Aufgabe H8 des Übungsblattes 4

a)
$< n \geq 0 >$
$< n \geq 0 \wedge 0 = 0 >$

$i = 0;$

$< n \geq 0 \wedge i = 0 >$
$< n \geq 0 \wedge i = 0 \wedge 0 = 0 >$

$res = 0;$

$< n \geq 0 \wedge i = 0 \wedge res = 0 >$
$< n \geq 0 \wedge i \leq n \wedge res = (\frac{i \cdot (i+1)}{2})^2 >$

while$(i < n)\{$

$< n \geq 0 \wedge i \leq n \wedge res = (\frac{i \cdot (i+1)}{2})^2 \wedge i < n >$
$< n \geq 0 \wedge \wedge res = (\frac{(i+1-1) \cdot (i+1)}{2})^2 \wedge i + 1 \leq n >$

$i = i + 1;$

$< n \geq 0 \wedge res = (\frac{(i-1) \cdot i}{2})^2 \wedge i \leq n >$

$res = res + i * i * i;$

$< n \geq 0 \wedge res = (\frac{(i-1) \cdot i}{2})^2 + i^3 \wedge i \leq n >$
$< n \geq 0 \wedge res = (\frac{i \cdot (i+1)}{2})^2 \wedge i \leq n >$ Nach dem Tipp auf dem Aufgabenblatt

$\}$

$< n \geq 0 \wedge res = (\frac{i \cdot (i+1)}{2})^2 \wedge i \leq n \wedge \neg i < n >$
$< n \geq 0 \wedge res = (\frac{i \cdot (i+1)}{2})^2 \wedge i = n >$
$< res = (\frac{n \cdot (n+1)}{2})^2 >$

Schleifeninvariante: $res = (\frac{i \cdot (i+1)}{2})^2$

b)
Wir wählen als Variante $V = n - i$. Hiermit lässt sich die Terminierung von P beweisen, denn für die einzige Schleife im Programm (mit Schleifenbedingung $B = i < n$) gilt:

$B \Longrightarrow V \geq 0, \; denn \; B \Leftrightarrow i > n \Leftrightarrow n - i > 0 \Leftrightarrow \; V > 0$ sowie

$< n - i = m \wedge i < n >$
$< n - (i + 1) < m >$

i=i+1;

$< n - i < m >$

res=res+i*i*i;

$< n - i < m >$

Damit terminiert P.