



Centro Federal de Educação Tecnológica de Minas Gerais

Departamento da Engenharia Mecatrônica

Engenharia Mecatrônica

Análise das Características de Malha Fechada: Sistema Reator Químico

Mateus Alves de Sales

Thiago Henrique de Faria Costa

Divinópolis

Janeiro/2022

Resumo

Para caracterizar o desempenho da malha fechada de controle do sistema reator químico, analisa-se os sinais de erro do mesmo. Sendo assim, no presente relatório, estuda-se diferentes tópicos a cerca do sistema, sendo elas a redução da sensibilidade da malha de controle a variações de parâmetros, capacidade de rejeição a perturbação, além de erros em regime permanente. Perante isso, o erro de rastreamento, determinado através do Teorema do Valor Final, é usado para detalhar o desempenho do sistema quando envolve os tópicos citados acima, além de ser usado para realimentar negativamente a malha de controle. Pelo método de Ziegler-Nichols, foi determina-se os parâmetros necessários para obter a função de transferência que rege o sistema. Após isso, insere-se um atraso de arrasto de oito segundos e projeta-se, de maneira detalhada e com o auxílio do método CHR, os controladores proporcional (P) e proporcional integral (PI), afim de avaliar suas diferentes aplicações e concluir qual o mais eficiente para o sistema de reator químico proposto. Para que todos os gráficos e valores utilizados no estudo fossem obtidos de maneira precisa, utilizou-se a linguagem de programação *Python*, com o auxílio da biblioteca *Control System*.

Palavras-chaves: Realimentação, sensibilidade, erro de rastreamento, rejeição à perturbação, controladores.

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Objetivos	1
2	Preliminares	2
2.1	Sistema de Primeira Ordem	2
2.2	Sistema Superamortecido	2
2.3	Método de Ziegler-Nichols	3
2.4	Método CHR	3
2.5	Aproximação por Padé	4
2.6	Análise do Sinal de Erro e Sensibilidade do Sistema a Variação de Parâmetros	5
3	Sistema Reator Químico	7
3.1	Descrição	7
3.2	Condições iniciais	8
4	Resultados e Discussões	9
5	Conclusão	16
	Referências	17

1 Introdução

Um processo, seja qual for sua natureza, está sujeito a mudanças nas condições ambientais, envelhecimento, desconhecimento dos valores exatos dos parâmetros, números de processo, entre outros. Em um sistema de malha aberta, os erros resultam em alterações e imprecisões na saída. Já um sistema de malha fechada detecta alterações de saída devido a alterações no meio de execução do processo e tenta corrigir a saída. Vale destacar a importância da sensibilidade do sistema de controle a alterações de seus parâmetros (DORF; BISHOP, 2009).

No presente relatório, busca-se analisar e avaliar o papel dos sinais de erro para caracterizar o comportamento e desempenho da malha fechada de controle. Para obter o sinal de controle que melhor se adéque ao processo em um instante pré definido, utiliza-se informações que ilustram a evolução da saída. Logo, para aumentar a precisão do sistema e fazer com que ele reaja a perturbações externas, realiza-se uma comparação entre o sinal de saída e um sinal de referência e, o erro entre os dois sinais é ponto que determina o sinal de controle que deverá ser aplicado ao processo trabalhado.

O presente estudo é sobre o sistema reator químico, que é constituído por dois tanques acoplados por uma bomba, já no segundo, tem-se um resistor que aquece a solução química. Para que se tenha uma projeção de controladores do tipo proporcional e proporcional integral, aplica-se um atraso no tempo de resposta do sistema a uma entrada degrau. O trabalho em questão visa explorar também conceitos de redução de sensibilidade a incertezas de modelo, erros de regime permanente e rejeição à perturbações.

O relatório aqui descrito é composto por Introdução, Seção 1, que expõe o assunto e os objetivos do estudo; Preliminares, Seção 2, que discorre a respeito dos métodos utilizados; Sistema Reator Químico; Seção 3, que apresenta a descrição do sistema e cálculo das condições iniciais; Seção 4, Resultados e discussões, em que são explanados os resultados obtidos na prática; e, por fim, Seção 5, Conclusão, a qual sintetiza os resultados do trabalho.

1.1 Objetivos

Para este estudo tem-se como objetivo trabalhar com sistemas superamortecidos com atraso e analisar a dinâmica da malha fechada com controladores do tipo proporcional (P) e proporcional-integral (PI) para: sinal de erro de rastreamento, sensibilidade a variação de parâmetros e capacidade de rejeição à perturbação.

2 Preliminares

Nesse capítulo faz-se uma revisão da bibliografia utilizada no desenvolvimento do estudo proposto.

2.1 Sistema de Primeira Ordem

Para que um modelo possa ser descrito por uma ou mais constantes de tempo, deve-se considerar um sistema em malha aberta como de ajuste automático. Sendo assim, para que a aplicação da modelagem caixa preta via curva de resposta a entrada de degrau seja possível, a dinâmica do sistema pode ser aproximada por um modelo de primeira ordem (ASTROM; HAGGLUND, 1995), descrita como:

$$G(s) = \frac{Ke^{-\theta s}}{\tau s + 1}, \quad (2.1)$$

em que, K , θ e τ são respectivamente o ganho estático do sistema, o tempo morto e a constante de tempo do sistema. É possível obter o ganho estático K por meio das variações da saída e da entrada do sistema, como em:

$$K = \frac{\Delta y}{\Delta u}, \quad (2.2)$$

em que, Δy é a diferença entre a temperatura quando se aplica o degrau positivo de 15% e a temperatura inicial. Já Δu é a diferença do sinal de controle quando se aplica um degrau positivo de 15% e o valor inicial.

2.2 Sistema Superamortecido

Visando aplicar a modelagem caixa preta via curva de reação a uma entrada de degrau, pode-se aproximar, também, a dinâmica do sistema por um modelo de segunda ordem superamortecido, dado por:

$$G(s) = \frac{Ke^{-\theta s}}{(\tau_1 s + 1)(\tau_2 s + 1)}, \quad (2.3)$$

em que, K é o ganho estático do sistema, θ o atraso ou tempo morto, τ_1 e τ_2 são a constante de tempo do sistema.

2.3 Método de Ziegler-Nichols

Para a determinação de valores de ganho estático K , constante de tempo τ e tempo morto θ , Ziegler e Nichols propuseram regras baseadas nas características da resposta transitória de dada planta. O valor de τ pode ser encontrado através da distância entre os pontos AC ou AB (ASTROM; HAGGLUND, 1995). Já K e θ podem ser encontrados a partir do gráfico da Figura 1. A aplicação do método de Ziegler Nichols tem como objetivo obter parâmetros a partir da reta tangente ao ponto de inflexão de um sistema sujeito a entrada de um degrau.

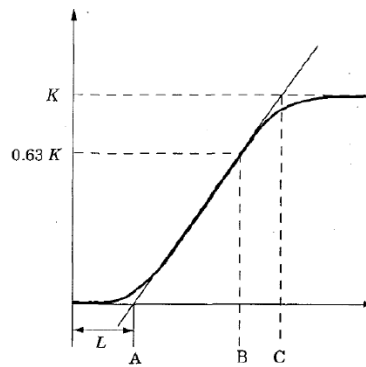


Figura 1 – Gráfico do metodo de Ziegler Nichols

2.4 Método CHR

O método CHR é baseado em dois critérios: a resposta mais rápida sem sobressinal e a resposta mais rápida possível com 20% de sobressinal (CHIEN, 1952). Considera-se o sistema se comportando como um sistema de primeira ordem com atraso, com ganho estático (K), constante de tempo (τ) e tempo morto (θ). A sintonização de controladores utilizando esse método pode ser descrita através da Tabela 1, em que K_p é o ganho do controlador, T_I o tempo integrativo e T_D , o tempo derivativo.

Controlador	K_p	T_I	T_D
P	$0,3\tau/K\theta$	-	-
PI	$0,6\tau/K\theta$	4θ	-
PID	$0,95\tau/K\theta$	$2,375\theta$	$0,421\theta$

Tabela 1 – Método CHR

2.5 Aproximação por Padé

Consiste em uma expansão assintótica a partir de uma série de Taylor que pode chegar mais rapidamente a uma convergência ou divergência para a série, reorganizando-a como uma divisão de duas expansões. O método nos permite obter mais informações do que a série pode nos fornecer a partir da própria série de potência.

$$f(x) = \sum_{n=0}^N f_n x^n, \quad (2.4)$$

em que N não tem de ser infinito. Os aproximantes de Padê em (2.3) são quocientes de dois polinômios que representam a expansão. Aproximantes dos quais, são definidos por dois números inteiros positivos representados por L (graus do numerador) e M (denominador) da função racional. Logo, podemos representar o aproximante de Padé da seguinte forma:

$$\frac{L}{M} = \frac{P_L(x)}{Q_M(x)} \quad L, M \geq 0, \quad (2.5)$$

em que:

$$\begin{aligned} P_L(x) &= p_0 + p_1 x + p_2 x^2 + \dots p_L x^L; \\ Q_M(x) &= 1 + q_1 x + q_2 x^2 + \dots q_M x^M. \end{aligned} \quad (2.6)$$

É possível determinar $P_L(x)$ e $Q_M(x)$ por meio de:

$$f(x) = \frac{P_L(x)}{Q_M(x)} = O(x^{L+M+1}). \quad (2.7)$$

2.6 Análise do Sinal de Erro e Sensibilidade do Sistema a Variação de Parâmetros

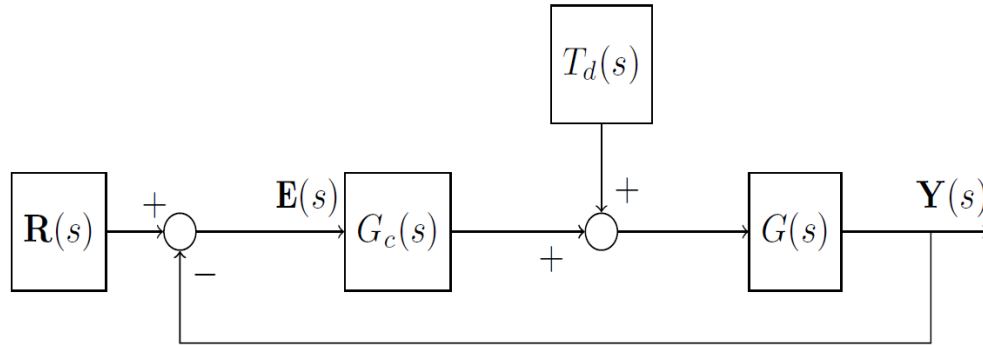


Figura 2 – Diagrama de blocos em um sistema malha fechada

A Figura (2) representa um sistema em malha fechada, em que a função $R(s)$ é a referência para a malha fechada, $Y(s)$ é o que define a saída da malha de controle, a função $G_c(s)$ representa a função do controlador, $G(s)$ representa a função do sistema e a função $T_d(s)$ é um sinal de perturbação na entrada do sistema.

Analisando o diagrama com o objetivo de definir a dinâmica representada por $E(s)$, que é a função do erro de rastreamento (DORF; BISHOP, 2009), tem-se:

$$E(s) = R(s) - Y(s). \quad (2.8)$$

Manipulando o diagrama de blocos da Figura (2), obtém-se:

$$E(s) = \frac{1}{1 + G_c(s)G(s)}R(s) - \frac{G(s)}{1 + G_c(s)G(s)}T_d(s). \quad (2.9)$$

Multiplicando as funções do sistema e do controlador presentes no denominador da Equação (2.9), encontra-se $L(s)$, que caracteriza o ganho da malha e pode ser escrita por:

$$L(s) = G_c(s)G(s). \quad (2.10)$$

Partindo da Equação (2.10), tem-se a função sensibilidade, escrita como:

$$S(s) = \frac{1}{1 + L(s)}. \quad (2.11)$$

Define-se também, a função da sensibilidade complementar como:

$$C(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)}. \quad (2.12)$$

Devido a presença de ruído de medição, $N(s)$, e a obtenção das Equações (2.11) e (2.12), pode-se reescrever (2.9) da seguinte forma:

$$E(s) = S(s)R(s) - S(s)G(s)T_d(s) + C(s)N(s). \quad (2.13)$$

Estudando a Equação (2.9), conclui-se que o erro de rastreamento é reduzido quando $C(s)$ e $S(s)$ são pequenas. Todavia, para tal condição, tem-se que para uma maior magnitude $L(s)$, as variações no erro de rastreamento são menores, o que implica uma menor sensibilidade da malha de controle a possíveis variações de $G(s)$ (DORF; BISHOP, 2009).

Com base nisso, a sensibilidade do sistema é definida como a razão entre a variação percentual da função de transferência do sistema e a variação percentual da função de transferência do sistema. Logo:

$$S = \frac{\Delta T(s)G(s)}{\Delta G(s)T(s)}, \quad (2.14)$$

em que $T(s)$ é a função de transferência do sistema com controlador. Portanto, para pequenas variações, a Equação (2.14) pode ser reescrita como:

$$S = \frac{\partial T/T}{\partial G/G}. \quad (2.15)$$

Desse modo, a sensibilidade do sistema em malha aberta equivale a 1, enquanto que para o sistema em malha fechada é determinada pela Equação (2.15).

3 Sistema Reator Químico

Nesse capítulo são descritos o funcionamento do sistema, as condições iniciais aplicadas e os resultados obtidos.

3.1 Descrição

O estudo aqui descrito trata-se da modelagem de um sistema em malha aberta, através da modelagem caixa branca e caixa preta. O sistema de tanques do reator químico é composto por duas hélices, uma bomba de sucção, um resistor e dois tanques, sendo o primeiro para mistura dos reagentes e o segundo o reator químico, onde a reação química é catalisada pelo efeito da temperatura.

Nesse processo, a solução dos reagentes A e B é adicionada em fluxo de vazão constante no tanque de mistura. Com auxílio da hélice, a solução é misturada e homogeneizada e na sequência é transportada por meio da bomba de sucção variável até o tanque do reator químico, onde acontece a reação. O esquema representativo do sistema pode ser visualizado na figura 3.

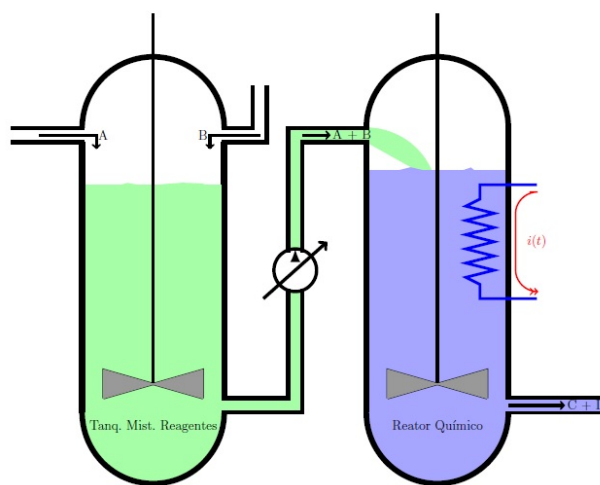


Figura 3 – Sistema de tanques de um reator químico

Esse sistema é considerado superamortecido e sua dinâmica em malha aberta é dada por:

$$\begin{aligned}\dot{\theta} &= \frac{1}{CV}[Q_r + CF(\theta_i - \theta(t)) - Q_q - hA(\theta(t) - \theta_i)], \\ \dot{Q}_r &= \frac{1}{12,5\pi h}(-Q_r + Ru).\end{aligned}\tag{3.1}$$

3.2 Condições iniciais

A Tabela 2 fornece os dados necessários para calcular os valores de Q_r e posteriormente de u para o ponto de operação trabalhado, que é 40° .

Variável	Valor
C	4500 J/C.m^3
V	10 m^3
F	$0.5 \text{ m}^3/\text{s}$
θ_i	$20 \text{ }^\circ\text{C}$
h	15 W/mC
A_{ext}	31.4 m^2
Q_q	7900 J/m^3
R	$10 \text{ K}\Omega$

Tabela 2 – Condições iniciais do Reator Químico

Considerando regime estacionário e manipulando as Equações de 3.1, tem-se:

$$Q_r = -((CF(\theta_i - \theta(t)) - Q_q - (hA(\theta(t) - \theta_i))),\tag{3.2}$$

$$u = \frac{Q_r}{R}.\tag{3.3}$$

Substituindo os valores da Tabela 2 nas Equações (3.2) e (3.3), obtém-se que a quantidade de calor produzida pelo resistor (Q_r) é 62320 J e a entrada do sistema (u) é $6,232 \text{ A}$.

4 Resultados e Discussões

Ao iniciar o estudo, obteve-se a resposta temporal do sistema não linear dado pelas Equações contidas em (3.1). Para isso, aplicou-se um degrau de $1,2u = 7,4784$ no tempo 10000. A Figura (4) representa a resposta citada:

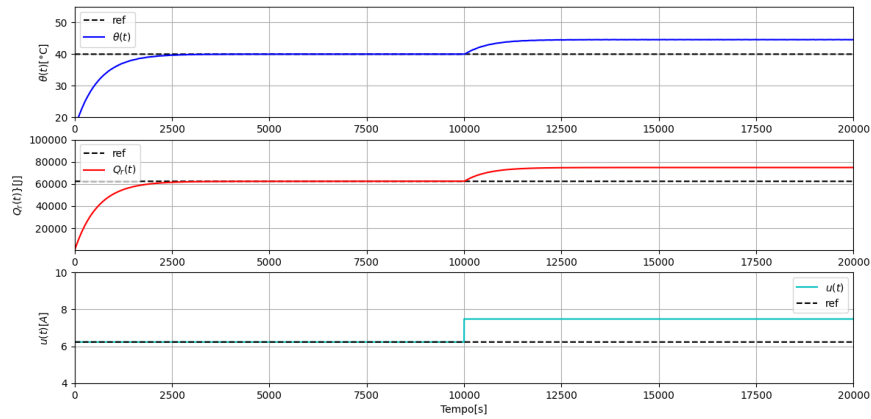


Figura 4 – Resposta temporal do sistema não linear para um degrau aplicado.

Logo após, obteve-se modelo de primeira ordem para descrever a dinâmica do sistema. A Figura (5) representa a reta tangente ao degrau aplicado, a qual permite aplicar o método de Ziegler-Nichols, apresentado na Seção (2.3), e obter os valores do ganho estático $K = 3,657$ e $\tau = 613$.

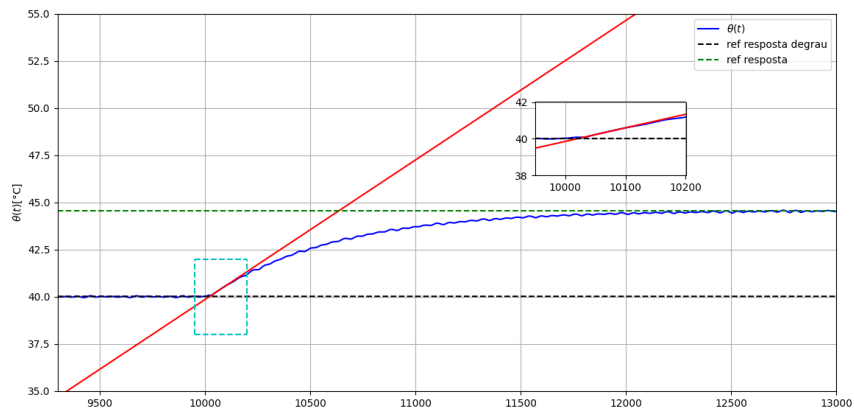


Figura 5 – Reta tangente ao degrau aplicado.

A função que descreve esse modelo é dada por:

$$G(s) = \frac{3,657}{613s + 1}. \quad (4.1)$$

Após a obtenção do modelo de primeira ordem, fez-se a validação do mesmo junto ao sistema (3.1). A Figura 6 representa essa validação:

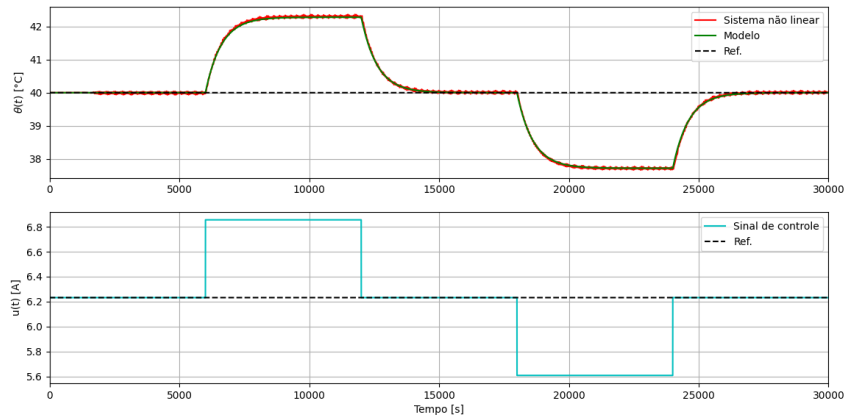


Figura 6 – Validação modelo de primeira ordem junto ao sistema real

Após inserir um atraso de arrasto de 8 segundos no modelo obtido em (4.1) através da aproximação de Padé, explanada na Seção (2.5), foi possível projetar um controlador proporcional e outro proporcional-integral utilizando o método CHR, apresentado na Seção (2.4). Para a sintonia dos mesmos, utilizou-se a Tabela (1) e encontrou-se os valores de ganho (K_p) e tempo integrativo (T_i). Vale ressaltar que para o controlador PI, encontrou-se um valor muito elevado de o K_p e, com isso, o mesmo apresentou oscilações fora do comum. Visando diminuir as oscilações a fim de facilitar a análise de rejeição a perturbação, que será apresentada posteriormente, diminuiu-se o valor de K_p em dez vezes. As equações dos controladores obtidos é dada por:

$$G_{CP}(s) = \frac{6,286}{1}, \quad (4.2)$$

$$G_{CPI}(s) = \frac{40,23s + 1,257}{32s}. \quad (4.3)$$

Substituindo as Equações (4.2) e (4.3) nas Equações (2.10), (2.11) e (2.12), é possível obter as funções de ganho de malha, sensibilidade e sensibilidade complementar:

$$L_{CP}(s) = \frac{22,99}{613s + 1}, \quad (4.4)$$

$$L_{CPI}(s) = \frac{147,1s + 4,598}{1,962 \cdot 10^4 s^2 + 32s}, \quad (4.5)$$

$$S_{CP}(s) = \frac{613s + 1}{613s + 23,99}, \quad (4.6)$$

$$S_{CPI}(s) = \frac{1,962 \cdot 10^4 s^2 + 32s}{1,962 \cdot 10^4 s^2 + 179,1s + 4,598}, \quad (4.7)$$

$$C_{CP}(s) = \frac{1,409 \cdot 10^4 s + 22,99}{3,758 \cdot 10^5 s^2 + 1,532 \cdot 10^4 s + 23,99}, \quad (4.8)$$

$$C_{CPI}(s) = \frac{2,886 \cdot 10^6 s^3 + 9,489 \cdot 10^4 s^2 + 147,1s}{3,848 \cdot 10^8 s^4 + 4,141 \cdot 10^6 s^3 + 9,592 \cdot 10^4 s^2 + 147,1s}, \quad (4.9)$$

em que $L_{CP}(s)$ e $L_{CPI}(s)$ são os ganhos de malha para os controladores P e PI, respectivamente, $S_{CP}(s)$ e $S_{CPI}(s)$ são as funções de sensibilidade e $C_{CP}(s)$ e $C_{CPI}(s)$ são as funções de sensibilidade complementares.

Para proceder com a análise do erro de rastreamento de cada controlador, deve-se substituir os valores obtidos para sensibilidade e sensibilidade complementar na Equação (2.13). Com isso, obtém-se:

$$\begin{aligned} E_P(s) = & \frac{613s + 1}{613s + 23,99} R(s) - \frac{2242s + 3,657}{3,758 \cdot 10^5 s^2 + 1,532 \cdot 10^4 s + 23,99} T_d(s) \\ & + \frac{1,409 \cdot 10^4 s + 22,99}{3,758 \cdot 10^5 s^2 + 1,532 \cdot 10^4 s + 23,99} N(s), \end{aligned} \quad (4.10)$$

$$\begin{aligned} E_{PI}(s) = & \frac{1,962 \cdot 10^4 s^2 + 32s}{1,962 \cdot 10^4 s^2 + 179,1s + 4,598} R(s) - \frac{7,174 \cdot 10^4 s^2 + 117s}{1,202 \cdot 10^7 s^3 + 1,294 \cdot 10^5 s^2 + 2997s + 4,598} T_d(s) \\ & + \frac{2,886 \cdot 10^6 s^3 + 9,489 \cdot 10^4 s^2 + 147,1s}{3,848 \cdot 10^8 s^4 + 4,141 \cdot 10^6 s^3 + 9,592 \cdot 10^4 s^2 + 147,1s} N(s). \end{aligned} \quad (4.11)$$

Considerando que não haja perturbações nem ruídos, a fim de conseguir analisar quantitativamente o erro de rastreamento, a Equação (2.13) pode ser reescrita da seguinte forma:

$$E(s) = S(s)R(s). \quad (4.12)$$

Aplicando o Teorema do Valor Final (DORF; BISHOP, 2009) nas Equações (4.6) e (4.7) para uma entrada degrau unitário, tem-se:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} E_p(s) = \lim_{s \rightarrow 0} sS_{CP}(s) \frac{1}{s} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{613s + 1}{613s + 23,99} = 0,04 \quad (4.13)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} E_p(s) = \lim_{s \rightarrow 0} sS_{CP}(s) \frac{1}{s} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1,962 \cdot 10^4 s^2 + 32s}{1,962 \cdot 10^4 s^2 + 179,1s + 4,598} = 0. \quad (4.14)$$

Logo, o erro de rastreamento para o controlador P é 0,04 e para o controlador PI é 0. Com isso, pode-se afirmar que o segundo apresenta melhor desempenho, por possuir um erro nulo.

Após analisar o erro, fez-se necessário definir as funções de sensibilidade para os controladores. Para isso, utiliza-se a Equação (2.15) como base para determinar a Equação T(s) para malha fechada, descrita por:

$$T(s) = \frac{G(s)C(s)}{1 + G(s)C(s)}, \quad (4.15)$$

em que $T(s)$ é a função de transferência do sistema com controlador, $G(s)$ é a função de transferência do sistema e $C(s)$ é a função de transferência do controlador.

Manipulando a Equação (2.15) e realizando a derivada parcial para S , tem-se:

$$S = \frac{\partial T(s)}{\partial G(s)} \frac{G(s)}{T(s)},$$

$$S = \frac{[C(s)(1 + G(s)C(s))] - [C(s)(G(s)C(s))] G(s)(1 + G(s)C(s))}{(1 + G(s)C(s))^2} \frac{G(s)(1 + G(s)C(s))}{G(s)C(s)},$$

$$S = \frac{1}{1 + L(s)}, \quad (4.16)$$

em que S é a função de sensibilidade.

Observando a Equação (4.16), nota-se que a mesma é igual a Equação de Sensitividade (2.11) (DORF; BISHOP, 2009). Desse modo, considerando as Equações (4.4) e (4.5) e substituindo na Equação (4.16), obtém-se $S(s)$ para os controladores P e PI:

$$\begin{aligned}
S_{CP}(s) &= \frac{1}{1 + \frac{22,99}{613s+1}}, \\
S_{CP}(s) &= \frac{613s+1}{613s+23,99}.
\end{aligned} \tag{4.17}$$

$$\begin{aligned}
S_{CPI}(s) &= \frac{1}{1 + \frac{147,1s+4,598}{1,962 \cdot 10^4 s^2 + 32s}}, \\
S_{CPI}(s) &= \frac{1,962 \cdot 10^4 s^2 + 32s}{1,962 \cdot 10^4 s^2 + 179,1s + 4,598}.
\end{aligned} \tag{4.18}$$

Para estabelecer condições para malha fechada rejeitar perturbações, desenvolve-se a Equação (2.13) considerando $R(s) = N(s) = 0$. Com isso, tem-se:

$$E(s) = -S(s)G(s)T_d(s) \tag{4.19}$$

Para atender o formato da Equação (4.19), reescreve-se as Equações (4.10) e (4.11):

$$E_P(s) = -\frac{2242s + 3,657}{3,758 \cdot 10^5 s^2 + 1,532 \cdot 10^4 s + 23,99} T_d(s), \tag{4.20}$$

$$E_{PI}(s) = -\frac{7,174 \cdot 10^4 s^2 + 117s}{1,202 \cdot 10^7 s^3 + 1,294 \cdot 10^5 s^2 + 2997s + 4,598} T_d(s). \tag{4.21}$$

Para que a malha fechada rejeite sinais de perturbação, é necessário que o erro em regime permanente seja nulo, ou seja, $e_\infty = 0$. Utilizando novamente o Teorema do Valor Final (DORF; BISHOP, 2009) para as Equações (4.20) e (4.21), considerando primeiramente uma entrada de impulso unitário, tem-se:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s E_P(s) \cdot 1 = \lim_{s \rightarrow 0} s \left(-\frac{2242s + 3,657}{3,758 \cdot 10^5 s^2 + 1,532 \cdot 10^4 s + 23,99} \right) = 0, \tag{4.22}$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s E_{PI}(s) \cdot 1 = \lim_{s \rightarrow 0} s \left(-\frac{7,174 \cdot 10^4 s^2 + 117s}{1,202 \cdot 10^7 s^3 + 1,294 \cdot 10^5 s^2 + 2997s + 4,598} \right) = 0. \tag{4.23}$$

Percebe-se que ambos os controladores apresentam erro em regime permanente nulo e conseguem rejeitar perturbação. Tal afirmativa pode ser comprovada através da Figura (7), que explicita a simulação da resposta temporal à perturbação e corrobora com as Equações (4.20) e (4.21).

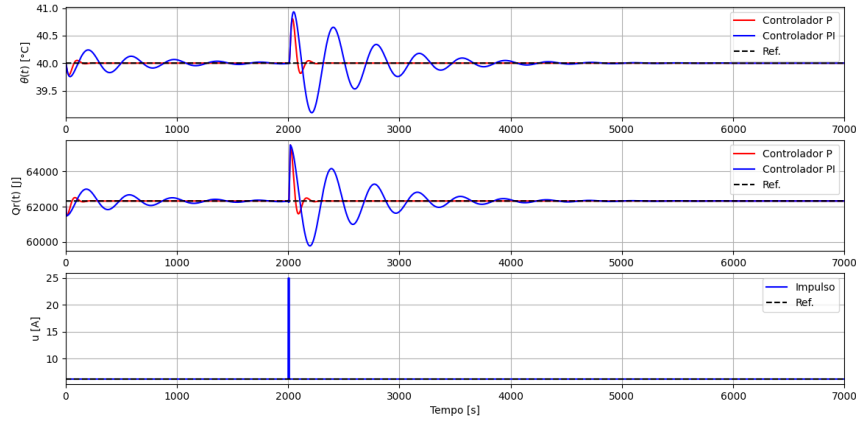


Figura 7 – Validação rejeição à perturbação por um impulso unitário.

Considerando agora uma perturbação através de uma entrada degrau com amplitude de 0,25 e empregando novamente o Teorema do Valor Final (DORF; BISHOP, 2009), obtém-se o erro em regime permanente para os ambos controladores:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s E_P(s) \frac{1}{s} = \lim_{s \rightarrow 0} \left(-\frac{2242s + 3,657}{3,758 \cdot 10^5 s^2 + 1,532 \cdot 10^4 s + 23,99} \right) = 0,15, \quad (4.24)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s E_{PI}(s) \frac{1}{s} = \lim_{s \rightarrow 0} \left(-\frac{7,174 \cdot 10^4 s^2 + 117s}{1,202 \cdot 10^7 s^3 + 1,294 \cdot 10^5 s^2 + 2997s + 4,598} \right) = 0. \quad (4.25)$$

Nota-se que o erro para controlador PI é nulo, entretanto, para o controlador P é $e_\infty = 0,15$. Com isso, pode-se inferir que o controlador PI rejeita a perturbação da entrada degrau em malha fechada e o controlador P não consegue rejeitar essa mesma perturbação. Tal afirmativa pode ser comprovada a partir da Figura (8), que representa a simulação da resposta temporal à uma entrada degrau:

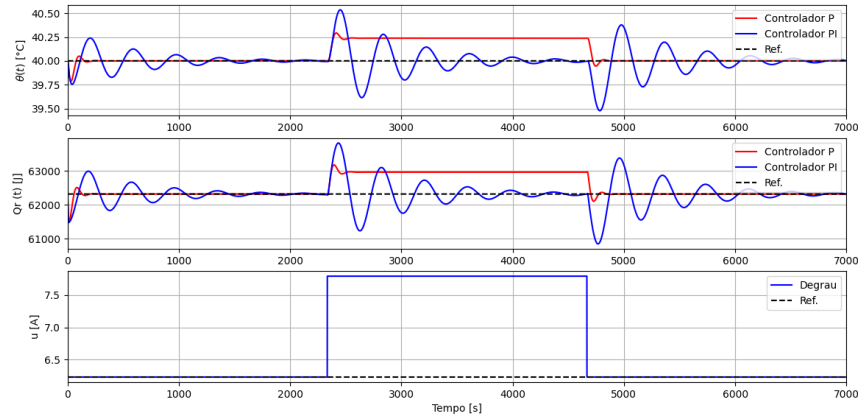


Figura 8 – Validação rejeição à perturbação de um degrau com amplitude 0,25.

Por fim, nota-se que perturbar de maneira temporária a vazão volumétrica do sistema em uma ordem de 30% possui o mesmo efeito de perturbação via entrada degrau, já que o sinal analisado sofre uma variação durante um certo tempo e logo após volta ao seu valor inicial. Com isso, os resultados para erro em regime estacionário da perturbação via entrada degrau podem ser aproveitados nessa análise. Portanto, pode-se inferir que o controlador PI é capaz de rejeitar a perturbação feita na vazão volumétrica do sistema, pois seu erro é nulo ($e_\infty = 0$), porém o controlador P não possui essa capacidade, já que seu erro é $e_\infty = 0,15$. Esse argumento pode ser comprovado através da Figura (9), em que o controlador PI oscila no início da perturbação e volta ao ponto de referência durante a variação e o controlador P simplesmente se mantém fora do ponto de referência durante toda a alteração.

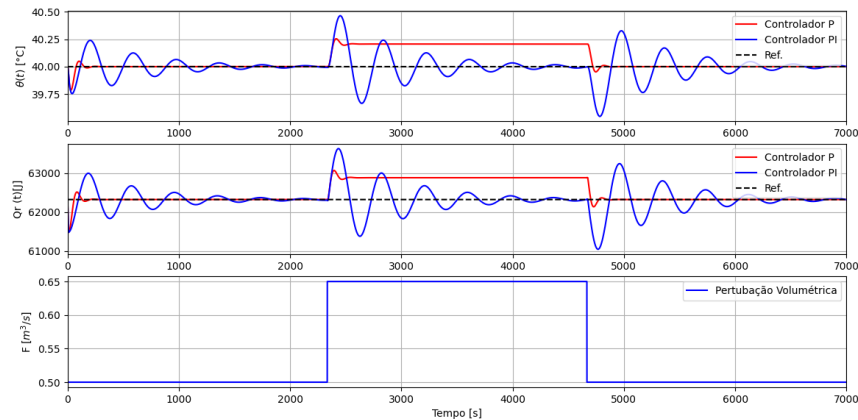


Figura 9 – Validação rejeição à perturbação de uma variação na vazão volumétrica na ordem de 30%.

5 Conclusão

Pode-se concluir no estudo do sistema de reator químico que é possível aproximar a dinâmica do sistema para um modelo de primeira ordem por meio da modelagem caixa preta. Com tal modelo em mãos, tornou-se viável validá-lo e realizar uma implementação de sua resposta em função do tempo, assim como a dinâmica real do sistema, com o objetivo de se realizar uma comparação. Visando projetar um controlador proporcional e outro proporcional-integral para o sistema, pelo método *CHR*, foi necessário adicionar um atraso de arrasto de 8 segundos. Esse atraso foi inserido através da aproximação de Padé.

Por meio da dinâmica dos controladores P e PI projetados, estudou-se as características de malha fechada. Logo após, definiu-se importantes funções para os mesmos, sendo elas: função de ganho de malha, função de sensibilidade e função de sensibilidade complementar. Ao analisar tais funções, encontrou-se o erro de rastreamento, que para o controlador P foi de 0,04 e para o controlador PI foi 0 e, com base nesses valores, conclui-se que para processos sem ruídos ou perturbações, o controlador PI mostrou-se com um melhor desempenho.

Para que a malha fechada rejeite sinais de perturbação, é necessário que o erro de regime permanente seja nulo, sendo assim o controlador PI atende todas as situações a que foi exposto. De modo contrário, o controlador P atende apenas para o caso de resposta a um impulso unitário, já que para resposta a um degrau e para variação na vazão volumétrica o erro de regime permanente é diferente de zero.

Referências

- ASTROM; HAGGLUND. *PID Controllers: Theory, Design and Tuning*. 343 p. 2. ed. [S.l.: s.n.], 1995. Citado 2 vezes nas páginas 2 e 3.
- CHIEN, C. H. R. *PID controller tuned using the CHR*. [S.l.: s.n.], 1952. Citado na página 3.
- DORF, R. C.; BISHOP, R. H. *Sistemas de controle modernos*. 8. ed. [S.l.]: LTC Editora, 2009. Citado 6 vezes nas páginas 1, 5, 6, 12, 13 e 14.