Versuch 12 - Trägheitsmoment

PAP 1

12.12.2024

Teilnehmender Student: **Paul Saß**

Gruppe: 9

Kurs: Vormittags

Tutor/in :

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung

1.1 Motivation

1.2 Messverfahren

Bei dem Messverfahren werden Öltröpfchen in einen Kondensator gesprüht. Daraufhin wird eine Spannung im Kondensator angelegt. Durch ein Mikroskop lässt sich die Bewegung der Tröpchen beobachten. Jetzt wird gezielt ein Tröpfin mit langsamer Aufwärtsbewegung gewählt, da das Ziel ist eine einfach geladenes Tröpchen zu messen. Von diesem mit einer Skala und aus- und einschalten die Steig- und Fallzeiten gemessen. Daraus lässt sich dann die Elementarladung bestimmen.

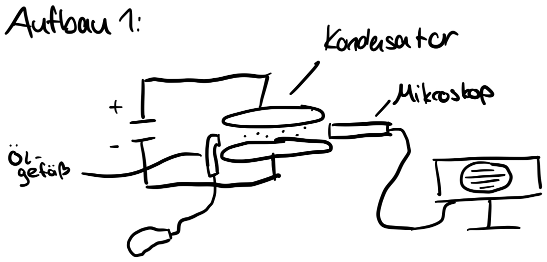


Abbildung 1.1: Aufbau

1.3 Grundlagen aus der Physik

1.3.1 Gravitationskraft

Die Gravitationskraft einer Masse m berechnet sich nach Newton durch:

$$F_g = mg \tag{1.1}$$

Wobei g die Erdbeschleunigung ist. Setzt man nun $m = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$ Daras folgt für die Gravitationskraft:

$$F_g = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g \tag{1.2}$$

s Mit r als Radius der Tröpfchen, näherungsweise eine Kugel. Und ρ als Dichte des Tröpchens.

1.3.2 Auftriebskraft

Die Auftriebskraft entwpicht genau der Gewichtskraft der verdrängten Luft. Daraus folgt:

$$F_A = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{Luft} g \tag{1.3}$$

Mit ρ_{Luft} als Dichte der Luft und r als Radius des Tröpfchen.

1.3.3 Stokesche Reibung

Bewegt sich eine Kugel durch ein Ideales Fluid erfährt sie eine Reibung in Abhängigkeit des Radius r, der dynamischen Viskosität η und der Geschwindigkeit v. Für die Reibung gilt folgende Gleichung, da Luft näherungsweise als ideales Gas betrachtet werden kann.

$$F_R = 6\pi r \eta v \tag{1.4}$$

1.3.4 Elektrische Kraft

Da sich das Träpchen in einem elektrischen Feld bewegt, erfährt es eine Spannung durch die angelegte Spannung U. In einem Plattenkondensator ergibt sich diese Kraft als:

$$F_e = q\frac{U}{d} \tag{1.5}$$

Wobei d der Plattenabstand des Kondeensators ist.

1.3.5 Kräftegleichgewicht

Aus den Kräften ergibt sich für die Fallende bewegung:

$$F_g = F_{R1} + F_A \tag{1.6}$$

und beim steigen:

$$F_G + F_{R2} = F_A + F_e \tag{1.7}$$

Die Reibung wirkt immer entegegen der Bewegung, weshalb sie beim steigen auf die Gewichtskraft addiert wird.

Durch das einsetzen der Kräfte lässt sich die Gleichung für die Fallende Bewegung nach r_0 Auflösen, wobei η_0 die Viskosität ohne Korrekturfaktor ist.

$$r_0 = \sqrt{\frac{9\eta_0}{2(\rho_{Öl} - \rho_{Luft})g}v_f} \tag{1.8}$$

Setzt man nun die Gewichtskraft der fallenden Bewegung in die steigende ein erhält man:

$$\Rightarrow F_e = F_{R2} + F_{R1} \tag{1.9}$$

Setzt man hier erneut die Kräfte ein, lässt sich die Gleichung nach q auflösen.

$$q = (v_f + v_s)\sqrt{\frac{9v_f\ (f\eta_0)^3}{2(\rho_{Öl} - \rho_{Luft})g}}\frac{6\pi d}{U} \tag{1.10}$$

$$\tag{1.11}$$

1.3.6 Korrektur der Viskosität

Unterschreitet der Radius der Tröfchen die Weglänge der Luftmoleküle, kann die Abhängigkeit der Viskosität vom Radius nicht mehr al linear betrachtet werden. Bei kleinen Wegängen entstehen nicht mehr ausreichen viele Kollisionen mit den Luftmolekülen, weshalb hier die Viskosität nach unten korrigiert werden muss. Anschaulich betrachten können die Tröpfchen ohne Kollision zwischen zwei Luftmolekülen hndurch "rutschen".

$$f(r) = \frac{1}{1 + \frac{b}{rp}} \tag{1.12}$$

Hierbei gibt p den Luftdruck an, r den Radius und b eine Konstante für den Korrekturfaktor.

2. Durchführung

2.1 Messprotokoll

3. Auswertung

3.1 Aufgabe I

In diesem Versuch gilt für ein Skalenteil $1Skt = 5,00 \cdot 10^{-5}$ m.

Ausgewält wird das Öltröpfchen mit folgenden Messwerten: Es gilt für doie Reaktionszeit $\Delta t = 0,3$ s und für den Fehler der Skala gilt $\Delta s = 1\ Skt$

Messung	Steigzeit t_s[s]	Fallzeit t_f[s]
1	$10,760$	$18,590$
2	$11,040$	$20,560$
3	$10,930$	$21,860$
4	$11,740$	$18,270$
5	$12,290$	$20,650$
	$\overline{t_s} = (11{,}4 \pm 0{,}6)\,\mathrm{s}$	$\overline{t_f} = (20{,}0 \pm 0{,}8)\,\mathrm{s}$

Die Messtrecke beträgt hier immer $s = 10Skt$ also $s = 5,00 \cdot 10^{-4}$ m $= 50\,\mathrm{mm}$ Daraus ergibt sich mit:

$$v = \frac{s}{t} \tag{3.1}$$

Für die Geschwindigkeiten:

$$\boxed{v_s = (2{,}50 \pm 0{,}10) \cdot 10^{-5}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}$$

$$\boxed{v_f = (4{,}41 \pm 0{,}27) \cdot 10^{-5}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}$$

Es gilt für den Fehler:

$$\Delta v = \sqrt{(\frac{s}{t^2}\Delta t)^2 + (\frac{1}{t}\Delta s)^2} \tag{3.2}$$

Daraus kann der Radius r_0 bestimmt werden nach Gleichung 1.8 berechnet werden. Mit:

- $g = 9{,}81\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$
- $\rho_{Öl} = 872{,}2\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$
- $\rho_{Öl} = 1{,}29\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$
- $\eta_0 = 1{,}81 \cdot 10^{-5}\ \frac{\mathrm{Ns}}{\mathrm{m}^2}$

$$r_0 = (6{,}49 \pm 0{,}10) \cdot 10^{-7}\ \mathrm{m}$$

Für den Fehelr gilt:

$$\Delta r_0 = \sqrt{\frac{9\eta_0}{2(\rho_{Öl} - \rho_{Luft})g}}\frac{1}{2\sqrt{v_f}}\Delta v_f \tag{3.3}$$

Zuerst wird der Korrekturfaktor $f(r_0)$ bestimmt durch Gleichung **??**:

$$f(r_0) = 0,8943 \pm 0,0012$$

Mit der Fehlerrechnung:

Daraus kann die Ladung q des Tröpchens berechnet werden nach Gleichung 1.11:

$$q = (1{,}56 \pm 0{,}12) \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}$$

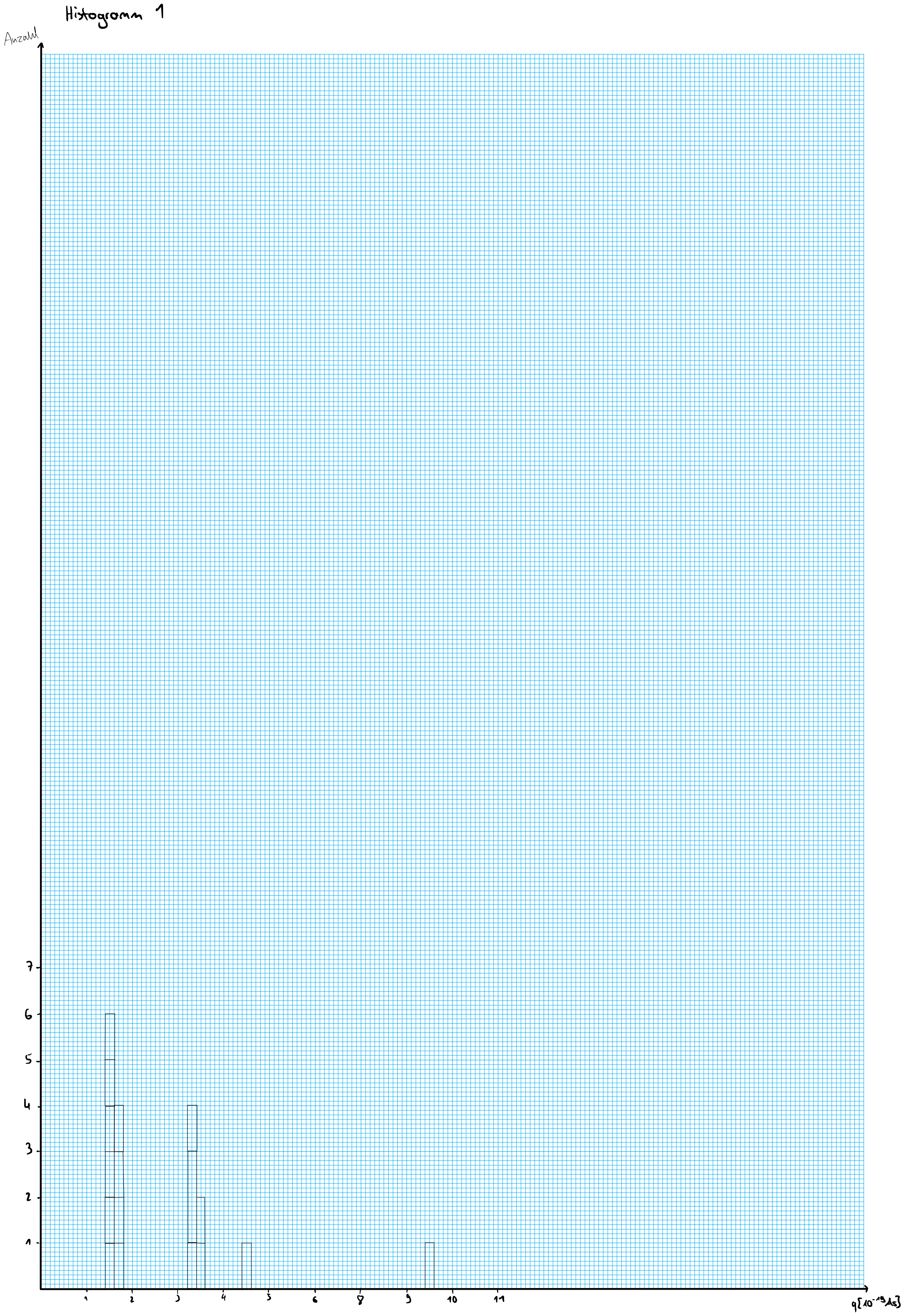
Für den Fehler gilt:

$$\begin{aligned}\Delta q^2 = & \left(\left(\frac{9\sqrt{2}\pi df\sqrt{\frac{\eta^3 v_f}{g\rho}}}{U} + \frac{9\sqrt{2}\pi df\sqrt{\frac{\eta^3 v_f}{g\rho}}(v_f+v_s)}{2Uv_f}\right)\Delta v_f\right)^2 \\ & + \left(\frac{9\sqrt{2}\pi df\sqrt{\frac{\eta^3 v_f}{g\rho}}}{U}\Delta v_s\right)^2 \\ & + \left(\frac{9\sqrt{2}\pi f\sqrt{\frac{\eta^3 v_f}{g\rho}}(v_f+v_s)}{U}\Delta d\right)^2 \\ & + \left(\frac{-9\sqrt{2}\pi df\sqrt{\frac{\eta^3 v_f}{g\rho}}(v_f+v_s)}{U^2}\Delta U\right)^2 \\ & + \left(\frac{9\sqrt{2}\pi d\sqrt{\frac{\eta^3 v_f}{g\rho}}(v_f+v_s)}{U}\Delta f\right)^2 \end{aligned} \tag{3.4}$$

Der Der Mittelwert aus Excel für die 5 Ladungen ergibt:

$$q = (1{,}57 \pm 0{,}05) \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}$$

3.2 Aufgabe II



3.3 Aufgabe III

Die Obergrenze für das Excel-Dokument wurde bei $2,4 \cdot 10^{-19}$ C gesetzt. Ohne die Elementarladung zu kennen ist eine Abschätzung schwierig, da nicht ausgeschlossen werden kann, dass nur gerade Anzahlen an Ladungen gemessen wurden. Da die Messung jedoch quantitativ ist, kann ausgeschlossen werden, dass ausschließlich gerade Vielfache der Elementarladung gemessen wurden. Da der Literaturwert bekannti ist, ist der Schwellenwert Sinnvoll. Dieser liegt genau zwischen e und $2e$ es ist daher die einzige Grenze die gezogen werden kann, da die Werte einer Einzelladung gleichermaßen nach oben abweichen, wie die von zwei nach unten.

3.4 Aufgabe IV

Der Fehler wird abgeschätzt mit folgender Formel:

$$\frac{\Delta q}{q} = \sqrt{\left(\frac{3\Delta s}{2s}\right)^2 + \left(\frac{\Delta p}{2p}\right)^2 + \left(\frac{3\Delta \eta}{2\eta}\right)^2 + \left(\frac{\Delta d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\Delta U}{U}\right)^2} \tag{3.5}$$

Die Vorfaktoren für p und η ergeben sich direkt als Faktor aus der Ableitung nach der jeweiligen Variable.

Bei s ist das ganze nicht so offensichtlich. Zuerst müssen $v_f = \frac{s}{t_f}$ und $v_s = \frac{s}{t_s}$ so eingesetzt werden. Nun lässt sich das § s aus der Summe ausklammern und mit dem s-Faktor aus der Wurzel ergibt sich dann $\frac{3}{2}$ als Exponent für s.
Setzt man in diese Formel die gegebenen Werte ein erhält man: Daraus ergibt sich mit dem Ablesefehler von 1 Skt der Relative Fehler von:

$$\frac{\Delta q}{q} = 15\%$$

3.5 Aufgabe V

3.6 Aufgabe VI

4. Zusamenfassung und Diskussion