

EAIiB	Autor: Paweł Biłko		Rok II	Grupa 2a	Zespół 4
Temat: Opracowanie danych pomiarowych			Numer ćwiczenia: 0		
Data wykonania	Data oddania	Zwrot do poprawki	Data oddania	Data zaliczenia	Ocena

1 Cel doświadczenia

Celem jest wyznaczenie przybliżonej wartości przyspieszenia ziemskiego w oparciu o zebrane pomiary, dotyczące okresów drgań wahadeł matematycznych o określonej długości.

2 Wstęp teoretyczny

Wahadło matematyczne

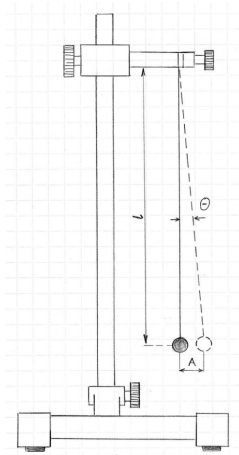
Wahadło matematyczne to masa punktowa zawieszona na nieskończenie cienkiej i nieważkiej nici, poruszająca się bez oporów powietrza. Po wychyleniu wahadła z położenia równowagi i wypuszczenia go zaczyna ono poruszać się okresowo. Okres drgań opisuje wzór:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Gdzie: T - okres drgań, l - długość nici, g - przyspieszenie ziemskie

3 Układ pomiarowy

Zestaw do pomiaru składa się ze statywu z cienką nicią wykonaną z lekkiego materiału oraz ciężarka o wymiarach liniowych niewielkich względem długości nici.



Rysunek 1: Zestaw wahadła prostego

4 Wykonanie ćwiczenia

Wyznaczenie wartości przyspieszenia ziemskiego

1. Zmierzenie długości nici
2. Wychylenie wahadła o niewielki kąt względem położenia równowagi
3. Po ustabilizowaniu drgań, pomiar czasu trwania 20 pełnych drgań

5 Wyniki pomiarów

5.1 Zmierzono czas wykonania 20 drgań dla wahadła długości $l = 56,1$ cm

Nr	Czas dla 20 drgań t [s]	Okres $T = t/20$ [s]
1	30,01	1,5005
2	29,97	1,4985
3	29,89	1,4945
4	30,15	1,5075
5	29,57	1,4785
6	29,48	1,4740
7	30,1	1,5050
8	29,64	1,4820
9	30,32	1,5160
10	29,4	1,4700

5.2 Zmierzono czas wykonania 15 drgań dla pięciu różnych długości wahadła

Nr	Długość [cm]	Czas dla 15 drgań t [s]	Okres $T_i = \frac{t}{15}$ [s]	$T_i^2 [s^2]$
1	48.3	19.40	1.2930	1.6718
2	36.5	16.84	1.1227	1.2605
3	28.6	15.86	1.0573	1.1179
4	20.3	12.60	0.8400	0.7056
5	12.0	9.69	0.6460	0.4173

6 Opracowanie wyników

6.1 Metoda pierwsza

1. Sprawdzam wyniki pomiarów w poszukiwaniu wartości odstających (błędu grubego).
2. Przyjmuję niepewność pomiaru długości wahadła $u(l) = 0,4 [cm]$ ze względu na niedokładność wyznaczenia środka ciężkości ciężarka oraz punktu zaczepienia wahadła
3. Obliczam średni okres $\bar{T} = 1,4927$
4. Obliczam niepewność pomiaru czasu $u(\bar{T}) = \sqrt{\frac{1}{10} \sum_1^{10} (T_i - \bar{T})^2} = 0,0049s$
5. Z otrzymanych wyników pomiarów $l = 0,561[m]$ i \bar{T} , podstawiając do wzoru obliczamy przyspieszenie ziemskie:

$$g = \frac{4\pi^2 l}{\bar{T}^2} = \frac{4\pi^2 * 0,561}{1,4927^2} = 9,94 \left[\frac{m}{s^2} \right]$$

6. Obliczamy niepewność złożoną zmierzonej wartości przyspieszenia ziemskiego $u_c(g)$:

$$\begin{aligned} u_c(g) &= \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial l} u(l) \right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial T} u(T) \right)^2} = \sqrt{\left(\frac{4\pi^2}{\bar{T}^2} u(l) \right)^2 + \left(-\frac{8\pi^2 l}{\bar{T}^3} u(\bar{T}) \right)^2} = \\ &= \sqrt{\left(\frac{4\pi^2}{1,4927^2} * 0,004 \right)^2 + \left(-\frac{8\pi^2 * 0,561}{1,4927^3} * 0,0049 \right)^2} = 0,12 \left[\frac{m}{s^2} \right] \end{aligned}$$

7. Porównanie uzyskanej wartości przyspieszenia ziemskiego z wartością tabelaryczną $g_0 = 9,81 \frac{m}{s^2}$:

$$|g - g_0| = 0,13 \left[\frac{m}{s^2} \right] > u_c(g)$$

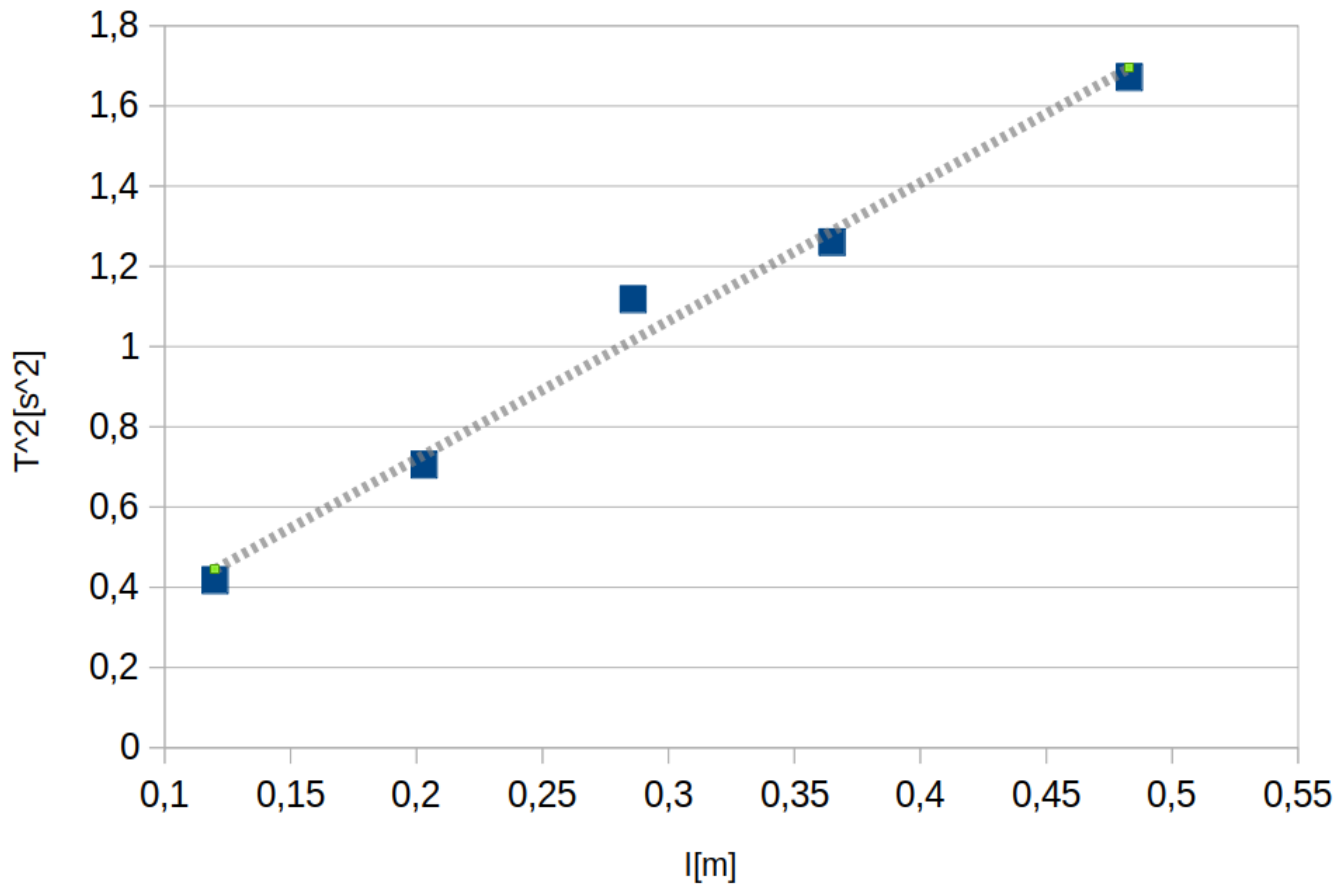
6.2 Metoda druga

Po naniesieniu pomiarów wraz z ich niepewnościami można zauważyć, że zależność długości wahadła i okresu nie jest liniowa. Jest to funkcja typu:

$$T = f(l) = k\sqrt{l}$$

gdzie

$$k = \frac{2\pi}{\sqrt{g}}$$



Rysunek 2: Wykres zależności okresu od długości wahadła

Natomiast zależność długości wahadła i kwadratu okresu jest zbliżona do funkcji liniowej. Korzystając z danych programu matematycznego znalazłem więc współczynnik a prostej regresji:

$$T^2 = f(l) = al = 3,44l$$

$$u(a) = 0,23 \left[\frac{s^2}{m} \right]$$

Porównując oba wzory na T^2 otrzymujemy następującą zależność, z której możemy policzyć g :

$$3,44l = 4\pi^2 \frac{l}{g}$$

$$g = \frac{4\pi^2}{3,44} = 11,48 \left[\frac{m}{s^2} \right]$$

$$u_c(g) = \frac{4\pi^2}{a^2} u(a) = 0,77 \left[\frac{m}{s^2} \right]$$

Sprawdzenie z wartością tabelaryczną:

$$g_0 = 9,81 \frac{m}{s^2} : \quad |g - g_0| = 2,67 \left[\frac{m}{s^2} \right] > u_c(g)$$

Wartość g wyznaczona z prostej regresji nie jest zgodna z wartością tablicową.

7 Wnioski

Metoda pierwsza dała znacznie lepsze przybliżenie wartości przyspieszenia ziemskiego niż metoda druga. Nie jest jednak wartością zgodną z wartością tablicową, co prawdopodobnie zostało spowodowane błędem grubym przy pomiarze ilości okresów.