

Trabalho Final de Laboratório e Teoria de Análise de Sistemas Lineares

Mateus Alves de Sales * Thiago Henrique de Faria Costa **

* Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, CEFET-MG, Campus Divinópolis, MG, (e-mail:mailto:mateusalvesdesales@outlook.com).

** Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais, CEFET-MG, Campus Divinópolis, MG, (e-mail:tfariacosta@icloud.com).

Abstract: A process represented by the $G(s)$ function, whatever it may be, is subject to changes from any source that influence a control procedure. Such changes in an open loop system result in changes and inaccuracies in the output, however, the closed loop system perceives this variation in the output and tries to correct it. The present report aims to analyze a Submersible Autonomous Vehicle and its characteristic response in open loop and also in closed loop under pre-established input, output, disturbance and noise conditions. There is also an analysis of the dominance of poles and zeros, in addition to a study of the necessary conditions for writing a third-order function as a second-order one. The steady-state error was determined and the disturbance rejected by the PI controller was determined, in addition to the range of K_p and K_i values, which guarantee the smallest possible error. The behavior of the system towards these was also determined and, finally, it was concluded that it is possible to approximate the third-order function by a second-order one.

Resumo: Um processo representado pela função $G(s)$, independente de qual seja, está sujeito a mudanças de qualquer origem que influenciam um procedimento de controle. Tais mudanças em um sistema malha aberta resultam em modificações e imprecisão na saída, entretanto, o sistema malha fechada percebe essa variação na saída e tenta corrigi-la. O presente relatório tem como objetivo analisar um Veículo Autônomo Submersível e sua resposta característica em malha aberta e também malha fechada em condições de entrada, saída, perturbação e ruído já estabelecidas. Tem-se também uma análise acerca da dominância dos polos e zeros, além de um estudo das condições necessárias para que se possa escrever uma função de terceira ordem como uma de segunda ordem. Determinou-se o erro em regime permanente e rejeição a perturbação do controlador PI , além da faixa de valores de K_p e K_i que garantem o menor erro possível. Determinou-se também o comportamento do sistema perante esses e, por fim, concluiu-se que é possível aproximar a função de terceira ordem por uma de segunda ordem.

Keywords: Submersible vehicle, Steady regime, disturbance, PI Controller, dominance.

Palavras-chaves: Veículo submersível, Regime permanente, perturbação, Controlador PI , dominância.

1. INTRODUÇÃO

Quando o assunto é desenvolvimento de processos, o uso de sistemas de controle é de suma importância, tendo em vista que cria-se uma relação entre parâmetros do sistema, entrada e saída que facilitam a compreensão do comportamento do mesmo e suas informações mais úteis (Dorf and Bishop (2009)).

O presente estudo apresenta a dinâmica de um de um veículo autônomo submersível (UFSS) que tem como função de transferência:

$$G(s) = \frac{\theta(s)}{\delta_e(s)} = \frac{-0,125(s + 0,435)}{(s + 1,23)(s^2 + 0,226s + 0,0169)}, \quad (1)$$

em que $\theta(s)$ representa o ângulo de inclinação (*pitch angle*) e $\delta_e(s)$ a variação do ângulo de elevação para a superfície.

Este relatório é composto por Introdução, que expõe o assunto e o objeto de estudo, Fundamentação Teórica, que discorre a respeito das teorias que foram aplicadas, Resultados e Discussões, em que são explanados os resultados obtidos na prática e, por fim, Conclusão, a qual sintetiza os resultados do trabalho.

2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Sistemas de segunda ordem

A equação que define um sistema de segunda ordem é dada por:

$$G(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}, \quad (2)$$

em que K , ω_n e ζ são respectivamente o ganho estático do sistema, frequência natural do sistema e coeficiente de amortecimento.

Para especificar as características das respostas transitórias de um sistema de controle a uma entrada em degrau unitário, define-se o tempo de subida, o tempo de pico, máximo sobressinal e tempo de acomodação:

- Tempo de subida (t_r): é definido como o tempo para resposta do sistema ir de 0% á 100% do seu valor final, definido pela expressão:

$$t_r = \frac{\pi - \arccos(\zeta)}{\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}}. \quad (3)$$

- Tempo de pico (t_p): tempo necessário para que a resposta atinja o primeiro pico de sobressinal:

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}}. \quad (4)$$

- Máximo sobressinal (M_p): o valor máximo de pico da curva de resposta, medido a partir da unidade.

$$M_p = 100e^{\left(\frac{-\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)}. \quad (5)$$

- Tempo de acomodação (t_s): tempo necessário para que a resposta do sistema atinja valores em torno do valor final, valores que variam 2% ou 5%. Sendo assim, o valor de t_s correspondente á essa faixa de tolerância e pode ser medido em termos da constante de tempo $T = \frac{1}{\zeta\omega_n}$. Para $0 < \zeta < 0,9$.

$$t_s = 4T = \frac{4}{\zeta\omega_n} \quad (\text{critério de 2\%}) \quad (6)$$

2.2 Análise do Sinal de Erro e Sensibilidade do Sistema a Variação de Parâmetros

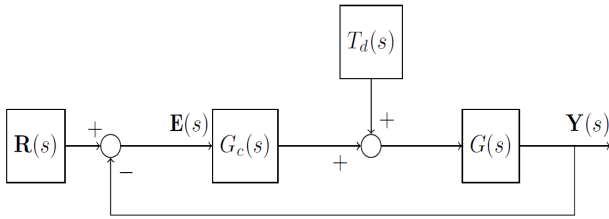


Figura 1. Diagrama de blocos malha fechada

Analisando o diagrama com o objetivo de definir a dinâmica representada por $E(s)$, que é a função do erro de rastreamento ?, tem-se:

$$E(s) = R(s) - Y(s). \quad (7)$$

Manipulando o diagrama de blocos da Figura 1, obtém-se:

$$E(s) = \frac{1}{1 + G_c(s)G(s)}R(s) - \frac{G(s)}{1 + G_c(s)G(s)}T_d(s). \quad (8)$$

Multiplicando as funções do sistema e do controlador presentes no denominador da Equação (8), encontra-se $L(s)$, que caracteriza o ganho da malha e pode ser escrita por:

$$L(s) = G_c(s)G(s). \quad (9)$$

Partindo da Equação (9), tem-se a função sensibilidade, escrita como:

$$S(s) = \frac{1}{1 + L(s)}. \quad (10)$$

Define-se também, a função da sensibilidade complementar como:

$$C(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)}. \quad (11)$$

Devido a presença de ruído de medição, $N(s)$, e a obtenção das Equações (10) e (11), pode-se reescrever (8) da seguinte forma:

$$E(s) = S(s)R(s) - S(s)G(s)T_d(s) + C(s)N(s). \quad (12)$$

3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Para discutir os polos e zero de um sistema, necessita-se primeiramente entender o conceito de ambos. Os polos de uma função de transferência são os valores de s tal que $|G(s)| = \infty$, ou quaisquer raízes do denominador da função de transferência que são comuns às raízes do numerador. Já os zeros de um de uma função de transferência são os valores de s tal que $|G(s)| = 0$, ou quaisquer raízes do numerador da função de transferência que são comuns às raízes do denominador (Nise (2012)).

Os polos do sistema que representa o veículo autônomo submersível (UFSS), são descritos por:

$$p_1 = -1,23, \quad (13)$$

$$p_2 = -0,113 + 0,0643j, \quad (14)$$

$$p_3 = -0,113 - 0,0643j, \quad (15)$$

em que p_1 é o polo real da função de transferência e p_2 e p_3 são os polos imaginários.

Já para o zero do sistema, tem-se:

$$z = -0,435. \quad (16)$$

Com os dados obtidos, infere-se que o polo real (13) influencia de maneira irrisória na resposta do sistema, já que o mesmo está uma distância de aproximadamente dez vezes maior que os demais polos (15) em relação ao eixo imaginário. Como são os polos conjugados que interferem na resposta, os mesmos são considerados dominantes. Já o zero do sistema possivelmente interfere na resposta do mesmo, pois sua distância em relação aos polos dominantes é pequena.

Para estimar o sobressinal máximo (M_p), instante de pico (t_p), tempo de subida do sistema (t_r) e o tempo de acomodação (t_s), pode-se comparar o polinômio de segunda ordem da Equação (1) à equação característica da Equação (2), a fim de obter os valores do coeficiente

de amortecimento (ζ) e da frequência natural do sistema (ω_n):

$$s^2 + 0,226s + 0,0169 = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2, \quad \omega_n^2 = 0,0169 \rightarrow \omega_n = 0,13, \quad (17)$$

$$2\zeta\omega_n = 0,226 \rightarrow \zeta = \frac{0,226}{2 \cdot 0,13} \rightarrow \zeta = 0,8692. \quad (18)$$

Utilizando os valores de ω_n e ζ , pode-se encontrar os valores de M_p , t_p , t_r e t_s , através das Equações (3), (4), (5) e (6), respectivamente:

- (1) Tempo de subida (t_r): 40,87 s;
- (2) Tempo de pico (t_p): 48,87 s;
- (3) Sobressinal máximo (M_p): 0,39%;
- (4) Tempo de acomodação (t_s): 35,39 s.

Com vista a comparar os parâmetros obtidos e os valores reais, fez-se a simulação do sistema para uma entrada via degrau unitário negativo, a fim de compensar o sinal negativo da função de transferência, e os resultados obtidos foram:

- (1) Tempo de subida (t_r): 37,78 s;
- (2) Tempo de pico (t_p): 46,66 s;
- (3) Sobressinal máximo (M_p): 0,42%;
- (4) Tempo de acomodação (t_s): 31,74 s.

Observa-se que existem algumas discordâncias nos valores obtidos algebricamente e nos valores obtidos na simulação. Essas diferenças podem ser justificadas pela interferência do polo real e do zero do sistema, que são desconsiderados no cálculo algébrico.

Para que uma função de terceira ordem possa ser reescrita como uma função de segunda ordem, analisa-se o coeficiente de amortecimento (ζ) e a frequência natural do sistema (ω_n). Além disso, para essa reestruturação é necessário que o polo real e o zero da função possam ser cancelados.

Para que seja possível o cancelamento do polo real, é preciso que $|p_1| > |p_2|$, ao menos cinco vezes. Comparando o valor do polo real (13) com a parte real dos polos complexos conjugados, que equivale a $-\omega_n\zeta = -0,1130$, nota-se que $|-1,23| \gg |-0,1130|$ e portanto p_1 pode ser desprezado.

A fim de cancelar o zero do sistema com algum polo, faz-se a expansão em frações parciais da Equação (1) e posteriormente a Transformada Inversa de Laplace. Com isso, obtém-se:

$$\theta(t) = 2,616 + 0,0645e^{-1,23t} - 4,39e^{-0,113t} \cos(0,0643t + 52,38). \quad (19)$$

Analisando as amplitudes relativas entre o coeficiente do termo $e^{1,23t}$ e do termo do cosseno, verifica-se um cancelamento entre o Polo (13) e o Zero (16). Com isso, pode-se dizer que o modelo de terceira ordem, pode ser reduzido a um sistema de segunda ordem, conforme exposto na Equação (2).

Para determinar o novo ganho do sistema, deve-se considerar $s = 0$ na Equação (1), sendo assim, $K = -2,6158$. Por

consequente, a equação do sistema aproximado de segunda ordem, é descrita por:

$$G(s) = \frac{-0,0442}{s^2 + 0,226s + 0,0169}. \quad (20)$$

Inserindo uma entrada via degrau unitário negativo no sistema, obteve-se o gráfico comparativo entre as Equações (1) e (20):

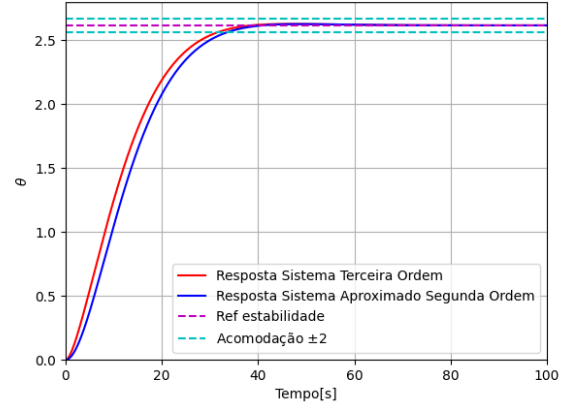


Figura 2. Resposta temporal do modelo de 2ª e 3ª ordem

Analisando a Figura 2, observa-se que o modelo de 3ª ordem possui uma resposta mais rápida que o de 2ª ordem, entretanto, o segundo apresenta um sobressinal máximo menor. Além disso, pode-se dizer que ambos os modelos estabilizam no mesmo ponto de operação.

Assumindo a possibilidade de escolher entre um controlador proporcional (P) e um controlador proporcional-integral (PI) para implementação da malha de controle, pode-se dizer que o segundo mostra-se mais adequado, pois um veículo autônomo submersível tende a ser submetido a diversas perturbações e esse controlador possui um erro estacionário nulo, eliminando o *offset* que existe no mesmo e rejeitando bem as perturbações.

Para tal controlador, analisa-se o erro em regime permanente e rejeição à perturbação, a fim de comprovar as afirmações a cerca do controlador *PI*. Considerando a Equação 1 que descreve o sistema e função de transferência do controlador escolhido $C(s) = K_p + \frac{K_i}{s}$, calcula-se o ganho de malha e a sensibilidade.

Para o cálculo do ganho de malha, tem-se:

$$L(s) = G(s)G_c(s), \quad (21)$$

$$L(s) = \frac{-0,125(s + 0,435)}{(s + 1,23)(s^2 + 0,226s + 0,0169)} \cdot \left(K_p + \frac{K_i}{s} \right).$$

$$L(s) = \frac{-0,125K_p(s + 0,435) - 0,125K_i(s + 0,435)}{s(s + 1,23)(s^2 + 0,226s + 0,0169)}.$$

Já para o cálculo da sensibilidade, tem-se:

$$S(s) = \frac{s(s+1,23)(s^2+0,226s+0,0169)}{s(s+1,23)(s^2+0,226s+0,0169)} \cdot \frac{1}{-(K_i + K_{ps})(0,125s+0,054375)}. \quad (22)$$

Aplicando o Teorema do Valor Final (?) na Equação (12), pode-se calcular o erro em regime permanente. Considerando uma entrada via degrau unitário ($R(s) = \frac{1}{s}$), e que não haja perturbação nem ruído, ou seja, $T_d = 0$ e $N_s = 0$, tem-se:

$$\lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} sS(s) \frac{1}{s} = 0. \quad (23)$$

Para analisar a rejeição a perturbação, utiliza-se novamente a Equação (12), considerando $R(s) = N(s) = 0$. Considerando inicialmente uma entrada por impulso, com amplitude A , tem-se:

$$\lim_{s \rightarrow 0} sE_i(s) = \lim_{s \rightarrow 0} sS(s)G(s)T_d(s), \quad (24)$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} sS(s)G(s)A = 0.$$

Agora considerando uma entrada via degrau, também de amplitude A , $T_d(s) = \frac{A}{s}$, tem-se:

$$\lim_{s \rightarrow 0} sE_d(s) = \lim_{s \rightarrow 0} sS(s)G(s)T_d(s), \quad (25)$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} sS(s)G(s) \frac{A}{s} = 0.$$

Inferi-se então que os resultados obtidos nos cálculos de erro em regime permanente e nas rejeições à perturbação, confirmam que a escolha pelo controlador PI foi assertiva.

O sistema em malha fechada pode ser representado conforme a Figura 3:

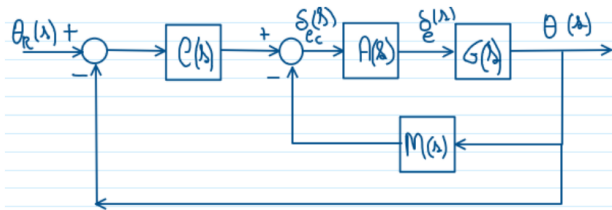


Figura 3. Diagrama do sistema em malha fechada

Sabe-se que $M(s) = \frac{-s}{0,01s+1}$, $C(s) = -K_1$ e é informado que o atuador do elevador de deflexão é modelado por $A(s) = \frac{\delta e(s)}{\delta e_c(s)} = \frac{2}{s+2}$. Para encontrar o intervalo de valores de K_1 que estabilizam o sistema, usa-se o critério de Routh-Hurwitz, para isso, deve-se primeiramente definir a função de transferência do sistema em malha fechada $T(s)$.

O primeiro passo para se determinar a função de transferência da malha fechada é calcular a malha fechada interna, já que o sistema é constituído de duas malhas, em que a primeira é composta pelas funções $A(s)$, $G(s)$ e $M(s)$. Logo após, obtém-se malha fechada total do sistema, que é composta por $C(s)$ e $T_1(s)$ - Equação da malha

fechada interna. Sendo assim, a malha fechada do sistema pode ser escrita como:

$$T(s) = \frac{K_1(0,0025s^2 + 0,2510875s + 0,10875)}{0,01s^5 + 1,03456s^4 + 3,488s^3 + as^2 + bs + c}, \quad (26)$$

em que $a = 0,0025K_1 + 3,463$, $b = 0,2510K_1 + 0,7198$ e $c = 0,041574 + 0,10875K_1$.

Define-se então a equação característica do sistema e partindo dela, monta-se a tabela de Routh-Hurwitz. Com a tabela pronta, analisa-se a primeira coluna, de modo que todos os seus termos sejam maiores que 0. Com isso, nota-se o intervalo de K_1 que mantém o sistema estável é dado por $0,38229 < K_1 < 25,907$. Com o objetivo de encontrar o valor de K_1 que resulta em um menor erro para o sistema, desenvolveu-se um código em *Python* que realiza uma série de iterações na função de transferência com valores iniciando em $-0,38229$, finalizando em $25,907$ e com períodos de $0,1$ s. Obteve-se então o valor $K_1 = 25,89$, em que o erro é $e = 0,01455$.

Considerando a topologia da Figura 3, desta vez com $M(s) = 0$, ou seja, sem realimentação da taxa de variação $\theta(s)$, objetiva-se encontrar o lugar geométrico das raízes para o ganho K_1 . Para isso, é necessário obter a função de transferência para a malha fechada, dada por:

$$F_{Tmf} = \frac{C(s)A(s)G(s)}{1 + C(s)A(s)G(s)}. \quad (27)$$

$$F_{Tmf}(s) = \frac{K_1 \left(\frac{-2}{s+2} \frac{-0,125(s+0,435)}{(s+1,23)(s^2+0,226s+0,0169)} \right)}{1 + K_1 \left(\frac{-2}{s+2} \frac{-0,125(s+0,435)}{(s+1,23)(s^2+0,226s+0,0169)} \right)}. \quad (28)$$

Para plotar o lugar geométrico das raízes, utiliza-se a função *root locus* através da biblioteca *control* e considera-se apenas a equação de transferência de malha aberta. A Equação (29) mostra função de transferência em malha aberta do sistema e a Figura 4 representa o LGR.

$$F_{Tma}(s) = K_1 \left(\frac{-2}{s+2} \frac{-0,125(s+0,435)}{(s+1,23)(s^2+0,226s+0,0169)} \right). \quad (29)$$

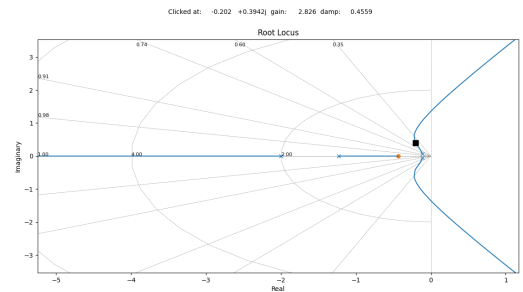


Figura 4. Lugar geométrico das raízes

Com o objetivo de obter um ganho que produza sobressinal máximo de 20%, determina-se o coeficiente de amortecimento que provoca esse sobressinal. Através da Equação (5) obtém-se que $\zeta = 0,4559$. A partir desse valor e do

gráfico plotado, encontra-se $K_1 = 2,826$, além de obter os polos que ocasionam tal ganho, $p_1 = -0,202 + 0,3942j$ e $p_2 = -0,202 - 0,3942j$.

Como o módulo dos polos reais é descrito por $\omega_n \zeta$, substitui-se o valor de ζ e encontra-se $\omega_n = 0,4431$. A partir desses valores, utiliza-se as Equações (4) e (6) e descobre-se $t_p = 7,96$ s e $t_s = 19,80$ s.

A Figura 5 representa a resposta temporal para o valor de K_1 obtido.

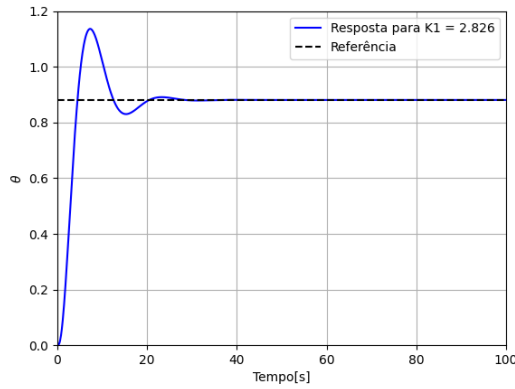


Figura 5. Resposta temporal do sistema para $K = 2,826$

Através da simulação representada pela Figura 5 determinou-se também o tempo de subida, tempo de acomodação e sobressinal máximo para o sobressinal máximo para a curva da Figura 5, os valores obtidos foram: $t_p = 7,30$ s, $t_s = 18,81$ s e $M_p = 29,98\%$. Percebe-se que há uma discordância entre os valores encontrados algebricamente dos valores simulados, devido a influência do zero presente no sistema.

Considerando a topologia da Figura 3, porém desta vez com $M(s) = 0$, tem-se como objetivo encontrar o Lugar Geométrico das raízes (LGR) para o ganho K_1 . Sendo assim, tem-se que obter a malha fechada interna composta por $A(s)$, $G(s)$ e $M(s)$ e a malha externa, que é composta pela malha fechada interna com o acréscimo de $C(s)$, logo, a função de transferência do sistema pode ser escrita como:

$$FT = \frac{-0,25s^2 + 0,14125s + 0,10875}{1,0s^4 + 3,456s^3 + 3,20688s^2 + 0,610547s + 0,041574} \quad (30)$$

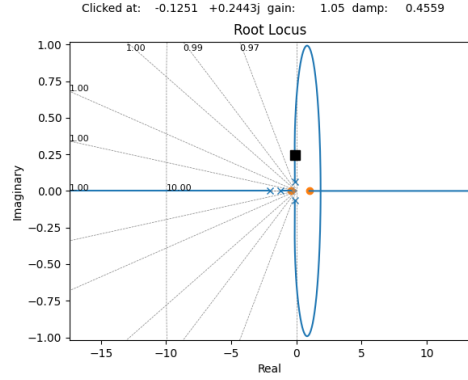


Figura 6. Lugar geométrico das raízes

Analisando a Figura 6, nota-se que é possível identificar o LGR. Sendo assim, tem-se como objetivo estimar o tempo de acomodação (t_s) e o tempo de pico (t_p) da malha fechada para o valor que multiplica K_1 no denominador da Equação (30), resultando também em 20% de sobressinal. Para isso, localiza-se $\zeta = 0,4559$ no gráfico da Figura 6. Com isso, encontra-se o ganho $K_1 = 1,050$, além dos polos complexos que geram tal ganho, definidos por $p_1 = -0,1251 + 0,2443j$ e $p_2 = -0,1251 - 0,2443j$. Para calcular frequência natural (ω_n), utiliza-se o módulo da parte real dos polos, descritos por $\omega_n \zeta$ e obtém-se $\omega_n = 0,4431$. Aplicando as Equações (6) e (4), encontra-se $t_s = 31,905$ e $t_p = 12,835$. A Figura 7 representa a resposta temporal para o valor de K_1 obtido.

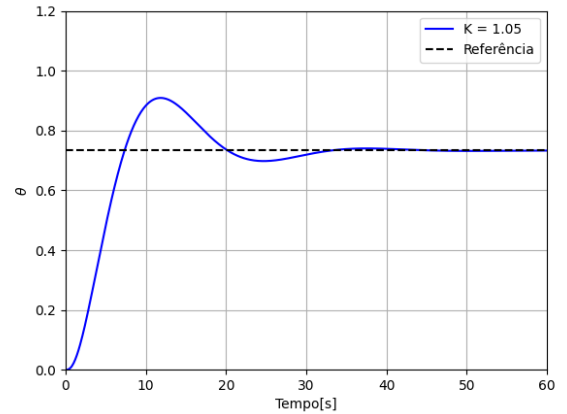


Figura 7. Resposta temporal do sistema para $K = 1,050$

Com os valores encontrados algebricamente, obteve-se os parâmetros $t_s = 29,87$ s, $t_p = 11,82$ s e $M_p = 24\%$ a partir do Gráfico 7. Nesse sentido, a diferença entre os valores é resultante da influência do zero contido no sistema.

Considerando um processo cuja função de transferência seja dada por

$$G(s) = \frac{1}{(s+1)(0,2s+1)(0,06s+1)}, \quad (31)$$

operando em malha fechada com um controlador PI em série com o processo dado por

$$C(s) = K_p + \frac{K_i}{s}, \quad (32)$$

deseja-se encontrar as restrições dos valores de K_i em função de K_p .

Para isso, deve-se inicialmente determinar a função de transferência do sistema em malha fechada:

$$T(s) = \frac{G(s)C(s)}{1 + G(s)C(s)},$$

$$T(s) = \frac{(K_p s + K_i)}{s(s+1)(0,2s+1)(0,06s+1) + (K_p s + K_i)}. \quad (33)$$

Após isso, determina-se a equação característica de $T(s)$, a fim de montar a tabulação do critério de Routh-Hurwitz:

$$0,012s^4 + 0,272s^3 + 1,26s^2 + s(K_p + 1) + K_i. \quad (34)$$

Com a Equação (34), monta-se a tabela de Routh-Hurwitz:

0,012	1,26	K_i
0,272	$K_p + 1$	0
$1,2158 - 0,0441K_p$	K_i	0
$\frac{(K_p+1)(1,2158-0,0441K_p)-0,272K_i}{1,2158-0,0441K_p}$	0	0
K_i	0	0

Tabela 1. Tabela de Rurth-Hurwitz

Para garantir a estabilidade, todos os termos da primeira coluna devem ser maiores que 0, portanto:

$$K_p < 27,60, \quad (35)$$

$$-0,1621K_p^2 + 4,3077K_p + 4,4698 > K_i, \quad (36)$$

$$K_i > 0. \quad (37)$$

Determinando as raízes K_{p1} e K_{p2} , através da Equação (36), com o objetivo de determinar as restrições da região (K_p, K_i) , tem-se:

$$K_{p1} = -1, \quad (38)$$

$$K_{p2} = 27,57. \quad (39)$$

Com os dados obtidos, plotou-se a região de valores $(K_p \times K_i)$ que deixa a malha fechada estável, conforme a Figura 8:

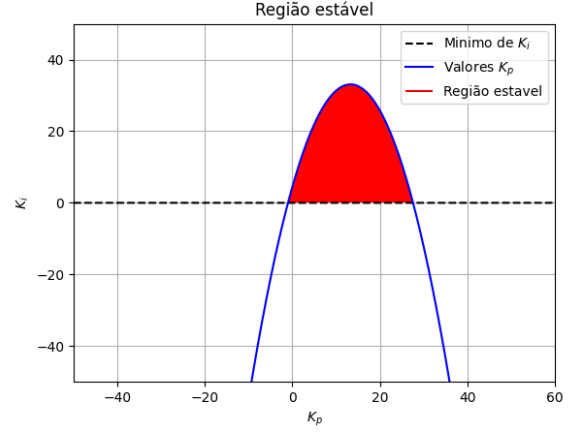


Figura 8. Região de valores $(K_p \times K_i)$ que deixam a malha fechada estável

Além disso, obteve-se que o par (K_p, K_i) que garante o menor índice de desempenho ITAE, de valor 0,19 é $(K_p, K_i) = [2,69; 2,00]$.

4. CONCLUSÃO

Com o término do presente relatório, conclui-se que um sistema de terceira ordem pode ser aproximado por um de segunda ordem, desde que o polo real e o zero do sistema possa ser desprezado. Além disso, notou-se que o modelo de terceira ordem possui resposta mais rápida, porém com maior sobressinal máximo.

Estudou-se também o uso do controlador P ou PI . Após o cálculo do potencial de rejeição à perturbação, erro em regime permanente, do ganho de malha, da sensibilidade e da sensibilidade complementar, constatou-se a maior eficiência do controlador PI para o sistema em questão. Além disso, por meio da análise topológica da malha de controle de inclinação do sistema, considerando diversas funções de transferência do sensor de velocidade de arfagem, foi possível obter as faixas de ganho K_1 que garantem a estabilidade de tal malha e que garantem, em outra situação, um sobressinal máximo de 20%.

Por fim, para um outro sistema em malha fechada, encontrou-se os valores de K_i e K_p que garantem o menor erro possível. Tais valores de ganho foram encontrados com o auxílio do código em *Python* para o menor desempenho ITAE, de 0,1916, sendo eles $K_i=2$ e $K_p=2,70$.

REFERÊNCIAS

- Dorf, R.C. and Bishop, R.H. (2009). *Sistemas de controle modernos*. LTC Editora, 8 edition.
- Nise, N.S. (2012). *Engenharia de sistema de controle*, 6a edição. Editora LTC, Rio de Janeiro.