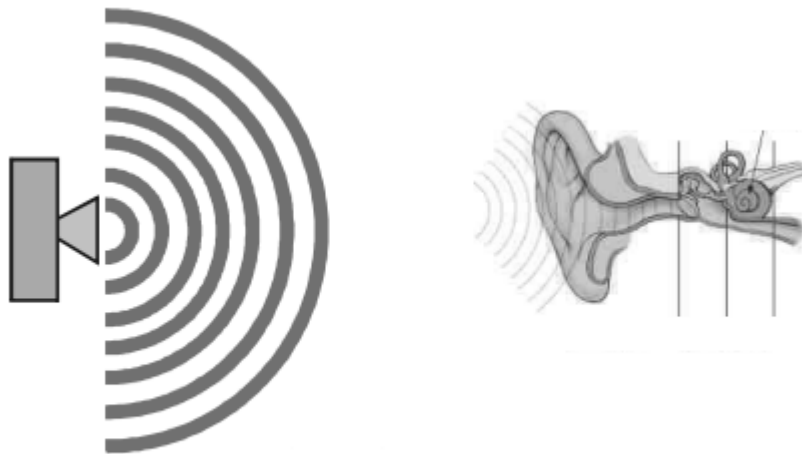


Εργαστηριακές Ασκήσεις Γενικής Φυσικής

Εργασία 10 – Υπέρηχοι



Εισαγωγή

Η εργασία αυτή αφορά 4 πειράματα υπέρηχων που διεξήχθησαν σε εργαστήριο της σχολής θετικών επιστημών του ΑΠΘ στο μάθημα εργαστηριακές ασκήσεις φυσικής. Συγκεκριμένα μέσω των πειραμάτων παρακάτω θα επιχειρήσουμε να παρατηρήσουμε πειραματικά, βασικά κυματικά φαινόμενα όπως η διάδοση και η ανάκλαση κυμάτων και θα προσπαθήσουμε να προσδιορίσουμε τα βασικά χαρακτηριστικά των ηχητικών κυμάτων όπως η συχνότητα, η ταχύτητα και το μήκος κύματος, με την βοήθεια μιας κατάλληλης διάταξης υπερήχων.

Τι είναι όμως οι ήχοι και τι οι υπέρηχοι;

Ο ήχος είναι μια μορφή ενέργειας που προκαλείται από την δόνηση των αντικειμένων και μεταδίδεται μέσω μιας ουσίας, όπως του αέρα ή του νερού. Όταν ένα αντικείμενο δονείται, παράγει κύματα πίεσης στο περιβάλλον του, και αυτά τα κύματα πίεσης μεταδίδονται μέσω του μέσου μεταφοράς. Ο ήχος μπορεί να περιγραφεί με βάση τις ιδιότητές του. Η συχνότητα αναφέρεται στον αριθμό των κυκλικών κινήσεων (κύματα) που συμβαίνουν ανά δευτερόλεπτο και μετριέται σε μονάδες Hertz (Hz). Υψηλή συχνότητα σημαίνει ότι τα κύματα επαναλαμβάνονται γρήγορα, ενώ χαμηλή συχνότητα σημαίνει πιο αργές επαναλήψεις. Το άλλο χαρακτηριστικό του ήχου είναι η ένταση, η οποία αναφέρεται στον βαθμό της ενέργειας που μεταφέρεται από τον ήχο. Μετριέται συνήθως σε μονάδες ντεσιμπέλ (dB). Όσο πιο δυνατός είναι ο ήχος, τόσο μεγαλύτερη είναι η έντασή του.

Όσον αφορά τους υπέρηχους, αυτοί αναφέρονται σε ήχους με υψηλότερη συχνότητα από το όριο αντίληψης του ανθρώπινου αυτιού, που είναι περίπου 20.000 Hz. Οι υπέρηχοι παράγονται από δονούμενα αντικείμενα με πολύ υψηλή συχνότητα, πέρα από το φάσμα της ανθρώπινης ακοής. Οι υπέρηχοι έχουν πολλές εφαρμογές σε διάφορους τομείς, στη βιομηχανία για παράδειγμα χρησιμοποιούνται για τον έλεγχο και τον καθαρισμό, καθώς και στην κατασκευή υπερήχων για αεροσκάφη και υποβρύχιες εφαρμογές. Για να συνοψίσουμε, ο ήχος είναι μια μορφή ενέργειας που προκαλείται από δονήσεις και μεταδίδεται μέσω ενός μέσου. Οι υπέρηχοι είναι ήχοι με υψηλότερη συχνότητα από το όριο αντίληψης του ανθρώπινου αυτιού. Αυτές οι έννοιες έχουν ποικίλες εφαρμογές σε πολλούς τομείς της ζωής μας.

Ο απόηχος από την άλλη αναφέρεται σε ήχους με χαμηλότερη συχνότητα από το όριο αντίληψης του ανθρώπινου αυτιού. Είναι ήχοι που κυμαίνονται κάτω από τα 20 Hz, το οποίο είναι το κατώτατο όριο της ανθρώπινης ακοής. Οι απόηχοι συχνά παράγονται από μεγάλες και έντονες πηγές δόνησης, όπως η φυσική κίνηση του εδάφους κατά τη διάρκεια σεισμών, οι κινητήρες μηχανημάτων ή οι πτήσεις αεροσκαφών. Αν και δεν μπορούμε να αντιληφθούμε απευθείας τους αποήχους, καθώς είναι πέραν του φάσματος της ανθρώπινης ακοής, μπορούν να έχουν αντίκτυπο σε εμάς και στο περιβάλλον μας. Παρόλο που οι απόηχοι δεν είναι αντιληπτοί από το ανθρώπινο αυτί, μπορούν να προκαλέσουν αίσθηση δυσφορίας ή αναταραχής. Για παράδειγμα, απόηχοι που προέρχονται από μηχανήματα ή μηχανοκίνητα μπορεί να δημιουργήσουν δυσαρέσκεια, ανάγκη για απόσταση ή ακόμη και να επηρεάσουν την υγεία μας σε ορισμένες περιπτώσεις.

Για να προσεγγίσουμε πειραματικά την παραγωγή, διάδοση και ανίχνευση υπερήχων, απαιτείται μια ειδική πειραματική διάταξη. Σε αυτήν τη διάταξη, χρησιμοποιούμε μια πηγή, η οποία είναι ένας αρμονικός ταλαντωτής, για να παράγουμε τα υπέρηχα κύματα. Τα υπέρηχα κύματα είναι υψηλής

συχνότητας κύματα που μεταδίδονται μέσω ενός μέσου, όπως ο αέρας. Για να ανιχνεύσουμε αυτά τα κύματα, χρησιμοποιούμε έναν ανιχνευτή, ο οποίος επίσης λειτουργεί ως ταλαντωτής. Ο ανιχνευτής μετρά τις διακυμάνσεις του κύματος και μας επιτρέπει να κατανοήσουμε την παραγωγή και τη διάδοση των υπερήχων.

Στην πειραματική διάταξη αυτή, μπορούμε να προσομοιώσουμε τη διάδοση του ήχου στον αέρα και σε άλλα μέσα. Ο ήχος διαδίδεται μέσω κυμάτων πίεσης στον αέρα και μπορεί να μεταδοθεί από ένα σημείο σε ένα άλλο. Η πειραματική διάταξη μας επιτρέπει να μελετήσουμε τις ιδιότητες του ήχου, όπως η συχνότητα και η ένταση, καθώς και την επίδραση του μέσου διάδοσης στον ήχο. Συνολικά, με μια ειδική πειραματική διάταξη που περιλαμβάνει έναν αρμονικό ταλαντωτή ως πηγή υπερήχων και έναν ταλαντωτή ως ανιχνευτή, μπορούμε να μελετήσουμε την παραγωγή, διάδοση και ανίχνευση των υπερήχων.

Μαθηματικά η ελεύθερη αρμονική ταλάντωση μιας σημειακής πηγής περιγράφεται με την γνωστή εξίσωση του ταλαντωτή:

$$\psi(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t + \varphi) \quad (1)$$

Όπου A είναι το πλάτος της ταλάντωσης, $\omega = 2\pi f$ είναι η κυκλική ιδιοσυχνότητα του ταλαντωτή και φ η αρχική φάση.

Αν και η διάδοση του κύματος στον αέρα στην πραγματικότητα γίνεται σε τρεις διαστάσεις, για λόγους απλούστευσης στα παρακάτω πειράματα θα θεωρήσουμε ότι γίνεται σε μία διάσταση, και η εξίσωση του κύματος θα δίνεται από την σχέση:

$$\Psi(x, t) = A \cdot \sin(k \cdot x - \omega \cdot t) \quad (1.1)$$

Όπου: A το πλάτος ταλάντωσης, k ο κυματικός αριθμός $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ (1.2), λ το μήκος κύματος και x η απόσταση από την πηγή.

Παρακάτω στα πειράματα θα παρατηρήσουμε διάφορα κυματικά φαινόμενα όπως: Ανάκλαση, διάθλαση, Περίθλαση και συμβολή.

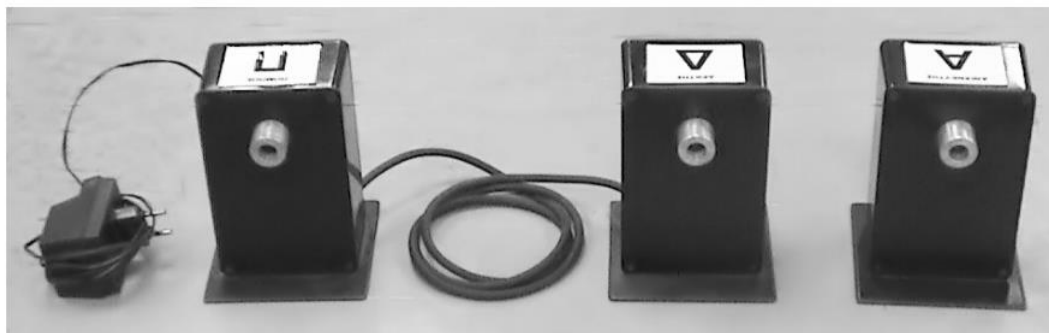
Ανάκλαση: Η ανάκλαση αφορά το φαινόμενο όπου ένα κύμα, όπως το φως ή ο ήχος, αντανακλάται από μια επιφάνεια και αλλάζει κατεύθυνση. Αυτό συμβαίνει όταν το κύμα συναντά μια επιφάνεια που δεν μπορεί να διαπεράσει ή να διαδοθεί μέσα από αυτήν. Η γωνία της ανάκλασης είναι ίση με τη γωνία της πτώσης, αναφορικά με την κάθετη της επιφάνειας.

Διάθλαση: Η διάθλαση αναφέρεται στην απόκλιση ενός κύματος όταν συναντά ένα εμπόδιο ή περνά μέσα από ένα ανοίγμα. Αυτό συμβαίνει όταν το κύμα αλληλεπιδρά με μια ακμή ή μια διάτρητη επιφάνεια. Η διάθλαση προκαλεί αλλαγή στην κατεύθυνση και την καμπυλότητα του κύματος.

Περίθλαση: Η περίθλαση αναφέρεται στο φαινόμενο όπου ένα κύμα στρέφεται γύρω από ένα εμπόδιο. Συμβαίνει όταν ένα κύμα συναντά ένα εμπόδιο με διαστάσεις συγκρίσιμες με το μήκος κύματος. Η περίθλαση προκαλεί τη διάσπαση του κύματος καθώς περνά γύρω από το εμπόδιο, δημιουργώντας περιοχές με διαφορετική ένταση ή φάση.

Συμβολή: Η συμβολή είναι το φαινόμενο όπου δύο ή περισσότερα κύματα συνδυάζονται όταν συναντιούνται στον ίδιο χώρο. Αυτό μπορεί να οδηγήσει στην αλληλοεπίδραση των κυμάτων και στη δημιουργία νέων μοτίβων έντασης ή φάσης. Η συμβολή μπορεί να προκαλέσει ενίσχυση ή αμοιβαία κατάργηση των κυμάτων, ανάλογα με τη στιγμή της συμβολής.

Η πειραματική διάταξη που θα χρησιμοποιηθεί στα παρακάτω πειράματα αποτελείται από τα εξής όργανα:



Σχήμα 1

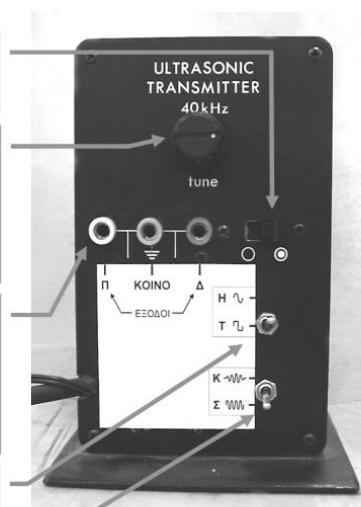
Έναν Πομπό, έναν Δέκτη και έναν Ανιχνευτή υπερήχων. Και οι τρεις συσκευές περιέχουν ένα μικρό πιεζοηλεκτρικό στοιχείο τοποθετημένο στην πρόσοψη ενός πλαστικού κουτιού, το οποίο στο πάνω μέρος φέρει αντίστοιχα την ένδειξη Π, Δ και Α όπως σχήμα 1.

Ένα πιεζοηλεκτρικό στοιχείο είναι ένα υλικό που μπορεί να μετατρέψει μηχανική ενέργεια σε ηλεκτρική ενέργεια και αντίστροφα. Αυτό σημαίνει ότι μπορεί να παράγει ηλεκτρικό σήμα όταν υπόκειται σε μηχανική πίεση ή να παράγει μηχανική κίνηση όταν εφαρμόζεται ηλεκτρικό πεδίο.

Για να παράγουμε υπερήχους με χρήση πιεζοηλεκτρικών στοιχείων, το υλικό που λειτουργεί ως πιεζοηλεκτρικό ανταποκρίνεται μηχανικά σε ηλεκτρικό σήμα που εφαρμόζεται σε αυτό. Όταν εφαρμόζεται ηλεκτρικό πεδίο στο πιεζοηλεκτρικό υλικό, αυτό αλλάζει σχήμα και διαστάσεις. Η αλλαγή αυτή δημιουργεί μια μηχανική κίνηση, η οποία μπορεί να προκαλέσει τη δημιουργία και τη διάδοση υπερήχων. Έτσι, με τη χρήση πιεζοηλεκτρικών στοιχείων, μπορούμε να μετατρέψουμε ηλεκτρική ενέργεια σε μηχανική ενέργεια που παράγει υπερήχους.

Ο πομπός στο πίσω μέρος του περιέχει τα εξής (Σχήμα 2):

- Διακόπτη ON-OFF για την παραγωγή ή όχι υπερήχων. Ο άδειος κύκλος ☐ σημαίνει **OFF** και ο γεμάτος ☒ σημαίνει **ON**.
- Ρυθμιστή συχνότητας εκπομπής **tune**. Μεταβάλλει την συχνότητα των υπερήχων από 36 έως 45 kHz περίπου με σκοπό την ρύθμιση της συχνότητας της εσωτερικής γεννήτριας ώστε να επιτευχθεί συντονισμός με το πιεζοηλεκτρικό στοιχείο. Στην συχνότητα συντονισμού ο Πομπός παράγει μέγιστη ισχύ υπερήχων.
- Ακροδέκτες εξόδου: Ο ακροδέκτης **ΚΟΙΝΟ** είναι η γείωση η οποία πρέπει να συνδέεται στην γείωση του παλμογράφου. Στον ακροδέκτη **Π** υπάρχει το σήμα που παράγει η εσωτερική γεννήτρια 40 kHz, το οποίο και οδηγεί το πιεζοηλεκτρικό στοιχείο. Στον ακροδέκτη **Δ** υπάρχει το ενισχυμένο σήμα που λαμβάνει ο Δέκτης.
- Διακόπτη επιλογής κυματομορφής. **H** μιτονική ή **T** τετραγωνική
- Διακόπτη επιλογής λειτουργίας: ο Πομπός μπορεί να παράγει είτε **Σ** συνεχές κύμα ή **Κ** κυματοσυσμμό, ο οποίος είναι σειρά παλμών μικρής διάρκειας που καλούνται **κυματοδέματα**.



Σχήμα 2

Ο δέκτης από την άλλη στην πίσω μεριά του περιλαμβάνει τα εξής (Σχήμα 3):

Διακόπτη ON-OFF για την τροφοδοσία του ενισχυτή του Δέκτη. Ο άδειος κύκλος σημαίνει OFF και ο γεμάτος σημαίνει ON.

Ρυθμιστή ενίσχυσης gain. Ρυθμίζει την ενίσχυση ώστε το σήμα να ενισχύεται, όταν χρειάζεται, ή να μειώνεται, στην περίπτωση που ο υπέρηχος έχει μεγάλη ένταση και η εικόνα στον παλμογράφο εμφανίζει ψαλιδισμό (clipping).

Και φυσικά ένα Output για την σύνδεση του.



Σχήμα 3

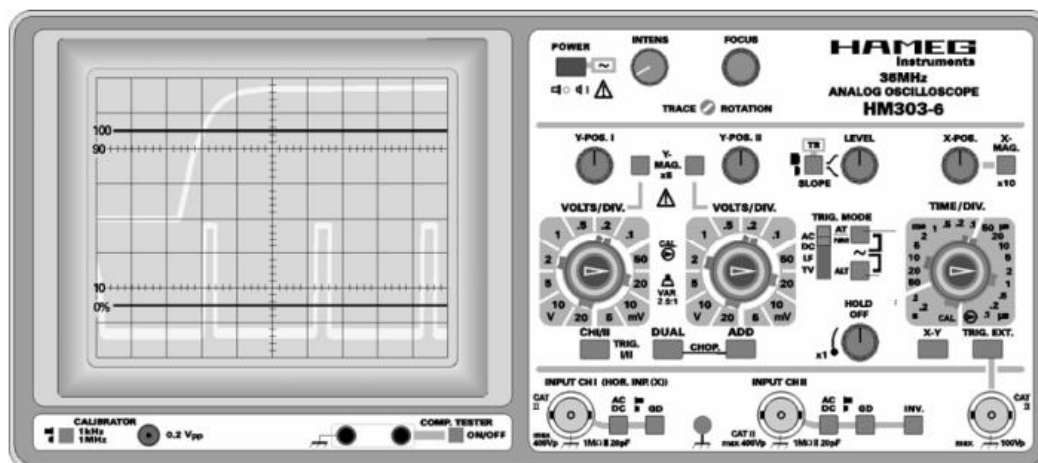
Θα χρειαστούμε ακόμη έναν οδηγό, ως οδηγό εννοούμε μια σιδερένια διάταξη (70 εκ.) στην οποία θα τοποθετούμε πάνω τον πομπό και τον δεκτή ή τον ανιχνευτή, ώστε τα δυο όργανα εκεί να βρίσκονται ακριβώς απέναντι το ένα με το άλλο. Ακόμη θα χρειαστεί ο οδηγός να έχει στο εσωτερικό του μια μετροταινία ώστε να ξέρουμε ακριβώς την απόσταση των δυο οργάνων, όπως ακριβώς φαίνεται στο σχήμα 4.



Σχήμα 4

Θα χρειαστούμε ακόμη έναν παλμογράφο, μια γεννήτρια συχνοτήτων, ομοαξονικά καλώδια τύπου BNC, απλά καλώδια (με μπανάνες) και μια αντίσταση 100 Ω.

Παλμογράφος διπλής δέσμης:

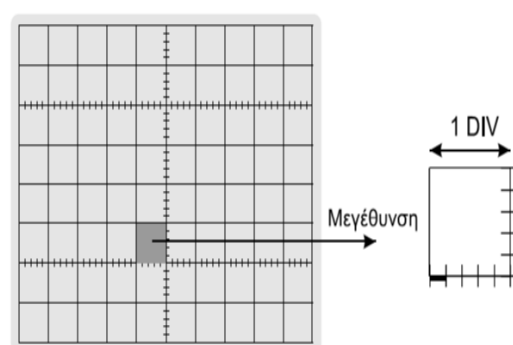


Σχήμα 5: Παλμογράφος διπλής δέσμης HM3-3-6

Ο παλμογράφος είναι ένα εργαλείο το οποίο διευκολύνει την ανίχνευση και αξιολόγηση τόσο σταθερών (DC) όσο και εναλλασσόμενων (AC) ηλεκτρικών τάσεων και κυματικών μορφών, που συνήθως αναφέρονται ως σήματα στον τομέα της ηλεκτρονικής. Τα σήματα αυτά είναι συναρτήσεις του χρόνου, και για τον λόγο αυτό μπορούν να απεικονιστούν με τη βοήθεια ενός γραφήματος $V = V(t)$. Ως εκ τούτου, ένας παλμογράφος θα πρέπει να είναι σε θέση να παρουσιάζει τόσο την άμεση τάση όσο και τον χρόνο, ταυτόχρονα. Αυτό επιτυγχάνεται μέσω της χρήσης του σωλήνα Braun, που αποτελεί τον κεντρικό συστατικό ενός παλμογράφου.

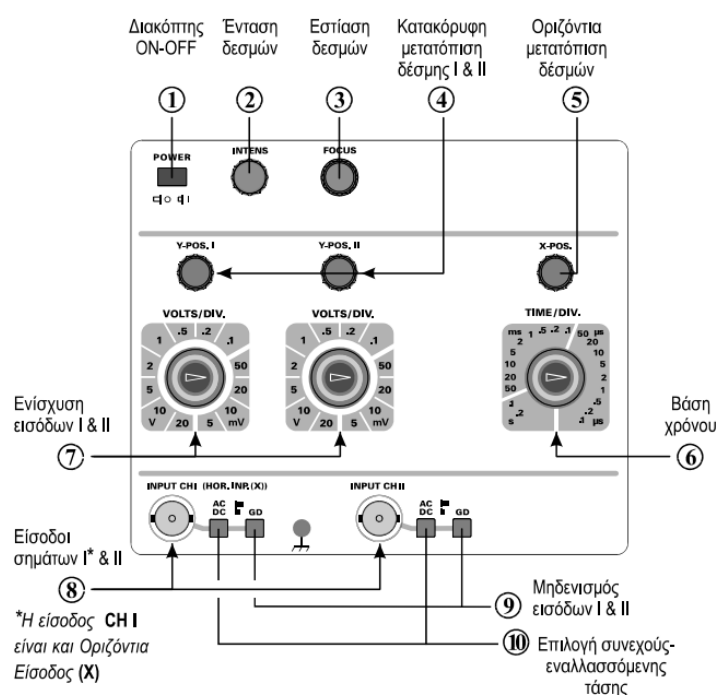
Ο σωλήνας Brown είναι ένα είδος σωλήνα κενού, μια παλιά τεχνολογία που χρησιμοποιούταν σε πολλές ηλεκτρονικές συσκευές, όπως οι παλιές τηλεοράσεις και ραδιόφωνα. Στον σωλήνα Brown, ένας αρνητικά φορτισμένος καθοδικός σωλήνας εκπέμπει ηλεκτρόνια προς έναν ανοδικό σωλήνα. Όταν τα ηλεκτρόνια περνούν από τον ανοδικό σωλήνα, δημιουργούνται αναλογικά σήματα.

Ακόμη θα πρέπει να γνωρίζουμε ότι η οθόνη του παλμογράφου είναι χωρισμένη σε τετραγωνάκια, τα οποία αποκαλούνται υποδιαιρέσεις ή DIV και το κάθε τετραγωνάκι έχει 5 μικρότερες υποδιαιρέσεις οι οποίες βοηθούν στην εκτίμηση μηκών μικρότερων από 1 Div (Σχήμα 6).



Σχήμα 6

Τέλος για να γίνει σωστή χρήση του παλμογράφου χρειάζεται να γνωρίζουμε καταρχάς τα βασικά ρυθμιστικά της λειτουργίας του (Σχήμα 7). Τα οποία είναι τα εξής:











Σχήμα 7

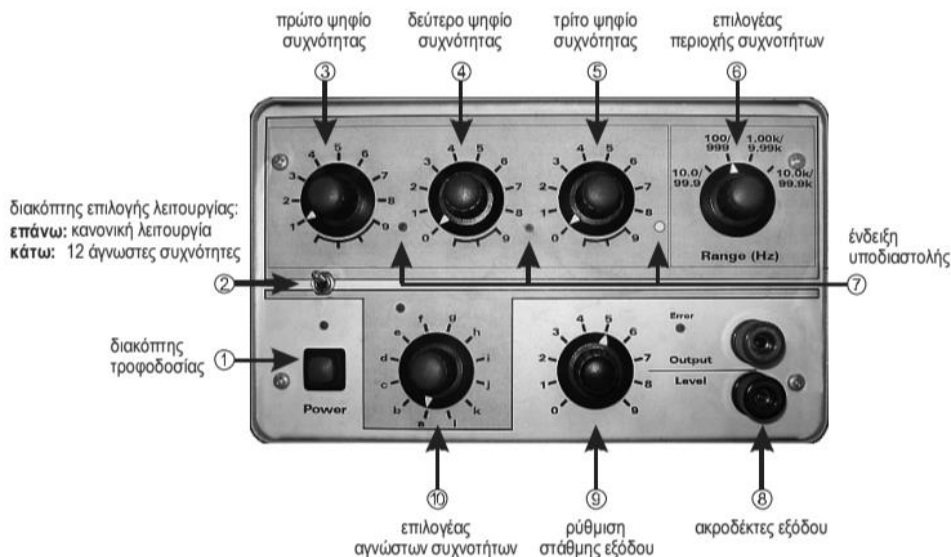
1. Power: Διακόπτης τροφοδοσίας
2. INTENS: Καθορίζει την ένταση φωτεινότητας των κηλίδων
3. FOCUS: Καθορίζει την εστίαση των κηλίδων
4. Y-POS. I & II: Μετακινεί κατακόρυφα τις κηλίδες I και II αντίστοιχα
5. X-POS: Μετακινεί οριζόντια τις κηλίδες I και II συγχρόνως
6. TIME/DIV: Επιλέγει την βάση χρόνου, δηλ. την κλίμακα χρόνων (πόσος χρόνος αντιστοιχεί σε κάθε οριζόντια υποδιαίρεση)
7. VOLTS/DIV I & II: Επιλέγει την κλίμακα τάσεων, δηλ. το πόση τάση αντιστοιχεί σε κάθε υποδιαίρεση στον άξονα Y
8. INPUT CH I & CH II: Ακροδέκτες σήματος εισόδων VY1 και VY2 αντίστοιχα. Η είσοδος CH I με κατάλληλη ρύθμιση γίνεται είσοδος σήματος X
9. GD (I & II): Μηδενίζει (γειώνει – Ground) την ενίσχυση των εισόδων I & II αντίστοιχα: ενεργός (πατημένος) ή ανενεργός (απάτητος)
10. AC-DC: Επιλογή συνεχούς (DC) σύζευξης του σήματος ή μόνο της εναλλασσόμενης (AC) συνιστώσας του σήματος

Αρχικές ρυθμίσεις παλμογράφου

Για να εξασφαλιστεί ότι θα μπορέσουμε να δούμε σωστά τα σήματα στον παλμογράφο θα πρέπει να ισχύουν οι εξής ρυθμίσεις οι οποίες θα παραμείνουν έτσι μέχρι και το τέλος των πειραμάτων:

Ρυθμιστικά/πλήκτρα	Θέση
INTENS, FOCUS	μέση θέση 
Y-POS. I, Y-POS. II, TR LEVEL και X-POS.	μέση θέση 
Y-MAG x 5, TR SLOPE, X-MAG.	έξω θέση (απάτητα) 
TRIG. MODE	LF
AT/NM και ALT	έξω θέση (απάτητα) 
τρία κόκκινα εσωτερικά περιστροφικά ρυθμιστικά των επιλογών VOLTS/DIV I, II και TIME/DIV	μέγιστη θέση (εντελώς δεξιά) 
CHI/II, DUAL, ADD, X-Y και TRIG. EXT.	έξω θέση (απάτητα) 
AC/DC, GD και INV (δίπλα στους ακροδέκτες εισόδου)	έξω θέση (απάτητα) 
COMP TESTER (κάτω δεξιά από την οθόνη)	έξω θέση (απάτητο) 

Γεννήτρια συχνοτήτων



Σχήμα 8

Για την χρήση της γεννήτριας συχνοτήτων απλά χρειάζεται να γνωρίζουμε τα ρυθμιστικά λειτουργίας της, τα οποία είναι τα εξής:

1. Διακόπτης τροφοδοσίας και ενδεικτικό λαμπάκι λειτουργίας
2. Διακόπτης επιλογής τρόπου λειτουργίας της συσκευής: επάνω θέση: κανονική λειτουργία σαν γεννήτρια συχνοτήτων κάτω θέση: παρέχει 12 άγνωστες συχνότητες $a - I$ σε συνδυασμό με τον επιλογέα (10)
- 3,4 και 5. Διακόπτες επιλογής του πρώτου (3), δεύτερου (4) και τρίτου (5) κατά σειρά ψηφίου της συχνότητας
6. Διακόπτης επιλογής περιοχής συχνοτήτων – Range (Hz) 10.0 – 99.9 Hz, 100 – 999 Hz, 1.00 – 9.99 kHz ή 10.0 – 99.9 kHz
7. Φωτεινή ένδειξη της υποδιαστολής στην τιμή της συχνότητας
8. Ακροδέκτες εξόδου του σήματος (ο μαύρος είναι η γείωση) – Output Level
9. Ρυθμιστής πλάτους του ημιτονικού σήματος στην έξοδο (ενδεικτική τιμή)
10. Διακόπτης επιλογής 12 συχνοτήτων αγνώστου τιμής ($a - I$)

Για την μαθηματική μελέτη των πειραμάτων παρακάτω θα χρειαστούμε την θεωρία σφαλμάτων και την θεωρία ελάχιστων τετράγωνων.

Σύμφωνα με την θεωρία σφαλμάτων ως x ορίζουμε οποιαδήποτε τιμή μετράμε στο πείραμα μας, εάν δεν υπήρχαν οι παράγοντες που επηρεάζουν την επαναληψιμότητα των μετρήσεων η τιμή αυτή θα έπαιρνε την μορφή X . Λόγο των παραγόντων αυτών συμπεραίνουμε ότι θα υπάρχει κάποιο σφάλμα ε στις μετρήσεις μας, το σφάλμα αυτό ορίζετε ως : $x - X = \varepsilon$ (1.3) , ακόμη ορίζουμε και το τυπικό σφάλμα σ των μετρήσεων μας όπου :

$$\sigma = \sqrt{(\varepsilon^2)} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2} \quad (1.4), \text{ όπου } n \text{ οι συνολικές μετρήσεις.}$$

$$\text{Παίρνοντας τον μέσο όρο δέγματος :} \quad \bar{x} = \frac{1}{n} (x_1 + x_2 + \dots + x_n) \quad (1.5)$$

το σφάλμα του μέσου ορού θα ορίζετε ως εξής $E = \bar{x} - X$ (2.3) ενώ η τυπική απόκλιση στο μέσο όρο θα ορίζετε ως :

$$\sigma_m = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E_i^2} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (1.6).$$

Τέλος ορίζουμε και την απόκλιση d των μετρήσεων μας όπου :

$$d_i = x_i - \bar{x} \quad (1.7).$$

Σύμφωνα με την θεωρία ελαχίστων τετραγώνων σχεδιάζοντας μια οποιαδήποτε γραφική παράσταση ($y_i - x_i$) χρησιμοποιώντας τα πειραματικά δεδομένα ενός πειράματος μας, μπορούμε σύμφωνα με την θεωρία να βρούμε την ευθεία ελάχιστων τετράγωνων $x = \alpha \cdot t + \beta$ (1.8) της γραφικής παράστασης ως εξής : Καταρχάς θεωρούμε ως δ_i της αποκλίσεις τον σημείων από την ευθεία αυτή, σύμφωνα με την θεωρία η ζητούμενη ευθεία είναι εκείνη για την οποία το άθροισμα S των τετραγώνων των αποκλίσεων

$S = \sum \delta_i^2 = \sum [y_i - (a \cdot x_i + \beta)]^2$ γίνεται ελάχιστο. Βρίσκοντας τα ελάχιστο της συνάρτησης αυτής και λύνοντας ως προς α και β προκύπτει ότι :

$$\alpha = \frac{n \cdot \sum (x_i \cdot y_i) - (\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{n \cdot (\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2} \quad (1.9) \quad \text{και} \quad \beta = \frac{\sum x_i^2 \cdot \sum (y_i) - (\sum x_i) \cdot (\sum (x_i \cdot y_i))}{n \cdot (\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2} \quad (2)$$

Επειδή όμως υπάρχει αβεβαιότητα στον προσδιορισμό της ευθείας λόγο αβεβαιότητας στα πειραματικά μας δεδομένα αυτό σημαίνει και την ύπαρξη τυπικής απόκλισης στην τιμή των συντελεστών α και β, η οποία δίνεται από τους παρακάτω τύπους :

$$\sigma_\alpha = s_y \cdot \sqrt{\frac{n}{n \cdot (\sum t_i^2) - (\sum t_i)^2}} \quad (2.1) \quad \sigma_\beta = s_y \cdot \sqrt{\frac{(\sum t_i^2)}{n \cdot (\sum t_i^2) - (\sum t_i)^2}} \quad (2.2)$$

$$\text{Όπου} \quad s_y = \sqrt{\frac{\sum \delta_i^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{\sum [x_i - (a t_i + \beta)]^2}{n-2}} \quad (2.3)$$

Πριν ξεκινήσουμε τα πειράματα θα πρέπει να ακολουθήσουμε μερικές προκαταρκτικές δραστηριότητες

Καταρχάς πάμε και συνδέουμε τον ανιχνευτή με τον παλμογράφο χρησιμοποιώντας ένα ομοαξονικό καλώδιο. Έπειτα ανοίγουμε τον παλμογράφο μέσω του διακόπτη τροφοδοσίας και τον ρυθμίζουμε στα 2 mV/div και 0.5 ms/div μέσω του Volts/div (7) και time/div (6) αντίστοιχα και τέλος τοποθετούμε τον διακόπτη DC/AC στην θέση DC.

Έπειτα συνδέουμε το τροφοδοτικό του πομπού στο δίκτυο τροφοδοσίας. Τοποθετούμε τον διακόπτη επιλογής κυματομορφής που έχει στο πίσω μέρος του στην θέση H, για παραγωγή ημιτονικού κύματος και τον διακόπτη επιλογής λειτουργίας στην θέση Σ για συνεχές κύμα. Εάν όλα λειτουργούν σωστά και έχετε ακολουθήσει όλη την παραπάνω διαδικασία ο πομπός αυτήν την στιγμή εκπέμπει υπέρηχους, τους οποίους όμως δεν μπορείτε να ακούσετε.

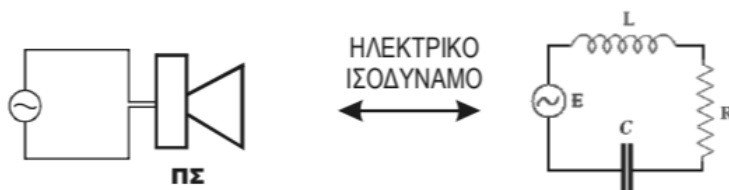
Τοποθετούμε λοιπόν τον ανιχνευτή απέναντι από τον πομπό στα άκρα του οδηγού. Γνωρίζοντας ότι ο Πομπός παράγει υπέρηχους συχνότητας περίπου $f = 40 \text{ kHz}$, υπολογίστε την αναμενόμενη περίοδο της κυματομορφής και ρυθμίστε κατάλληλα την βάση χρόνου στον Παλμογράφο ώστε να μπορέσετε να την δείτε στην οθόνη. Τέλος θα πρέπει να ρυθμίσουμε το κουμπί tune στον Πομπό ώστε να προκύψει μέγιστο πλάτος σήματος στον παλμογράφο. Αυτή είναι και η κανονική θέση λειτουργίας του Πομπού.

1^ο Πείραμα

Σκοπός του 1^{ου} πειράματος είναι η παρατήρηση και η καταγραφή της καμπύλης συντονισμού του Ανιχνευτή.

Ένα πιεζοηλεκτρικό στοιχείο, όπως ειπώθηκε και παραπάνω, είναι ένα ηλεκτρικό στοιχείο που μπορεί να παράγει ηλεκτρική ενέργεια από μηχανική πίεση ή να μετατρέψει ηλεκτρική ενέργεια σε μηχανική

δόνηση. Όταν διεγείρεται από μια πηγή εναλλασσόμενης τάσης, συμπεριφέρεται σαν ένα ηλεκτρικό κύκλωμα RLC. Αυτό σημαίνει ότι λειτουργεί ως ένας ταλαντωτής με μια ιδιοσυχνότητα, αντίσταση (R), ένα πυκνωτή (C) και μια πηνίο (L) (Σχήμα 9). Το πιεζοηλεκτρικό στοιχείο έχει περισσότερες ιδιοσυχνότητες συντονισμού, αλλά εστιάζουμε στην κύρια ιδιοσυχνότητα.

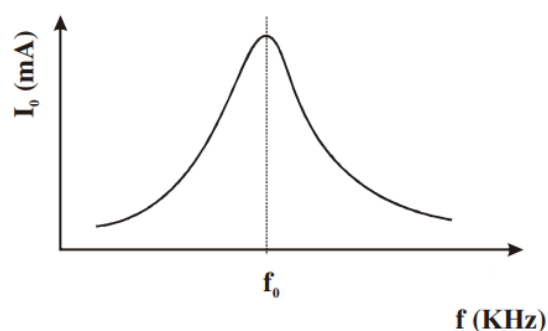


Σχήμα 9

Στο κύκλωμα RLC του σχήματος 9, η ιδιοσυχνότητα θα είναι:

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \quad (2.4) \quad \text{καθώς} \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Όταν η πηγή παράγει συχνότητες μακριά από την ιδιοσυχνότητα, το πιεζοηλεκτρικό στοιχείο έχει μικρό πλάτος ταλάντωσης. Ωστόσο, όταν η συχνότητα της πηγής πλησιάζει την ιδιοσυχνότητα, ενεργοποιείται το φαινόμενο του συντονισμού. Το πιεζοηλεκτρικό στοιχείο απορροφά περισσότερη ενέργεια από την πηγή και το πλάτος της ταλάντωσης και η ένταση του παραγόμενου ήχου αυξάνονται δραματικά. Η μέγιστη ταλάντωση συμβαίνει όταν η πηγή έχει ακριβώς την ιδιοσυχνότητα του πιεζοηλεκτρικού στοιχείου. Γενικά η καμπύλη συντονισμού του Ανιχνευτή θα πρέπει να μοιάζει με αυτή του σχήματος 10.

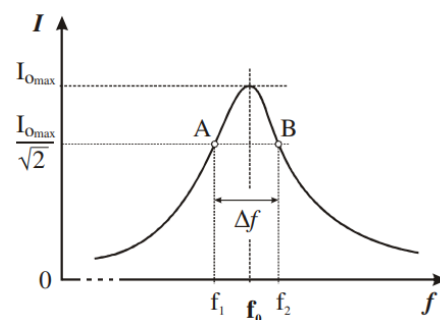


Σχήμα 10

Ο παράγοντας ποιότητας Q που θα μετρήσουμε και παρακάτω πειραματικά, μετρά την απώλεια ενέργειας του ταλαντωτή πάνω στην ωμική αντίσταση. Όσο μικρότερη είναι η αντίσταση, τόσο πιο οξύς είναι ο συντονισμός. Ο παράγοντας Q μπορεί να υπολογιστεί με βάση το σημείο όπου η ενέργεια του ταλαντωτή μειώνεται στο μισό της αρχικής τιμής. Αυτό μας δίνει μια έννοια για το πόσο αποδοτικά λειτουργεί το πιεζοηλεκτρικό στοιχείο. Με τη βοήθεια δύο σημείων A και B της καμπύλης συντονισμού για τα οποία η ενέργεια του ταλαντωτή μειώνεται στο μισό (1/2). Αν f_1 και f_2 είναι οι αντίστοιχες συχνότητες, τότε προκύπτει ότι:

$$Q = \frac{f_0}{f_2 - f_1} \quad (2.5)$$

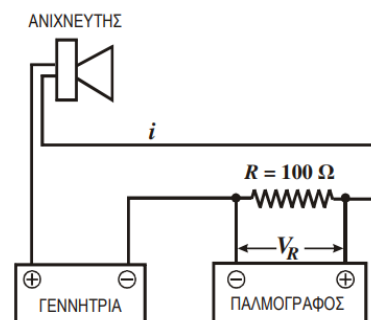
Στα ηλεκτρικά κυκλώματα όμως, η ενέργεια υπό σταθερό πλάτος τάσης είναι ανάλογη του τετραγώνου του ρεύματος (I_0). Όταν η ενέργεια μειώνεται στο μισό, το ρεύμα (I_0) μειώνεται στο $1/\sqrt{2}$ (περίπου 70% του μέγιστου ρεύματος I_{0max}). Με άλλα λόγια, τα σημεία A και B αναφέρονται σε αυτά τα σημεία όπου το ρεύμα μειώνεται στο 70% του μέγιστου ρεύματος (I_{0max}) κατά το φαινόμενο του συντονισμού (Σχήμα 11).



Σχήμα 11

Για να γίνει η παραπάνω μελέτη χρειάζεται να τροποποιήσουμε την πειραματική μας διάταξη στην εξής:

Για να πετύχουμε την διάταξη του σχήματος 12 ακολουθούμε την εξής διαδικασία: Καταρχάς συνδέουμε σε σειρά την γεννήτρια, τον ανιχνευτή και την αντίσταση $R = 100 \Omega$ όπως ακριβώς στο σχήμα. Έπειτα συνδέουμε παράλληλα με την αντίσταση τον παλμογράφο ώστε ο παλμογράφος να μετράει την πτώση της Τάσης V_R η οποία είναι ανάλογη προς το ρεύμα i που διαρρέει το κύκλωμα.



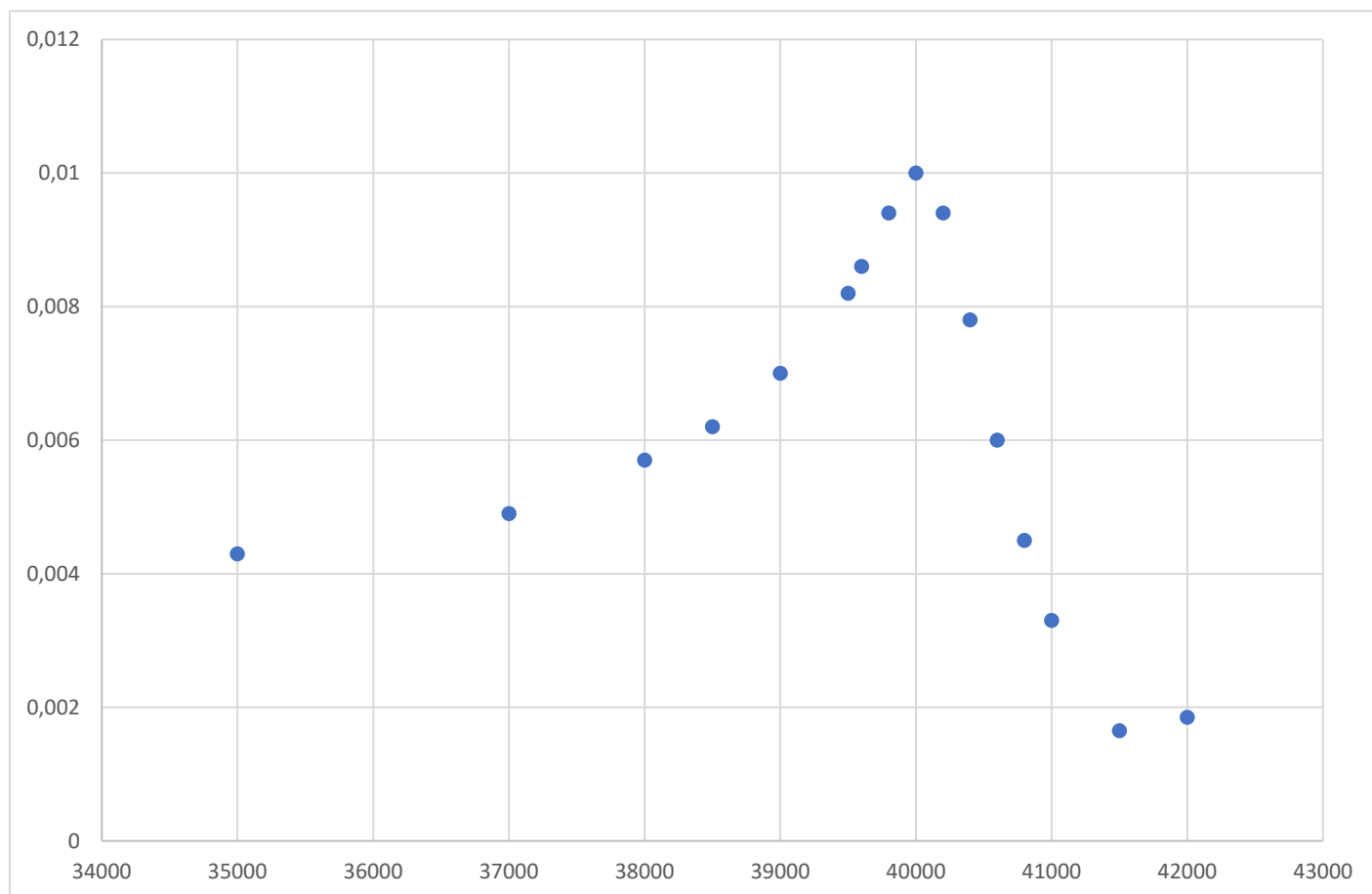
Σχήμα 12

Τέλος επιλέγουμε στην γεννήτρια πλάτος εξόδου (9) ίση με $V = 1 \text{ Volt}$. Αυτό που θα κάνουμε λοιπόν είναι να δίνουμε στην γεννήτρια διάφορες τιμές συχνότητας που καταγράφονται στον πίνακα 1, στην στήλη της συχνότητας και θα καταγράφουμε από τον παλμογράφο την ευαισθησία που έχουμε επιλέξει (Volt/div) και από την οθόνη του παλμογράφου το πλάτος κάθε κηματομορφής (Δηλαδή ποσά κουτάκια k_y περιέχει ένα πλάτος). Με αυτόν τον τρόπο μπορούμε να προσδιορίσουμε την πτώση Τάσης V_R πολλαπλασιάζοντας τα δυο μεγέθη αυτά ($V_R = k_y \cdot \frac{\text{Volt}}{\text{div}}$) και τέλος μέσω του νόμου του ohm ($i = V_R/R$) μπορούμε να βρούμε τσέλικα το ρεύμα i που διαρρέει το κύκλωμα. Τα πειραματικά δεδομένα του 1^{ου} πειράματος αποτυπώνονται στον πίνακα 1.

α/α	Συχνότητα f (Hz)	Volt/div (V)	Ky	VR	i
1	35000	0,1	4,3	0,43	0,0043
2	37000	0,1	4,9	0,49	0,0049
3	38000	0,1	5,7	0,57	0,0057
4	38500	0,1	6,2	0,62	0,0062
5	39000	0,1	7	0,7	0,007
6	39500	0,2	4,1	0,82	0,0082
7	40000	0,2	5	1	0,01
8	40200	0,2	4,7	0,94	0,0094
9	40400	0,2	3,9	0,78	0,0078
10	40600	0,1	6	0,6	0,006
11	40800	0,1	4,5	0,45	0,0045
12	41000	0,1	3,3	0,33	0,0033
13	41500	0,05	3,3	0,165	0,00165
14	42000	0,05	3,7	0,185	0,00185
15	39600	0,2	4,3	0,86	0,0086
16	39800	0,2	4,7	0,94	0,0094
17	f₀=40000	0,2	5	1	I₀=0,01

Πίνακας 1

Χρησιμοποιώντας τα πειραματικά δεδομένα του παραπάνω πίνακα, μπορούμε να σχεδιάσουμε το διάγραμμα καμπύλης συντονισμού ($I - f$) (Σχήμα 13) και να προσδιορίσουμε μέσω του διαγράμματος τις ακριβείς τιμές I_0 και f_0 .



Σχήμα 13

Όπως παρατηρούμε από το διάγραμμα του σχήματος 13 προσδιορίζουμε της εξής ακριβείς τιμές I_0 και f_0 :

$$I_0 = 0.01 \text{ A} \quad \text{και} \quad f_0 = 40 \text{ kHz}$$

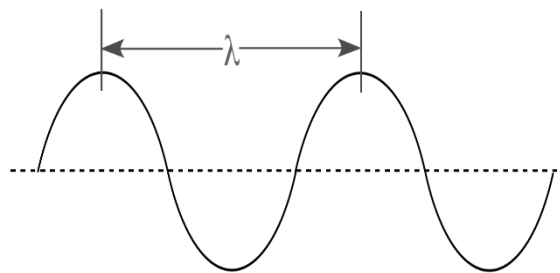
Ακόμη παρατηρούμε ότι το διάγραμμα μοιάζει σε μεγάλο βαθμό με το διάγραμμα του σχήματος 10 που ήταν και το αναμενόμενο διάγραμμα. Τέλος για να προσδιορίσουμε τον παράγοντα ποιότητας Q του ταλαντωτή μπορούμε σύμφωνα με την σχέση (2.5) να πάρουμε από το διάγραμμα δυο συχνότητες f_1 και f_2 για τα οποία το ρεύμα μειώνεται στο 70% του μέγιστου ρεύματος ($I_{0\max}$). Οι συχνότητες για τις οποίες το ρεύμα i πέφτει στο 70% του μέγιστου ($I_{0\max} = 0.01$) δηλαδή γίνεται ίσο με 0.007 A είναι η εξής συχνότητες: $f_1 = 39 \text{ kHz}$ και $f_2 = 40.4 \text{ kHz}$. Οπότε σύμφωνα με την σχέση (2.5) ο παράγοντας ποιότητας Q θα ισούται με:

$$Q = \frac{f_0}{f_2 - f_1} = \frac{40000}{40400 - 39000} = \frac{40000}{1400} = \frac{400}{14} = 28.6 \Rightarrow Q = 28.6$$

2^ο Πείραμα

Στόχος του 2^{ου} πειράματος είναι η μέτρηση του μήκους κύματος λ σε οδεύον κύμα με ανίχνευση της φάσης.

Το μήκος κύματος λ είναι η απόσταση μεταξύ δύο διαδοχικών σημείων που βρίσκονται στην ίδια φάση ενός οδεύοντος κύματος. Αναπαριστά την απόσταση που το κύμα καλύπτει κατά μήκος σε μια πλήρη κυκλική κίνηση. Δηλαδή, αναφέρεται στο πόσο "μακριά" είναι τα σημεία που έχουν την ίδια θέση και κίνηση σε ένα κύμα. Το μήκος κύματος λ μετριέται συνήθως σε μονάδες απόστασης, όπως μέτρα ή εκατοστά. Επηρεάζει τις ιδιότητες του κύματος, όπως η συχνότητα, η ενέργεια και η ευθυγράμμιση των κυμάτων.

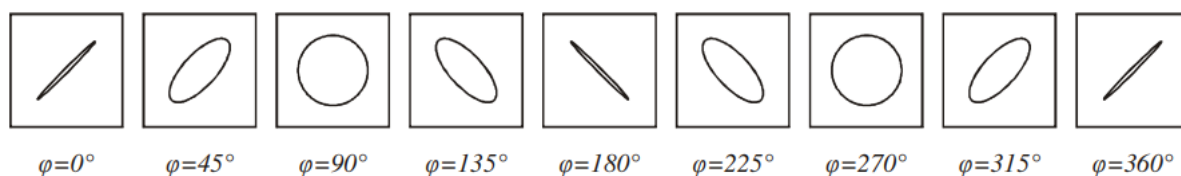


Σχήμα 14

Για να μετρήσουμε το μήκος κύματος λ πειραματικά, χρειάζεται να ακολουθήσουμε την εξής πειραματική διαδικασία:

Καταρχάς ξεσυνδέουμε την αντίσταση του προηγούμενου πειράματος, έπειτα πάμε και τοποθετούμε τον Πομπό και τον Ανιχνευτή μέσα στον οδηγό, έτσι ώστε να απέχουν 28 εκατοστά το ένα από το άλλο. Συνδέουμε τον πομπό στην είσοδο (INPUT CH I) και τον ανιχνευτή στην είσοδο (INPUT CH II) του παλμογράφου. Προσέχουμε το κουμπί tune του Πομπού να βρίσκεται στην θέση του μέγιστου πλάτους από το προηγούμενο πείραμα. Αμέσως μετά έχοντας πατημένο τον διακόπτη X-Y του παλμογράφου, ρυθμίζουμε την συχνότητα του Πομπού με το κουμπί tune ώστε να πετύχουμε μέγιστο πλάτος στην οθόνη του. Τέλος ρυθμίζουμε την ενίσχυση (Volts/div) των εισόδων I και II του παλμογράφου έτσι ώστε στην οθόνη του να δούμε ολόκληρο έναν κύκλο ή μια έλλειψη.

Διατηρώντας σταθερή την θέση του πομπού μετακινούμε αργά αργά τον ανιχνευτή. Αυτό που πρέπει να παρατηρούμε είναι ότι το σχήμα στην οθόνη αλλάζει και παίρνει τα εξής στιγμιότυπα (Σχήμα 15).



Σχήμα 15

Στο σχήμα 15, το στιγμιότυπο $\phi = 0^\circ$ αντιστοιχεί σε διαφορά φάσης μεταξύ των εισόδων X και Y του παλμογράφου $\Phi = 0^\circ$ ή $\Phi = (2n)\pi$, ενώ το $\phi = 180^\circ$ σε $\Phi = \pi$ ή $\Phi = (2n+1)\pi$. Συνεπώς, αν μετακινήσετε τον Ανιχνευτή ώστε από στιγμιότυπο $\phi = 0^\circ$ να φτάσετε στο επόμενο $\phi = 360^\circ$, θα έχει παρέλθει φάση $\Phi = 2\pi$. Η μετατόπιση αυτή του Ανιχνευτή ισούται εξορισμού με ένα μήκος κύματος λ .

Με πολύ απλά λόγια εάν μετακινήσουμε τον ανιχνευτή έτσι ώστε στην οθόνη να παρατηρούμε το σχήμα για $\phi = 0^\circ$ να γίνετε ίδιο με το σχήμα για $\phi = 360^\circ$, τότε έχουμε εκτέλεση έναν ολόκληρο κύκλο και η απόσταση που διανύσαμε με τον ανιχνευτή πρέπει να ισούται με ένα μήκος κύματος λ . Άρα το μόνο που χρειαζόμαστε ώστε πειραματικά να βρούμε το μήκος κύματος λ είναι να καταγράψουμε την απόσταση

αυτή. Φυσικά η διαδικασία αυτή πρέπει να γίνει πολλές φορές ώστε να μικρύνουν σε μεγάλο βαθμό τα τυχόν σφάλματα που θα προκύψουν. Ακολουθώντας την διαδικασία και θεωρώντας ότι αρχικά η θέση του πομπού μέσα στον οδηγό είναι στα 42 εκ. (0.42 m) παίρνουμε τα πειραματικά δεδομένα του πίνακα 2.

α/α	N επίτευξης	Θέση ανιχνευτή (m)	Απόσταση Π-Α (m)	Τιμές λ
1	1	0,28	0,14	0,008
2	2	0,272	0,148	0,01
3	3	0,262	0,158	0,007
4	4	0,255	0,165	0,01
5	5	0,245	0,175	0,009
6	6	0,236	0,184	0,007
7	7	0,229	0,191	0,008
8	8	0,221	0,199	0,009
9	9	0,212	0,208	0,008
10	10	0,204	0,216	0,009
11	11	0,195	0,225	0,008
12	12	0,187	0,233	

Πίνακας 2

Φυσικά η τιμή του λ θα βρεθεί εάν αφαιρέσουμε την τρέχουσα απόσταση $(\Pi - A)_n$ της στήλης 4 του πίνακα 2, από την προηγούμενη απόσταση $(\Pi - A)_{n-1}$ δηλαδή:

$$\lambda = (\Pi - A)_n - (\Pi - A)_{n-1} \quad (2.6)$$

Με αυτόν τον τρόπο προέκυψε και η τελευταία στήλη του πίνακα 2.

Για να εξάγουμε τελικά κάποιο αξιόπιστο συμπέρασμα για την τιμή του λ από τα πειραματικά δεδομένα του πίνακα 2 θα πρέπει να εφαρμόσουμε τα δυο θεωρήματα (θεωρία ελαχίστων τετραγώνων και θεωρία σφαλμάτων).

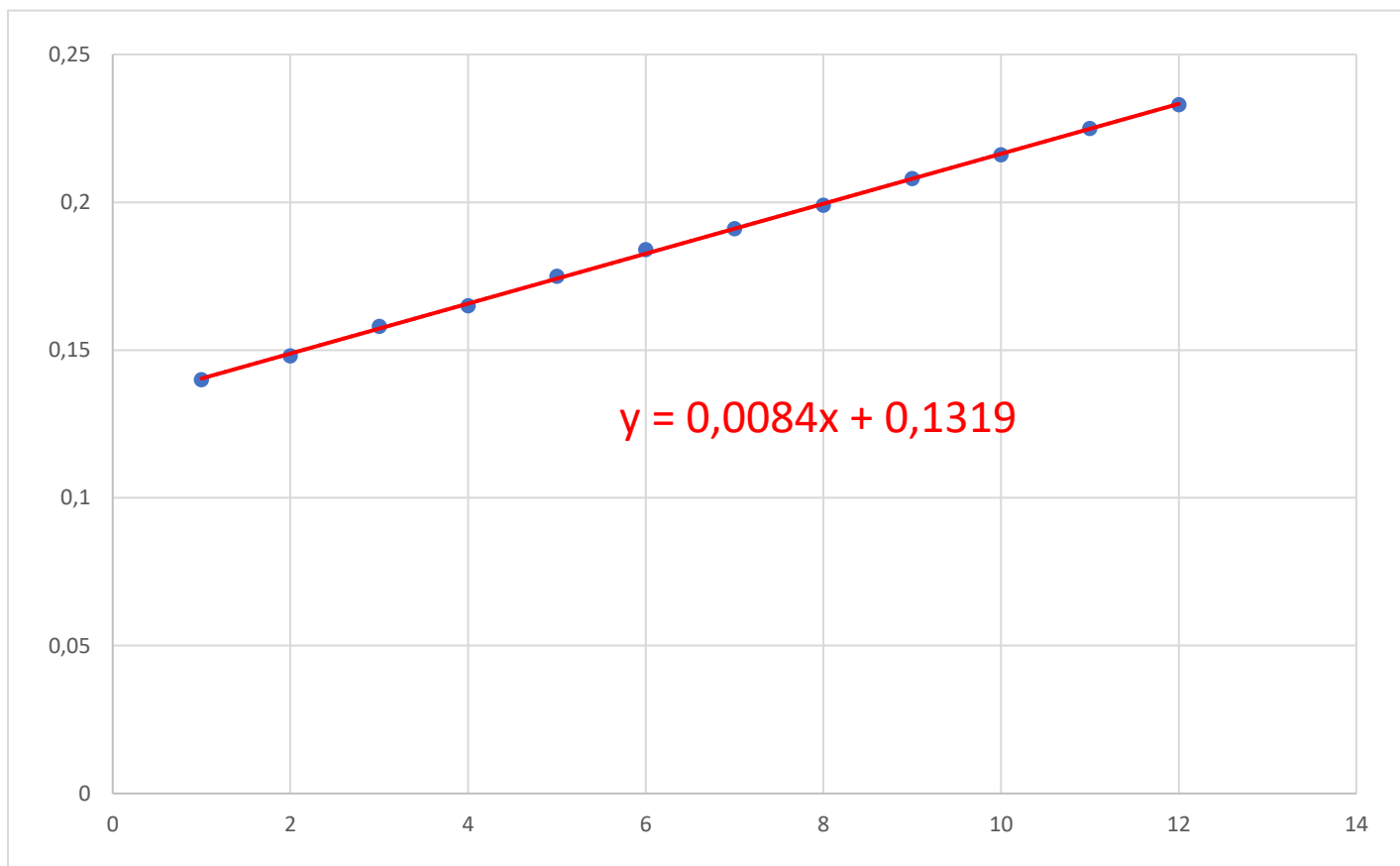
Εάν θέλουμε να βρούμε από την θεωρία ελαχίστων τετραγώνων την τιμή του λ χρειάζεται να ακολουθήσουμε την εξής διαδικασία. Καταρχάς θα πρέπει να σχεδιάσουμε την γραφική παράσταση (Σχήμα 16) της απόστασης του Πομπού με τον ανιχνευτή (Στήλη 4 στον πίνακα 2) - με το N επίτευξης (Στήλη 2 του πίνακα 2). Σε αυτήν την γραφική παράσταση λοιπόν θα πρέπει μέσω των σχέσεων (1.9) και (2) και του πίνακα 2.1, ο οποίος απορρέει άμεσα από τον πίνακα 2, να βρούμε την ευθεία ελαχίστων τετραγώνων της γραφικής παράστασης. Η κλίση της ευθείας αυτής θα ισούται με την τιμή του λ διότι ισχύει το εξής:

Ένα θεωρήσουμε ότι η ευθεία ελαχίστων τετραγώνων έχει την μορφή $y = a \cdot x + \beta$

Γνωρίζουμε μαθηματικά ότι:

$$a = \tan \varphi = \frac{dy}{dx} = \frac{(\Pi - A)_n - (\Pi - A)_{n-1}}{N} = \frac{(\Pi - A)_n - (\Pi - A)_{n-1}}{1} = (\Pi - A)_n - (\Pi - A)_{n-1}$$

$$= \lambda \Rightarrow \alpha = \lambda$$



Σχήμα 16

n	ΣN	Σ(Π-A)	Σ(N*(Π-A))	Σ(N^2)
12	78	2,242	15,781	650

Πίνακας 2.1

Σύμφωνα λοιπόν με την σχέση (1.9) θα ισχύει ότι :

$$(1.9) \Rightarrow \alpha = \frac{n \cdot \sum (x_i \cdot y_i) - (\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{n \cdot (\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2} = \frac{12 \cdot 15,781 - 78 \cdot 2,242}{12 \cdot 650 - 78^2} = \frac{14,496}{1716} = 0,0084$$

$$\text{Όμως } \alpha = \lambda = 0,0084 \text{ m} = 0,84 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = \mathbf{0,84 \text{ cm}}$$

Για να βρούμε ακόμη μια τιμή για το λ μέσω της θεωρίας σφαλμάτων θα πρέπει να ακολουθήσουμε τα εξής:

Καταρχάς χρειάζεται μέσω της 5 στήλης του πίνακα να βγάλουμε τον μέσο όρο του λ, ο μέσος όρος αυτός θα ισούται σύμφωνα με την σχέση (1.5) με :

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{n} (\sum \lambda_i) = \frac{1}{11} (0,008 + 0,01 + \dots + 0,008) = \frac{1}{11} (0,093) = 0,008455 \Rightarrow \bar{\lambda} = \mathbf{0,008455}$$

Αν και η μετρήσεις δεν είναι πολλές (11) μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η μέση τιμή αυτή αντιπροσωπεύει σε κάποιον βαθμό την πραγματική τιμή του λ καθώς είναι πολύ κοντά με την τιμή του λ που προσδιορίσαμε από την θεωρία ελαχίστων τετραγώνων, δηλαδή μπορούμε να θεωρήσουμε ότι:

$$\lambda = \bar{\lambda} = 0,008455$$

Σύμφωνα με την σχέση (1.3) λοιπόν μπορούμε να προσδιορίσουμε το σφάλμα κάθε τιμής λ του πίνακα μέσω της σχέσης:

$$\varepsilon = \lambda_i - \lambda = \lambda_i - \bar{\lambda}$$

Εάν βρούμε το σφάλμα αυτό για κάθε τιμή του λ κατά απόλυτη τιμή και τελικά βρούμε το άθροισμα όλων των σφαλμάτων αυτών (Πίνακας 2.2) μπορούμε να υποθέσουμε ότι η τελική τιμή του λ σύμφωνα με την θεωρία σφαλμάτων θα είναι ίση με :

$$\lambda = \bar{\lambda} \pm \text{Sum}(\varepsilon) = 0,008455 \pm 0,009454545$$

$$\Rightarrow \lambda = 0,008455 \pm 0,009454545$$

Η τιμή αυτή αν και προσθέτοντας την τιμή $\text{Sum}(\varepsilon)$ η τιμή του λ μεγαλώνει σε μεγάλο βαθμό, μπορούμε να θεωρήσουμε ότι είναι πιο αξιόπιστη από την τιμή που βρήκαμε μέσω της θεωρίας ελαχίστων τετραγώνων καθώς καλύπτει ένα μεγαλύτερο εύρος τιμών για την τιμή του λ .

Τιμές λ	Σφάλμα $ \varepsilon $
0,008	0,000454545
0,01	0,001545455
0,007	0,001454545
0,01	0,001545455
0,009	0,000545455
0,007	0,001454545
0,008	0,000454545
0,009	0,000545455
0,008	0,000454545
0,009	0,000545455
0,008	0,000454545
Sum = 0,009454545	

Πίνακας 2.2

Παρ' όλ' αυτά εάν συγκρίνουμε την δυο τιμές από τα δυο θεωρήματα μπορούμε εύκολα να διαπιστώσουμε ότι προσεγγίζει σε μεγάλο βαθμό η μια την άλλη.

3^ο Πείραμα

Στόχος του 3^{ου} πειράματος είναι η μέτρηση του μήκους κύματος σε συμβάλλοντα κύματα με ανίχνευση πλάτους. Με απλά λόγια θα προσπαθήσουμε να μετρήσουμε το μήκος κύματος με την βοήθεια του φαινομένου της συμβολής.

Αντί να χρησιμοποιούμε δύο διαφορετικές πηγές κυμάτων, επιδιώκουμε να εκμεταλλευτούμε το φαινόμενο της συμβολής του κύματος που παράγεται από έναν πομπό και του κύματος που ανακλάται πίσω από ένα εμπόδιο. Το εμπόδιο που θα χρησιμοποιηθεί είναι η εμπρόσθια όψη του κουτιού του Ανιχνευτή, ο οποίος θα μας δώσει τη δυνατότητα να παρακολουθήσουμε την ένταση του συνολικού κύματος μέσω του παλμογράφου.

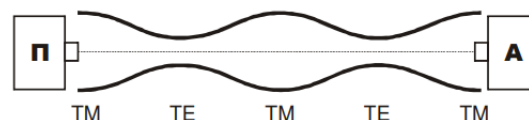
Θα πρέπει ακόμη για της ανάγκες του πειράματος να κάνουμε της εξής παραδοχές:

- 1) Το κύμα που εκπέμπεται από τον πομπό είναι περίπου σφαιρικό (ανακριβές διότι η πηγή δεν είναι σημειακή).
- 2) Το κύμα ανακλάται μόνο μία φορά από τον ανιχνευτή (ανακριβές διότι το ανακλώμενο από τον Ανιχνευτή κύμα ανακλάται στη συνέχεια από την πρόσοψη του Δέκτη κ.ο.κ.).

Σε αυτό το στενό τμήμα, μπορούμε να υποθέσουμε ότι έχουμε κύματα μονής διάστασης, και ότι συναντάμε την επικάλυψη δύο κυμάτων με διαφορετικά πλάτη Α και Β (οι οποίες στην πραγματικότητα δεν παραμένουν σταθερές κατά μήκος του τμήματος που εξετάζουμε). Σε συνάρτηση με αυτές τις υποθέσεις, μπορεί να αποδειχθεί ότι το αποτέλεσμα του κύματος παίρνει τη μορφή ενός συνόλου δύο όρων, πιο συγκεκριμένα έχει την μορφή:

$$\Psi = 2A \sin(kx) \cdot \cos(\omega t) + (B - A) \cdot \sin(kx - \omega t) \quad (2.7)$$

Όπως παρουσιάζεται στο διπλανό Σχήμα 17, η απόσταση μεταξύ δύο συνεχόμενων θέσεων του ανιχνευτή με μέγιστη (ή ελάχιστη) ένταση είναι $\lambda/2$, επειδή ένα πλήρες μήκος κύματος περιέχει δύο τοπικά μέγιστα και δύο τοπικά ελάχιστα της συνιστώσας κύματος. Εάν γνωρίζουμε λοιπόν την θέση του ανιχνευτή κάθε φορά που παρατηρούμε για παράδειγμα μέγιστη ένταση στην οθόνη του παλμογράφου, τότε μέσω της απόστασης των δυο θέσεων μπορούμε να βρούμε τελικά το $\lambda/2$ αρά και το λ .



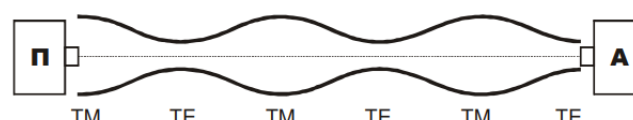
Ο Ανιχνευτής συμπίπτει με θέση Τοπικού Μέγιστου.

Το πλάτος στον Παλμογράφο θα είναι **μέγιστο**.



Ο Ανιχνευτής βρίσκεται μεταξύ Τοπικού Μέγιστου και Τοπικού Ελάχιστου.

Το πλάτος στον Παλμογράφο θα είναι **ενδιάμεσο**.



Ο Ανιχνευτής συμπίπτει με θέση Τοπικού Ελάχιστου.

Το πλάτος στον Παλμογράφο θα είναι **ελάχιστο**.

Σχήμα 17

Για την πειραματική διάταξη του πειράματος αυτού ακολουθούμε τα εξής βήματα:

Καταρχάς τοποθετούμε τον πομπό και τον ανιχνευτή μέσα στον οδηγό σε απόσταση περίπου 30 εκατοστών το ένα με το άλλο και συνδέουμε τον ανιχνευτή με την είσοδο Υ του παλμογράφου. Έπειτα ρυθμίζουμε την συχνότητα του πομπού με το κουμπί tune ώστε να πέτυχουμε μέγιστο πλάτος στην οθόνη. Μετακινούμε πολύ αργά τον ανιχνευτή και τον τοποθετούμε σε μια θέση τοπικού μέγιστου και σημειώνουμε την θέση αυτή. Σημειώνουμε ακόμη και την θέση του Πομπού (42 εκ.).

Το μόνο που έχουμε να κάνουμε λοιπόν είναι να μετακινούμε τον ανιχνευτή σε διαδοχικά μέγιστα και να καταγράφουμε την θέση του. Τα πειραματικά δεδομένα του πειράματος αυτού παρουσιάζονται στον πίνακα 3.

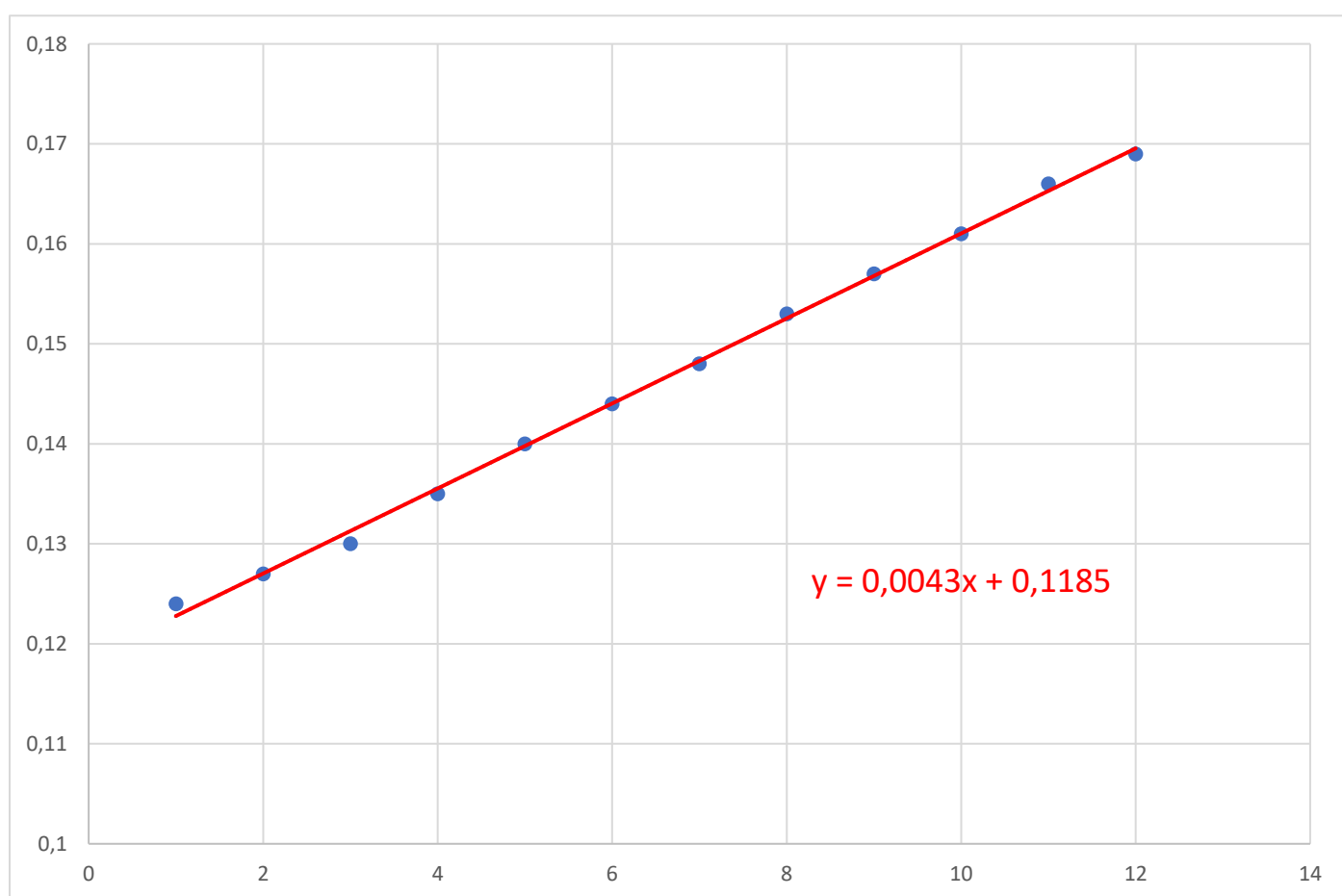
N επίτευξης	Θέση ανιχνευτή (m)	Απόσταση Π-Α (m)	λ
1	0,296	(0,42-0,296)=0,124	0,003
2	0,293	0,127	0,003
3	0,29	0,13	0,005
4	0,285	0,135	0,005
5	0,28	0,14	0,004
6	0,276	0,144	0,004
7	0,272	0,148	0,005
8	0,267	0,153	0,004
9	0,263	0,157	0,004
10	0,259	0,161	0,005
11	0,254	0,166	0,003
12	0,251	0,169	

Πίνακας 3

Με τον ίδιο τρόπο λοιπόν πάμε και βγάζουμε από τα δυο θεωρήματα δυο τιμές για το μήκος κύματος λ , πρέπει να προσέξουμε ότι επειδή δεν αλλάξαμε τίποτα στην γεννήτρια συχνοτήτων και ούτε στον παλμογράφο η τιμή του λ περιμένουμε να βγει η μισή του προηγούμενου πειράματος.

Σύμφωνα λοιπόν με την θεωρία ελαχίστων τετραγώνων:

Καταρχάς θα πρέπει ομοίως να σχεδιάσουμε την γραφική παράσταση (Σχήμα 18) της απόστασης του Πομπού με τον ανιχνευτή (Στήλη 3 στον πίνακα 3) - με το N επίτευξης (Στήλη 1 του πίνακα 3). Σε αυτήν την γραφική παράσταση λοιπόν θα πρέπει μέσω των σχέσεων (1.9) και (2) και του πίνακα 3.1, ο οποίος απορρέει άμεσα από τον πίνακα 3, να βρούμε την ευθεία ελαχίστων τετραγώνων της γραφικής παράστασης. Η κλήση της ευθείας αυτής θα ισούται όπως αποδείξαμε παραπάνω με την τιμή του λ .



Σχήμα 18

n	ΣN	Σ(Π-A)	Σ(N*(Π-A))	Σ(N^2)
12	78	1,754	12,009	650

Πίνακας 3.1

Σύμφωνα λοιπόν με την σχέση (1.9) θα ισχύει ότι :

$$(1.9) \Rightarrow \alpha = \frac{n \cdot \sum(x_i \cdot y_i) - (\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{n \cdot (\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2} = \frac{12 \cdot 12.009 - 78 \cdot 1.754}{12 \cdot 650 - 78^2} = \frac{7.296}{1716} = 0.004252$$

$$\text{Όμως } \alpha = \lambda = 0.004252 \text{ m} = 0.4252 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = \mathbf{0.4252 \text{ cm}}$$

Για να βρούμε ακόμη μια τιμή για το λ μέσω της θεωρίας σφαλμάτων θα πρέπει ομοίως να ακολουθήσουμε τα εξής:

Καταρχάς χρειάζεται μέσω της 4 στήλης του πίνακα να βγάλουμε τον μέσο ορό του λ , ο μέσος ορός αυτός θα ισούται σύμφωνα με την σχέση (1.5) με :

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{n} (\sum \lambda_i) = \frac{1}{11} (0,003 + 0,003 + \dots + 0,003) = \frac{1}{11} (0,045) = 0.004091 \Rightarrow \bar{\lambda} = \mathbf{0.004091}$$

Αν θεωρήσουμε πάλι ότι:

$$\Lambda = \bar{\lambda} = \mathbf{0.004091}$$

Τότε με όμοιο τρόπο σύμφωνα με την σχέση (1.3) μπορούμε να προσδιορίσουμε το σφάλμα κάθε τιμής λ του πίνακα μέσω της σχέσης:

$$\varepsilon = \lambda_i - \Lambda = \lambda_i - \bar{\lambda}$$

Εάν βρούμε το σφάλμα αυτό για κάθε τιμή του λ κατά απόλυτη τιμή και τελικά βρούμε το άθροισμα όλων των σφαλμάτων αυτών (Πίνακας 3.2) μπορούμε να υποθέσουμε ότι η τελική τιμή του λ σύμφωνα με την θεωρία σφαλμάτων θα είναι ίση με :

$$\lambda = \bar{\lambda} \pm \text{Sum}(\varepsilon) = 0,00491 \pm 0,007273$$

$$\Rightarrow \lambda = \mathbf{0.00491 \pm 0,007273}$$

εάν θεωρήσουμε πάλι ως πιο αξιόπιστη τιμή αυτήν για την τιμή του λ τότε:

$$2 \cdot \lambda = 2(0,00491 \pm 0,007273) = 0,00982 \pm 0,014546$$

Φυσικά εάν συγκρίνουμε αυτήν την τιμή με την τιμή του προηγούμενου πειράματος τότε εύκολα παρατηρούμε ότι αν και η τιμές είναι κοντά η παραπάνω τιμή είναι σαφώς λίγο μεγαλύτερη. Παρατηρούμε ακόμη ότι το σφάλμα είναι πολύ μεγάλο σε σχέση με την τιμή του λ , αν δεν έχει γίνει κάποιο λάθος στην μαθηματικές πράξεις τότε μπορεί να ευθύνεται για αυτό και το ότι δεν προσδιορίζαμε την θέση του ανιχνευτή με μεγάλη ακρίβεια.

λ	ε
0,003	0,001091
0,003	0,001091
0,005	0,000909
0,005	0,000909
0,004	9,1E-05
0,004	9,1E-05
0,005	0,000909
0,004	9,1E-05
0,004	9,1E-05
0,005	0,000909
0,003	0,001091
Sum=0,007273	

Πίνακας 3.2

4^ο Πείραμα

Σκοπός του 4^{ου} και τελευταίου πειράματος είναι να βρούμε πειραματικά την ταχύτητα του ήχου μέσω της διάταξης Sonar.

Η διάταξη Sonar είναι ένα τεχνολογικό σύστημα που χρησιμοποιείται για τον εντοπισμό αντικειμένων και τον υπολογισμό των αποστάσεων τους χρησιμοποιώντας τον ήχο. Το Sonar είναι μια συντομογραφία για τη φράση "Sound Navigation and Ranging" (Ήχος Πλοήγησης και Εντοπισμού) και αναπτύχθηκε αρχικά για να χρησιμοποιηθεί στη θαλάσσια πλοήγηση και την ανίχνευση υποθαλάσσιων αντικειμένων.

Η διάταξη Sonar λειτουργεί στη βάση της αποστολής ήχου στο περιβάλλον (όπως το νερό ή ο αέρας) και της ανίχνευσης του ανακλασμένου ήχου από τα αντικείμενα. Στη θάλασσα, για παράδειγμα, ένα πλοίο με διάταξη Sonar θα εκπέμψει έναν ήχο σε μια συγκεκριμένη συχνότητα, όπως έναν υπερήχο. Ο ήχος αυτός θα διαδοθεί στο νερό και όταν συναντήσει ένα αντικείμενο, όπως ένα υποβρύχιο ή ένα υποθαλάσσιο βράχο, θα ανακλαστεί πίσω προς τη διάταξη.

Με βάση τον χρόνο που απαιτείται για τον ήχο να επιστρέψει στη διάταξη, μπορεί να υπολογιστεί η απόσταση από τη διάταξη μέχρι το αντικείμενο. Με την επανάληψη αυτής της διαδικασίας σε διάφορα σημεία, μπορεί να δημιουργηθεί μια εικόνα του υποβρύχιου τοπίου ή να εντοπιστούν αντικείμενα στο περιβάλλον.

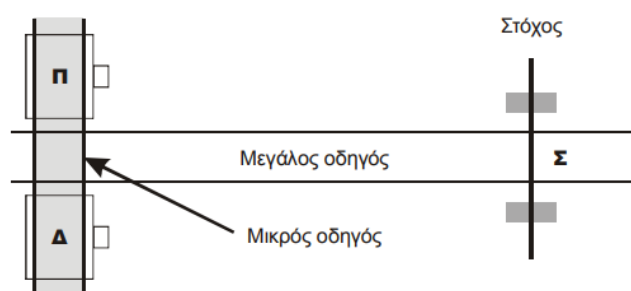
Εκτός από τη θαλάσσια πλοήγηση και την ανίχνευση υποθαλάσσιων αντικειμένων, η διάταξη Sonar χρησιμοποιείται επίσης σε άλλους τομείς, όπως οι έρευνες σε ακτογραμμή, οι αναζητήσεις και διασσωστικές αποστολές σε θαλάσσιες περιοχές και ακόμη και σε εφαρμογές στον χώρο της ιατρικής.

Τα κυματοδέματα αναφέρονται στις κυματικές μορφές που περιγράφουν τη μεταφορά ενέργειας και πληροφορίας μέσω του χώρου ή του χρόνου. Στην περίπτωση του Sonar, τα κυματοδέματα αναφέρονται στον ήχο που εκπέμπεται από τη διάταξη και ανακλάται από τα αντικείμενα. Ο ήχος στο Sonar διαδίδεται με τη μορφή μιας κυματομορφής, καθώς ανακλάται και απορροφάται από τα αντικείμενα στο περιβάλλον. Τα κυματοδέματα ήχου παράγουν αποτυπώματα των αντικειμένων και της δομής του υποβρύχιου τοπίου, με βάση τον χρόνο που απαιτείται για να φτάσει ο ήχος πίσω στη διάταξη.

Η διάταξη Sonar αξιοποιεί την ανάλυση αυτών των κυματοδεμάτων ήχου για να εντοπίσει αντικείμενα, να υπολογίσει αποστάσεις και να δημιουργήσει μια εικόνα του περιβάλλοντος. Με βάση τον χρόνο που απαιτείται για την επιστροφή του ανακλασμένου ήχου, μπορεί να υπολογιστεί η απόσταση των αντικειμένων από τη διάταξη. Επιπλέον, η ανάλυση των κυματοδεμάτων μπορεί να παράσχει πληροφορίες σχετικά με το σχήμα, το μέγεθος και τη σύνθεση των αντικειμένων.

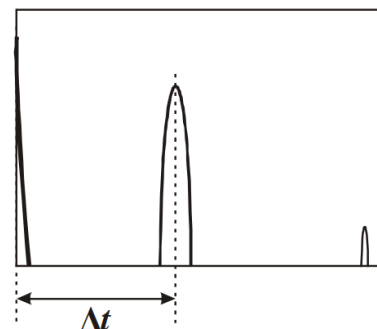
Για να δημιουργήσουμε μια διάταξη Sonar θα πρέπει να ακολουθήσουμε την εξής πειραματική διαδικασία:

Καταρχάς βεβαιωνόμαστε ότι το κουμπί tune του δέκτη είναι στην θέση για μέγιστο πλάτος στον παλμογράφο όπως και προηγουμένως. Πηγαίνουμε την ρύθμιση του gain του δέκτη στην θέση περίπου πάρα τέταρτο με πάρα δέκα, ώστε να αποφύγουμε τυχόν ψαλιδισμούς του κυματοδέματος. Σε αυτήν την φάση του πειράματος χρειαζόμαστε άλλον έναν μικρότερο οδηγό καθώς θέλουμε να πέτυχουν την διάταξή του σχήματος 19. Στην διάταξή αυτή τοποθετούμε τον στόχο σε απόσταση περίπου 20 εκατοστών από τον μικρό οδηγό.



Σχήμα 19

Θα πρέπει ακόμα να συνδεσουμε την έξοδο του δέκτη με τον παλμογράφο. Εάν έχουμε ακολουθήσει σωστά όλη την παραπάνω διαδικασία θα πρέπει στην οθόνη του παλμογράφου να βλέπουμε μια εικόνα σαν αυτή του σχήματος 20. Όπως παρατηρούμε από το σχήμα αυτό η δεύτερη κορυφή είναι μετατοπισμένη χρονικά κατά Δt σε σχέση με την πρώτη. Η χρονική αυτή μετατόπιση είναι ίση με τον χρόνο που απαιτείται για να φτάσει το κυματόδεμα από τον πομπό στον δέκτη. Αν γνωρίζουμε ακόμα την απόσταση του πομπού με τον δέκτη τότε είναι πολύ εύκολο να βρούμε την ταχύτητα του ήχου. Ανάποδα εάν θεωρήσουμε γνωστή την ταχύτητα του ήχου τότε μας είναι εύκολο να βρούμε την απόσταση Πομπού-δέκτη γνωρίζοντας το Δt .



Σχήμα 20

Αυτό που θα κάνουμε λοιπόν είναι να αφήσουμε σταθερό τον στόχο σε μια θέση και να μετακινούμε τον μικρό οδηγό πάνω στον μεγάλο οδηγό και να καταγράφουμε κάθε φορά την απόσταση του μικρού οδηγού από τον στόχο. Σε κάθε καταγραφή της απόστασης αυτής πάμε και καταγράφουμε από την οθόνη του παλμογράφου την κλίμακα *time/div* και ποσά κουτάκια k_x περιέχονται ανάμεσα στις δυο κορυφές. Τα πειραματικά δεδομένα που πήραμε από το πείραμα αυτό παρουσιάζονται στον πίνακα 4.

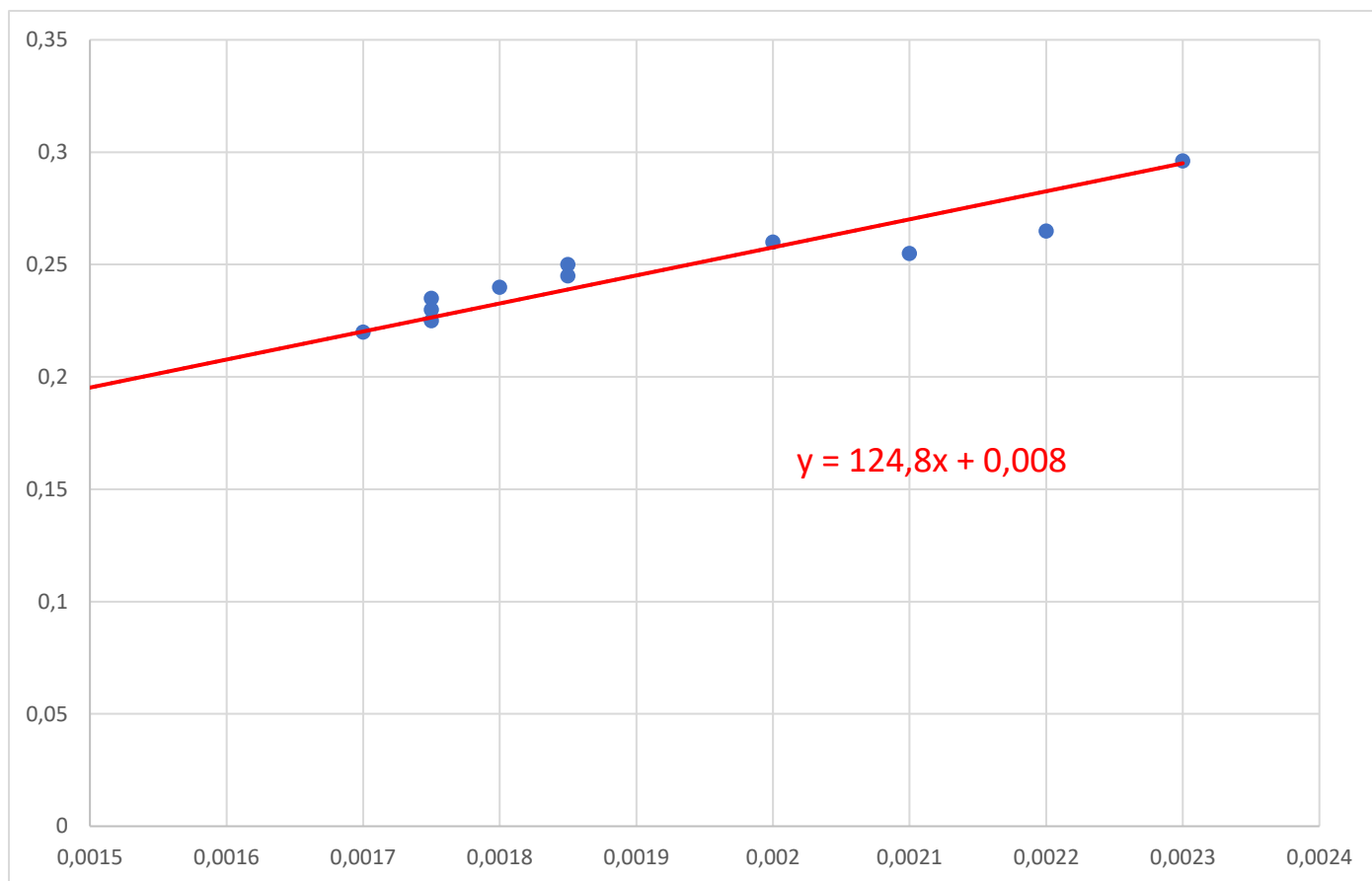
α/α	Θέση Στόχου m	Απόσταση Πομπού -Ανιχνευτή Από τον στόχο	Κλίμακα time/div	k_x	Δt (s)
1	0,5	0,265	0,0005	4,4	0,0022
2	0,5	0,26	0,0005	4	0,002
3	0,5	0,255	0,0005	4,2	0,0021
4	0,5	0,25	0,0005	3,7	0,00185
5	0,5	0,245	0,0005	3,7	0,00185
6	0,5	0,24	0,0005	3,6	0,0018
7	0,5	0,235	0,0005	3,5	0,00175
8	0,5	0,23	0,0005	3,5	0,00175
9	0,5	0,225	0,0005	3,5	0,00175
10	0,5	0,22	0,0005	3,4	0,0017

Πίνακας 4

Φυσικά το χρονικό διάστημα Δt το βρίσκουμε εάν πολλαπλασιάσουμε την κλίμακα *time/div* με το k_x . Για να μελετήσουμε τα πειραματικά δεδομένα του πίνακα 4 χρειάζεται να σχεδιάσουμε την γραφική παράσταση της απόστασης πομπού ανιχνευτή από τον στόχο με το χρονικό διάστημα Δt (Σχήμα 21). Επειδή η ταχύτητα του ήχου στον αέρα γνωρίζουμε ότι είναι σταθερή ο ήχος θα κινηθεί ευθύγραμμα και ομαλά κατά προσέγγιση και η απόσταση του θα δίνεται από την σχέση:

$$\Delta x = U \cdot \Delta t \Rightarrow U = \Delta x / \Delta t$$

Από την σχέση αυτή εύκολα διαπιστώνει κανείς ότι εάν εφαρμόσουμε την θεωρία ελαχίστων τετραγώνων στην γραφική παράσταση των πειραματικών δεδομένων του πίνακα 4, η κλίση της ευθείας που θα προκύψει θα ισούται με την ταχύτητα U .



Σχήμα 21

Σε αυτήν την γραφική παράσταση λοιπόν θα πρέπει μέσω των σχέσεων (1.9) και (2) και του πίνακα 4.1, ο οποίος απορρέει άμεσα από τον πίνακα 4, να βρούμε την ευθεία ελαχίστων τετραγώνων της γραφικής παράστασης του σχήματος 21.

n	ΣΔt	Σ(αποσ. Π-Α)	Σ(Δt*Αποστ Π-Α)	ΣΔt ²
10	0,0188	2,425	0,00456775	3,54125E-05

Πίνακας 4.1

$$(1.9) \Rightarrow \alpha = \frac{n \cdot \sum (x_i \cdot y_i) - (\sum x_i) \cdot (\sum y_i)}{n \cdot (\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2} = \frac{10 \cdot 0,00456775 - 0,0188 \cdot 2,425}{10 \cdot 3,54125 \cdot 10^{-5} - 0,0188^2} = \frac{8,75 \cdot 10^{-5}}{6,85 \cdot 10^{-7}}$$

$$= 127.74$$

$$(2) \Rightarrow \beta = \frac{\sum x_i^2 \cdot \sum (y_i) - (\sum x_i) \cdot (\sum (x_i \cdot y_i))}{n \cdot (\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2} = \frac{3,54125 \cdot 10^{-5} \cdot 2,425 - 0,0188 \cdot 0,00456775}{10 \cdot 3,54125 \cdot 10^{-5} - 0,0188^2}$$

$$= 0,00235$$

Άρα η ευθεία ελαχίστων τετραγώνων της γραφικής είναι η : $y = 127.74 \cdot x + 0,00235$

Η κλίση της ευθείας αυτής γενικά γνωρίζουμε ότι ισούται με:

$$a = \tan\theta = \frac{\Delta x}{\Delta t} = U \quad , \text{ σύμφωνα με την σχέση } U = \Delta x / \Delta t$$

Θα πρέπει να προσέξουμε όμως ότι αν και η ταχύτητα που κινείται το κυματόδεμα είναι η ταχύτητα του ήχου η τιμή του a δεν μας δίνει την μετρό της ταχύτητας του ήχου καθώς το Δt αντιπροσωπεύει τον χρόνο που θέλει το κυματόδεμα για να κάνει 2 φορές την απόσταση του μικρού οδηγού από τον στόχο. Για να βρούμε λοιπόν το μετρό της ταχύτητας του ήχου θα πρέπει να διπλασιάσουμε την τιμή του a , δηλαδή:

$$U_{\eta\chi} = 2 \cdot a = 2 \cdot 127,74 = 255,48 \text{ m/s}$$

Φυσικά η τιμή αυτή αν και είναι κατά 100 m/s μικρότερη από την πραγματική (η οποία είναι ίση με 343 m/s). Για το σφάλμα αυτό στην τιμή μπορεί να ευθύνονται πολλοί παράγοντες, οι οποίοι κυμαίνονται από λάθη απροσεξίας στον προσδιορισμό της τιμής k_x μέχρι και στην υπάρξει κάποιου τεχνικού σφάλματος στον εξοπλισμό που χρησιμοποιήθηκε. Παρ' όλ' αυτά όμως μπορούμε να πούμε ότι προσεγγίσαμε την πραγματική τιμή σε ικανοποιητικό βαθμό.

Συμπεράσματα

Στην παρούσα εργασία, εκτελέστηκαν μια σειρά πειραμάτων με στόχο την κατανόηση και μέτρηση των χαρακτηριστικών των υπερήχων. Αρχικά, μελετήσαμε και προσδιορίσαμε την ιδιοσυχνότητα του πιεζοηλεκτρικού στοιχείου που χρησιμοποιήθηκε, κατανοώντας έτσι περαιτέρω την λειτουργία του. Επιπλέον, πραγματοποιήσαμε μετρήσεις του μήκους κύματος υπερήχου με δύο διαφορετικούς τρόπους, επιβεβαιώνοντας την ακρίβεια και την αξιοπιστία των μεθόδων μας. Τέλος, χρησιμοποιώντας τη διάταξη Solar, καταφέραμε να προσδιορίσουμε πειραματικά την ταχύτητα του ήχου.

Εντυπωσιακό ήταν το γεγονός ότι όλες οι τιμές που προέκυψαν από τα πειράματά μας προσέγγισαν ή συμφώνησαν με τις αναμενόμενες τιμές, αποδεικνύοντας την εγκυρότητα των μεθόδων και τεχνικών μας. Αυτή η συνεπής ακρίβεια υποδεικνύει την αξία των πειραματικών μεθόδων και την επιτυχία της εφαρμογής τους στην μελέτη των υπερήχων.

* Είναι σημαντικό να τονίσουμε ότι η πλειονότητα των σχημάτων που χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα εργασία, προέρχονται από το βιβλίο "Εργαστηριακές ασκήσεις γενικής φυσικής" των μελών ΔΕΠ του Τομέα Φυσικής Στερεάς Κατάστασης του Τμήματος Φυσικής του Αριστοτελείου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης. Αυτό το σημαντικό αναφορικό έργο παρείχε την απαραίτητη βάση για την πειραματική διερεύνηση των υπερήχων που αναπτύχθηκε στην παρούσα εργασία.