Versuch 13 - Resonanz

PAP 1

23.9.2025

Teilnehmender Student: **Paul Saß**

Gruppe: 9

Kurs: Vormittags

Tutor/in : Quirin Wittek

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung

1.1 Motivation

1.2 Messverfahren

1.3 Grundlagen aus der Physik

$$\delta = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \tag{1.1}$$

$$t_{1/2} = T \cdot n_{1/2} \tag{1.2}$$

$$\Rightarrow \delta = \frac{\ln 2}{T \cdot n_{1/2}} \tag{1.3}$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} \tag{1.4}$$

$$H = (\omega_2 - \omega_1) = 2\delta \tag{1.5}$$

$$\omega' = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2} \tag{1.6}$$

$$b(\omega) = \frac{A\omega_0^2}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 - (2\delta\omega)^2}} \tag{1.7}$$

$$b(\omega \to 0) = A\omega_0 \tag{1.8}$$

$$\delta = \frac{\omega_0 \cdot b(\omega \to 0)}{2 \cdot b(\omega')} \tag{1.9}$$

2. Durchführung

2.1 Versuchsaufbau

2.2 Aufgaben

3. Auswertung

3.1 Aufgabe I

Messung	Gemessene Zeit [s]	Umlaufzeit T_0 [s]
1	$36,32 \pm 0,3$	$1,816 \pm 0,015$
2	$36,34 \pm 0,3$	$1,817 \pm 0,015$
3	$36,31 \pm 0,3$	$1,816 \pm 0,015$

Fehler:

$$\boxed{\overline{T_0} = 1,816 \pm 0,015}$$

$$\Delta\overline{T_0} = \sqrt{\sigma^2 + (\Delta T_0)^2} \tag{3.1}$$

Es ergibt sich ebenfalls für die Frequenz:

$$\boxed{f_0 = 0,551 \pm 0,005\text{Hz}}$$

Wobei ΔT_0 die Abweichung einer Umlaufzeit ist, also die Reaktionszeit heruntergerechnet auf einen Umlauf und σ die mittlere Abweichung des Mittelwerts ist.

3.2 Aufgabe II

Hier wird für die Spannung 320 mA der Index 1 und für die Spannung 400 mA der Index 2 verwendet. Aus Diagramm 1 und 2 folgen für die Umlaufanzahlen bei halber Amplitude:

$$n_1 = 4,08 \pm 0,12 \quad n_2 = 2,60 \pm 0,09$$

Die Umlaufzeiten betragen:

$$T_1 = 1,390 \pm 0,015 \quad T_2 = 0,905 \pm 0,015$$

Damit ergeben sich nach Gleichung 1.3 die Dämpfungskonstanten:

$$\boxed{\delta_1 = (0{,}122 \pm 0{,}004)\ \frac{1}{\text{s}}}$$

$$\boxed{\delta_2 = (0{,}295 \pm 0{,}011)\ \frac{1}{\text{s}}}$$

Fehler:

$$\Delta\delta = \ln(2)\sqrt{\frac{(T_{1/2})^2(\Delta n_{1/2})^2 + (\Delta T_{1/2})^2(n_{1/2})^2}{(T_{1/2})^4(n_{1/2})^4}}$$

3.3 Aufgabe III

Die Eigenfrequenz des Pendels ω_0 berechnet sich nach Gleichung 1.4 mit den Messwerten des ungedämpften Pendels. Dafür wird die Umlaufzeit aus Aufgabe I verwendet.

$$\omega_0 = 3,460 \pm 0,029\text{Hz}$$

Dabei wurde für den Fehler folgende Formal verwendet:

$$\Delta\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0^2}\Delta T_0 \tag{3.2}$$

Nun ist anhand der Diagramme 3 und 4 zu bestimmen wo sich die jeweiligen Maxima der Amplituden befinden. Daraus kann die Frequenz des Motors bei welcher die Amplitude maximal wird bestimmt werden. Im folgenden werden Index 1 zu Diagramm 3 und Index 2 zu Diagramm 4 zugeordnet. Als gemessene Frequenz wird der Mittelwert der Frequenzen genommen:

$$f_1 = 2200 \pm 25 \text{ Hz}$$

$$f_2 = 2225 \pm 25 \text{ Hz}$$

$$\Rightarrow f = 2213 \pm 18 \text{ Hz}$$

Der Fehler berechnet sich durch:

$$\Delta f = \frac{\sqrt{2}}{2}\Delta f_{1/2} \tag{3.3}$$

Daraus ergibt sich mit dem Faktor $\frac{1}{4000}$,da dies der Umrechnungsfaktor zwischen Funktionengenerator und Motor ist, die Frequenz des Motors und damit die des Pendels:

$$f_{res} = 0,553 \pm 0,005\text{Hz}$$

3.3.1 Bestimmung von δ durch die Halbwertsbreite

Mit den Ergebnissen aus Diagramm 3 und 4 werden mithilfe von Gleichung 1.5 die Dämpfungskonstanten bestimmt. Dafür werden die Frequenzen gesucht, bei denen die Amplitude die hälfter der maximal Amplitude beträgt. Der Abstand ist dann die Halbwertsbreite H. Jedoch muss die Frequenz f erst in $\omega = \frac{2\pi}{4000}f$ umgerechnet werden.

$$\boxed{\delta_1 = (0{,}067 \pm 0{,}028)\ \tfrac{1}{\mathrm{s}}}$$

$$\boxed{\delta_2 = (0{,}255 \pm 0{,}028)\ \tfrac{1}{\mathrm{s}}}$$

Der Fehler wird wie folgt berechnet:

$$\Delta\delta = \frac{2\cdot\pi}{2\cdot 4000}\sqrt{(\Delta\omega_2)^2 + (\Delta\omega_1)^2} \tag{3.4}$$

3.3.2 Bestimmung von δ durch Resonanzüberhöhung

Für die Bestimmung der Dämpfungskonstanten mithilfe der Resonanzüberhöhung werden die Maximalamplituden aus den Diagrammen 3 und 4 ermittelt. Als den Wert für $b(\omega \to 0)$ wird hier jeweils der kleinste messbare Wert verwendet und für die Maximalamplituden $b(\omega')$ der jeweils abgelesene Wert. Aus diesen Werten können mit Gleichung 1.9 die Dämfungskonstanten bestimmt werden:

$$\boxed{\delta_1 = (0{,}10 \pm 0{,}03)\ \tfrac{1}{\mathrm{s}}}$$

$$\boxed{\delta_2 = (0{,}22 \pm 0{,}05)\,\frac{1}{\mathrm{s}}}$$

Dabei wurde der Fehler wie folgt berechnet:

$$\Delta\delta = \sqrt{\left(\frac{b(\omega \to 0)}{2b(\omega')} \cdot \Delta\omega_0\right)^2 + \left(\frac{\omega_0}{2b(\omega')} \cdot \Delta b(\omega \to 0)\right)^2 + \left(-\frac{\omega_0 b(\omega \to 0)}{2b(\omega')^2} \cdot \Delta b(\omega')\right)^2} \tag{3.5}$$

4. Zusamenfassung und Diskussion