

Versuch 22 - Elementarladung

PAP 1

12.12.2024

Teilnehmender Student: **Paul Saß**

Gruppe: 9

Kurs: Vormittags

Tutor/in :

Inhaltsverzeichnis

| | | |
|----------|---------------------------------------|----------|
| 1 | Einleitung | 1 |
| 1.1 | Motivation | 1 |
| 1.2 | Messverfahren | 1 |
| 1.3 | Grundlagen aus der Physik | 1 |
| 1.3.1 | Gravitationskraft | 1 |
| 1.3.2 | Auftriebskraft | 1 |
| 1.3.3 | Stokesche Reibung | 1 |
| 1.3.4 | Elektrische Kraft | 2 |
| 1.3.5 | Kräftegleichgewicht | 2 |
| 1.3.6 | Korrektur der Viskosität | 2 |
| 2 | Durchführung | 2 |
| 2.1 | Messprotokoll | 3 |
| 3 | Auswertung | 4 |
| 3.1 | Aufgabe I | 4 |
| 3.2 | Aufgabe II | 6 |
| 3.3 | Aufgabe III | 7 |
| 3.4 | Aufgabe IV | 7 |
| 3.5 | Aufgabe V | 7 |
| 3.6 | Aufgabe VI | 8 |
| 4 | Zusammenfassung und Diskussion | 8 |

1. Einleitung

1.1 Motivation

1.2 Messverfahren

Bei dem Messverfahren werden Öltröpfchen in einen Kondensator gesprüht. Daraufhin wird eine Spannung im Kondensator angelegt. Durch ein Mikroskop lässt sich die Bewegung der Tröpfchen beobachten. Jetzt wird gezielt ein Tröpfchen mit langsamer Aufwärtsbewegung gewählt, da das Ziel ist eine einfach geladenes Tröpfchen zu messen. Von diesem mit einer Skala und aus- und einschalten die Steig- und Fallzeiten gemessen. Daraus lässt sich dann die Elementarladung bestimmen.

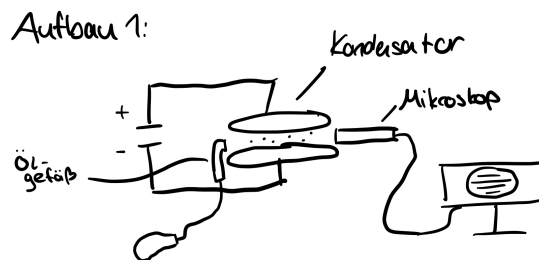


Abbildung 1.1: Aufbau

1.3 Grundlagen aus der Physik

1.3.1 Gravitationskraft

Die Gravitationskraft einer Masse m berechnet sich nach Newton durch:

$$F_g = mg \quad (1.1)$$

Wobei g die Erdbeschleunigung ist. Setzt man nun $m = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho$ Daras folgt für die Gravitationskraft:

$$F_g = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho g \quad (1.2)$$

s Mit r als Radius der Tröpfchen, näherungsweise eine Kugel. Und ρ als Dichte des Tröpfchens.

1.3.2 Auftriebskraft

Die Auftriebskraft entwpicht genau der Gewichtskraft der verdrängten Luft. Daraus folgt:

$$F_A = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_{Luft} g \quad (1.3)$$

Mit ρ_{Luft} als Dichte der Luft und r als Radius des Tröpfchen.

1.3.3 Stokesche Reibung

Bewegt sich eine Kugel durch ein Ideales Fluid erfährt sie eine Reibung in Abhängigkeit des Radius r , der dynamischen Viskosität η und der Geschwindigkeit v . Für die Reibung gilt folgende Gleichung, da Luft näherungsweise als ideales Gas betrachtet werden kann.

$$F_R = 6\pi r \eta v \quad (1.4)$$

1.3.4 Elektrische Kraft

Da sich das Tröpfchen in einem elektrischen Feld bewegt, erfährt es eine Spannung durch die angelegte Spannung U . In einem Plattenkondensator ergibt sich diese Kraft als:

$$F_e = q \frac{U}{d} \quad (1.5)$$

Wobei d der Plattenabstand des Kondensators ist.

1.3.5 Kräftegleichgewicht

Aus den Kräften ergibt sich für die fallende Bewegung:

$$F_g = F_{R1} + F_A \quad (1.6)$$

und beim steigen:

$$F_G + F_{R2} = F_A + F_e \quad (1.7)$$

Die Reibung wirkt immer entgegen der Bewegung, weshalb sie beim steigen auf die Gewichtskraft addiert wird.

Durch das einsetzen der Kräfte lässt sich die Gleichung für die fallende Bewegung nach r_0 auflösen, wobei η_0 die Viskosität ohne Korrekturfaktor ist.

$$r_0 = \sqrt{\frac{9\eta_0}{2(\rho_{öl} - \rho_{Luft})g}} v_f \quad (1.8)$$

Setzt man nun die Gewichtskraft der fallenden Bewegung in die steigende ein erhält man:

$$\Rightarrow F_e = F_{R2} + F_{R1} \quad (1.9)$$

Setzt man hier erneut die Kräfte ein, lässt sich die Gleichung nach q auflösen.

$$q = (v_f + v_s) \sqrt{\frac{9v_f (f\eta_0)^3}{2(\rho_{öl} - \rho_{Luft})g}} \frac{6\pi d}{U} \quad (1.10)$$

$$(1.11)$$

1.3.6 Korrektur der Viskosität

Unterschreitet der Radius der Tröpfchen die Weglänge der Luftmoleküle, kann die Abhängigkeit der Viskosität vom Radius nicht mehr als linear betrachtet werden. Bei kleinen Wegängen entstehen nicht mehr ausreichend viele Kollisionen mit den Luftmolekülen, weshalb hier die Viskosität nach unten korrigiert werden muss. Anschaulich betrachten können die Tröpfchen ohne Kollision zwischen zwei Luftmolekülen hindurch "rutschen".

$$f(r) = \frac{1}{1 + \frac{b}{rp}} \quad (1.12)$$

Hierbei gibt p den Luftdruck an, r den Radius und b eine Konstante für den Korrekturfaktor.

2. Durchführung

2.1 Messprotokoll

3. Auswertung

3.1 Aufgabe I

In diesem Versuch gilt für ein Skalenteil $1Sk = 5,00 \cdot 10^{-5} \text{ m}$.

Ausgewählt wird das Öltröpfchen mit folgenden Messwerten: Es gilt für die Reaktionszeit $\Delta t = 0,3 \text{ s}$ und für den Fehler der Skala gilt $\Delta s = 1 Sk$

| Messung | Steigzeit $t_s[\text{s}]$ | Fallzeit $t_f[\text{s}]$ |
|--|---------------------------|--|
| 1 | 10,760 | 18,590 |
| 2 | 11,040 | 20,560 |
| 3 | 10,930 | 21,860 |
| 4 | 11,740 | 18,270 |
| 5 | 12,290 | 20,650 |
| $\bar{t}_s = (11,4 \pm 0,6) \text{ s}$ | | $\bar{t}_f = (20,0 \pm 0,8) \text{ s}$ |

Die Messtrecke beträgt hier immer $s = 10Sk$ also $s = 5,00 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 50 \text{ mm}$ Daraus ergibt sich mit:

$$v = \frac{s}{t} \quad (3.1)$$

Für die Geschwindigkeiten:

$$v_s = (2,50 \pm 0,10) \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_f = (4,41 \pm 0,27) \cdot 10^{-5} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Es gilt für den Fehler:

$$\Delta v = \sqrt{\left(\frac{s}{t^2} \Delta t\right)^2 + \left(\frac{1}{t} \Delta s\right)^2} \quad (3.2)$$

Daraus kann der Radius r_0 bestimmt werden nach Gleichung 1.8 berechnet werden. Mit:

- $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
- $\rho_{\text{Öl}} = 872,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
- $\rho_{\text{Luft}} = 1,29 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
- $\eta_0 = 1,81 \cdot 10^{-5} \frac{\text{Ns}}{\text{m}^2}$

$$r_0 = (6,49 \pm 0,10) \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

Für den Fehler gilt:

$$\Delta r_0 = \sqrt{\frac{9\eta_0}{2(\rho_{\text{Öl}} - \rho_{\text{Luft}})g}} \frac{1}{2\sqrt{v_f}} \Delta v_f \quad (3.3)$$

Zuerst wird der Korrekturfaktor $f(r_0)$ bestimmt durch Gleichung ??:

$$f(r_0) = 0,8943 \pm 0,0012$$

Mit der Fehlerrechnung:

Daraus kann die Ladung q des Tröpfchens berechnet werden nach Gleichung 1.11:

$$q = (1,56 \pm 0,12) \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

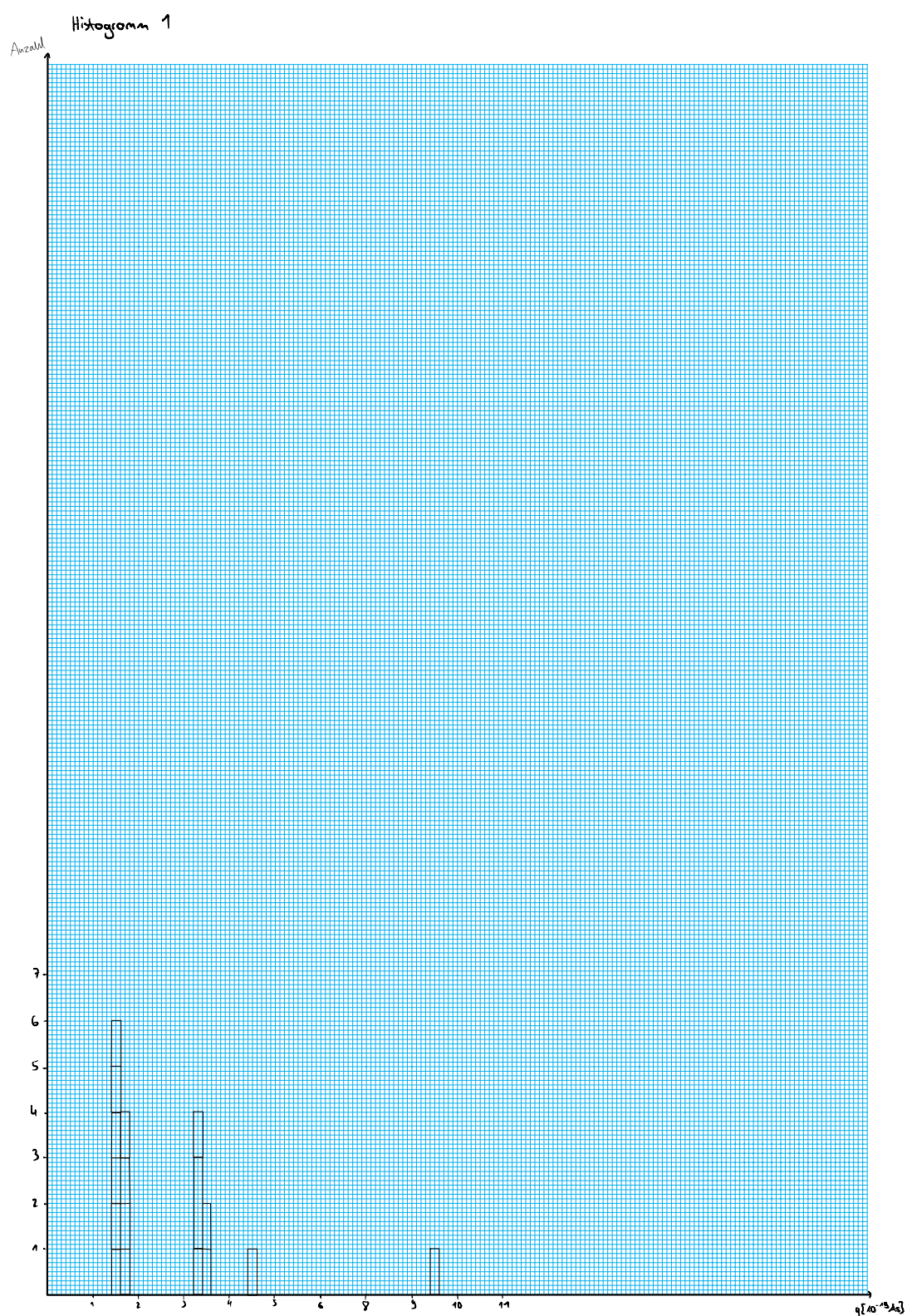
Für den Fehler gilt:

$$\begin{aligned}
 \Delta q^2 = & \left(\left(\frac{9\sqrt{2}\pi df \sqrt{\frac{\eta^3 v_f}{g\rho}}}{U} + \frac{9\sqrt{2}\pi df \sqrt{\frac{\eta^3 v_f}{g\rho}} (v_f + v_s)}{2U v_f} \right) \Delta v_f \right)^2 \\
 & + \left(\frac{9\sqrt{2}\pi df \sqrt{\frac{\eta^3 v_f}{g\rho}}}{U} \Delta v_s \right)^2 \\
 & + \left(\frac{9\sqrt{2}\pi f \sqrt{\frac{\eta^3 v_f}{g\rho}} (v_f + v_s)}{U} \Delta d \right)^2 \\
 & + \left(\frac{-9\sqrt{2}\pi df \sqrt{\frac{\eta^3 v_f}{g\rho}} (v_f + v_s)}{U^2} \Delta U \right)^2 \\
 & + \left(\frac{9\sqrt{2}\pi d \sqrt{\frac{\eta^3 v_f}{g\rho}} (v_f + v_s)}{U} \Delta f \right)^2
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

Der Mittelwert aus Excel für die 5 Ladungen ergibt:

$$q = (1,57 \pm 0,05) \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

3.2 Aufgabe II



3.3 Aufgabe III

Die Obergrenze für das Excel-Dokument wurde bei $2,4 \cdot 10^{-19}$ C gesetzt. Ohne die Elementarladung zu kennen ist eine Abschätzung schwierig, da nicht ausgeschlossen werden kann, dass nur gerade Anzahlen an Ladungen gemessen wurden. Da die Messung jedoch quantitativ ist, kann ausgeschlossen werden, dass ausschließlich gerade Vielfache der Elementarladung gemessen wurden. Da der Literaturwert bekannt ist, ist der Schwellenwert sinnvoll. Dieser liegt genau zwischen e und $2e$ es ist daher die einzige Grenze die gezogen werden kann, da die Werte einer Einzelladung gleichermaßen nach oben abweichen, wie die von zwei nach unten.

3.4 Aufgabe IV

Der Fehler wird abgeschätzt mit folgender Formel:

$$\frac{\Delta q}{q} = \sqrt{\left(\frac{3\Delta s}{2s}\right)^2 + \left(\frac{\Delta p}{2p}\right)^2 + \left(\frac{3\Delta \eta}{2\eta}\right)^2 + \left(\frac{\Delta d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\Delta U}{U}\right)^2} \quad (3.5)$$

Die Vorfaktoren für p und η ergeben sich direkt als Faktor aus der Ableitung nach der jeweiligen Variable.

Bei s ist das ganze nicht so offensichtlich. Zuerst müssen $v_f = \frac{s}{t_f}$ und $v_s = \frac{s}{t_s}$ so eingesetzt werden. Nun lässt sich das s aus der Summe ausklammern und mit dem s -Faktor aus der Wurzel ergibt sich dann $\frac{3}{2}$ als Exponent für s .

Setzt man in diese Formel die gegebenen Werte ein erhält man: Daraus ergibt sich mit dem Ablesefehler von 1 Skt der Relative Fehler von:

$$\frac{\Delta q}{q} = 15\%$$

3.5 Aufgabe V

| Messung | t_s [s] | t_f [s] | v_s [10^{-5} m/s] | v_f [10^{-5} m/s] | r_0 [10^{-7} m] | f | q [10^{-19} C] |
|---------|-----------|-----------|------------------------|------------------------|----------------------|-------|---------------------|
| 1 | 10,760 | 18,590 | 2,690 | 4,467 | 6,656 | 0,897 | 1,715 |
| 2 | 11,040 | 20,560 | 2,432 | 4,529 | 6,571 | 0,895 | 1,603 |
| 3 | 10,930 | 21,860 | 2,287 | 4,575 | 6,604 | 0,896 | 1,589 |
| 4 | 11,740 | 18,270 | 2,737 | 4,259 | 6,372 | 0,893 | 1,555 |
| 5 | 12,290 | 20,650 | 2,241 | 4,068 | 6,228 | 0,890 | 1,404 |

Fehler der Einzelmessung:

$$\sigma = 0,11$$

Die Abweichung von Excel ergibt:

$$\sigma_X = 0,097 \approx 0,10$$

Die Abweichungen stimmen in etwa überein. Die Differenz beträgt 0,01, weshalb das Ergebnis als in etwa übereinstimmend mit dem von Excel zu werten ist. Das Excel Dokument berücksichtigt deutlich mehr Teilchen als diese Rechnung.

3.6 Aufgabe VI

$$q = (1,56 \pm 0,12) \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Verglichen mit dem Literaturwert $e = 1,602176634 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ergibt sich eine Abweichung von: $0,35 \sigma$.

Für den Wert, errechnet mit Excel ergibt sich:

$$q_X = (1,630 \pm 0,013) \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

Also eine Abweichung von 2σ zum Literaturwert.

4. Zusammenfassung und Diskussion

In diesem Versuch konnten mithilfe von Stoppuhren die Fall und Steigzeiten der Öltröpfchen im Spannungsfeld bestimmt werden.