

Guia Prática 03 – Modelagem Aproximada de Processos Industriais: Modelagem Caixa Preta

Prof. Lucas S. Oliveira *

* Departamento de Engenharia Mecatrônica, CEFET-MG, Campus
Divinópolis, (lqsoliveira@cefetmg.br)

Resumo: A modelagem caixa preta de um sistema consiste normalmente na obtenção de uma função de transferência de primeira ou segunda ordem que descreva razoavelmente bem a dinâmica do sistema em torno de um ponto de operação. Nessa abordagem, há na literatura diversos métodos de identificação em que os parâmetros da função de transferência são obtidos a partir da curva de resposta do sistema à uma entrada degrau. Neste guia de prática é proposto a modelagem caixa preta do sistema do reator químico, pelo uso dos métodos de identificação: resposta ao degrau com 3 parâmetros e método de Miller. Ao final da atividade, espera-se obter 5 funções de transferência que descrevam a dinâmica do sistema para o ponto de operação desejado.

Keywords: Identificação caixa preta, resposta ao degrau, modelos baixa ordem.

1. INTRODUÇÃO

Em muitos processos industriais, não é viável o uso da modelagem caixa branca durante o processo de modelagem do sistema, visto a alta complexidade e não linearidade envolvidas nessas dinâmicas. Diante dessas situações, busca-se aproximar a dinâmica do processo por um modelo linear de baixa ordem. Normalmente, adota-se o uso e análise da curva de reação do sistema a uma entrada degrau, uma vez que tal método é uma forma simples para obtenção dos parâmetros do modelo. Essa abordagem é comumente denominada por modelagem caixa preta.

A curva de resposta ao degrau é obtida ao aplicar uma variação abrupta no sinal de excitação do processo. Neste caso, deve-se observar que a amplitude do degrau aplicado não é crítica. Contudo, o degrau deve ser grande o suficiente para produzir os dados necessários, mas não grande demais para perturbar a operação do processo ou levar o processo para fora dos limites normais de operação, ou ainda sair da região de linearidade em torno do ponto de operação (Garcia, 2017). Em geral, a estimulação do processo via a entrada degrau de um processo em malha aberta, que se encontra em regime estacionário, podem ocorrer, basicamente duas situações:

- (1) a saída do processo passará por um regime transitório e estabilizará em um novo valor, ou
- (2) a saída do processo não estabilizará, mas crescerá ou decrescerá indefinidamente.

Sistema com comportamento apresentado pela descrição do item (1) são chamados por autoregulados, o que significa que são estáveis em malha aberta. E podem ser descritos por uma ou mais constantes de tempo, incluindo ou não o tempo morto. Já os sistemas descritos pelo item (2) são denominados não autoreguláveis. Isso traduz que esses sistemas são instáveis em malha aberta. Em geral essa dinâmica será composta por pelo menos um termo

integral e possivelmente uma ou mais constantes de tempo, incluindo ou não o tempo morto.

Note que a disciplina de Laboratório de Análise de Sistemas Lineares é dedicada ao estudo de processos do tipo (1), ou seja, processos autoregulados. Nesse caso, o objetivo ao se aplicar a modelagem caixa preta via curva de reação a uma entrada degrau é aproximar a dinâmica do sistema por um modelo de primeira,

$$G(s) = \frac{Ke^{-\theta s}}{\tau s + 1}, \quad (1)$$

ou segunda ordem superamortecido,

$$G(s) = \frac{Ke^{-\theta s}}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}, \quad (2)$$

ou ainda, segunda ordem subamortecido:

$$G(s) = \frac{Ke^{-\theta s}}{\tau^2 s^2 + 2\tau\xi s + 1}. \quad (3)$$

Em que: K é o ganho estático do sistema, θ é o atraso ou tempo morto, τ é a constante de tempo do sistema e ξ é o coeficiente de amortecimento.

Por fim, é importante ressaltar que tentar ajustar modelos de ordem superior a dois a partir da curva de resposta ao degrau é buscar extrair mais informações sobre o processo que a curva pode oferecer. Uma vez que θ presente nas equações anteriores, inclui os efeitos de todas as constantes de tempo não dominantes desconsideradas na redução de ordem do modelo (Aguirre, 2007).

2. OBJETIVOS

São objetivos desse experimento:

- Obter modelos aproximados via modelagem caixa preta para o sistema do reator químico.
- Programar a resposta temporal dos modelos e compará-los com a dinâmica apresentada pelas equações diferenciais.

3. MÉTODOS

3.1 Método da Resposta ao Degrau com 3 Parâmetros

Considere um sistema superamortecido de segunda ordem ou superior com atraso transferência mais tempo morto. Como visto na Seção 1, um sistema de segunda ordem ou superior podem ser aproximados por modelos de primeira ordem mais tempo morto, o que resulta em um modelo como apresentado em (1). Esse modelo é caracterizado pelos três parâmetros (K , τ , θ) é muito utilizado na sintonia de controladores do tipo proporcional-integral-derivativo – PID, e apresenta resposta ao degrau descrita por:

$$s(t) = K \left(1 - e^{-(t-\theta)/\tau} \right). \quad (4)$$

Além disso, é possível obter a constante:

$$T = \frac{\theta}{\theta + \tau} = \frac{\theta}{T_{ar}} \quad (5)$$

em que T_{ar} é o tempo de residência médio e $0 \leq T \leq 1$ é a taxa normalizada do tempo morto ou taxa de controlabilidade. Esse parâmetro pode ser usado como um indicativo sobre a dificuldade para se controlar um sistema, tal que, quanto mais próximo de $T \sim 1$ mais difícil poderá ser o controle.

Os parâmetros do modelo (1) podem ser determinados graficamente, conforme representado na Figura 1.

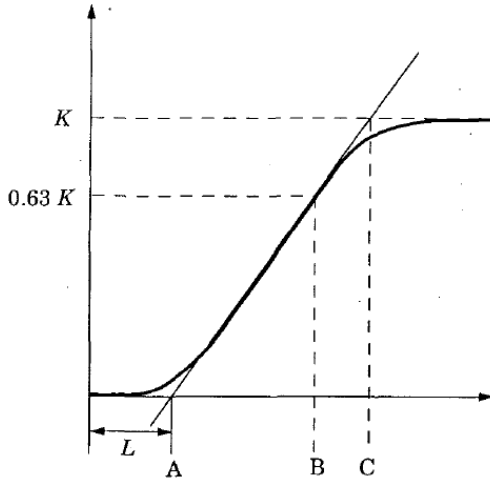


Figura 1. Determinação gráfica dos três parâmetros do modelo (1) para sistemas sujeito a uma entrada degrau.

Note que os parâmetros K e $\theta = L$ são obtidos diretamente a partir do gráfico da Figura 1. Já o parâmetro τ pode ser obtido das mais variadas formas, como se segue, $\tau =$ (Astrom and Hagglund, 1995)

- distância entre os pontos AC, ou,
- distância entre os pontos AB.

3.2 Método de Miller

O método proposto por Miller em 1967 propõe que o tempo em que a resposta alcança 63,2% de seu valor final equivale a soma de $\theta + \tau$, ou seja,

$$0,632\Delta y = \theta + \tau. \quad (6)$$

Nesse procedimento o tempo morto e o ganho estático são determinados repetindo o mesmo procedimento apresentado pelo método da resposta ao degrau de 3 parâmetros.

4. ATIVIDADES

Cada dupla deverá trabalhar com o ponto de operação definido anteriormente, durante a implementação do guia de prática 02. Além disso, implemente o sistema usando a biblioteca *python control library*.

- (1) Para o sistema de equações diferenciais obtido no guia de prática 01, gere uma sequência de degraus positivos e negativos em torno do ponto de operação desejado. Note: o degrau é uma perturbação em torno do ponto de operação que deve alterar a resposta do sistema em uma amplitude máxima de $\pm 5^\circ C$.
- (2) Selecione duas respostas ao degrau (uma positiva e outra negativa), aplique o método da resposta ao degrau de 3 parâmetros e obtenha para cada degrau um modelo como descrito em (1). Para tal determine a constante de tempo do sistema, τ , através do segmento AC conforme apresentado na Seção 3.1.
- (3) Para os mesmos dados selecionados no item anterior, obtenha os modelos utilizando o método de Miller.
- (4) Valide as respostas dos modelos obtidos nas questões (2) e (3) com a resposta do sistema (equações diferenciais do reator químico). Lembrem-se: a validação é realizada em uma sequência de degraus diferente (isso inclui a amplitude) daquela utilizada na obtenção dos modelos.
- (5) Qualitativamente, qual modelo obteve a melhor resposta e por que?
- (6) Compare e comente o desempenho dos modelos obtido nas questões (2) e (3) usando o índice de performance RMSE.
- (7) Contudo, é de comum conhecimento que o modelo descrito em (1), não é para muitas situações (sistemas) representativo, especialmente para sistemas que não apresentem elevada taxa de decaimento em altas frequências. Assim uma solução é modificar a representação da dinâmica do sistema, tal que:

$$G(s) = \frac{K}{(1 + s\tau)^2} e^{-sL}. \quad (7)$$

$$s(t) = K \left(1 - \left(1 + \frac{t-L}{\tau} \right) e^{-\frac{t-L}{\tau}} \right). \quad (8)$$

Nessa abordagem, K e L são definidos a partir da análise gráfica, conforme descrito na Figura 1. Já a constante de tempo (τ) é definida pela solução da Equação (8). Baseando-se nessas informações, desenvolva um modelo de segunda ordem (7) para o reator químico e compare-o com o modelo que apresentou o melhor desempenho (resposta item (6)). **Note:** a solução da Equação (7) é dada pelo uso de algum método numérico, como por exemplo, o método da bisseção.

- (8) Avalie a controlabilidade do sistema a partir da taxa normalizada do tempo morto relacionando à natureza do sistema (autoregulável).
- (9) Comente cada linha de comando do código para entrega do mesmo junto ao relatório.

REFERÊNCIAS

- Aguirre, L.A. (2007). *Introdução à Identificação de Sistemas: Técnica Lineares e Não Lineares Aplicadas a Sistemas Reais*. Editora UFMG, 3 edition. 730 p.
- Astrom, K. and Hagglund, T. (1995). *PID Controllers: Theory, Design and Tuning*. 343 p.
- Garcia, C. (2017). *Controle de Processos Industriais - Estratégias Convencionais*. 599 p.