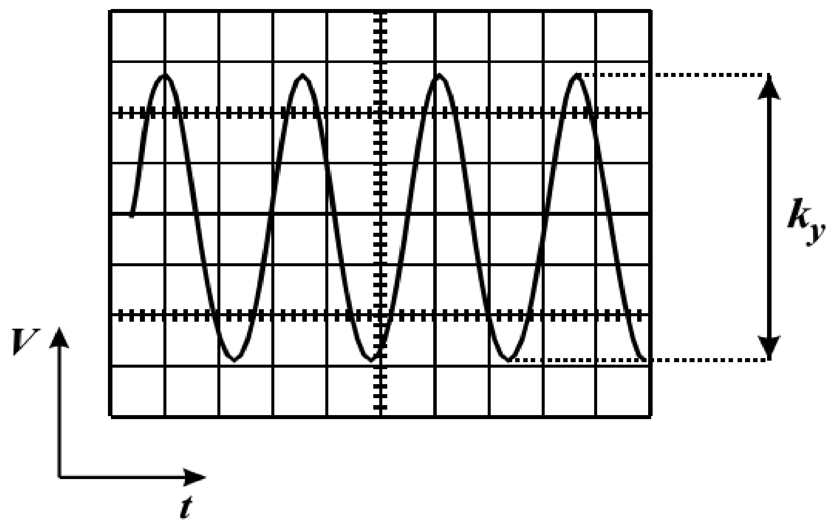
Εργαστηριακές Ασκήσεις Γενικής Φυσικής

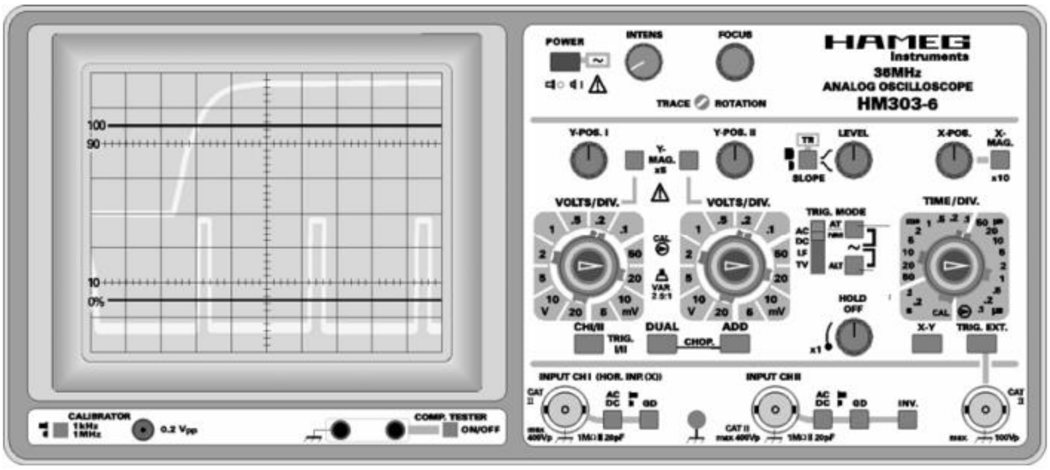
Εργασία 9 – Παλμογράφος



Εισαγωγή

Η εργασία αυτή αφορά 3 πειράματα κυματικής που διεξήχθησαν σε εργαστήριο της σχολής θετικών επιστημών του ΑΠΘ στο μάθημα εργαστηριακές ασκήσεις φυσικής. Συγκεκριμένα μεσώ των πειραμάτων παρακάτω θα επιχειρήσουμε να μετρήσουμε πλάτος, συχνότητα και φάση ημιτονικών σημάτων. Η πειραματική διάταξη που θα χρησιμοποιήσουμε για την επίτευξή των μετρήσεων αυτών αποτελείτε από έναν παλμογράφο διπλής δέσμης (Σχήμα 1) και μια γεννήτρια συχνοτήτων (Σχήμα 4). Με πολύ απλά λόγια μέσω της γεννήτριας συχνοτήτων την οποία και θα συνδέσουμε με τον παλμογράφο μέσω καλωδίου, θα στέλνουμε διάφορα σήματα προς τον παλμογράφο συγκεκριμένης ή και άγνωστης συχνότητας και μέσω της οθόνης που περιέχει ο παλμογράφος θα μελετάμε το καθένα από αυτά, με σκοπό να λάβουμε πειραματικά δεδομένα τα οποία μέσω μαθηματικής ανάλυσης θα μας οδηγήσουν στης άγνωστες τιμές πλάτους, συχνότητας και φάσης των ημιτονικών σημάτων που σε κάθε πείραμα θέλουμε να μετρήσουμε.

Παλμογράφος διπλής δέσμης

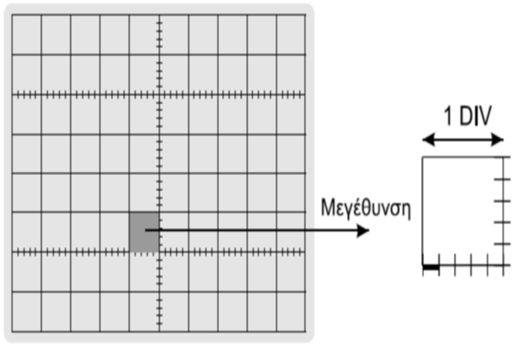


Σχήμα 1: Παλμογράφος διπλής δέσμης HM3-3-6

Ο παλμογράφος είναι ένα εργαλείο το οποίο διευκολύνει την ανίχνευση και αξιολόγηση τόσο σταθερών (DC) όσο και εναλλασσόμενων (AC) ηλεκτρικών τάσεων και κυματικών μορφών, που συνήθως αναφέρονται ως σήματα στον τομέα της ηλεκτρονικής. Τα σήματα αυτά είναι συναρτήσεις του χρόνου, και για τον λόγο αυτό μπορούν να απεικονιστούν με τη βοήθεια ενός γραφήματος V = V(t). Ως εκ τούτου, ένας παλμογράφος θα πρέπει να είναι σε θέση να παρουσιάζει τόσο την άμεση τάση όσο και τον χρόνο, ταυτόχρονα. Αυτό επιτυγχάνεται μέσω της χρήσης του σωλήνα Braun, που αποτελεί τον κεντρικό συστατικό ενός παλμογράφου.

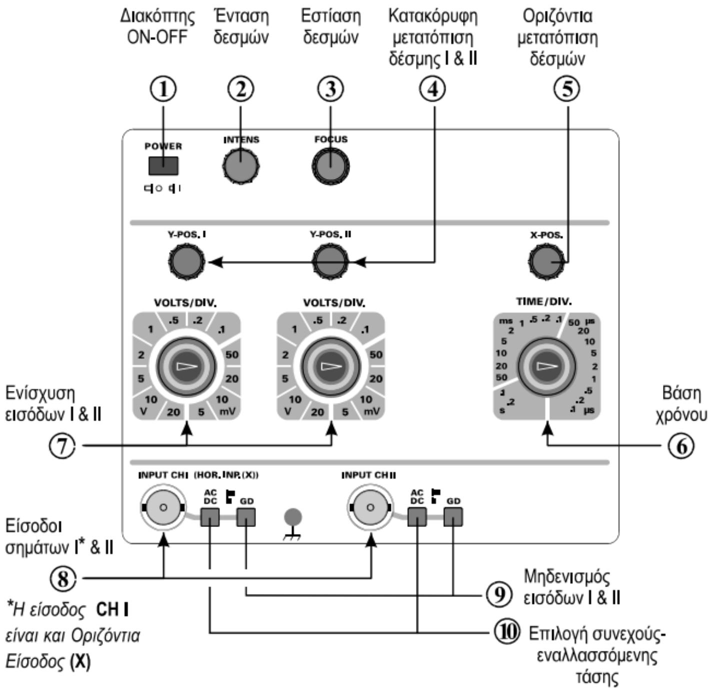
Ο σωλήνας Brown είναι ένα είδος σωλήνα κενού, μια παλιά τεχνολογία που χρησιμοποιούταν σε πολλές ηλεκτρονικές συσκευές, όπως οι παλιές τηλεοράσεις και ραδιόφωνα. Στον σωλήνα Brown, ένας αρνητικά φορτισμένος καθοδικός σωλήνας εκπέμπει ηλεκτρόνια προς έναν ανοδικό σωλήνα. Όταν τα ηλεκτρόνια περνούν από τον ανοδικό σωλήνα, δημιουργούνται αναλογικά σήματα.

Ακόμη θα πρέπει να γνωρίζουμε ότι η οθόνη του παλμογράφου είναι χωρισμένη σε τετραγωνάκια , τα οποία αποκαλούνται υποδιαιρέσεις ή DIV και το κάθε τετραγωνάκι έχει 5 μικρότερες υποδιαιρέσεις οι οποίες βοηθούν στην εκτίμηση μηκών μικρότερων από 1 Div (Σχήμα 2).



Σχήμα 2

Τέλος για να γίνει σωστή χρήση του παλμογράφου χρειάζεται να γνωρίζουμε καταρχάς τα βασικά ρυθμιστικά της λειτουργείας του (Σχήμα 3). Τα οποία είναι τα εξής:



Σχήμα 3

1. Power: Διακόπτης τροφοδοσίας
2. INTENS: Καθορίζει την ένταση φωτεινότητας των κηλίδων
3. FOCUS: Καθορίζει την εστίαση των κηλίδων
4. Y-POS. I & II: Μετακινεί κατακόρυφα τις κηλίδες I και II αντίστοιχα
5. X-POS: Μετακινεί οριζόντια τις κηλίδες I και II συγχρόνως
6. TIME/DIV: Επιλέγει την βάση χρόνου, δηλ. την κλίμακα χρόνων (πόσος χρόνος αντιστοιχεί σε κάθε οριζόντια υποδιαίρεση)
7. VOLTS/DIV I & II: Επιλέγει την κλίμακα τάσεων, δηλ. το πόση τάση αντιστοιχεί σε κάθε υποδιαίρεση στον άξονα Y
8. INPUT CH I & CH II: Ακροδέκτες σήματος εισόδων VY1 και VY2 αντίστοιχα. Η είσοδος CH I με κατάλληλη ρύθμιση γίνεται είσοδος σήματος X
9. GD (I & II): Μηδενίζει (γειώνει – GrounD) την ενίσχυση των εισόδων I & II αντίστοιχα: ενεργός (πατημένος) ή ανενεργός (απάτητος)

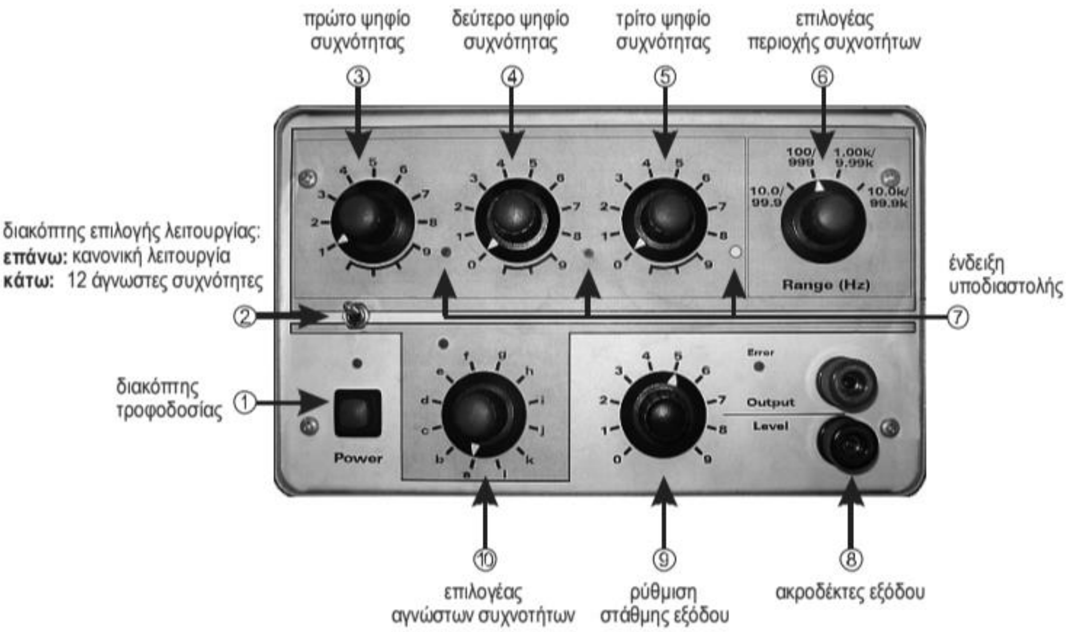
10. AC-DC: Επιλογή συνεχούς (DC) σύζευξης του σήματος ή μόνο της εναλλασσόμενης (AC) συνιστώσας του σήματος

Αρχικές ρύθμισης παλμογράφου

Για να εξασφαλιστεί ότι θα μπορέσουμε να δούμε σωστά τα σήματα στον παλμογράφο θα πρέπει να ισχύουν οι εξής ρυθμίσεις οι οποίες θα παραμείνουν έτσι μέχρι και το τέλος των πειραμάτων:

Ρυθμιστικά/πλήκτρα	Θέση
INTENS, FOCUS	μέση θέση
Y-POS. I, Y-POS. II, TR LEVEL και X-POS.	μέση θέση
Y-MAG x 5, TR SLOPE, X-MAG.	έξω θέση (απάτητα)
TRIG. MODE	LF
AT/NM και ALT	έξω θέση (απάτητα)
τρία κόκκινα εσωτερικά περιστροφικά ρυθμιστικά των επιλογέων VOLTS/DIV I, II και TIME/DIV	μέγιστη θέση (εντελώς δεξιά)
CHI/II, DUAL, ADD, X-Y και TRIG. EXT.	έξω θέση (απάτητα)
AC/DC, GD και INV (δίπλα στους ακροδέκτες εισόδου)	έξω θέση (απάτητα)
COMP TESTER (κάτω δεξιά από την οθόνη)	έξω θέση (απάτητο)

Γεννήτρια συχνοτήτων



Σχήμα 4: Γεννήτρια συχνοτήτων

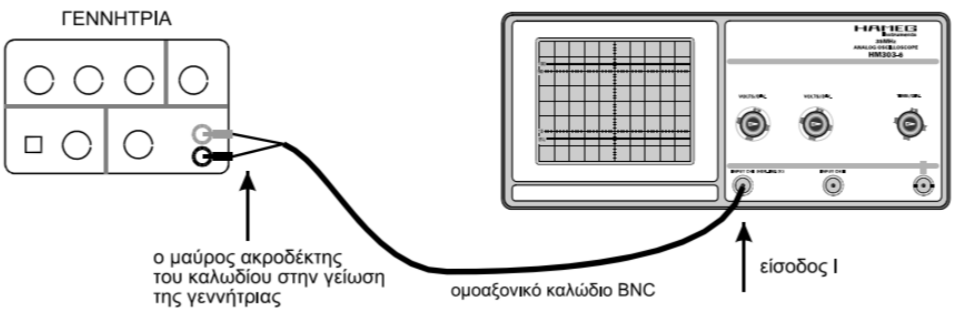
Για την χρήση της γεννήτριας συχνοτήτων απλά χρειάζεται να γνωρίζουμε τα ρυθμιστικά λειτουργίας της, τα οποία είναι τα εξής:

1. Διακόπτης τροφοδοσίας και ενδεικτικό λαμπάκι λειτουργίας
2. Διακόπτης επιλογής τρόπου λειτουργίας της συσκευής: επάνω θέση: κανονική λειτουργία σαν γεννήτρια συχνοτήτων κάτω θέση: παρέχει 12 άγνωστες συχνότητες a – l σε συνδυασμό με τον επιλογέα (10)

3,4 και 5. Διακόπτες επιλογής του πρώτου (3), δεύτερου (4) και τρίτου (5) κατά σειρά ψηφίου της συχνότητας

6. Διακόπτης επιλογής περιοχής συχνοτήτων – Range (Hz) 10.0 – 99.9 Hz, 100 – 999 Hz, 1.00 – 9.99 kHz ή 10.0 – 99.9 kHz
7. Φωτεινή ένδειξη της υποδιαστολής στην τιμή της συχνότητας
8. Ακροδέκτες εξόδου του σήματος (ο μαύρος είναι η γείωση) – Output Level
9. Ρυθμιστής πλάτους του ημιτονικού σήματος στην έξοδο (ενδεικτική τιμή)
10. Διακόπτης επιλογής 12 συχνοτήτων αγνώστου τιμής (a – l)

Το μόνο που πάμε αρχικά και κάνουμε πέρα από το να συνδέσουμε τον παλμογράφο και την γεννήτρια στην πρίζα, είναι να πατήσουμε τον διακόπτη τροφοδοσίας (1) και στης δυο συσκευές. Έπειτα πρέπει να συνδέσουμε μαζί την γεννήτρια και τον παλμογράφο μέσω καλωδίου, το καλώδιο που θα χρησιμοποιήσουμε είναι ένα ομοαξονικό καλώδιο BNC, στο οποίο από την μια μεριά έχουμε βάλει δυο ακροδέκτες. Τοποθετούμε λοιπόν το καλώδιο όπως αποτυπώνετε χαρακτηριστικά στην εικόνα 5.



Σχήμα 5

Τοποθετούμε δηλαδή τους δυο ακροδέκτες στους δυο ακροδέκτες εξόδου (8) της γεννήτριας και την άλλη μεριά του καλωδίου με το INPUT CH I (8) του παλμογράφου. Θα πρέπει να σημειωθεί ότι ο μαύρος ακροδέκτης του καλωδίου πρέπει να συνδεθεί στην γείωση της γεννήτριας.

Για την μαθηματική μελέτη των πειραμάτων αυτών θα χρειαστούμε την θεωρία σφαλμάτων και την θεωρία ελάχιστων τετράγωνων.

Σύμφωνα με την θεωρία σφαλμάτων ως x ορίζουμε οποιαδήποτε τιμή μετράμε στο πείραμα μας, εάν δεν υπήρχαν οι παράγοντες που επηρεάζουν την επαναληψιμότητα των μετρήσεων η τιμή αυτή θα έπαιρνε την μορφή **X**. Λόγο των παραγόντων αυτόν συμπεραίνουμε ότι θα υπάρχει κάποιο σφάλμα **ε** στης μετρήσεις μας, το σφάλμα αυτό ορίζετε ως : $x - X = \varepsilon$ (1) , ακόμη ορίζουμε και το τυπικό σφάλμα **σ** των μετρήσεων μας όπου :

$\boldsymbol{\sigma = \sqrt{\langle \varepsilon^2 \rangle} = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} e_i^2}}$ (1.1) , όπου **n** οι συνολικές μετρήσεις.

Παίρνοντας τον μέσο όρο δήγματος : $\boldsymbol{\overline{x} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \cdots + x_n)}$ (1.2)

το σφάλμα του μέσου ορού θα ορίζετε ως εξής **E =** $\boldsymbol{\overline{x} - X}$ (2.3) ενώ η τυπική απόκλιση στο μέσο όρο θα ορίζετε ως :

$$\boldsymbol{\sigma_m = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} E_i^2} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \ (1.3)\ .$$

Τέλος ορίζουμε και την απόκλιση d των μετρήσεων μας όπου :

$$\boldsymbol{d_i = x_i - \overline{x}} \ (1.4)\ .$$

Σύμφωνα με την θεωρία ελαχίστων τετραγώνων σχεδιάζοντας μια οποιαδήποτε γραφική παράσταση ($\boldsymbol{y_i}$-$\boldsymbol{x_i}$) χρησιμοποιώντας τα πειραματικά δεδομένα ενός πειράματος μας, μπορούμε σύμφωνα με την θεωρία να βρούμε την ευθεία ελάχιστων τετράγωνων $x = \boldsymbol{\alpha} \cdot t + \boldsymbol{\beta}$ (1.5) της γραφικής παράστασης ως εξής : Καταρχάς θεωρούμε ως $\boldsymbol{\delta_i}$ της αποκλίσεις τον σημείων από την ευθεία αυτή, σύμφωνα με την θεωρία η ζητούμενη ευθεία είναι εκείνη για την οποία το άθροισα S των τετραγώνων των αποκλίσεων $\boldsymbol{S = \sum \delta_i^2 = \sum[y_i - (a \cdot x_i + \beta)]^2}$ γίνεται ελάχιστο. Βρίσκοντας τα ελάχιστο της συνάρτησης αυτής και λύνοντας ως προς α και β προκύπτει ότι :

$$\boldsymbol{\alpha = \frac{n \cdot \sum(x_i \cdot y_i) - (\sum x_i)\cdot(\sum y_i)}{n \cdot (\sum {x_i}^2) - (\sum x_i)^2}} \ (1.6) \quad \text{και} \quad \boldsymbol{\beta = \frac{\sum {x_i}^2 \cdot \sum(y_i) - (\sum x_i)\cdot(\sum(x_i \cdot y_i))}{n \cdot (\sum x_i^2) - (\sum x_i)^2}} \ (1.7)$$

Επειδή όμως υπάρχει αβεβαιότητα στον προσδιορισμό της ευθείας λόγο αβεβαιότητας στα πειραματικά μας δεδομένα αυτό σημαίνει και την ύπαρξη τυπικής απόκλισης στην τιμή των συντελεστών α και β, η οποία δίνετε από τους παρακάτω τύπους :

$$\boldsymbol{\sigma_\alpha} = s_y \cdot \sqrt{\frac{n}{n \cdot (\sum {\boldsymbol{t_i}}^2) - (\sum \boldsymbol{t_i})^2}} \ (1.8) \qquad \boldsymbol{\sigma_\beta} = s_y \cdot \sqrt{\frac{(\sum {\boldsymbol{t_i}}^2)}{n \cdot (\sum {\boldsymbol{t_i}}^2) - (\sum \boldsymbol{t_i})^2}} \ (1.9)$$

Όπου $$\boldsymbol{s_y = \sqrt{\frac{\sum \delta_i^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{\sum[x_i - (at_i + \beta)]^2}{n-2}}} \ (2)$$

1ο Πείραμα

Στόχος του 1ου πειράματος είναι να μετρήσουμε την συχνότητα αγνώστων περιοδικών σημάτων. Καταρχάς χεριάζετε στην γεννήτρια συχνοτήτων να τοποθετήσουμε τον διακόπτη επιλογής τρόπου λειτουργίας της συσκευής (2) προς την κάτω θέση ώστε να μας παρέχει 12 άγνωστες συχνότητες a – l και προσέχουμε ο διακόπτης επιλογής των 12 συχνοτήτων αγνώστου τιμής να δείχνει προς το a. Για να παρατηρήσουμε το σήμα όσο το δυνατόν καλύτερα στον παλμογράφο, ρυθμίζουμε κατάλληλα τα Y-POS (4) και X-POS (5) ώστε να φέρουμε το σήμα στον κεντρικό άξονα της οθόνης.

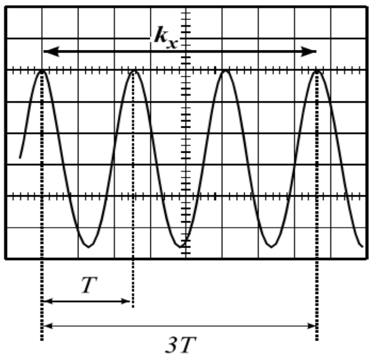
Μαθηματικά για την εύρεση της συχνότητας των σημάτων πρέπει να γνωρίζουμε τα εξής:

Καταρχάς θα πρέπει να ορίσουμε τι είναι η περίοδος Τ. Η περίοδος είναι μέγεθος που χαρακτηρίζει εκείνα τα φυσικά φαινόμενα, τα οποία έχουν την ιδιότητα να επαναλαμβάνονται κατά τον ίδιο τρόπο μετά την πάροδο ορισμένου χρόνου. Τέτοια φαινόμενα ονομάζονται περιοδικά. Ως περίοδος του φαινομένου ορίζεται ο ελάχιστος χρόνος που απαιτείται για να εκτελεστεί ένας πλήρης κύκλος του φαινομένου, μετά τον οποίο το φαινόμενο επαναλαμβάνεται. Για την μέτρηση της περιόδου ενός σήματος μέσου του παλμογράφου άρα, χεριάζετε να γνωρίζουμε τον χρόνο που χεριάζετε για να εκτελεστεί ένας πλήρης κύκλος ενός σήματος, με λίγα λογία ο χρόνος που μεσολαβεί ανάμεσα σε δυο κορυφές. Εάν γνωρίζουμε λοιπόν τον χρόνο που μεσολαβεί ανάμεσα σε δυο κορυφές (δηλαδή ποσά κουτάκια div υπάρχουν ανάμεσα) και πόσος χρόνος αντιστοιχεί σε ένα κουτάκι (div) τότε μπορούμε να βρούμε και την περίοδο του σήματος, αν για παράδειγμα παρατηρήσουμε ότι μεταξύ δυο κορυφών υπάρχουν 4 κουτάκια (div) στον οριζόντιο άξονα και στην βάση χρόνου (6) του παλμογράφου έχουμε επιλέξει την τιμή 0,1s/div τότε η περίοδος του σήματος θα ισούται με $T = 4 \cdot 0.1 = 0.4\ s$.

Παρ' όλ' αυτά για να βρούμε την περίοδο ενός σήματος συνιστάτε να περνούμε υπόψιν μας παραπάνω από 2 κορυφές (όσο περσότερες τόσο καλυτέρα) καθώς με τον τρόπο αυτό μειώνουμε σε μεγάλο βαθμό το σφάλμα στην τιμή της περιόδου. Μαθηματικά λοιπόν για να βρούμε την περίοδο ενός σήματος, χρησιμοποιούμε την εξής εξίσωση:

$$T = \frac{(κουτακια\ αναμεσα\ στησ\ κορυφεσ\ k_x) \cdot (ενδειξη\ του\ διακοπτη\ time/div)}{(κορυφες\ n) - 1} \quad (2.1)$$

Το ότι αφαιρούμε από την κορυφή την μονάδα είναι λογικό εάν σκεφτεί κανείς για παράδειγμα ότι εάν θεωρήσουμε ότι παρατηρούμε στην οθόνη 4 κορυφές και σύμφωνα με τον ορισμό της περιόδου ανά δυο κορυφές έχω μια περίοδο, τότε στης 4 κορυφές αντιστοιχούν 3 περίοδοι (Σχήμα 6).



Σχήμα 6

Από την άλλη συχνότητα ονομάζουμε τον αριθμό των επαναλήψεων ενός γεγονότος στη μονάδα του χρόνου. Η συχνότητα χαρακτηρίζει οποιοδήποτε φυσικό μέγεθος μεταβάλλεται περιοδικά, δηλαδή επαναλαμβάνει τις ίδιες τιμές σε τακτά χρονικά διαστήματα. Ο απλούστερος τρόπος υπολογισμού συχνότητας που μπορεί να εφαρμοστεί σε περιπτώσεις περιοδικών κινήσεων χαμηλής συχνότητας είναι με μέτρηση της περιόδου. Γνωρίζοντας τον χρόνο μίας περιόδου μπορεί να υπολογιστεί η συχνότητα από την σχέση:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{n-1}{(\text{κουτάκια } k_x \text{ ανάμεσα στης κορυφές }) \cdot (ενδειξη\ του\ διακοπτη\ time/div)} \quad (2.2)$$

Το μόνο που χρειαζόμαστε στο πείραμα αυτό λοιπόν για να βρούμε της άγνωστες συχνότητες είναι να καταγράψουμε από την προβολή κάθε σήματος στην οθόνη της κορυφές n που παρατηρούμε, πόσα κουτάκια k_x υπάρχουν ανάμεσα στης κορυφές αυτές και την $ενδειξη\ του\ διακοπτη\ time/div$. Καταγράφουμε λοιπόν όλα τα δεδομένα αυτά σε έναν πίνακα (Πίνακας 1) και μέσω της σχέσης (2.2) και του πίνακα αυτού μπορούμε τελικά να βρούμε της άγνωστες συχνότητες της γεννήτριας.

α/α	kx	time/div (s)	Κορυφές n	Συχνότητα f
1	8,7	0.001	8	f_a
2	8,3	0,0001	6	f_b
3	6,5	0.005	3	f_c
4	8,6	0.002	8	f_d
5	8,8	$1 \cdot 10^{-5}$	8	f_e
6	8,7	0.005	5	f_f
7	8,9	0.002	10	f_g
8	8,9	0,0001	9	f_h
9	9	0,0002	10	f_i
10	7,3	0.005	4	f_j
11	8,8	$2 \cdot 10^{-5}$	8	f_k
12	8,7	0.001	9	f_l

Πίνακας 1

Σύμφωνα λοιπόν με την σχέση (2.2) και τον πίνακα 1 θα ισχύει ότι :

$$\mathrm{f_a} = \frac{\text{Κορυφές n} - 1}{\mathrm{Kx} \cdot (\frac{\mathrm{time}}{\mathrm{div}})} = \frac{8-1}{8.7 \cdot 0.001} = \frac{7}{0.0087} = 804.6\ \mathrm{Hz} \Longrightarrow \mathbf{f_a = 804.6\ Hz}$$

$$\mathrm{f_b} = \frac{6-1}{8.3 \cdot 0.0001} = \frac{5}{0.00083} = 6024.1\ \mathrm{Hz} \Longrightarrow \mathbf{f_a = 804.6\ Hz}$$

$$\mathrm{f_c} = \frac{3-1}{6.5 \cdot 0.005} = \frac{2}{0.0325} = 61.54\ \mathrm{Hz} \Longrightarrow \mathbf{f_b = 61.54\ Hz}$$

$$\mathrm{f_d} = \frac{8-1}{8.6 \cdot 0.002} = \frac{7}{0.0172} = 406.98\ \mathrm{Hz} \Longrightarrow \mathbf{f_d = 406.98\ Hz}$$

$$\mathrm{f_e} = \frac{8-1}{8.8 \cdot 1 \cdot 10^{-5}} = \frac{7}{8.8 \cdot 10^{-5}} = 7.95 \cdot 10^4\ \mathrm{Hz} \Longrightarrow \mathbf{f_e = 7.95 \cdot 10^4\ Hz}$$

$$\mathrm{f_f} = \frac{5-1}{8.7 \cdot 0.005} = \frac{4}{0.0435} = 91.95\ \mathrm{Hz} \Longrightarrow \mathbf{f_f = 91.95\ Hz}$$

$$\mathrm{f_g} = \frac{10-1}{8.9 \cdot 0.002} = \frac{9}{0.0178} = 505.62\ \mathrm{Hz} \Longrightarrow \mathbf{f_g = 505.62\ Hz}$$

$$\mathrm{f_h} = \frac{9-1}{8.9 \cdot 0.0001} = \frac{8}{8.9 \cdot 10^{-4}} = 8.99 \cdot 10^3\ \mathrm{Hz} \Longrightarrow \mathbf{f_h = 8.99 \cdot 10^3\ Hz}$$

$$\mathrm{f_i} = \frac{10-1}{9 \cdot 0.0002} = \frac{9}{1.8 \cdot 10^{-3}} = 5 \cdot 10^3\ \mathrm{Hz} \Longrightarrow \mathbf{f_i = 5 \cdot 10^3\ Hz}$$

$$\mathrm{f_j} = \frac{4-1}{7.3 \cdot 0.005} = \frac{3}{0.0365} = 83.19\ \mathrm{Hz} \Rightarrow \mathbf{f_j = 83.19\ Hz}$$

$$\mathrm{f_k} = \frac{8-1}{8.8 \cdot 2 \cdot 10^{-5}} = \frac{7}{17.6 \cdot 10^{-5}} = 3.98\ \cdot 10^{4}\ \mathrm{Hz} \Rightarrow \mathbf{f_k = 3.98\ \cdot 10^{4}\ Hz}$$

$$\mathrm{f_l} = \frac{9-1}{8.7 \cdot 0.001} = \frac{8}{8.7 \cdot 10^{-3}} = 9.19\ \cdot 10^{4}\ \mathrm{Hz} \Rightarrow \mathbf{f_l = 9.19\ \cdot 10^{4}\ Hz}$$

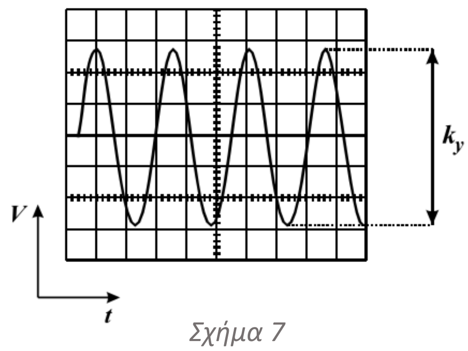
Πρέπει να σημειωθεί ότι για να ελαχιστοποιήσουμε όσο γίνεται περισσότερο τα σφάλματα στης παραπάνω τιμές θα πρέπει να λάβουμε υπόψιν μας περίπου 5-7 κορυφές, όχι περισσότερες όμως καθώς δεν θα μπορούμε να προσδιορίσουμε καλά τα κουτάκια k_x που περιέχονται ανάμεσα και θα έχουμε ως αποτέλεσμα να αυξήσουμε το σφάλμα αντί να το ελαχιστοποιήσουμε.

2ο Πείραμα

Στόχος του 2ου πειράματος είναι να μετρήσουμε το πλάτος περιοδικών σημάτων των οποίων γνωρίζουμε την συχνότητα, πέρα από αυτό όμως θα μελετήσουμε και την λειτουργία ενός συγκεκριμένου κυκλώματος (φίλτρου), το οποίο επιτρέπει την διέλευσή μόνο ενός εύρους συχνοτήτων στον παλμογράφο.

Καταρχάς ως πλάτος κύματος χαρακτηρίζεται η καθ΄ ύψος μέγιστη μετατόπιση ενός σημείου, από το σημείο ισορροπίας του. Μαθηματικά είναι πολύ εύκολο να βρούμε το πλάτος ενός σήματος. Αρκεί μόνο να παρατηρήσουμε τον κατακόρυφο άξονα της οθόνης του παλμογράφου (Σχήμα 7), για το πλάτος λοιπόν θα πρέπει να ισχύει η παρακάτω σχέση:

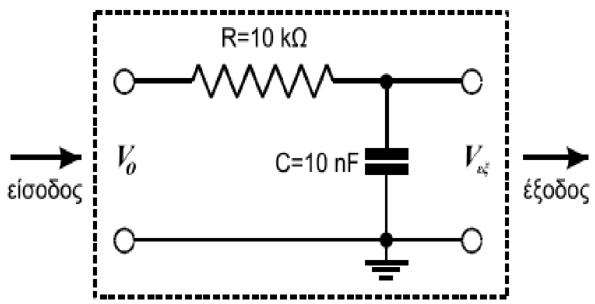
$$\mathrm{V} = \frac{\mathrm{k_y} \cdot (\text{ενδειξη του διακοπτη } V/div)}{2} \quad (2.3)$$



Σχήμα 7

Με απλά λόγια χρειάζεται να γνωρίζουμε το $\mathrm{k_y}$ (δηλαδή πόσα κουτάκια περιέχονται σε αυτήν την απόσταση) και την $\text{ενδειξη του διακοπτη } V/div$. Προσοχή όμως, εάν πολλαπλασιάσουμε της δυο αυτές τιμές θα βρούμε το διπλάσιο του πλάτους καθώς όπως ειπώθηκε παραπάνω ως πλάτος χαρακτηρίζεται η μέγιστη μετατόπιση ενός σημείου από το σημείο ισορροπίας του, γι' αυτό και διαιρούμε στην σχέση (2.3) με το 2.

Το κύκλωμα του φίλτρου που θα χρησιμοποιήσουμε ώστε να πέτυχουμε την διέλευσή μόνο ενός εύρους συχνοτήτων στον παλμογράφο από την γεννήτρια συχνοτήτων, αποτελείτε από τα εξής: Μια αντίσταση $R = 10\ \Omega,\ \textit{και εναν πυκνωτη}\ C = 10\ nf.$ Θα πρέπει λοιπόν για να λειτουργεί σωστά το φίλτρο, να συνδέσουμε την αντίσταση με τον πυκνωτή όπως ακριβώς φαίνεται στο σχήμα 8.



Σχήμα 8

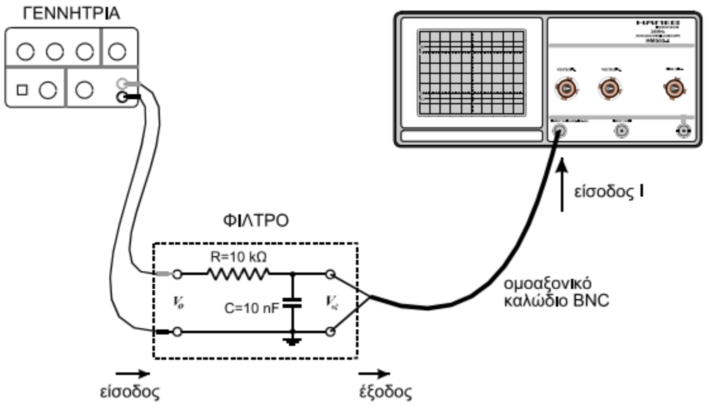
Γενικά τα φίλτρα συχνοτήτων είναι κυκλώματα μιγαδικών συνήθως αντιστάσεων που ανάλογα με τη συνδεσμολογία τους επιτρέπουν τη διέλευση σημάτων μιας μόνο συχνοτικής περιοχής. Συγκεκριμένα αν V_o είναι το πλάτος του σήματος με συχνότητα f που εισέρχεται στο κύκλωμα από την γεννήτρια συχνοτήτων, τότε στην έξοδο του φίλτρου θα εμφανιστεί ένα σήμα ίδιας συχνότητας αλλά διαφορετικού πλάτους $V_{εξ}$ μικροτερο του αρχικού πλάτους V_o. Για το φίλτρο που θα χρησιμοποιήσουμε σε αυτό το πείραμα αποδεικνύεται ότι ισχύει η παρακάτω σχέση:

$$V = \frac{V_o}{\sqrt{1+(RC\omega)^2}} \quad (2.4)$$

Για τιμές συχνότητας για τις οποίες $(RC\omega)^2 \gg 1$ μπορούμε να παραλείψουμε την μονάδα στον παρανομαστή της σχέσης (5), οπότε η σχέση απλοποιείται ως εξής:

$$V = \frac{V_o}{RC\omega} = \frac{V_o}{RC} \cdot \frac{1}{f} \quad (2.5)$$

Στην είσοδο του κυκλώματος προφανώς θα πρέπει να συνδέσουμε μέσω καλωδίων την γεννήτρια συχνοτήτων ενώ στην έξοδο τον παλμογράφο, ξε συνδέσουμε λοιπόν τον παλμογράφο από την γεννήτρια συχνοτήτων και φέρνουμε δυο άλλα καλώδια. Τα δυο καλώδια αυτά τα συνδέουμε με του ακροδέκτες εξόδου του σήματος (8) της γεννήτριας και με την είσοδο του φίλτρου, ενώ με το ομοαξονικό καλώδιο BNC που συνδέαμε προηγουμένως την γεννήτρια με τον παλμογράφο θα συνδέσουμε τώρα την έξοδο του φίλτρου με τον παλμογράφο. Θα πρέπει να προσέξουμε ότι η γείωση του παλμογράφου να συνδέεται με την γείωση της γεννήτριας. Πρακτικά η σύνδεση θα πρέπει να είναι όπως του σχήματος 9.



Σχήμα 9

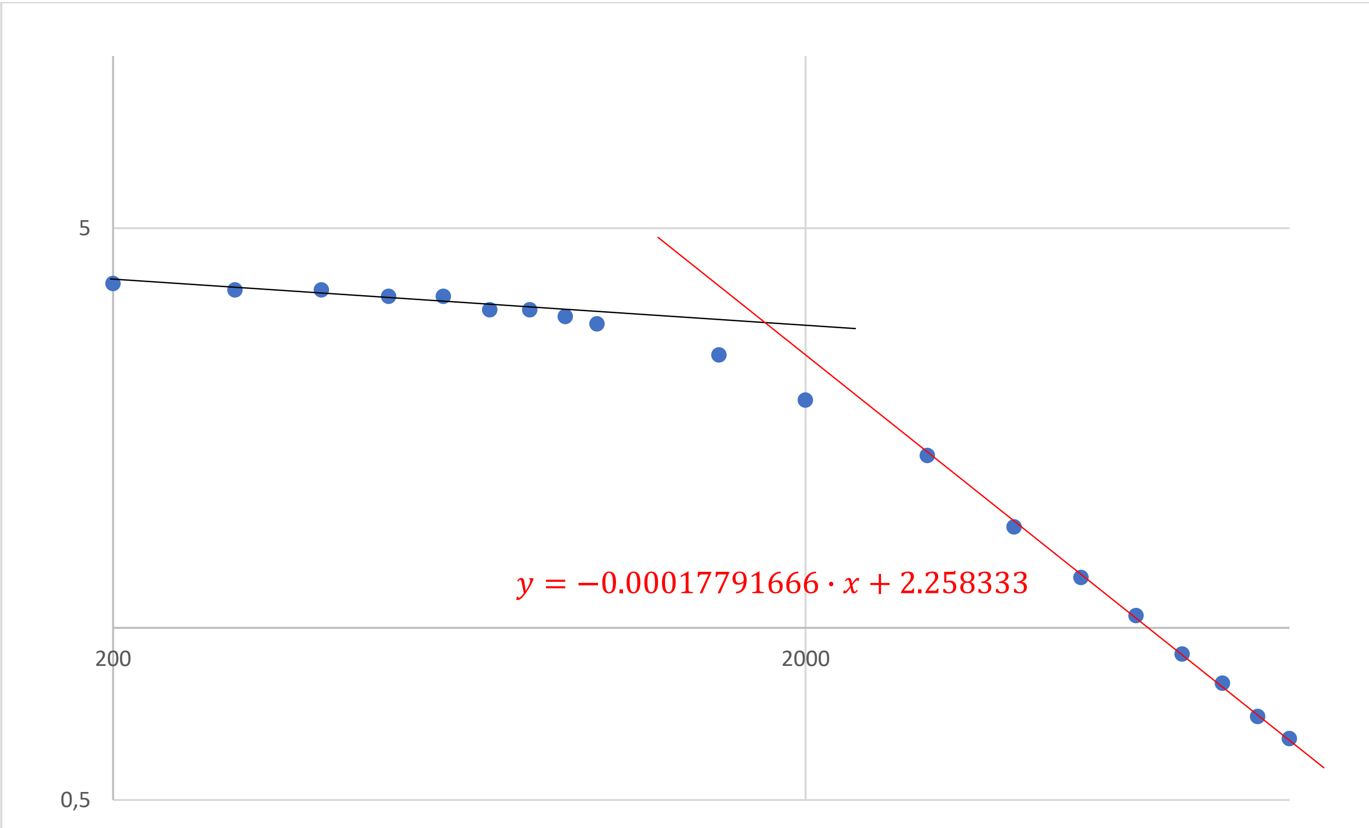
Τέλος θα πρέπει στην γεννήτρια συχνοτήτων να πάμε τον διακόπτη επιλογής τρόπου λειτουργίας της συσκευής (2) στην πάνω θέση καθώς θα δίνουμε από τους διακόπτες 3,4 και 5 συγκεκριμένες συχνότητες στην γεννήτρια, που αναγράφονται στον πίνακα 2 στην στήλη f(Hz). Σε κάθε μια από αυτές της τιμές θα πρέπει μέσω της οθόνης του παλμογράφου να καταγράφουμε και τα αντίστοιχα μεγέθη $k_y, Volt/div$ ώστε μέσω της σχέσης (2.3) τελικά να βρίσκουμε το πλάτος κάθε σήματος. Τα πειραματικά δεδομένα που καταγράψαμε στο πείραμα αυτό αποτυπώνονται στον πίνακα 2.

α/α	f (Hz)	Ky	V/div	V
1	200	4	2	4
2	300	3,9	2	3,9
3	400	3,9	2	3,9
4	500	3,8	2	3,8
5	600	3,8	2	3,8
6	700	3,6	2	3,6
7	800	3,6	2	3,6
8	900	3,5	2	3,5
9	1000	3,4	2	3,4
10	1500	3	2	3
11	2000	2,5	2	2,5
12	3000	2	2	2
13	4000	6	0,5	1,5
14	5000	4,9	0,5	1,225
15	6000	4,2	0,5	1,05
16	7000	3,6	0,5	0,9
17	8000	3,2	0,5	0,8
18	9000	7	0,2	0,7
19	10000	6,4	0,2	0,64

Πίνακας 2

Οι τιμές στην στήλη V αντιστοιχούν στο πλάτος που έχει κάθε σήμα και υπολογίστηκαν από την σχέση (2.3) μέσω του excel.

Για να μελετήσουμε την επίδραση του φίλτρου στης τιμές του πίνακα 2 θα χρειαστεί να σχεδιάσουμε το διάγραμμα V- f σε log-log (λογαριθμικούς) άξονες. Το διάγραμμα αυτό είναι το εξής (Σχήμα 10):



Σχήμα 10

Στο διάγραμμα αυτό παρατηρούμε το εξής, στην περιοχή υψηλών συχνοτήτων όπου η $f > 2\ kHz$ το πλάτος V φαίνεται να εξαρτάτε γραμμικά από την συχνότητα, δηλαδή $V = A \cdot f^{\alpha}$ (2.5), άρα καταλαβαίνουμε ότι το φίλτρο αρχίζει και αποτρέπει την διέλευση σημάτων με συχνότητα μεγαλύτερη από 2 kHz. Εάν λοιπόν στα σημεία αυτά (τα οποία είναι από το 12^{ο} και μετά του πίνακα 2) εφαρμόσουμε ευθεία ελαχίστων τετραγώνων θα μπορέσουμε να βρούμε τον εκθέτη α και το A της σχέσης (2.5). Συγκεκριμένα θα ισχύουν τα εξής:

Καταρχάς πρέπει να φέρουμε την εξίσωση (2.5) σε λογαριθμική μορφή καθώς και η γραφική παράσταση είναι σε λογαριθμική μορφή. Αν λογαριθμησουμε την σχέση (2.5) προκύπτει η σχέση (2.6).

$$\mathrm{V} = \mathrm{A} \cdot \mathrm{f}^{\alpha} \implies \mathrm{logV} = \log(\mathrm{A} \cdot \mathrm{f}^{\alpha}) = \mathrm{logA} + \mathrm{logf}^{\alpha} = \mathrm{logA} + \mathrm{a} \cdot \mathrm{logf} \implies \mathbf{logV} = \mathbf{logA} + \mathbf{a} \cdot \mathbf{logf}\ (2.6)$$

Η σχέση αυτή έχει την μορφή ($y = a \cdot x + b$) εάν θέσουμε $\mathrm{y} = \mathrm{logV},\ \mathrm{x} = \mathrm{logf}\ και\ \beta = \mathrm{logA}$.

Χρησιμοποιώντας λοιπόν τον πίνακα 2.1 που απορρέει μόνο από τα σημεία 12 και μετά και της σχέσεις (1.6) και (1.7) προκύπτει η παρακάτω ευθεία ελαχίστων τετραγώνων.

n	Σf	ΣV	Σ(f*V)	Σ(f^2)
8	52000	8,815	49825	380000000

Πίνακας 2.1

$$(1.6) \Rightarrow \alpha = \frac{\mathrm{n}\cdot\sum(\,x_i\cdot y_i) - (\sum x_i)\cdot(\sum y_i\,)}{\mathrm{n}\cdot\left(\sum {x_i}^2\,\right) - (\sum x_i)^2} = \frac{8\cdot 49825 - 52000\cdot 8{,}815}{8\cdot 380000000 - 52000^2} = \frac{-59780}{336000000}$$

$$= -0.00017791666 \Rightarrow \boldsymbol{\alpha = -0.00017791666}$$

$$(1.7) \Rightarrow\; \beta = \frac{\sum \boldsymbol{x_i}^{\mathbf{2}}\cdot\sum(\boldsymbol{y_i}) - (\sum \boldsymbol{x_i})\cdot(\sum(\boldsymbol{x_i}\cdot\boldsymbol{y_i})}{\mathbf{n}\cdot(\sum \boldsymbol{x_i^2}) - (\sum \boldsymbol{x_i})^{\mathbf{2}}} = \frac{380000000\cdot 8.815 - 52000\cdot 49825}{8\cdot 380000000 - 52000^2} = \frac{758800000}{336000000}$$

$$= 2.258333 \Rightarrow \boldsymbol{\beta = 2.258333}$$

Η εξίσωση ευθείας που προκύπτει δηλαδή από το θεώρημα ελαχίστων τετραγώνων είναι η εξής:

$$\boldsymbol{y = -0.00017791666\cdot \mathbf{x} + 2.258333}\ \ (\mathbf{2.6})$$

Σύμφωνα με τα παραπάνω θέτω θα ισχύει:

$a = -0.0001779166$ και $\beta = 2.258333 = logA \Rightarrow A = 10^{2.258333} = 181.273$

Δηλαδή η σχέση (2.5) έχει την εξής μορφή:

$$V = A\cdot f^{\alpha} = 181.273\cdot f^{-0.0001779166} \Rightarrow \boldsymbol{V = 181.273\cdot f^{-0.0001779166}}$$

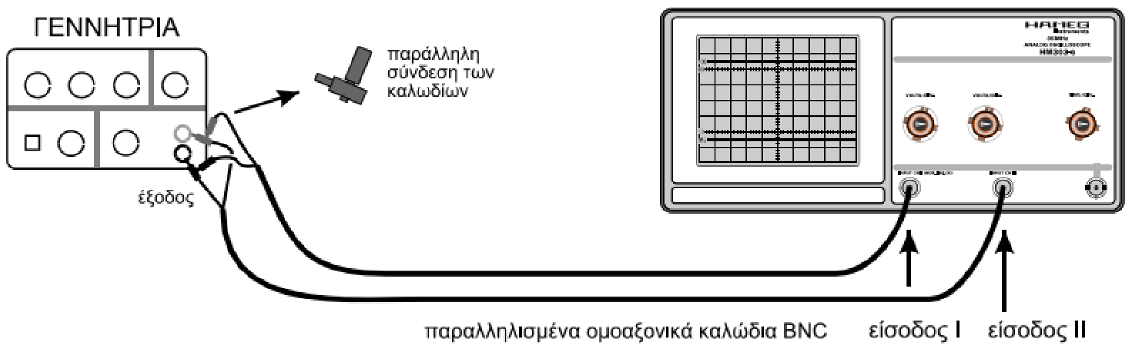
Ένας άλλος τρόπος ώστε μέσω του διαγράμματος να καταλάβουμε από πια συχνότητα και μετά αρχίζει το φίλτρο να αποτρέπει την διέλευση σημάτων είναι να σχεδιάσουμε της εξής ευθείες. Καταρχάς σχεδιάζουμε την ευθεία ελαχίστων τετραγώνων (2.6) που βρήκαμε παραπάνω, έπειτα τραβάμε με χάρακα μια ευθεία πάνω στα αρχικά σημεία του διαγράμματος, δηλαδή εκείνα τα σημεία που παρατηρούμε ότι ακολουθούν γραμμική πορεία. Η τομή τον δυο ευθείων αυτών μας προσδιορίζεις προσεγγιστικά την συχνότητα που από εκεί και μετά το φίλτρο αποτρέπει την διέλευση σημάτων. Το σημείο αυτό όπως παρατηρούμε στο σχήμα 10 είναι πολύ κοντά στο σημείο στο 10 σημείο.

Τελικά εάν λάβουμε υπόψιν και τους δυο αυτούς τρόπους μπορούμε να θεωρήσουμε ότι τελικά το φίλτρο αρχίζει και αποτρέπει την διέλευση σημάτων κάπου ενδιάμεσα, δηλαδή από το 11 σημείο και μετά.

3ο Πείραμα

Στο 3ο και τελευταίο πείραμα θα παρατηρήσουμε την επίδραση του φίλτρου με χρήση του παλμογράφου σε λειτουργία διπλής δέσμης και θα προσπαθήσουμε να μετρήσουμε την διαφορά φάσης Δφ των δυο σημάτων.

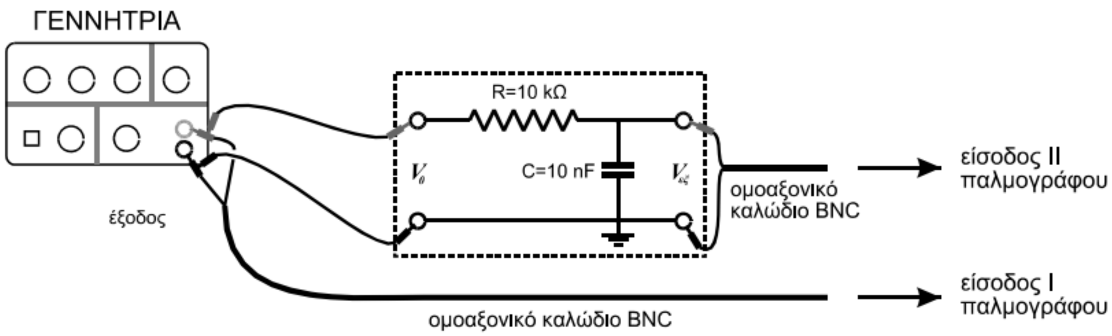
Καταρχάς πρέπει να θέσουμε τον παλμογράφο σε λειτουργία διπλής δέσμης, αυτό θα το πετύχουμε εάν απλά πατήσουμε τον διακόπτη DUAL που βρίσκεται ανάμεσα από τα ρυθμιστικά ενίσχυσης Volts/Div. Έπειτα χρειάζεται προσωρινά να πατήσουμε τα δυο πλήκτρα GD δίπλα από τους ακροδέκτες εισόδου I και II ώστε να μηδενίσουμε προσωρινά την ενίσχυση και να πάμε και να ρυθμίζουμε κατάλληλα την δέσμη I και την δέσμη II στην οθόνης για να μπορούμε να της συγκρίνουμε μαζί. Τέλος επιλέγουμε στον παλμογράφο ενίσχυση 2 $Volt/Div$ και στης δυο εισόδους και ρυθμίζουμε την συχνότητα της γεννήτριας στο 1.00 kHz. Ξεσυνδέουμε το φίλτρο και απλά συνδέουμε απευθείας στης δυο είσοδούς INPUT CH I και INPUT CH II του παλμογράφου το σήμα της γεννήτριας. Η σύνδεσή αυτή θα γίνει με 2 ομοαξονικά καλώδια BNC, πρέπει να προσέξουμε όμως ότι επειδή στην έξοδο της γεννήτριας μπορεί να συνδεθεί μόνο ένα καλώδιο BNC, χρειάζεται να συνδεσουμε παράλληλα τα δυο καλώδια όπως ακριβώς στο Σχήμα 11.



Σχήμα 11

Εάν εκτελέσουμε όλα τα παραπάνω βήματα σωστά θε πρέπει στην οθόνης του παλμογράφου να παρατηρούμε δυο σήματα ίδιου πλάτους, που ένα φέρουμε το ένα πάνω στο άλλο ταυτίζονται ακριβώς.

Θα πρέπει τώρα να παρεμβάλουμε το φίλτρο μεταξύ της γεννήτριας και της εισόδου II του παλμογράφου. Αποσυνδέουμε λοιπόν μεταξύ τους το ομοαξονικά καλώδια, θα χρειαστεί να φέρουμε άλλα δυο απλά καλώδια. Καταρχάς συνδέουμε ένα ομοαξονικό καλώδιο από την γεννήτρια με την είσοδο I, έπειτα συνδέουμε παράλληλα με την έξοδο της γεννήτριας τα δυο απλά καλώδια, τα οποία και συνδέουμε της άλλες δυο άκρες με το φίλτρο. Στην έξοδό του φίλτρου συνδέουμε το ομοαξονικό καλώδιο που έμεινε με την είσοδο II του παλμογράφου. Η συνδεσμολογία θα πρέπει να είναι ίδια με του σχήματος 12.



Σχήμα 12

Εάν όλα έχουν συνδεθεί σωστά θα πρέπει στην οθόνη του παλμογράφου να παρατηρούμε ότι το σήμα της εισόδου II έχει μικρότερο πλάτος από αυτό της εισόδου I και αυτό διότι πολύ απλά έχει επιδράσει το φίλτρο στο σήμα της εισόδου II. Εάν αυξήσουμε την συχνότητα της γεννήτριας από το $1\ kHz$ στα $9\ kHz$ και στην συνεχια από τα $10\ kHz$ στα $90\ kHz$ θα παρατηρησουμε ότι ενώ το πλάτος του σήματος της εισόδου I παραμένει αμετάβλητο, το πλάτος της εισόδου II στην έξοδο του φίλτρου μειώνεται σταδιακά.

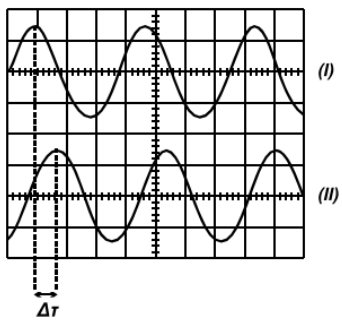
Έαν παρατηρήσουμε προσεκτικότερα την οθόνη θα δούμε ότι τα δυο σήματα δεν παρουσιάζουν πλέον την ίδια χρονική στιγμή κορυφή, κάτι που ίσχυε πριν την σύνδεσή του φίλτρου, δηλαδή υπάρχει μεταξύ τους κάποια διαφορά φάσης ΔΦ. Φάση ενός ημιτονοειδούς σήματος αναφέρεται στη σχέση της χρονικής θέσης ή της φάσης του σήματος σε σχέση με μια αναφορά. Απλούστερα, η φάση περιγράφει το σημείο εκκίνησης ή τη θέση του σήματος στον χρόνο.

Ένα ημιτονοειδές σήμα είναι ένα σήμα που ακολουθεί τη μορφή μιας ημιτονοειδούς καμπύλης. Αυτό σημαίνει ότι το σήμα αυξάνεται από μηδέν σε μια μέγιστη τιμή, και στη συνέχεια μειώνεται πίσω στο μηδέν. Η φάση αυτού του σήματος μπορεί να περιγραφεί από το πόσο προχωρημένο είναι το σήμα σε σχέση με το αρχικό σημείο του κύκλου. Για παράδειγμα, ας υποθέσουμε ότι έχουμε ένα ημιτονοειδές σήμα που αρχίζει από το μηδέν. Αν το σήμα βρίσκεται στο μηδέν, έχει φάση 0. Καθώς το σήμα αυξάνεται και φτάνει στη μέγιστη τιμή του, η φάση αυξάνεται. Όταν το σήμα επιστρέφει πίσω στο μηδέν, η φάση φθίνει και γίνεται πάλι 0. Η φάση εκφράζεται συνήθως σε μοίρες ή ακτίνια, και αντιπροσωπεύει τη θέση του σήματος στον κύκλο της ημιτονοειδούς καμπύλης. Γενικά, η φάση είναι ένας τρόπος να περιγράψετε τον χρονικό χαρακτήρα ενός ημιτονοειδούς σήματος και να προσδιορίσετε τη θέση του στον κύκλο της κυματομορφής.

Η διαφορά φάσης μεταξύ δύο ημιτονοειδών σημάτων ορίζεται ως η χρονική απόκλιση μεταξύ των δύο φάσεων των σημάτων. Μπορεί να εκφραστεί σε μοίρες, ακτίνια ή χρονική μονάδα, όπως η διάρκεια μιας περιόδου του σήματος. Για να κατανοήσουμε καλύτερα τη διαφορά φάσης, ας υποθέσουμε ότι έχουμε δύο ημιτονοειδή σήματα που ξεκινούν από το ίδιο αρχικό σημείο. Καθώς τα σήματα εξελίσσονται στον χρόνο, η φάση του κάθε σήματος θα αυξάνεται. Η διαφορά φάσης υπολογίζεται ανάλογα με το πόσο προχωρημένο είναι το ένα σήμα σε σχέση με το άλλο σε μια συγκεκριμένη στιγμή ή σε ένα συγκεκριμένο σημείο τους. Αυτή η διαφορά μπορεί να υπολογιστεί αφαιρώντας τη φάση του ενός σήματος από τη φάση του άλλου σήματος. Αν η διαφορά φάσης είναι μηδέν, σημαίνει ότι τα δύο σήματα είναι σε φάση και παρουσιάζουν την ίδια θέση στον κύκλο της ημιτονοειδούς καμπύλης.

Μαθηματικά η διαφορά φάσης $\Delta\Phi$ μεταξύ δύο ημιτονοειδών σημάτων δίνεται από την σχέση:
$\Delta\Phi = \Delta t \cdot 2\pi \cdot f \quad (2.7)$

Αυτό που θα κάνουμε λοιπόν για να μελετήσουμε την διαφορά φάσης αυτή είναι να δίνουμε συγκεκριμένες τιμές συχνότητας στην γεννήτρια και να καταγράφουμε την χρονική διαφορά Δt μεταξύ 2 κορυφών (Σχήμα 13). Με απλά λόγια θα παρατηρούμαι κατά ποσά κουτάκια διαφέρουν στο οριζόντιο άξονα της οθόνης του παλμογράφου η δυο κορυφές και έπειτα για να βρούμε την χρονική διαφορά αρκεί να πολλαπλασιάσουμε την τιμή αυτή με την ένδειξη time/div που χρησιμοποιούμε. Τα πειραματικά δεδομένα που προέκυψαν από αυτήν την διαδικασία παρουσιάζονται στον πίνακα 3. Πρέπει να σημειωθεί ότι για το πείραμα αυτό η ένδειξη time/div θα παραμείνει σταθερή και ίση με $0.1\ ms = 0.0001\ s$



Σχήμα 13

time/div	Κουτάκια	f (Hz)	Δφ
0,0001	0	200	0
	1	1000	0,6283
	2,5	9000	14,13675
	2,4	10000	15,0792
	1,4	90000	79,1658

Πίνακας 3

Παρατηρούμε ότι όσο αυξάνει η συχνότητα αυξάνει και η διάφορα φάσης τον δυο σημάτων και αυτό είναι λογικό καθώς όπως αποδείξαμε στο προηγούμενο πείραμα, για τιμές συχνότητας 2 kHz και πάνω το φίλτρο αρχίζει και αποτρέπει την διέλευση σημάτων και όσο η συχνότητα αυξάνει τόσο περισσότερο ορατή γίνεται η αποτροπή αυτή.

Συμπεράσματα

Τα πειράματα που πραγματοποιήθηκαν ήταν απίστευτα ενδιαφέροντα κατά τη διάρκεια της εκτέλεσής τους. Μέσω του παλμογράφου, είχαμε τη δυνατότητα να παρατηρήσουμε τα σήματα και να καταγράψουμε τις μεταβολές τους στον χρόνο. Η ανάλυση αυτών των ημιτονοειδών σημάτων μας βοήθησε να κατανοήσουμε καλύτερα τη φύση τους και τις ιδιότητές τους. Στα παραπάνω τρία πειράματα, καταφέραμε να προσεγγίσουμε σε μεγάλο βαθμό τα αποτελέσματα που περιμέναμε. Οι παρατηρήσεις και οι μετρήσεις που πραγματοποιήθηκαν μας έδωσαν σαφή και αξιόπιστα αποτελέσματα, που ήταν συμβατά με τις αρχικές μας προσδοκίες.

* Είναι σημαντικό να τονίσουμε ότι η πλειονότητα των σχημάτων που χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα εργασία, προέρχονται από το βιβλίο "Εργαστηριακές ασκήσεις γενικής φυσικής" των μελών ΔΕΠ του Τομέα Φυσικής Στερεάς Κατάστασης του Τμήματος Φυσικής του Αριστοτελείου Πανεπιστημίου Θεσσαλονίκης. Αυτό το σημαντικό αναφορικό έργο παρείχε την απαραίτητη βάση για την πειραματική διερεύνηση των υπερήχων που αναπτύχθηκε στην παρούσα εργασία.