

Wydział	Imię i nazwisko 1. 2.		Rok	Grupa	Zespół
PRACOWNIA FIZYCZNA WFiiS AGH	Temat:				Nr ćwiczenia
Data wykonania	Data oddania	Zwrot do popr.	Data oddania	Data zaliczenia	OCENA

Ćwiczenie nr 32: Mostek Wheatstone'a

1 Cel ćwiczenia

Praktyczne zastosowanie praw Kirchhoffa, sprawdzenie zależności określających opór zastępczy dla połączenia szeregowego i równoległego.

2 Wstęp teoretyczny

2.1 Pierwsze i drugie prawo Kirchhofa

I Suma natężeń prądów wpływających do węzła jest równa sumie natężeń prądów wypływających z niego.

II Suma wzrostów i spadków napięć w danym układzie zamkniętym jest równa 0.

2.2 Wyprowadzenie wzorów na opór zastępczy

2.2.1 Łączenie szeregowe

$$R = \frac{U}{I}$$

$$U_1 = V_2 - V_1 \quad V_1 = V_2 - U_1$$

$$U_2 = V_3 - V_2 \quad V_2 = V_3 - U_2$$

$$V_3 - V_1 = U$$

$$(V_3 - U_2) - (V_2 - U_1) = U$$

$$U_1 + U_2 = U$$

$$R_1 \cdot I + R_2 \cdot I = R_z \cdot I \quad R_1 + R_2 = R_z$$

2.2.2 Łączenie równoległe

$$I_c = I_1 + I_2$$

$$U = \text{const.}$$

$$R = \frac{U}{I}$$

$$\frac{U}{R_z} = I_1 + I_2 \frac{U}{R_z} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2}$$

$$\frac{1}{R_z} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

2.3 Prawo Ohma

Natężenie prądu stałego I przewodnika jest proporcjonalne do różnicy potencjałów (napięcia elektrycznego) między końcami przewodnika.

2.4 Zależność oporności elektrycznej metali od temperatury

$$R_T = R_0(1 + \alpha \cdot \Delta T)$$

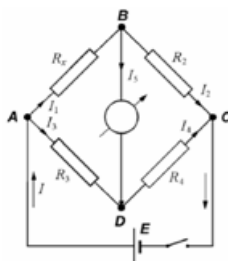
R_T – rezystancja w temperaturze T [Ω],

R_0 – rezystancja w temperaturze odniesienia T_0 [Ω],

α – temperaturowy współczynnik rezystancji [K^{-1}],

ΔT – zmiana temperatury równa $T - T_0$ [K].

2.5 Mostek Wheatstone'a - schemat



$$R_x = R_2 \frac{a}{l - a} \quad (1)$$

2.6 Rezystancja

Rezystancja, inaczej opór elektryczny - jest to trudność na jaką napotykaają przemieszczające się elektrony. Rezystancja przewodu zależy od długości (do której jest wprost proporcjonalna), od pola przekroju poprzecznego (do którego jest odwrotnie proporcjonalna) oraz od materiału z którego przewód został wykonany.

2.7 Natężenie

Jest wielkością fizyczną charakteryzującą przepływ prądu elektrycznego zdefiniowaną jako stosunek wartości ładunku elektrycznego przepływającego przez wyznaczoną powierzchnię do czasu przepływu ładunku.

$$I = \frac{Q}{t}$$

2.8 Napięcie

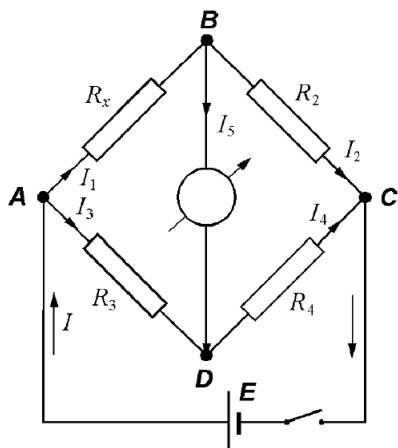
Różnica potencjałów elektrycznych między dwoma punktami obwodu elektrycznego lub pola elektrycznego. Napięcie elektryczne to stosunek pracy wykonanej podczas przenoszenia ładunku między punktami, dla których określa się napięcie do wartości tego ładunku.

$$U_{AB} = \frac{W_{A \rightarrow B}}{q}$$

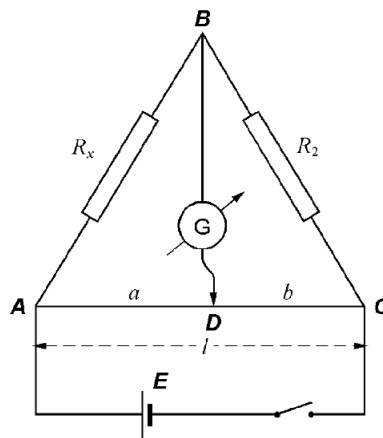
3 Układ pomiarowy

Zestaw ćwiczeniowy stanowi mostek Wheatstone'a, w skład obwodu wchodzi:

1. Listwa z drutem oporowym, zaopatrzona w podziałkę milimetrową i kontakt ślizgowy, umożliwiający zmiany długości odcinków a i b.
2. Opornica dekadowa R_2
3. Symbolem R_x oznaczono zestaw oporników wmontowanych na odpowiedniej płytce z pleksiglasu.
4. Mikroamperomierz G jako wskaźnik zerowania mostka (czułość można regulować).
5. Zasilacz stabilizowany 3A/30V.



Rys. 1. Oporowy mostek Wheatstone'a



Rys. 2. Układ pomiarowy mostka z drutem oporowym

4 Wykonanie ćwiczenia

1. Podłączenie obwodu elektrycznego według schematu.
2. Wykonano po 6 pomiarów oporów przy różnych oporach wzorcowych dla oporów R_1, R_2 .
3. Wykonano analogiczne pomiary dla połączenia równoległego i szeregowego tych oporników.

5 Opracowanie wyników

5.1 Wzory potrzebne do obliczeń

1. Niepewność pomiarowa wyznaczana ze wzoru:

$$u(x) \equiv s_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}$$

2. Wyznaczamy wartość nieznaną oporów ze wzoru:

$$R_x = R_w \frac{a}{l_0 - a}$$

3. Obliczamy wartość średnią dla każdego oporu z punktu 1 oraz jej niepewność pomiarową.

$$\bar{R} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n R_{x_i}$$

$$u(R_x) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R}_x)^2}{n(n-1)}}$$

4. Wyznaczamy wartość oporu zastępczego dla połączenia równoległego:

$$\frac{1}{R_r} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Niepewność z prawa przenoszenia niepewności pomiarowych:

$$u(R_r) = \sqrt{\left(\frac{\partial R_r}{\partial R_1} u(R_1)\right)^2 + \left(\frac{\partial R_r}{\partial R_2} u(R_2)\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{R_2^2}{(R_1 + R_2)^2} u(R_1)\right)^2 + \left(\frac{R_1^2}{(R_1 + R_2)^2} u(R_2)\right)^2}$$

5.2 Tabele pomiarów

Tabela 1: Pomiary przy połączeniu szeregowym dla opornika R_1

Opór wzorcowy	53, 3	43, 4	36, 5	29, 2	23, 9	19, 4
Długość a [mm]	400	450	500	550	600	650
Opór R_1 [Ω]	35, 53	35, 51	36, 50	35, 69	35, 85	36, 03

Tabela 2: Pomiary przy połączeniu szeregowym dla opornika R_2

Opór wzorcowy	38, 9	31, 7	26, 1	21, 3	17, 3	14, 0
Długość a [mm]	400	450	500	550	600	650
Opór R_2 [Ω]	25, 93	25, 94	26, 10	26, 03	25, 95	26, 00

Tabela 3: Pomiary przy połączeniu równoległym dla oporników R_1 i R_2

Opór wzorcowy	21, 7	17, 7	14, 5	11, 8	9, 6	7, 6
Długość a [mm]	400	450	500	550	600	650
Opór R [Ω]	14, 47	14, 48	14, 50	14, 42	14, 40	14, 11

Tabela 4: Wartości średnie i ich niepewności

	R_1 szeregowo [Ω]	R_2 szeregowo [Ω]	R_r równoległe [Ω]
Średnia wartość	35,852	25,992	14,397
Niepewność	0,152	0,026	0,058

5.3 Obliczenia

5.3.1 Wartość oporów nieznanymi:

$$R_x = 53,3 \frac{400}{1000 - 400} = 53,3 \frac{400}{600} = 35,53[\Omega]$$

5.3.2 Niepewność pomiarowa:

$$u(R_x) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^6 (R_i - 35,852)^2}{6(6-1)}} = 0,152[\Omega]$$

5.3.3 Opór zastępczy dla połączenia równoległego:

$$\frac{1}{R_r} = \frac{1}{35,852} + \frac{1}{25,992} = \frac{35,852 \cdot 25,992}{35,852 + 25,992} = 15,068[\Omega]$$

5.3.4 Niepewność z prawa przenoszenia niepewności pomiarowych

$$u(R_r) = \sqrt{\left(\frac{25,992^2}{(35,852 + 25,992)^2} \cdot 0,152\right)^2 + \left(\frac{35,852^2}{(35,852 + 25,992)^2} \cdot 0,026\right)^2} = 0,028[\Omega]$$

Tabela 5: Porównanie oporów mierzonych i liczonych

	R_r równoległe wyznaczone [Ω]	R_2 równoległe mierzone [Ω]
Średnia wartość	14,397	15,068
Niepewność	0,058	0,028

5.4 Obliczenie niepewności rozszerzonej dla połączenia równoległego

$$k = 3$$

$$|R_{\text{wyznaczone}} - R_{\text{obliczone}}| = 14,397[\Omega] - 15,068[\Omega] = 0,011[\Omega]$$

$$U(R_{\text{wyznaczone}} - R_{\text{obliczone}}) = k \cdot \sqrt{u(R_{\text{wyznaczone}})^2 + u(R_{\text{obliczone}})^2} = 3 \cdot \sqrt{0,028^2 + 0,058^2} = 0,065[\Omega]$$

$$|R_{\text{wyznaczone}} - R_{\text{obliczone}}| < U(R_{\text{wyznaczone}} - R_{\text{obliczone}})$$

Wartość wyznaczona zastępczego oporu nie jest zgodna z wartością obliczoną.

6 Wnioski

Korzystając z mostka Wheatstone’a wyznaczyliśmy nieznane wartości oporników oraz opory zastępcze gdy zostały one połączone szeregowo oraz równolegle. Niepewności uzyskane przy pomiarze rezystancji każdego opornika oraz przy połączeniu ich równolegle i szeregowo są niewielkie, ale wyznaczone opory nie są precyzyjne.

Zmierzona wartość rezystancji oporników R_1 i R_2 połączonych szeregowo oraz równolegle nie jest zgodna z wartościami obliczonymi. Może to wynikać z błędu ludzkiego oka, niedokładności przyrządów pomiarowych, a także wad okablowania.