Guia Prática 06 – Análise das Características de Malha Fechada

Prof. Lucas S. Oliveira *

* *Departamento de Engenharia Mecatrônica, CEFET-MG, Campus Divinópolis, (lqsoliveira@cefetmg.br)*

Resumo: Neste guia de prática, busca-se analisar e avaliar o papel dos sinais de erro para caracterizar o desempenho da malha fechada de controle. Nesse sentido, serão exploradas as áreas que incluem a redução da sensibilidade a incertezas de modelo, erros de regime permanente e rejeição a pertubação. Nesses procedimentos o erro de rastreamento é usado na realimentação negativa da malha de controle. Sendo o erro de rastreamento usado para especificar o desempenho do sistema diante as áreas exploradas no guia de prática. Naturalmente, não se pode esquecer de avaliar o custo relativo das decisões tomadas pelo técnico projetista durante o projeto do controlador.

Keywords: Realimentação, sensibilidade, erro de rastreamento, rejeição à pertubação.

1. OBJETIVOS

São objetivos desse experimento:

- Trabalhar com sistemas superamortecidos com atraso.
- Analisar a dinâmica da malha fechada com controladores P e PI para:
  - · sinal do erro de rastreamento,
  - · sensibilidade a variação de parâmetros,
  - · capacidade de rejeição à pertubação.

2. REVISÃO DE MÉTODOS

2.1 Análise do Sinal do Erro

Considere o sistema em malha fechada apresentado no diagrama da Figura 1. Nesse sistema têm-se que a referência para a malha fechada é dada pela função $\mathbf{R}(s)$, enquanto a saída da malha de controle é definida pela função $\mathbf{Y}(s)$. Por sua vez a funçãos $G_c(s)$ é a função do controlador, $G(s)$ a função do sistema, e $T_d(s)$ um sinal de pertubação na entrada do sistema. A partir da análise do diagrama de blocos, defini-se a dinâmica da função do erro de rastreamento, $E(s)$, tal que (Dorf and Bishop, 2009):

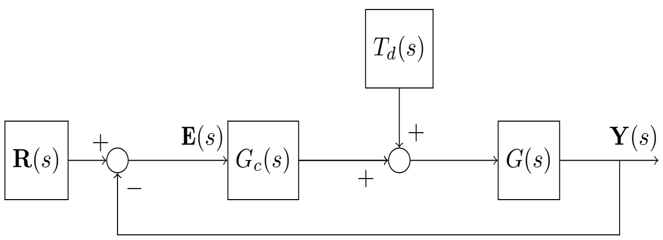

Figura 1. Diagrama de blocos para um sistema em malha fechada.

$$\mathbf{E}(s) = \mathbf{R}(s) - \mathbf{Y}(s). \tag{1}$$

O qual após alguma manipulação do diagrama de blocos, pode ser expressa como:

$$\mathbf{E}(s) = \frac{1}{1 + G_c(s)G(s)}\mathbf{R}(s) - \frac{G(s)}{1 + G_c(s)G(s)}T_d(s). \tag{2}$$

O produto entre as funções do controlador e do sistema presente no denominador da Equação (2), resulta na função do **ganho de malha**, $L(s)$, definida por: $L(s) = G_c(s)G(s)$, a qual desempenha papel fundamental na análise de sistemas de controle. A partir da função do ganho de malha, pode-se estabelecer a **função sensitividade**, dada por:

$$S(s) = \frac{1}{1 + L(s)}. \tag{3}$$

De modo similar, pode-se definir a **função sensitividade complementar** como

$$C(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)}. \tag{4}$$

Desse modo, ao considerar (3) e (4) e a presença de ruído de medição, $N(s)$, a função do erro de rastreamento (2), pode ser reescrita como:

$$\mathbf{E}(s) = S(s)\mathbf{R}(s) - S(s)G(s)T_d(s) + C(s)N(s). \tag{5}$$

A partir da análise da Equação (5), verifica-se que o erro de rastreamento é reduzido quando as funções $S(s)$ e $C(s)$ são pequenas. Uma vez que, ambas funções estão diretamente diretamente relacionadas a dinâmica do controlador, via função $G_c(s)$, cabe ao responsável técnico previlegiar a demanda do sistema ser controlado. Note que, todo operação resulta em um custo de operação, e para o caso em tratamento está relacionado pela seguinte expressão de compromisso:

$$S(s) + C(s) = 1 \tag{6}$$

2.2 Sensibilidade do Sistema a Variação de Parâmetros

Retornando a Equação (2), pode-se verificar quando $T_d(s) = 0$ que o erro de rastreamento tende a zero, uma vez que se tenha a seguinte relação, $G_c(s)G(s) \gg 1$, o que resulta em:

$$\mathbf{Y}(s) \cong \mathbf{R}(s). \tag{7}$$

Contudo, saiba que a condição $G_c(s)G(s) \gg 1$, pode tornar a resposta do sistema altamente oscilatória ou mesmo levá-lo a instabilidade. No entanto, tal condição é notoriamente importante, visto que pequenas variações na função $G(s)$ pouco afetam a saída do sistema controlado. Em outra palavras, uma maior magnitude de $L(s)$ se traduz em menores variações no erro de rastreamento, isto é, uma menor sensibilidade da malha de controle a variações em $G(s)$ (Dorf and Bishop, 2009).

Nesse sentido, a **sensibilidade do sistema** é definida como a razão entre a variação percentual da função de transferência dos sistema e a variação percentual da função de transferência do sistema, ou seja,

$$S = \frac{\Delta T(s)G(s)}{\Delta G(s)T(s)} \tag{8}$$

em que $T(s)$ é a função de transferência do sistema. No limite, para pequenas variações pode-se reescrever (8) como:

$$S = \frac{\partial T/T}{\partial G/G}. \tag{9}$$

Desse modo, têm-se que a sensibilidade do sistema em malha aberta é igual a 1, enquanto para o sistema em malha fechada determinado por (9).

3. SISTEMA REATOR QUÍMICO

Os métodos em estudo nessa atividade são válidos para o projeto de controladores do tipo proporcional (P), Proporcional-Integral (PI) e Proporcional-Integral- Derivativo (PID) para sistemas **superamortecidos**. Portanto, será adotado o sistema térmico do reator químico. Para tal, considere que o sistema possua a dinâmica em malha aberta dada por:

$$\begin{aligned} \dot{\theta} &= \frac{1}{CV}\left[Q_r + CF(\theta_i - \theta(t)) - Q_q - hA(\theta(t) - \theta_i)\right] \\ \dot{Q}_r &= \frac{1}{12.5\pi h}(-Q_r + Ru) \end{aligned} \tag{10}$$

em que: Q_r é a quantidade de calor produzida pelo resistor $[J]$, $C = 4500\ J/C.m^3$ é o calor específico da solução, $V = 10\ m^3$ o volume do tanque, $F = 0.5\ m^3/s$ a vazão volumétrica, $\theta_i = 20\ ^oC$ a temperatura ambiente, $h = 15\ W/mC$ o coeficiente de convecção térmico, $A = 31.4\ m^2$ a área da superfície externa do reator químico, $Q_q = 7900\ J/m^3$ a energia química necessária para catalização da reação, $R = 10K\ \Omega$ o valor da resistência térmica e u é a entrada do sistema de controle, dado pela corrente elétrica que passa pelo resistor $[A]$.

4. ATIVIDADES

Considere que deseja-se controlar o reator químico na temperatura θ definido por cada dupla durante a execução do guia de prática 02. Portanto, faça o que se pede:

(1) Obtenha um modelo de primeira ordem que descreva a dinâmica do sistema. Valide o modelo junto ao sistema (10).
(2) Considerando que o sistema possua um atraso de transporte de 8 s, projete um controlador proporcional e outro proporcional-integral para o sistema usando um dos métodos introduzidos no guia de prática 05.
(3) Para os controladores P e PI obtido no item 2 determine as funções: de ganho de malha, sensitividade e sensitividade complementar para o reator químico.
(4) De posse das funções obtidas no item (3), proceda para cada controlador a análise do sinal do erro de rastreamento.
(5) Use a definição de sensibilidade introduzida pela Equação (9), e determine as funções sensibilidade para os controladores P e PI.
(6) Sabe-se que muitos sistemas de controle na prática estão sujeito a perturbações. Um sinal de perturbação é um sinal de entrada indesejado que afeta a saída do sistema. Em função disso, é desejável que uma malha fechada de controle consiga rejeitar pertubações. Diante dessa situação, desenvolva a Equação (5) considerando $\mathbf{R}(s) = N(s) = 0$ e estabeça condições para a malha fechada rejeitar pertubações.
(7) As condições para rejeição de pertubação obtidas no item (6) são atendidas para a malha fechada com controladores P e PI? Justifique.
(8) Valide a resposta dada no item (7), apresentado a resposta do sistema em malha fechada para
   a) um impulso.
   b) uma entrada ao degrau com amplitude de 0.25.
   c) uma pertubação temporária na vazão volumétrica do sistema da ordem 30%.
(9) Como as funções determinadas no item (6) estão relacionados com a resposta temporal obtida no item (8)$-c$? Justifique.
(10) Comente cada linha de comando do código para entrega do mesmo junto ao relatório.

REFERÊNCIAS

Dorf, R. and Bishop, R. (2009). *Sistemas de Controle Modernos*. Livros Técnicos Científicos - LTC, 11 edition. 724p.