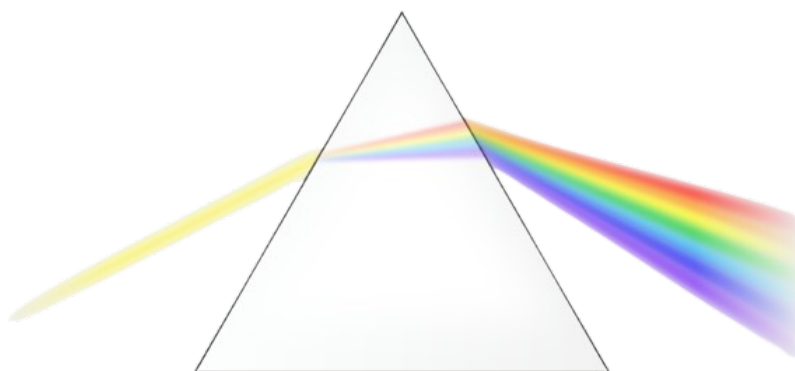


Διασκεδασμός



Ονοματεπώνυμο: Κλαΐντι Τσάμη

Πίνακας Περιεχομένων

Εισαγωγή.....	3
Θεωρητική εισαγωγή.....	3
Διασκεδασμός	3
Καμπύλες διασκεδασμού γυάλινων πρισμάτων	3
Νόμος του Cauchy.....	4
Νόμος του Sellmeier	4
Διασπορά πρίσματος	5
Διακριτική ικανότητα πρίσματος.....	5
Καμπύλες απορρόφησης έγχρωμων διαφανών υλικών.....	5
Διαπερατότητα	5
Απορρόφηση	5
Νόμος Beer - Υπολογισμός συντελεστή απορρόφησης	6
Συντελεστής απορρόφησης α	6
Συντελεστής εξασθένησης ή απόσβεσης κ	6
Πειραματική διαδικασία.....	7
Καμπύλες διασκεδασμού γυάλινων πρισμάτων	7
Πρίσμα Α - Στεφανύαλος	8
Πρίσμα Β - Ελαφριά Πυριτύαλος	9
Εμπειρική σχέση του Cauchy	11
Εμπειρική σχέση του Sellmeier	12
Καμπύλες απορρόφησης έγχρωμων διαφανών υλικών.....	16
Νόμος Beer - Υπολογισμός συντελεστή απορρόφησης	21
Συμπεράσματα.....	24

Εισαγωγή

Στην παρούσα εργασία εξετάζεται το φαινόμενο του διασκεδασμού στην οπτική. Συγκεκριμένα, μέσω ειδικών πειραματικών διατάξεων, πραγματοποιήθηκαν μετρήσεις για τη μελέτη της γωνίας εκτροπής ενός πρίσματος, της απορρόφησης έγχρωμων διαφανών υλικών, καθώς και για τον υπολογισμό του συντελεστή απορρόφησης ενός συγκεκριμένου υλικού.

Ακολουθεί ανάλυση και επεξεργασία των πειραματικών δεδομένων που συλλέχθηκαν, με στόχο την εις βάθος κατανόηση των φαινομένων και των μηχανισμών που τα διέπουν. Μέσω αυτής της ανάλυσης, επιδιώκεται η καλύτερη κατανόηση του διασκεδασμού και των πρακτικών εφαρμογών του στην οπτική.

Η εργασία επικεντρώνεται τόσο στην πειραματική διερεύνηση όσο και στην ανάλυση των αποτελεσμάτων, προκειμένου να αποτυπωθεί με σαφήνεια η φυσική ερμηνεία των φαινομένων που σχετίζονται με τον διασκεδασμό του φωτός.

Θεωρητική εισαγωγή

Διασκεδασμός

Στην οπτική, ο διασκεδασμός (dispersion) αναφέρεται στο φαινόμενο κατά το οποίο ο δείκτης διάθλασης (n) ενός υλικού εξαρτάται από το μήκος κύματος (λ) ή την συχνότητα (f) του φωτός που διαδίδετε μέσα σε αυτό. Αυτό σημαίνει ότι διαφορετικά μήκη κύματος του φωτός ταξιδεύουν με διαφορετικές ταχύτητες μέσα σε ένα υλικό.

Καμπύλες διασκεδασμού γυάλινων πρισμάτων

Όταν το φως περνά μέσα από ένα πρίσμα, αναλύεται σε διάφορα χρώματα. Αυτό συμβαίνει επειδή το λευκό φως αποτελείται από διάφορα μήκη κύματος (χρώματα), και κάθε μήκος κύματος διαθλάτε με διαφορετικό τρόπο.

Συγκεκριμένα, η γωνία διάθλασης εξαρτάται από τον δείκτη διάθλασης του υλικού του πρίσματος, ο οποίος μεταβάλλεται με το μήκος κύματος του φωτός. Τα μικρότερα μήκη κύματος (π.χ. μπλε και μοβ) διαθλώνται περισσότερο από τα μεγαλύτερα (π.χ. κόκκινο). Έτσι, το φως “σπάει” στα επιμέρους χρώματά του, δημιουργώντας το γνωστό φάσμα.

Ο δείκτης διάθλασης n ενός πρίσματος υπολογίζεται θεωρητικά από την παρακάτω μαθηματική σχέση:

$$n^2 = \sin^2 \theta + \left[\frac{\sin(E + A - \theta) + \sin \theta \cdot \cos A}{\sin A} \right]^2 \quad (1)$$

Όπου:

θ : Γωνία πρόσπτωσης του φωτός.

A : Γωνία κορυφής του πρίσματος.

E: Η γωνία εκτροπής του φωτός.

n: Δείκτης διάθλασης του υλικού του πρίσματος.

Νόμος του Cauchy

Ο Νόμος του Cauchy είναι μια εμπειρική εξίσωση που περιγράφει τη διασπορά του φωτός σε διάφορα διαφανή μέσα, δηλαδή τη μεταβολή του δείκτη διάθλασης n με το μήκος κύματος λ.

Μαθηματική έκφραση του Νόμου του Cauchy:

$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} + \dots \cong A + \frac{B}{\lambda^2} \quad (2)$$

όπου:

- $n(\lambda)$: Είναι ο δείκτης διάθλασης του υλικού για μήκος κύματος λ.
- A, B, C: Είναι σταθερές που εξαρτώνται από το υλικό.
- λ: Είναι το μήκος κύματος του φωτός.

Νόμος του Sellmeier

Ο νόμος του Sellmeier είναι μια πιο ακριβής εμπειρική εξίσωση που περιγράφει τη διασπορά του φωτός σε διαφανή μέσα, δίνοντας μια σχέση μεταξύ του δείκτη διάθλασης n και του μήκους κύματος λ.

Μαθηματική έκφραση του Νόμου του Sellmeier:

$$n(\lambda)^2 = 1 + \frac{b}{1 - \frac{\lambda_0^2}{\lambda^2}} \quad (3)$$

Όπου ομοίως:

- $n(\lambda)$: Είναι ο δείκτης διάθλασης του υλικού για συγκεκριμένο μήκος κύματος λ.
- b, λ_0 : Είναι σταθερές του υλικού.
- λ: Είναι το μήκος κύματος του φωτός.

Διασπορά πρίσματος

Η διασπορά ενός πρίσματος εκφράζει την ικανότητά του να διαχωρίζει το λευκό φως στα επιμέρους μήκη κύματος που το αποτελούν και δίνεται από την ποσότητα $dn/d\lambda$. Επειδή ο νόμος του Sellmeier δίνεται από τη σχέση (3) η ποσότητα $dn/d\lambda$ θα δίνεται μαθηματικά από την παρακάτω σχέση:

$$\frac{dn(\lambda)}{d\lambda} = -\frac{2B}{\lambda^3} \quad (4)$$

Διακριτική ικανότητα πρίσματος

Η διακριτική ικανότητα ενός πρίσματος είναι ένα μέτρο της ικανότητάς του να διαχωρίζει δύο κοντινά μήκη κύματος ($\Delta\lambda$) φωτός μετά τη διάθλαση.

Εκφράζεται μαθηματικά ως:

$$\frac{\lambda}{\Delta\lambda} = B \frac{dn}{d\lambda} \quad (5)$$

Καμπύλες απορρόφησης έγχρωμων διαφανών υλικών

Οι καμπύλες απορρόφησης ενός έγχρωμου διαφανούς υλικού δείχνουν πόση ποσότητα φωτός απορροφάται σε διαφορετικά μήκη κύματος.

Κάθε υλικό απορροφά επιλεκτικά κάποια μήκη κύματος και επιτρέπει τη διέλευση των υπόλοιπων. Αυτό καθορίζει το χρώμα που βλέπουμε.

Διαπερατότητα

Η διαπερατότητα (T) ενός υλικού εκφράζει το ποσοστό του φωτός που περνάει μέσα από ένα υλικό σε σχέση με το αρχικό φως που προσπίπτει σε αυτό. Είναι το αντίστροφο της απορρόφησης και χρησιμοποιείται για τη μελέτη των οπτικών ιδιοτήτων διαφανών και ημιδιαφανών υλικών.

Μαθηματική σχέση της διαπερατότητας:

$$T \% = \frac{I_T}{I_0} \times 100 \% \quad (6)$$

Απορρόφηση

Η απορρόφηση (A) ενός υλικού εκφράζει το ποσοστό του φωτός που απορροφάται από ένα υλικό όταν μια φωτεινή δέσμη το διαπερνά. Η απορρόφηση σχετίζεται άμεσα με τις οπτικές ιδιότητες του υλικού και τη συγκέντρωση ουσιών μέσα σε αυτό.

Μαθηματική σχέση της απορρόφησης

$$A \% = \frac{I_0 - I_T}{I_0} \times 100 \% \quad (7)$$

Νόμος Beer - Υπολογισμός συντελεστή απορρόφησης

Ο **Νόμος του Beer**, περιγράφει την εκθετική εξασθένηση της έντασης του φωτός καθώς διέρχεται από ένα απορροφητικό μέσο.

Μαθηματική σχέση

$$I = I_0 \cdot e^{-az} \Rightarrow \ln \frac{I}{I_0} = -az \quad (8)$$

Όπου:

I: Η ένταση του φωτός μετά τη διέλευση από το υλικό

I₀: Η αρχική ένταση του φωτός πριν τη διέλευση

a: Ο συντελεστής απορρόφησης (εξαρτάται από την ουσία και το μήκος κύματος του φωτός)

z: Το πάχος του μέσου (η απόσταση που διανύει το φως μέσα στο απορροφητικό υλικό)

Συντελεστής απορρόφησης α

Ο συντελεστής απορρόφησης α δίνεται μαθηματικά από την παρακάτω μαθηματική σχέση

$$\alpha = \frac{4\pi\kappa}{\lambda} \quad (9)$$

Συντελεστής εξασθένησης ή απόσβεσης κ

Όπου:

κ: Ο συντελεστής εξασθένησης ή απόσβεσης

$$\kappa = \frac{\lambda\alpha}{4\pi} \quad (10)$$

Πειραματική διαδικασία

Καμπύλες διασκεδασμού γυάλινων πρισμάτων

Στο πρώτο μέρος της παρούσας εργασίας θα μετρήσουμε πειραματικά τη γωνία εκτροπής δύο πρισμάτων, Α και Β, με σκοπό τον υπολογισμό του δείκτη διάθλασης n των συγκεκριμένων πρισμάτων. Η διαδικασία αυτή θα πραγματοποιηθεί μέσω της ακόλουθης πειραματικής διάταξης (Εικόνα 1), η οποία περιλαμβάνει:

1. **Τροφοδοτικό λυχνίας:** Παρέχει την απαιτούμενη ηλεκτρική ισχύ για τη λειτουργία της φασματικής λυχνίας, εξασφαλίζοντας σταθερή τάση και ρεύμα για την εκπομπή φωτός.
2. **Φασματική λυχνία Hg-Cd:** Εκπέμπει φως σε συγκεκριμένα μήκη κύματος, χαρακτηριστικά των στοιχείων υδραργύρου (Hg) και καδμίου (Cd), επιτρέποντας τη μελέτη φασματικών γραμμών και διασκεδαστικών φαινομένων.
3. **Σχισμή στη λυχνία:** Περιορίζει τη δέσμη φωτός που εκπέμπει η λυχνία, δημιουργώντας μια λεπτή φωτεινή δέσμη κατάλληλη για πειραματικές μετρήσεις και ακριβή ανάλυση της διάθλασης και της εκτροπής.
4. **Κατευθυντήρας:** Ρυθμίζει και ευθυγραμμίζει τη δέσμη φωτός πριν φτάσει στο πρίσμα, διασφαλίζοντας ότι εισέρχεται με την επιθυμητή γωνία και χωρίς διασπορά.
5. **Βάση πρισμάτων:** Στηρίζει και σταθεροποιεί τα πρίσματα κατά τη διάρκεια του πειράματος, επιτρέποντας την ακριβή τοποθέτησή τους στη διαδρομή του φωτός.
6. **Γωνιόμετρο:** Όργανο μέτρησης που χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό της γωνίας εκτροπής του φωτός μετά τη διάθλασή του από το πρίσμα, κρίσιμο για τον υπολογισμό του δείκτη διάθλασης.
7. **Διόπτρα:** Οπτικό όργανο που χρησιμοποιείται για την ακριβή παρατήρηση της εκτροπής του φωτός και τη μέτρηση των γωνιών, βελτιώνοντας την ακρίβεια των πειραματικών δεδομένων.



Εικόνα 1: Πειραματική διάταξη καμπυλών διασκεδασμού γυάλινων πρισμάτων.

Πειραματικά, η διαδικασία περιλαμβάνει την τοποθέτηση του πρίσματος στη βάση πρισμάτων και τη ρύθμιση του γωνιομέτρου ώστε η γωνία πρόσπτωσης να λάβει τις τιμές 50° , 52° και 54° . Η ρύθμιση αυτή πραγματοποιείται μέσω της περιστροφής του γωνιομέτρου κατά $180+2\cdot\theta$, όπου θ είναι η επιθυμητή γωνία πρόσπτωσης.

Στη συνέχεια, η δίοπτρα χρησιμοποιείται για τον εντοπισμό των διαθλώμενων ακτινών στην απέναντι έδρα του πρίσματος. Κατόπιν, κάθε διαθλώμενη γραμμή στοχεύετε με το σταυρόνημα της δίοπτρας και καταγράφεται η αντίστοιχη γωνία εκτροπής για κάθε χρώμα.

Πρίσμα Α - Στεφανύαλος

Χαρακτηριστικά πρίσματος:

- Βάση: 3.24 cm
- Διαθλαστική γωνία: $A_0 = 60^\circ$

Τοποθετούμε το πρίσμα Α στη βάση πρισμάτων, και στη συνέχεια στρέφουμε το γωνιόμετρο κατά $180+2\cdot 50^\circ = 280^\circ$, ώστε να επιτευχθεί γωνία πρόσπτωσης 50° . Ακολουθεί η ρύθμιση της δίοπτρας για την καταγραφή των γωνιών εκτροπής για κάθε χρώμα. Η ίδια διαδικασία επαναλαμβάνεται για γωνία πρόσπτωσης 52° . Τα πειραματικά δεδομένα που συλλέχθηκαν παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα (Πίνακας 1).

α/α	ΓΡΑΜΜΗ	λ (nm)	$\theta_0 = 50$	$\theta_0 = 52$
			E_0	E_0
1	Κόκκινη	643,85	51,6	50,9
2	Κίτρινη	578,00	52,1	51,6
3	Πράσινη λαχανί	546,07	52,8	51,9
4	Σκούρα πράσινη	508,58	53,2	52,4
5	Ουρανί	480,00	53,9	53,0
6	Ελεκτρικ	468,01	54,1	53,2
7	μπλε ιώδης	435,84	55,0	54,1
8	ιώδης	404,66	56,4	55,5

Πίνακας 1: Πειραματικά δεδομένα πρίσματος Α.

Χρησιμοποιώντας τα δεδομένα του Πίνακα 1 και τα χαρακτηριστικά του πρίσματος είναι δυνατό μέσω της σχέσης 1, να υπολογιστεί ο δείκτης διάθλασης n του πρίσματος Α. Οι μέσες τιμές του δείκτη διάθλασης για κάθε γωνία έκτροπης υπολογίστηκαν και καταγράφονται στον παρακάτω πίνακα (Πίνακας 2).

$\theta_0 = 50$		$\theta_0 = 52$		Μέση τιμή n	
E_0	n^2	E_0	n^2	n^2	n
51,6	2,726	50,9	2,705	2,716	1,648
52,1	2,741	51,6	2,726	2,733	1,653
52,8	2,761	51,9	2,735	2,748	1,658
53,2	2,773	52,4	2,750	2,761	1,662
53,9	2,792	53,0	2,767	2,780	1,667
54,1	2,798	53,2	2,773	2,785	1,669
55,0	2,823	54,1	2,798	2,810	1,676
56,4	2,860	55,5	2,836	2,848	1,688

Πίνακας 3: Πειραματικά δεδομένα πρίσματος Β.

Εκτελούμε την ίδια διαδικασία και για το πρίσμα Β.

Πρίσμα Β - Ελαφριά Πυριτύαλος

Χαρακτηριστικά πρίσματος:

- Βάση: 3.00 cm
- Διαθλαστική γωνία: $A_0 = 60^\circ$

Τοποθετούμε το πρίσμα Β στη βάση πρισμάτων, και στη συνέχεια στρέφουμε το γωνιόμετρο ώστε να επιτευχθεί γωνία πρόσπτωσης 52° και έπειτα 56° . Ακολουθεί η ρύθμιση της διοπτράς για την καταγραφή των γωνιών εκτροπής για κάθε χρώμα. Τα πειραματικά δεδομένα που συλλέχθηκαν παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα (Πίνακας 3).

α/α	ΓΡΑΜΜΗ	λ (nm)	$\theta_0=52$	$\theta_0=56$
			E_0	E_0
1	Κόκκινη	643,85	48,0	48,0
2	Κίτρινη	578,00	48,4	48,4
3	Πράσινη λαχανί	546,07	48,9	48,7
4	Σκούρα πράσινη	508,58	49,1	49,1
5	Ουρανί	480,00	49,7	49,6
6	Ελεκτρικ	468,01	50,0	49,9
7	μπλε ιώδης	435,84	50,8	50,5
8	ιώδης	404,66	51,8	51,4

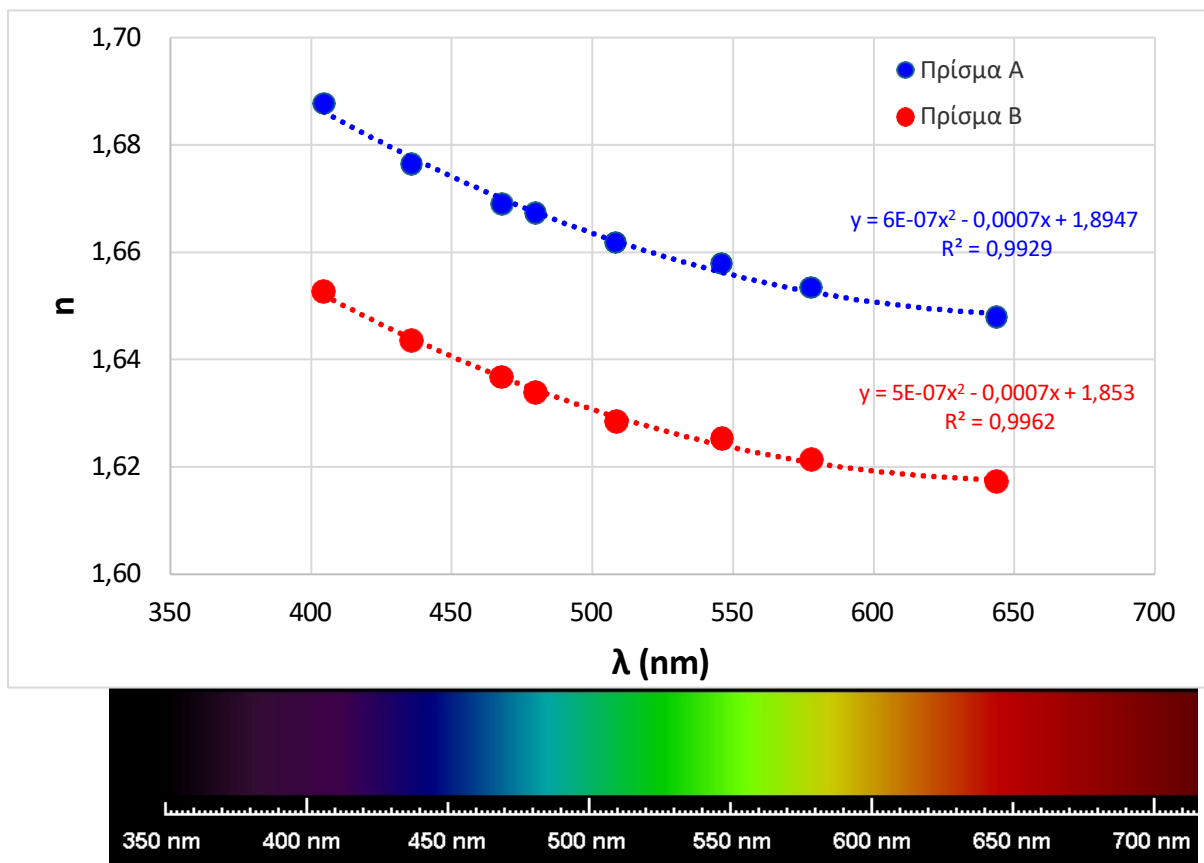
Πίνακας 2: Μέσες τιμές δείκτη διάθλασης του πρίσματος Α.

Ομοίως χρησιμοποιώντας τα δεδομένα του Πίνακα 3 και τα χαρακτηριστικά του πρίσματος είναι δυνατό μέσω της σχέσης 1, να υπολογιστεί ο δείκτης διάθλασης n του πρίσματος Β. Οι μέσες τιμές του δείκτη διάθλασης για κάθε γωνία έκτροπης υπολογίστηκαν και καταγράφονται στον παρακάτω πίνακα (Πίνακας 4).

$\theta_0 = 52$		$\theta_0 = 56$		Μέση τιμή n	
E_0	n^2	E_0	n^2	n^2	n
48,0	2,615	48,0	2,615	2,615	1,617
48,4	2,628	48,4	2,629	2,629	1,621
48,9	2,644	48,7	2,639	2,642	1,625
49,1	2,650	49,1	2,653	2,652	1,628
49,7	2,669	49,6	2,670	2,669	1,634
50,0	2,678	49,9	2,680	2,679	1,637
50,8	2,702	50,5	2,700	2,701	1,644
51,8	2,732	51,4	2,730	2,731	1,653

Πίνακας 4: Μέσες τιμές δείκτη διάθλασης του πρίσματος Β.

Σύμφωνα με τα παραπάνω δεδομένα, μπορεί να δημιουργηθεί ένα κοινό διάγραμμα n - λ για τα δύο πρίσματα, προκειμένου να αποτυπωθεί η μεταβολή της τιμής του δείκτη διάθλασης n σε συνάρτηση με το μήκος κύματος λ . Το διάγραμμα αυτό παρουσιάζεται παρακάτω (Διάγραμμα 1).

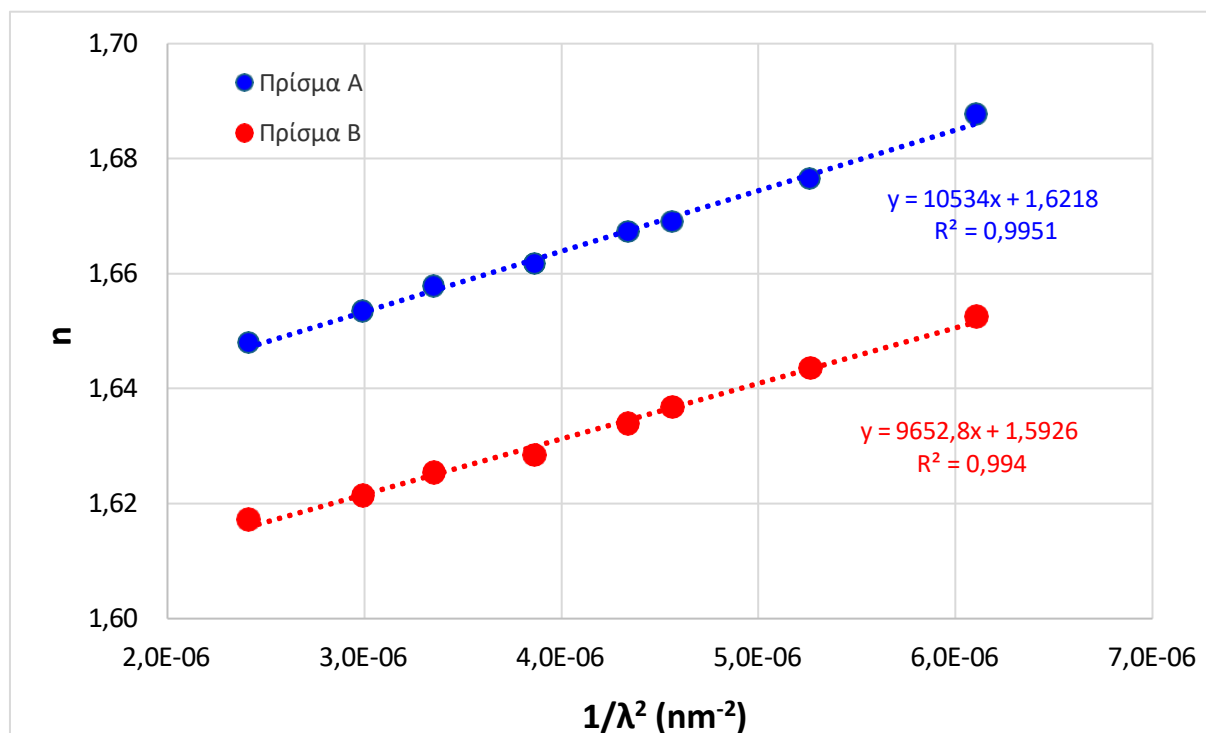


Διάγραμμα 1 : Διάγραμμα n - λ και για τα δυο πρίσματα.

Στο διάγραμμα αυτό, παρατηρείται ότι, και για τα δύο πρίσματα, καθώς αυξάνεται το μήκος κύματος λ , ο δείκτης διάθλασης n μειώνεται. Εξετάζοντας τις εμπειρικές σχέσεις του Cauchy και του Sellmeier (σχέσεις 2 και 3), βλέπουμε ότι ο δείκτης διάθλασης n μειώνεται με την αύξηση του μήκους κύματος λ , γεγονός που εξηγεί τη συμπεριφορά που παρατηρούμε στο διάγραμμα. Για μεγάλα μήκη κύματος, ο δείκτης διάθλασης είναι μικρότερος, κάτι που πειραματικά οδηγεί σε μικρότερη γωνία διάθλασης σε σύγκριση με τα μικρότερα μήκη κύματος.

Εμπειρική σχέση του Cauchy

Η εμπειρική σχέση του Cauchy (Σχέση 2) περιλαμβάνει δύο σταθερές, A και B , οι οποίες εξαρτώνται από το υλικό του πρίσματος. Αυτές τις σταθερές μπορούμε να τις υπολογίσουμε και για τα δύο πρίσματα χρησιμοποιώντας τα πειραματικά δεδομένα. Συγκεκριμένα, για να το επιτύχουμε, πρέπει να σχεδιάσουμε το διάγραμμα n συναρτήσει του $1/\lambda^2$. Από την προσαρμογή των πειραματικών σημείων σε μια ευθεία, μπορούμε να προσδιορίσουμε τις σταθερές: η κλίση της ευθείας μας δίνει τη σταθερά B , ενώ το σημείο τομής της με τον κατακόρυφο άξονα αντιστοιχεί στη σταθερά A . Το διάγραμμα $n-1/\lambda^2$ και για τα δύο πρίσματα αποτυπώνετε χαρακτηριστικά παρακάτω (Διάγραμμα 2).



Διάγραμμα 2: Διάγραμμα $n-1/\lambda^2$ και για τα δυο πρίσματα.

Οι ευθείες που προσαρμόστηκαν στα πειραματικά δεδομένα για κάθε πρίσμα, όπως προέκυψαν μέσω του Excel, είναι οι ακόλουθες:

Πρίσμα Α: $y = 10534.08x + 1.62 \Rightarrow A = 1.62$ και $B = 10534.08$

Πρίσμα Β: $y = 9652.8x + 1.59 \Rightarrow A = 1.59$ και $B = 9652.8$

Cauchy	Πρίσμα Α	Πρίσμα Β
κλίση	10534,08	9652,8
Σημείο Τομής	1,62	1,59

Οπότε η εμπειρική σχέση του Cauchy για το πρίσμα Α θα πάρει την εξής μορφή:

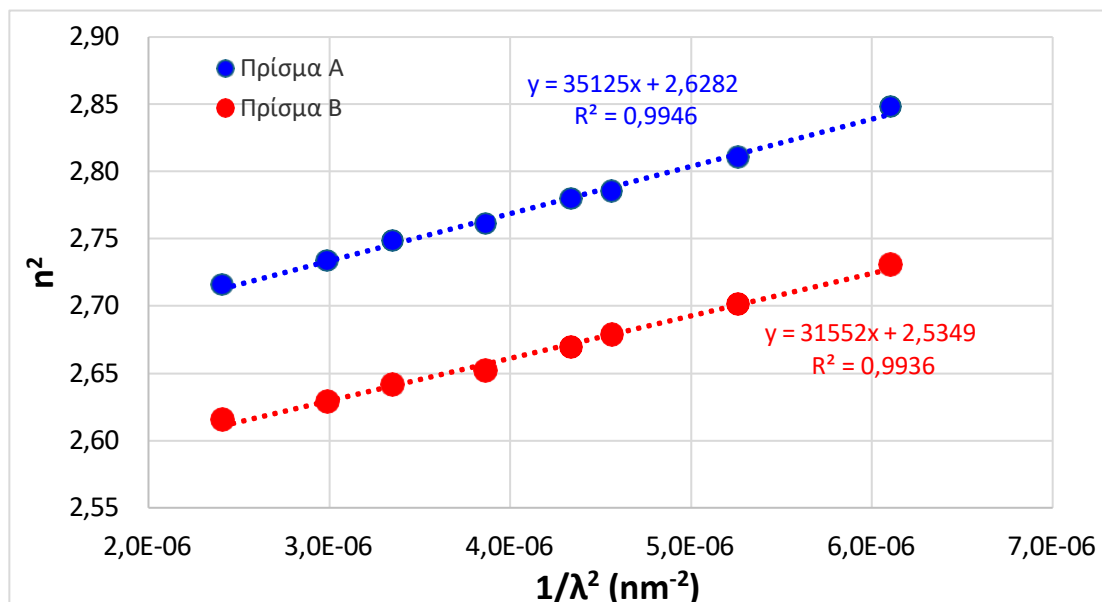
$$n_A(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2} = 1.62 + \frac{10534.08}{\lambda^2} \Rightarrow n_A(\lambda) = 1.62 + \frac{10534.08}{\lambda^2}$$

Ενώ για το πρίσμα Β, την εξής μορφή:

$$n_B(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2} = 1.59 + \frac{9652.8}{\lambda^2} \Rightarrow n_B(\lambda) = 1.59 + \frac{9652.8}{\lambda^2}$$

Εμπειρική σχέση του Sellmeier

Η ίδια διαδικασία μπορεί να εφαρμοστεί και για τον υπολογισμό των σταθερών b και λ_0 της εμπειρικής σχέσης του Sellmeier. Για να το επιτύχουμε, αρχικά πρέπει να σχεδιάσουμε το διάγραμμα $n^2 - 1/\lambda^2$. Το διάγραμμα αυτό, τόσο για το πρώτο όσο και για το δεύτερο πρίσμα, παρουσιάζεται χαρακτηριστικά παρακάτω (Διάγραμμα 3).



Διάγραμμα 3: Διάγραμμα $n^2 - 1/\lambda^2$ και για τα δυο πρίσματα.

Οι ευθείες που προσαρμόστηκαν στα πειραματικά δεδομένα για κάθε πρίσμα, όπως προέκυψαν μέσω του Excel, είναι οι ακόλουθες:

Πρίσμα Α: $y = 35125x + 2.63$

Πρίσμα Β: $y = 31552x + 2.53$

Στην περίπτωση αυτή ο προσδιορισμός των σταθερών είναι λίγο πιο περίπλοκος και θα χρειαστεί να αλλαχθεί η μορφή της σχέσης 3, συγκεκριμένα θα πάρει την εξής μορφή:

$$n(\lambda)^2 = 1 + \frac{b}{1 - \lambda_0^2/\lambda^2} = 1 + b(1 - \lambda_0^2/\lambda^2)^{-1} \cong 1 + bM(1 - \lambda_0^2/\lambda^2)^N = A + \frac{B}{\lambda^2}$$

Όπου στην περίπτωση αυτή η κλίση θα ισούται με το:

$$B = b\lambda_0^2$$

Ενώ το σημείο τομής με το:

$$A = 1 + b$$

Εάν κάνουμε τους καταλλήλους υπολογισμούς (οι οποίοι έγιναν μέσω του Excel) καταλήγουμε στις παρακάτω τιμές:

Sellmeier	Πρίσμα Α	Πρίσμα Β
Κλίση	35125,26	31551,91
Σημείο Τομής	2,63	2,53
b=	1,63	1,53
$\lambda_0 =$	146,88	143,37

Οπότε τελικά η εμπειρική σχέση του Sellmeier για το πρίσμα Α θα πάρει την εξής μορφή:

$$n_A(\lambda)^2 = 1 + \frac{b}{1 - \lambda_0^2/\lambda^2} = 1 + \frac{1.63}{1 - 146.88^2/\lambda^2} \Rightarrow n_A(\lambda) = 1 + \frac{1.63}{1 - 21573.73/\lambda^2}$$

Ενώ για το πρίσμα Β, την εξής μορφή:

$$n_B(\lambda)^2 = 1 + \frac{b}{1 - \lambda_0^2/\lambda^2} = 1 + \frac{1.53}{1 - 143.37^2/\lambda^2} \Rightarrow n_B(\lambda) = 1 + \frac{1.53}{1 - 20554.96/\lambda^2}$$

Τέλος, μπορούμε να εξετάσουμε τη διασπορά και τη διακριτική ικανότητα κάθε πρίσματος.

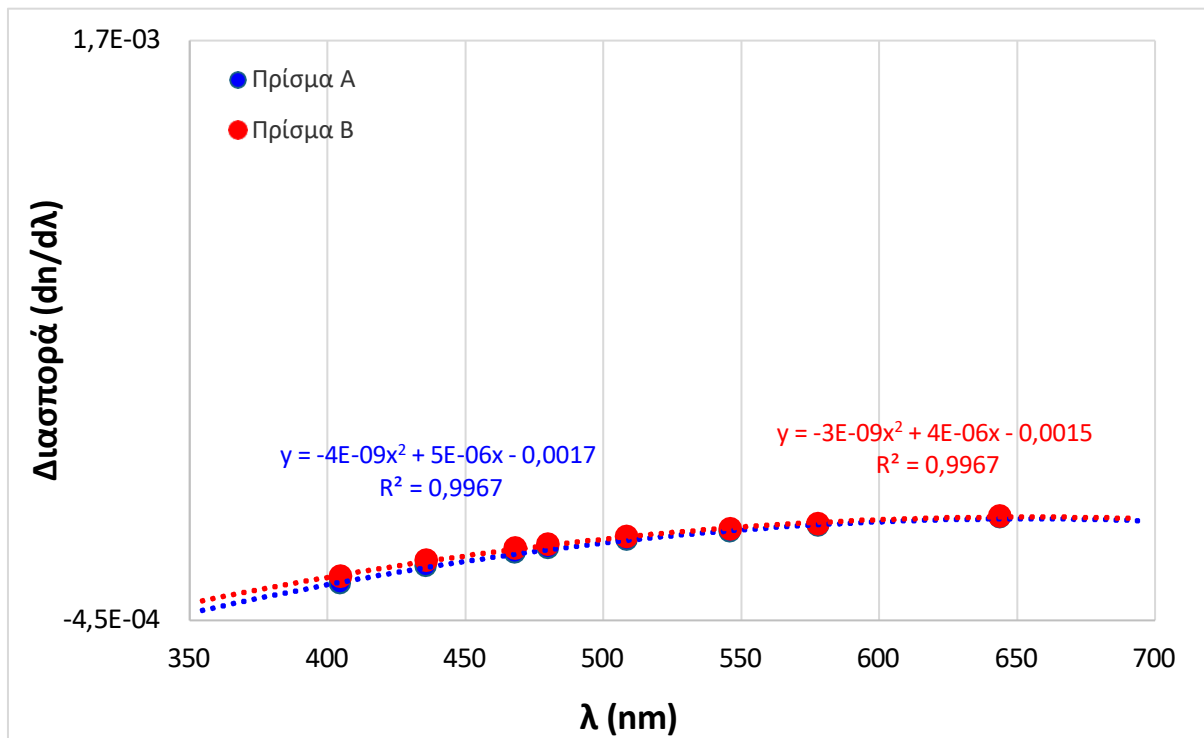
Η μελέτη της διασποράς πραγματοποιείται μέσω της σχέσης (4), λαμβάνοντας υπόψη ότι η εξίσωση του Sellmeier προσεγγίζεται με τη μορφή που χρησιμοποιήθηκε προηγουμένως. Αντίστοιχα, η διακριτική ικανότητα αναλύεται με βάση τη σχέση (5).

Και στις δύο περιπτώσεις, απαιτούνται συγκεκριμένοι υπολογισμοί, οι οποίοι παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα (Πίνακας 5).

Υπολογισμοί για το Πρίσμα Α					
$1/(n^2-1)$	Διασπορά $dn/d\lambda = -2B/\lambda^3$	Διακριτική Ικανότητα $\lambda/\Delta\lambda = B \times dn/d\lambda$	λ_{+-}	λ_{min}	λ_{max}
0,583	-7,89E-05	2558	0,25	643,60	644,10
0,577	-1,09E-04	3535	0,16	577,84	578,16
0,572	-1,29E-04	4192	0,13	545,94	546,20
0,568	-1,60E-04	5189	0,10	508,48	508,68
0,562	-1,91E-04	6172	0,08	479,92	480,08
0,560	-2,06E-04	6659	0,07	467,94	468,08
0,552	-2,54E-04	8245	0,05	435,79	435,89
0,541	-3,18E-04	10302	0,04	404,62	404,70
Υπολογισμοί για το πρίσμα Β					
$1/(n^2-1)$	Διασπορά $dn/d\lambda = -2B/\lambda^3$	Διακριτική Ικανότητα $\lambda/\Delta\lambda = B \times dn/d\lambda$	λ_{+-}	λ_{min}	λ_{max}
0,619	-7,23E-05	2170	0,30	643,55	644,15
0,614	-1,00E-04	2999	0,19	577,81	578,19
0,609	-1,19E-04	3557	0,15	545,92	546,22
0,605	-1,47E-04	4403	0,12	508,46	508,70
0,599	-1,75E-04	5237	0,09	479,91	480,09
0,596	-1,88E-04	5650	0,08	467,93	468,09
0,588	-2,33E-04	6996	0,06	435,78	435,90
0,578	-2,91E-04	8740	0,05	404,61	404,71

Πίνακας 5: Υπολογισμοί για την διασπορά και την διακριτική ικανότητα κάθε πρίσματος.

Σύμφωνα με τα δεδομένα του παραπάνω πίνακα, μπορούμε αρχικά να σχεδιάσουμε το κοινό διάγραμμα της διασποράς για κάθε πρίσμα. Το αντίστοιχο διάγραμμα παρουσιάζεται χαρακτηριστικά παρακάτω (Διάγραμμα 4).

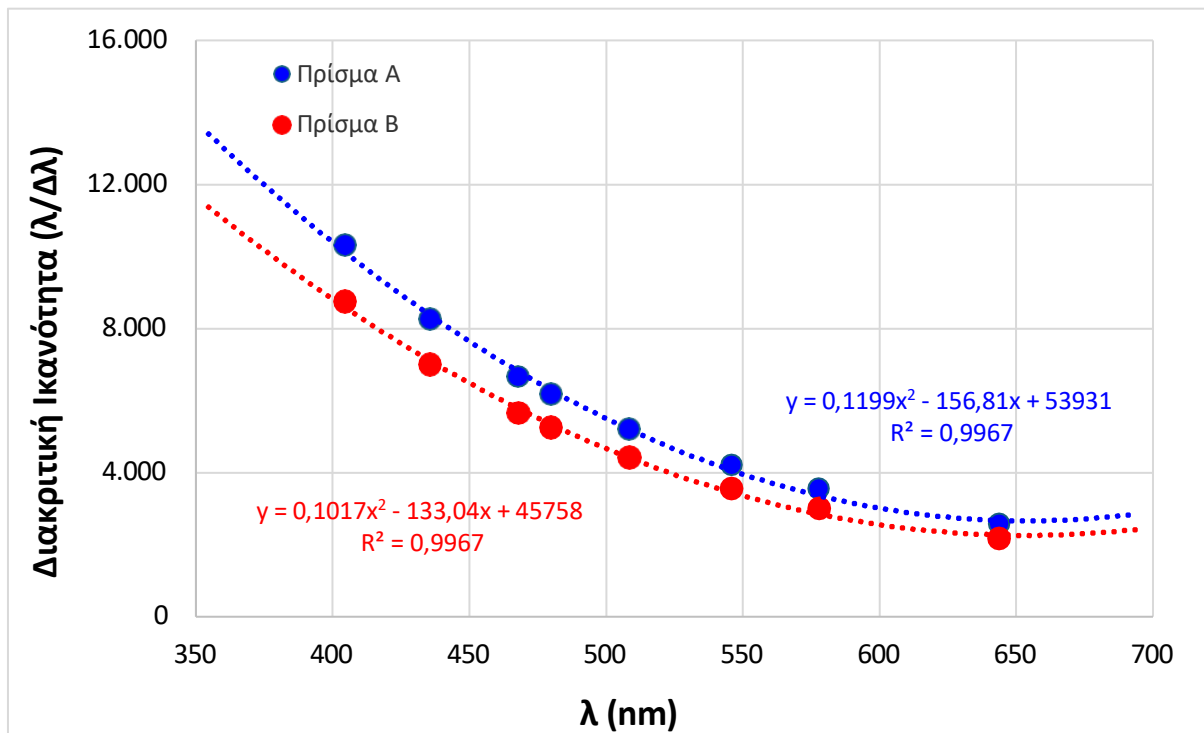


Διάγραμμα 4: Διάγραμμα διασποράς συνάρτηση του λ.

Στο παραπάνω διάγραμμα παρατηρούμε τις δύο καμπύλες διασποράς για τα δύο πρίσματα. Οι καμπύλες βρίσκονται πολύ κοντά μεταξύ τους, με την κόκκινη καμπύλη (που αντιστοιχεί στο πρίσμα B) να βρίσκεται ελαφρώς υψηλότερα από την καμπύλη του πρίσματος A. Αυτό υποδηλώνει ότι, για μικρά μήκη κύματος, το πρίσμα B παρουσιάζει ελαφρώς μεγαλύτερη διασπορά.

Ωστόσο, η διαφορά μεταξύ των δύο καμπυλών είναι μικρή, γεγονός που δείχνει ότι και τα δύο πρίσματα έχουν παρόμοια συνολική διασπορά.

Τέλος, μπορούμε να σχεδιάσουμε το διάγραμμα της διακριτικής ικανότητας για κάθε πρίσμα. Αυτό μπορεί να γίνει χρησιμοποιώντας τα δεδομένα του Πίνακα 3 και τη σχέση (5). Το αντίστοιχο διάγραμμα παρουσιάζεται χαρακτηριστικά παρακάτω (Διάγραμμα 5).



Διάγραμμα 5: Διάγραμμα διακριτικής ικανότητας συνάρτηση του λ .

Στο παραπάνω διάγραμμα παρατηρούμε ότι το πρίσμα Α έχει μεγαλύτερη διακριτική ικανότητα σε σύγκριση με το πρίσμα Β. Αυτό σημαίνει ότι το πρίσμα Α μπορεί να διαχωρίσει πιο αποτελεσματικά δύο κοντινά μήκη κύματος, επιτρέποντας καλύτερη ανάλυση του φάσματος.

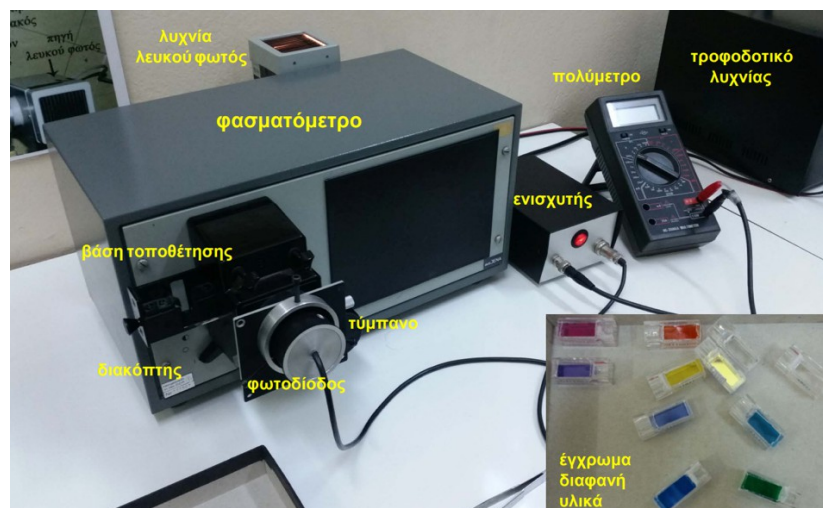
Η μεγαλύτερη διακριτική ικανότητα συνεπάγεται ότι το πρίσμα Α προκαλεί μεγαλύτερη διαφορά στη γωνία εκτροπής για μικρές μεταβολές του μήκους κύματος, καθιστώντας το πιο αποδοτικό στη φασματική ανάλυση. Αντίθετα, το πρίσμα Β, με μικρότερη διακριτική ικανότητα, δεν μπορεί να διαχωρίσει με την ίδια ακρίβεια γειτονικά μήκη κύματος, με αποτέλεσμα λιγότερο ευκρινές φάσμα.

Καμπύλες απορρόφησης έγχρωμων διαφανών υλικών

Στο δεύτερο μέρος της παρούσας εργασίας θα εξετάσουμε την διαπερατότητα και την απορρόφηση 3 διαφανών υλικών. Συγκεκριμένα θα εξετάσουμε ένα πράσινο σκούρο (5970), ένα κόκκινο (HT026) και ένα μπλε γυαλί (1114). Η διαδικασία αυτή θα πραγματοποιηθεί μέσω της ακόλουθης πειραματικής διάταξης (Εικόνα 2), η οποία περιλαμβάνει:

1. **Λυχνία λευκού φωτός** - Πηγή φωτός που παρέχει ένα ευρύ φάσμα μηκών κύματος.
2. **Τροφοδοτικό λυχνίας** - Χρησιμοποιείται για την τροφοδοσία της λυχνίας λευκού φωτός.
3. **Φασματόμετρο** - Όργανο που αναλύει το φάσμα του φωτός αφού περάσει από ένα δείγμα.
4. **Βάση τοποθέτησης** - Χρησιμοποιείται για την τοποθέτηση του δείγματος στη διαδρομή του φωτός.

5. **Διακόπτης** - Ελέγχει τη λειτουργία της διάταξης.
6. **Τύμπανο** - Χρησιμοποιείται πιθανώς για την επιλογή συγκεκριμένων μηκών κύματος στο φασματόμετρο.
7. **Φωτοδίοδος** - Ανιχνευτής που καταγράφει την ένταση του φωτός μετά τη διέλευσή του από το δείγμα.
8. **Ενισχυτής** - Ενισχύει το σήμα που λαμβάνεται από τη φωτοδίοδο για καλύτερη ανάλυση.
9. **Πολύμετρο** - Μετρά την τάση που προκύπτει από τον ανιχνευτή.
10. **Έγχρωμα διαφανή υλικά (κυψελίδες με δείγματα)** - Υλικά που χρησιμοποιούνται για τη μελέτη της απορρόφησης του φωτός σε διαφορετικά μήκη κύματος.



Εικόνα 2: Πειραματική διάταξη για την μελέτη της απορρόφησης εγχρώμων διαφανών υλικών.

Πειραματικά, η διαδικασία που πρέπει να ακολουθηθεί είναι αρχικά, έχοντας ενεργοποιήσει όλη τη διάταξη, χωρίς να τοποθετηθεί κάποιο διαφανές υλικό στη βάση τοποθέτησης, να μετρηθεί η ένταση μέσω του πολυμέτρου για ένα εύρος μηκών κύματος από 400 έως 700 nm, με βήμα 10 nm. Έπειτα, ακολουθείται η ίδια διαδικασία μέτρησης έντασης για τα τρία έγχρωμα διαφανή γυαλιά (πράσινο, κόκκινο και μπλε). Τα πειραματικά δεδομένα που συλλέχθηκαν αποτυπώνονται στον παρακάτω πίνακα (Πίνακας 6).

λ (nm)	ένδειξη πολυμέτρου (mV)			
	απουσία δείγματος	Green	Red	Blue
400	13,10	1,80	3,20	4,10
410	16,60	1,20	3,10	5,40
420	20,50	0,50	3,10	7,30
430	25,50	0,40	3,10	10,00
440	30,30	0,40	3,10	13,50
450	36,00	0,40	3,00	17,90
460	42,00	0,40	3,00	22,80
470	49,90	0,40	3,00	27,70
480	57,80	0,40	3,00	32,00
490	65,60	0,40	3,10	36,40
500	75,00	1,40	3,00	40,60
510	84,40	12,80	3,00	43,00
520	92,80	13,00	3,10	43,00
530	101,70	1,60	3,00	41,80
540	110,60	0,50	3,00	43,50
550	118,90	4,80	3,10	32,40
560	129,00	30,00	3,10	23,50
570	138,80	23,30	3,20	16,90
580	147,50	4,90	3,90	14,00
590	156,50	0,80	7,80	11,90
600	168,20	0,50	22,40	9,000
610	179,60	0,50	53,50	7,20
620	186,50	0,50	87,30	6,70
630	192,50	0,60	128,10	6,70
640	198,00	0,60	128,50	6,70
650	193,00	0,60	137,60	7,40
660	198,00	0,70	146,60	9,30
670	205,00	0,70	153,60	12,20
680	210,00	8,80	161,40	15,20
690	214,00	63,50	164,70	18,50
700	218,00	118,20	169,30	20,60

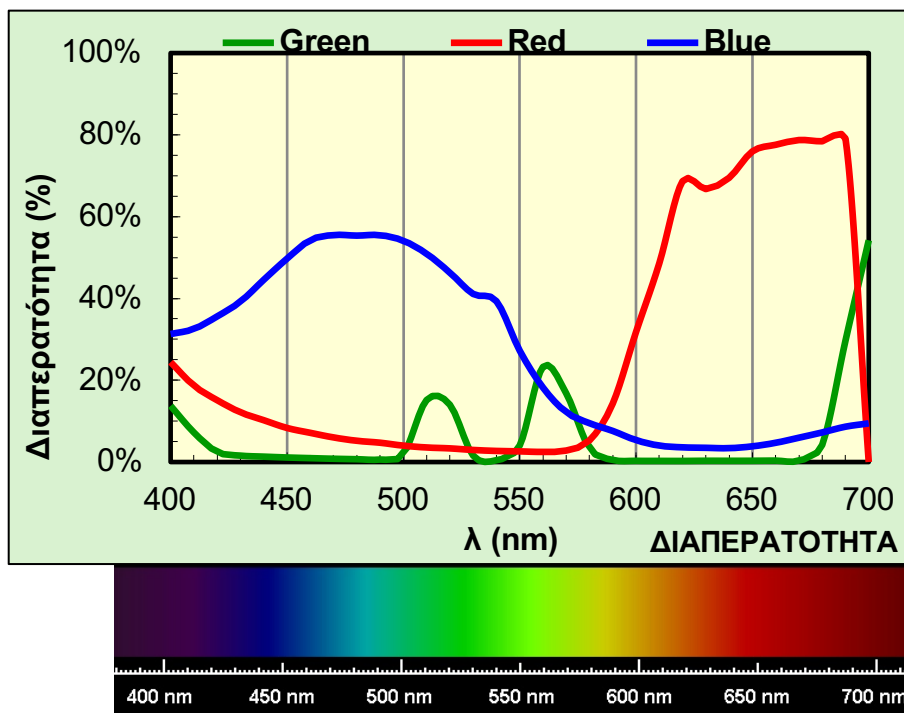
Πίνακας 6: Πειραματικά δεδομένα έντασης πολυμέτρου για τα διαφορά γυαλιά.

Σύμφωνα με τα παραπάνω πειραματικά δεδομένα, μπορούμε, βάσει των σχέσεων (6) και (7), να υπολογίσουμε τη διαπερατότητα και την απορρόφηση κάθε γυαλιού. Τα δεδομένα που προκύπτουν από αυτούς τους υπολογισμούς παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα (Πίνακας 7).

Διαπερατότητα - T			Απορρόφηση - A		
Green	Red	Blue	Green	Red	Blue
13,7%	24,4%	31,3%	86,3%	75,6%	68,7%
7,2%	18,7%	32,5%	92,8%	81,3%	67,5%
2,4%	15,1%	35,6%	97,6%	84,9%	64,4%
1,6%	12,2%	39,2%	98,4%	87,8%	60,8%
1,3%	10,2%	44,6%	98,7%	89,8%	55,4%
1,1%	8,3%	49,7%	98,9%	91,7%	50,3%
1,0%	7,1%	54,3%	99,0%	92,9%	45,7%
0,8%	6,0%	55,5%	99,2%	94,0%	44,5%
0,7%	5,2%	55,4%	99,3%	94,8%	44,6%
0,6%	4,7%	55,5%	99,4%	95,3%	44,5%
1,9%	4,0%	54,1%	98,1%	96,0%	45,9%
15,2%	3,6%	50,9%	84,8%	96,4%	49,1%
14,0%	3,3%	46,3%	86,0%	96,7%	53,7%
1,6%	2,9%	41,1%	98,4%	97,1%	58,9%
0,5%	2,7%	39,3%	99,5%	97,3%	60,7%
4,0%	2,6%	27,2%	96,0%	97,4%	72,8%
23,3%	2,5%	18,2%	76,7%	97,5%	81,8%
16,8%	2,8%	12,2%	83,2%	97,2%	87,8%
3,3%	5,3%	9,5%	96,7%	94,7%	90,5%
0,5%	14,3%	7,6%	99,5%	85,7%	92,4%
0,3%	31,8%	5,4%	99,7%	68,2%	94,6%
0,3%	48,6%	4,0%	99,7%	51,4%	96,0%
0,3%	68,7%	3,6%	99,7%	31,3%	96,4%
0,3%	66,8%	3,5%	99,7%	33,2%	96,5%
0,3%	69,5%	3,4%	99,7%	30,5%	96,6%
0,3%	76,0%	3,8%	99,7%	24,0%	96,2%
0,4%	77,6%	4,7%	99,6%	22,4%	95,3%
0,3%	78,7%	6,0%	99,7%	21,3%	94,0%
4,2%	78,4%	7,2%	95,8%	21,6%	92,8%
29,7%	79,1%	8,6%	70,3%	20,9%	91,4%
54,2%	#REF!	9,4%	45,8%	#REF!	90,6%

Πίνακας 7: Δεδομένα διαπερατότητας και απορρόφησης για τα διαφορά γυαλιά.

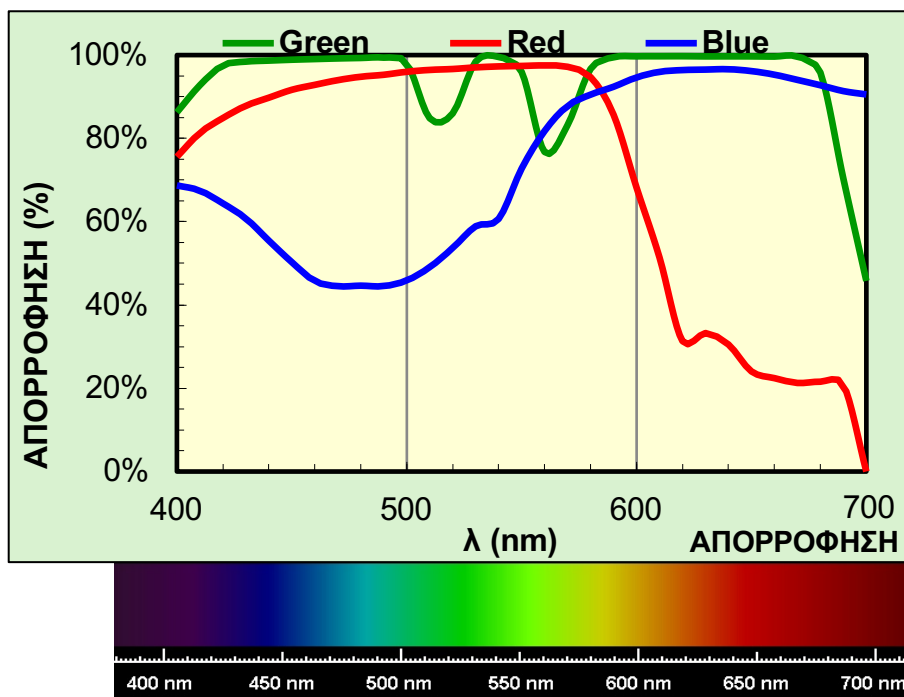
Σχεδιάζοντας σε διάγραμμα τα δεδομένα αυτά για την καλύτερη απεικόνιση τους θα παρατηρήσουμε τα εξής, ξεκινώντας με το διάγραμμα της διαπερατότητας (Διάγραμμα 6).



Διάγραμμα 6: Διάγραμμα διαπερατότητας των διαφόρων γυαλιών.

Στο παραπάνω διάγραμμα παρατηρούμε το αναμενόμενο: κάθε γυαλί επιτρέπει τη διέλευση των μηκών κύματος που αντιστοιχούν στο χρώμα του, γι' αυτό και εμφανίζεται στο συγκεκριμένο χρώμα που βλέπουμε.

Αντίθετα, εάν σχεδιάσουμε το διάγραμμα της απορρόφησης:



Διάγραμμα 7: Διάγραμμα απορρόφησης των διαφόρων γυαλιών.

Ομοίως, στο διάγραμμα αυτό παρατηρούμε το αναμενόμενο: κάθε γυαλί απορροφά περισσότερο τα άλλα χρώματα και δεν απορροφά (δηλαδή επιτρέπει να διαπεράσει) το χρώμα με το οποίο το βλέπουμε εμείς.

Νόμος Beer - Υπολογισμός συντελεστή απορρόφησης

Στο τρίτο και τελευταίο μέρος της παρούσας εργασίας θα επιχειρήσουμε να υπολογίσουμε τον συντελεστή απορρόφησης α και τον συντελεστή απόσβεσης κ ενός υλικού πάχους z . Η διαδικασία αυτή θα πραγματοποιηθεί μέσω της ίδιας πειραματικής διάταξης (Εικόνα 3) με την μόνη διαφορά ότι στην περίπτωση αυτή δεν θα έχουμε γυαλίνα υλικά αλλά κόκκινες ζελατίνες.

Πάχος ζελατίνας: 210 μm



Εικόνα 3: Πειραματική διάταξη για τον υπολογισμό του συντελεστή απορρόφησης.

Η διαδικασία που πρέπει να ακολουθηθεί είναι παρόμοια με το προηγούμενο μέρος. Στην περίπτωση αυτή, αντί για έγχρωμα γυαλιά, έχουμε μια θήκη μέσα στην οποία μπορούμε να τοποθετήσουμε τις κόκκινες ζελατίνες.

Για σταθερό φως μήκους κύματος $\lambda = 600 \text{ nm}$ και αρχικά χωρίς να έχουμε τοποθετήσει κάποια ζελατίνα στη θήκη, πραγματοποιούμε μέτρηση της έντασης μέσω του πολύμετρου. Στη συνέχεια, τοποθετούμε μία-μία τις ζελατίνες και πραγματοποιούμε αντίστοιχα μετρήσεις.

Τα πειραματικά δεδομένα που λήφθηκαν παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα (Πίνακας 8).

Ενδειξη πολυμέτρου (άδεια θήκη) [mV]			160	
αρ. ζελ.	d (μm)	ένδειξη πολυμέτρου (mV)	T	ln(T)
1	210	102,80	0,643	-0,442
2	420	56,60	0,354	-1,039
3	630	37,50	0,234	-1,451
4	840	24,70	0,154	-1,868
5	1050	16,50	0,103	-2,272
6	1260	12,80	0,080	-2,526
7	1470	8,30	0,052	-2,959
8	1680	6,10	0,038	-3,267
9	1890	4,30	0,027	-3,617
10	2100	3,20	0,020	-3,912

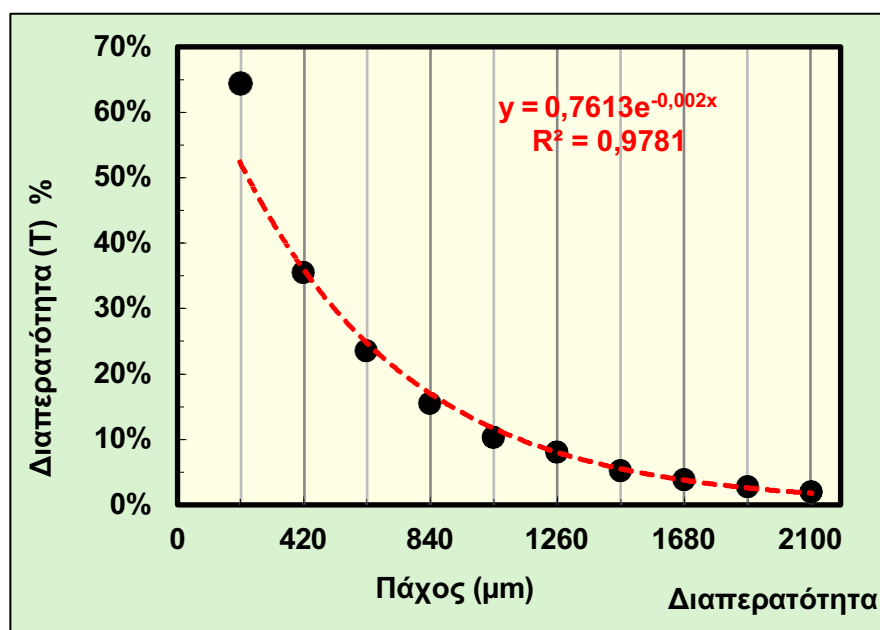
Πίνακας 8: Δεδομένα έντασης πολυμέτρου για της ζελατίνες.

Στον παραπάνω πίνακα (Πίνακας 8) εμπεριέχονται και οι υπολογισμοί της διαπερατότητας T, όπου το T δίνεται από την σχέση:

$$T = \frac{I}{I_0}$$

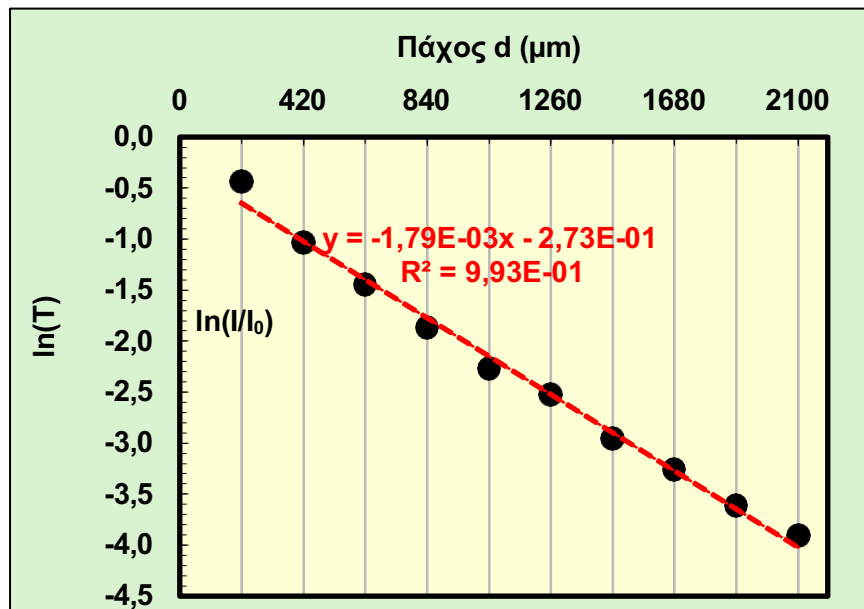
Ακόμη εμπεριέχονται και οι υπολογισμοί για το ln(T). Οι υπολογισμοί αυτοί είναι απαραίτητοι για την μελέτη του φαινομένου καθώς εμπεριέχονται μέσα στον νόμο του Beer.

Για την καλύτερη μελέτη της διαπερατότητας μπορούμε να σχεδιάσουμε ένα διάγραμμα της συναρτήσεως του πάχους των ζελατίνων. Το διάγραμμα αυτό παρουσιάζεται παρακάτω (Διάγραμμα 8).



Διάγραμμα 8: Διάγραμμα διαπερατότητας συναρτήσεως του πάχους των ζελατίνων.

Στο παραπάνω διάγραμμα παρατηρούμε ότι όσο αυξάνεται το πάχος, δηλαδή όσο περισσότερες ζελατίνες προσθέτουμε, τόσο περισσότερο μειώνεται η διαπερατότητα. Αυτό είναι απολύτως λογικό και αναμενόμενο και από την καθημερινή μας εμπειρία. Επιπλέον, παρατηρούμε ότι η καμπύλη που ενώνει τα σημεία είναι εκθετική, κάτι που δικαιολογείται άμεσα από τον νόμο του Beer. Τέλος, μπορούμε να σχεδιάσουμε και το διάγραμμα της ποσότητας $\ln(T)$ ως συνάρτηση του πάχους. Το διάγραμμα αυτό παρουσιάζεται παρακάτω (Διάγραμμα 9).



Διάγραμμα 3: Διάγραμμα ποσότητας $\ln(T)$ συναρτήσει του πάχους.

Το διάγραμμα αυτό θα χρησιμεύσει άμεσα για τον προσδιορισμό του συντελεστή απορρόφησης α . Συγκεκριμένα εάν βρούμε την ευθεία που ενώνει τα σημεία μπορούμε μέσα από αυτήν να βρούμε και το α αλλά και τον συντελεστή απόσβεσης k . Η ευθεία που εμφάνισε το excel είναι η εξής:

$$y = -1.79 \cdot 10^{-3}x - 2.73 \cdot 10^{-1}$$

Σύμφωνα με την σχέση (8) ο νομός του Beer μπορεί να πάρει την εξής μορφή:

$$\ln \frac{I}{I_0} = -\alpha z$$

Εάν συγκρίνουμε της δυο σχέσεις μπορούμε να θεωρήσουμε ότι:

$$\alpha = -1.79 \cdot 10^{-3} \mu\text{m}^{-1}$$

Εφόσον γνωρίζουμε τον συντελεστή απορρόφησης α , το μήκος κύματος λ το οποίο ήταν σταθερό και ίσο με $\lambda=600 \text{ nm}$ μπορούμε να υπολογίσουμε τον συντελεστή απόσβεσης μέσω της σχέσης (10).

Συγκεκριμένα θα ισχύει:

$$(10) \Rightarrow \kappa = \frac{\lambda \alpha}{4\pi} = \frac{0.6 \mu\text{m} \cdot (-1.79 \cdot 10^{-3}) \mu\text{m}^{-1}}{4 \cdot 3.1415} = \frac{1.074 \cdot 10^{-3}}{12.57} = 0.085 \cdot 10^{-3}$$
$$= 8.5 \cdot 10^{-5} \Rightarrow \mathbf{\kappa = 8.5 \cdot 10^{-5}}$$

Συμπεράσματα

Συνοψίζοντας, η παρούσα εργασία ανέδειξε βασικές πτυχές του διασκεδασμού στην οπτική μέσα από μια σειρά πειραματικών διαδικασιών και αναλύσεων. Τα αποτελέσματα επιβεβαίωσαν τη θεωρητική πρόβλεψη της γωνίας εκτροπής ενός πρίσματος, ενώ παράλληλα ανέδειξαν την εξάρτηση της απορρόφησης από τα οπτικά χαρακτηριστικά των διαφανών υλικών. Επιπλέον, μέσω της πειραματικής μελέτης, προσδιορίστηκε ο συντελεστής απορρόφησης ενός συγκεκριμένου υλικού, επιβεβαιώνοντας τη μαθηματική σχέση του Νόμου του Beer.

Η ανάλυση των πειραματικών δεδομένων έδειξε ότι η μείωση της διαπερατότητας ενός υλικού ακολουθεί εκθετική συμπεριφορά, γεγονός που ερμηνεύεται με βάση τη θεωρία της απορρόφησης του φωτός. Παράλληλα, οι μετρήσεις ανέδειξαν τη σημασία των παραμέτρων που επηρεάζουν τον διασκεδασμό, επιβεβαιώνοντας τη θεωρητική προσέγγιση του φαινομένου.

Συμπερασματικά, η εργασία συνέβαλε στην εις βάθος κατανόηση των μηχανισμών του διασκεδασμού και της απορρόφησης, προσφέροντας μια ολοκληρωμένη πειραματική και θεωρητική προσέγγιση του φαινομένου. Τα ευρήματα αυτά έχουν ιδιαίτερη σημασία τόσο για τη θεμελιώδη μελέτη της οπτικής όσο και για τις εφαρμογές της σε τεχνολογικά και επιστημονικά πεδία, όπως η φασματοσκοπία και η οπτική τεχνολογία.

