BÖLÜM 1

ELEKTRİK ALANLARI

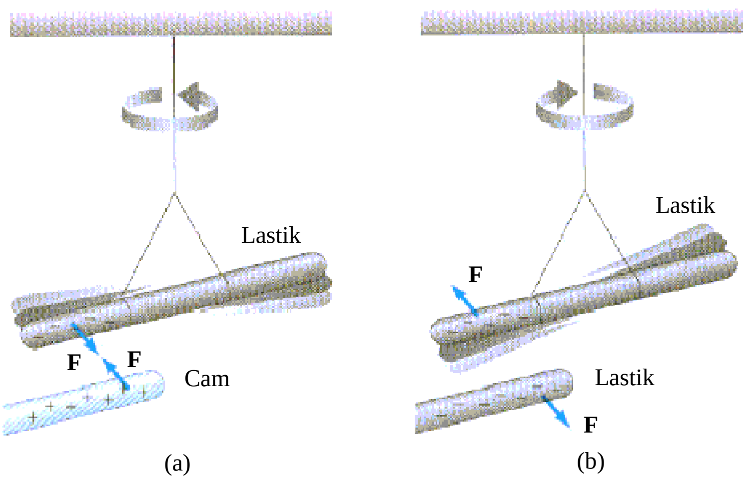
1.1. ELEKTRİK YÜKLERİNİN ÖZELLİKLERİ

Elektrik yükü aşağıdaki özelliklere sahiptir:

1. *Doğada artı ve eksi olmak üzere iki tür yük bulunmaktadır.* Aynı yükler birbirlerini iterler, farklı yükler ise birbirlerini çekerler. Şekil 1.1a'da ipeğe sürtülmüş bir cam çubuk lastik çubuğa yaklaştırıldığında, ikisi birbirlerini çekerler. Öte yandan, yüklü iki lastik çubuk (veya yüklü iki cam çubuk) birbirlerine yaklaştırıldığında, Şekil 1.1b'de görüldüğü gibi birbirlerini iterler.

2. *Yük daima korunumludur.* Bir cisim diğerine sürtüldüğünde yük oluşmaz. Elektriklenme, yükün bir cisimden diğerine geçmesiyle meydana gelir. Böylece, cisimlerden biri bir miktar eksi yük kazanırken ötekisi aynı miktar art yük kazanır.

3. *Yük kuantumludur.* Yani, elektron yükünün tam katları olan kesikli yük paketleri şeklinde bulunur. N bir tam sayı olmak üzere, $q = Ne$ yazılabilir. Yapılan deneyler, elektronun $-e$ yükünde, protonun ise $+e$ yükünde olduğunu göstermiştir. Nötron gibi bazı parçacıkların yükü bulunmaz.



Şekil 1.1. (a) Bir iple asılmış eksi yüklü bir lastik çubuk, artı yüklü bir cam çubuğa doğru çekilir. (b) Eksi yüklü bir lastik çubuk, eksi yüklü başka bir lastik çubuk tarafından itilir.

1.2. YALITKANLAR VE İLETKENLER

Maddeler, elektrik yükünü iletme yeteneklerine göre sınıflandırılırlar.

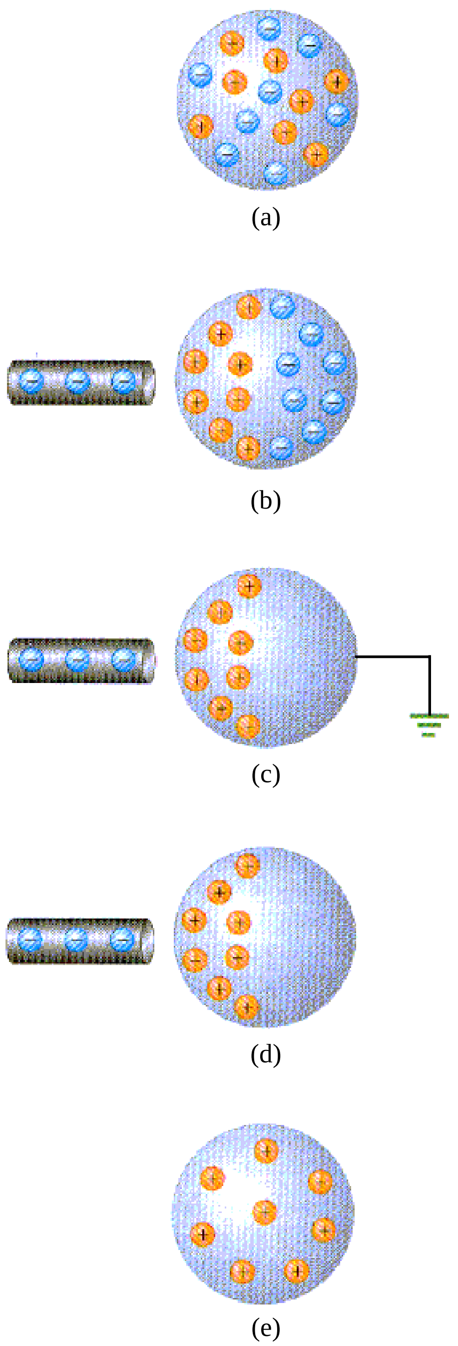
İletkenler, elektrik yüklerinin oldukça serbest hareket ettikleri maddelerdir. Bakır, alüminyum ve gümüş gibi maddeler iyi iletkendir. Bu maddelerin küçük bir bölgesi yüklenildiğinde, yük iletkenin bütün yüzeyine hemen dağılıverir.

Yalıtkanlar, elektrik yüklerinin kolayca taşınamadığı ortamlardır. Cam ve lastik gibi maddeler yalıtkan sınıfına girerler. Bu maddeler sürtülerek yüklenildiklerinde yalnızca sürtünen bölgeleri yüklenir ve bu yük maddenin diğer taraflarına geçemez.

Yarıiletkenler, elektriksel özellikleri yalıtkanlarla iletkenler arasında bir yerde bulunan bir madde sınıfıdır. Silisyum ve germanyum, çeşitli elektronik aygıtların üretiminde devamlı olarak kullanılan yarıiletkenlere birer örnektir. Yarıiletkenlerin elektriksel özellikleri, malzemelere istenilen miktarda belli yabancı atomlar katılarak değiştirilebilir.

Bir iletken, iletken bir tel veya bakır bir boruyla toprağa bağlanırsa topraklandığı söylenir. Bu göz önünde tutularak bir iletkenin indüksiyon denilen bir işlemle nasıl yüklenebileceği, Şek. 1.2a'deki gibi topraktan yalıtılmış nötr bir küre ile izah edilebilir.

Bir küre yakınına eksi yüklü lastik bir çubuk yaklaştırıldığında kürenin çubuğa yakın bölgesi artı yük fazlalığı kazanırken, uzak bölgesi aynı miktarda eksi yük fazlalığı kazanır (Şek. 1.2b). Küre iletken bir telle toprağa bağlanarak aynı deney yapılırsa (Şek. 1.2c) iletkendeki bazı elektronlar çubuktaki eksi yük tarafından itileceklerinden toprak teli üzerinden toprağa akarlar. Toprak bağlantılı tel kaldırılınca (Şek. 1.2d) iletken kürede indüksiyonla artı bir yük fazlalığı oluşur. Lastik çubuk küreden uzaklaştırıldığında (Şek. 1.2e) indüksiyonla oluşan artı yük topraklanmamış kürede kalır.



Şekil 1.2. Metal bir cismin indüksiyonla elektrik yüklenmesi

1.3. COULOMB KANUNU

Coulomb, yaptığı deneylerle yüklü durgun iki parçacık arasındaki temel elektrik kuvvetinin aşağıdaki özellikleri bulunduğunu gösterdi:

1. Kuvvet, parçacıkları birleştiren doğru boyunca yönelmiş olup, aralarındaki r uzaklığının karesiyle ters orantılıdır.

2. Kuvvet parçacıklardaki q_1 ve q_2 yüklerinin çarpımıyla doğru orantılıdır.

3. Kuvvet, yükler zıt işaretli olduğunda çekici, aynı işaretli olduğunda iticidir.

O halde, yüklü iki parçacık arasındaki elektrik kuvvetinin büyüklüğünü

$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \tag{1.1}$$

olarak yazabiliriz. Burada k Coulomb sabitidir. SI birim sisteminde yük birimi Coulomb (C)'dur. Bir teldeki akım 1 A ise, telin bir noktasından 1 s'de geçen yük miktarı 1 C'dur. SI biriminde k Coulomb sabitinin değeri,

$$k = 8{,}9875\times10^{9}\ \mathrm{N.m^2/C^2}$$

olarak verilir. Aynı zamanda k, $\varepsilon_0 = 8{,}8542\times10^{-12}\ \mathrm{C^2/N.m^2}$ sabiti boş uzayın elektriksel geçirgenliği olmak üzere

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

olarak ta yazılabilir.

Doğada bilinen en küçük yük birimi, elektron veya protonda bulunan yüktür ve büyüklüğü $|e| = 1{,}602\times10^{-19}$ C'dur. O halde 1 C'luk yük $6{,}3\times10^{18}$ elektron yüküne (yani $1/e$) denktir.

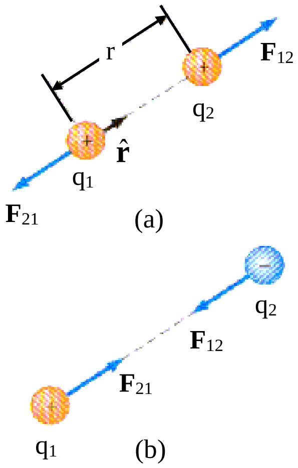
Tablo 1.1. Elektron, proton ve nötronun yük ve kütlesi

Parçacık	Yük (C)	Kütle (kg)
Elektron (e)	$-1{,}6021917\times10^{-19}$	$9{,}1095\times10^{-31}$
Proton (p)	$+1{,}6021917\times10^{-19}$	$1{,}67261\times10^{-27}$
Nötron (n)	0	$1{,}67492\times10^{-27}$

Kuvvetin bir vektörel nicelik olduğuna ve Coulomb kuvvet yasasının yalnızca nokta yüklere veya parçacıklara tam olarak uygulandığına dikkat ederek, q_2 üzerinde q_1'den ileri gelen $\mathbf{F}_{21}$ kuvvetini

$$\mathbf{F}_{21} = k\frac{q_1 q_2}{r^2}\hat{\mathbf{r}} \qquad (1.2)$$

olarak yazabiliriz. Burada $\hat{\mathbf{r}}$, Şek. 1.3'teki gibi q_1'den q_2'ye doğru yönelmiş bir birim vektördür. Coulomb yasası Newton'un üçüncü kanununa uyduğundan, q_1'den ileri gelen q_2'deki elektrik kuvveti, q_2'den ileri gelen q_1'deki kuvvete büyüklükçe eşit ve zıt yöndedir: $\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21}$. q_1 ve q_2 aynı işaretli ise q_1q_2 çarpımı artı olur ve kuvvet iticidir. Diğer taraftan q_1 ve q_2 zıt işaretli ise q_1q_2 çarpımı eksi olur ve kuvvet çekicidir.



Şekil 1.3. Aralarında r uzaklığı olan iki nokta yük birbirlerine Coulomb yasasına göre kuvvet uygular.

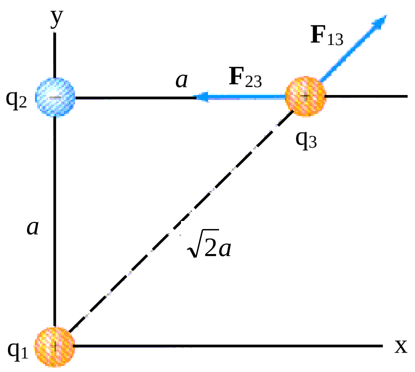
İkiden fazla yük bulunduğunda, yüklerden herhangi biri üzerine etkiyen bileşke kuvvet, diğer her yükten ileri gelen kuvvetlerin vektörel toplamına eşittir. Örneğin dört yük durumunda 1. parçacık üzerinde 2., 3. ve 4. parçacıklardan ileri gelen bileşke kuvvet

$$\mathbf{F}_1 = \mathbf{F}_{12} + \mathbf{F}_{13} + \mathbf{F}_{14}$$

ile verilir.

Örnek: Şekildeki üçgenin köşelerine konulmuş üç nokta yük düşününüz. Burada $q_1 = q_3 = 5\ \mu C$, $q_2 = -2\ \mu C$ ve a=0,1 m ise q_3 üzerine etkiyen bileşke kuvveti, büyüklüğünü ve doğrultusunu bulunuz.

Çözüm:



$q_1 = q_3 = 5\ \mu C = 5.10^{-6}$ C

$q_2 = -2\ \mu C = 2.10^{-6}$ C

a = 0,1 m

k = 9.10^9 N.m^2/C^2

$$F_{23} = k\frac{|q_2||q_3|}{a^2} = 9.10^9\,\frac{2.10^{-6}.5.10^{-6}}{(0{,}1)^2} = 9\ \text{N}$$

$$F_{13} = k\frac{|q_1||q_3|}{(\sqrt{2}a)^2} = 9.10^9\,\frac{5.10^{-6}.5.10^{-6}}{2(0{,}1)^2} = 11{,}25\ \text{N}$$

$\mathbf{F}_{13}=F_{13x}\mathbf{i} + F_{13y}\mathbf{j}$

$F_{13x} = F_{13}\cos 45 = 11{,}25.0{,}707 = 7{,}95$ N

$F_{13y} = F_{13}\sin 45 = 11{,}25.0{,}707 = 7{,}95$ N

$F_{3x} = 7{,}95 - 9 = -1{,}05$ N

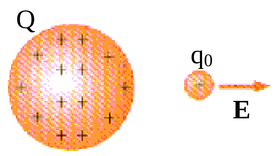
$F_{3y} = 7{,}95$ N

$\mathbf{F}_3 = -1{,}05\mathbf{i} + 7{,}95\mathbf{j}$ N

$|F_3| = 8{,}02\ \mathbf{N}$ $\theta = 97{,}5°$

1.4. ELEKTRİK ALANI

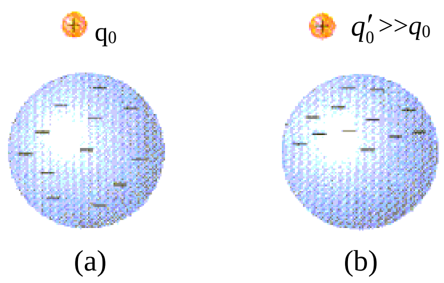
Uzayda bir noktadaki **E** elektrik alan vektörü, o noktaya konula artı bir deneme yüküne etkiyen **F** elektrik kuvvetinin q_0 deneme yüküne bölümü olarak tanımlanır. **E** elektrik alanı deneme yükünce oluşturulmayıp deneme yüküne dışardan etkiyen bir alandır. **E** vektörünün SI sistemindeki birimi N/C'dur. **F** kuvvetinin artı bir deneme yüküne etkidiğini varsaydığımızda **E**, **F** doğrultusundadır.



Şek. 1.4. Çok daha büyük artı Q yükü taşıyan bir cismin yakınına konulmuş küçük bir artı q0 deneme yüküne gösterilen doğrultuda bir E elektrik alanı etkir.

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q_0} \qquad (1.3)$$

Durgun bir deneme yükü bir noktaya konulduğunda elektrik kuvvet etkisinde kalırsa, o noktada bir elektrik alanı vardır denir. q_0 deneme yükünün büyüklüğü elektrik alanını oluşturan yük dağılımını değiştirir. Küçük bir q_0 deneme yükü, q yüklü iletken bir küre yakınına konduğunda iletken küredeki yük düzgün dağılımını korur. q_0 deneme yükü küredeki yük mertebesinde ise küredeki yük dağılımı düzgün değildir.



Şek. 1.5. (a) Yeterince küçük q_0 deneme yükü için küredeki yük dağılımı değişmez. **(b)** q_0' deneme yükü büyük olduğunda küredeki yük dağılımı q_0' ın yakınlığı nedeniyle değişir.

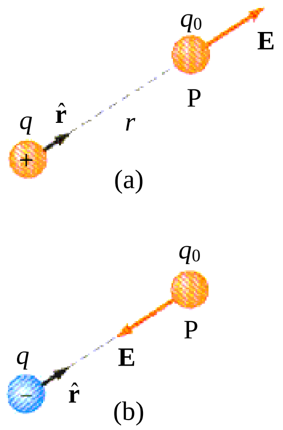
Coulomb yasasına göre, bir q_0 deneme yükünden r uzaklığında bulunan bir q nokta yüküne etkiyen kuvvet

$$\mathbf{F} = k\frac{qq_0}{r^2}\hat{\mathbf{r}}$$

ile verilir. O halde q_0 deneme yükünün bulunduğu konumda q yükünden ileri gelen elektrik alan

$$\mathbf{E} = k\frac{q}{r^2}\hat{\mathbf{r}} \tag{1.4}$$

olur. Burada $\hat{\mathbf{r}}$, q'dan q_0'a yönelmiş bir birim vektördür (Şek. 1.6). Şekildeki gibi q artı ise, alan bu yükten çap boyunca dışarı doğru yönelmiştir. q eksi ise alan q'ya doğru yöneliktir.



Şek. 1.6. *P* noktasındaki q_0 deneme yükü, q nokta yükünden r uzaklığındadır. **(a)** q artı ise, *P*'deki elektrik alanı yarıçap boyunca q'dan dışarı doğrudur. **(b)** q eksi ise, *P*'deki elektrik alanı yarıçap boyunca içeriye doğru q'ya yöneliktir.

Yükler topluluğunun oluşturduğu toplam elektrik alanı, bütün yüklerin elektrik alanlarının vektörel toplamına eşittir:

$$\mathbf{E} = k\sum_i \frac{q_i}{r_i^2}\hat{\mathbf{r}}_i \tag{1.5}$$

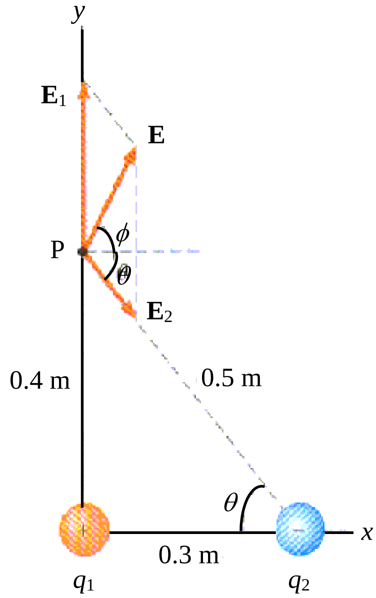
Burada r_i, i. q_i yükünden deneme yükünün bulunduğu P noktasına olan uzaklık ve $\hat{\mathbf{r}}_i$, q_i'den P'ye yönelmiş bir birim vektördür.

Örnek: Bir q_1 = 7 µC yükü başlangıç noktasında ikinci bir q_2 = -5 µC yükü x ekseni üzerinde başlangıçtan 0,3 m uzakta bulunmaktadır.

a) (0; 0,4) m koordinatlı P noktasında elektrik alanını bulunuz.

b) Bu elektrik alanının büyüklüğünü ve doğrultusunu bulunuz.

c) P'de bulunan 2.10^{-8} C'luk bir yüke etkiyen elektriksel kuvveti bulunuz.



Çözüm:

a) $E_1 = k\dfrac{|q_1|}{r_1^2} = 9.10^9\dfrac{7.10^{-6}}{(0,4)^2} = 3,94.10^5$ N/C

$\mathbf{E}_1 = 3,94.10^5\ \mathbf{j}$ N/C

$E_2 = k\dfrac{|q_2|}{r_2^2} = 9.10^9\dfrac{5.10^{-6}}{(0,5)^2} = 1,8.10^5$ N/C

$\mathbf{E}_2 = E_2\cos\theta\,\mathbf{i} - E_2\sin\theta\,\mathbf{j} = 1,08.10^5\ \mathbf{i} - 1,44.10^5\ \mathbf{j}$ N/C

$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 = 1,08.10^5\ \mathbf{i} + 2,5.10^5\ \mathbf{j}$ N/C

b) $E = 2,72.10^5$ N/C

$\phi = \tan^{-1} E_y/E_x = 66,6°$

c) $\mathbf{F} = q\mathbf{E}$

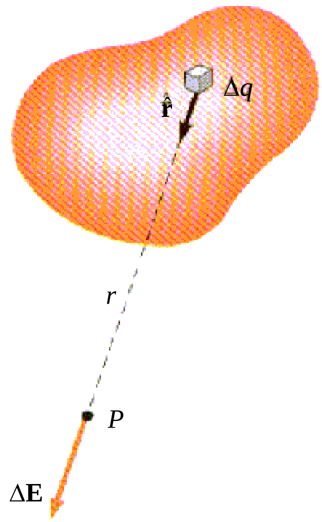
$\mathbf{F} = 2,16.10^{-3}\ \mathbf{i} + 5.10^{-3}\ \mathbf{j}$ N

$F = 5,45.10^{-3}$ N

F kuvveti **E** elektrik alanı ile aynı doğrultudadır.

1.5.SÜREKLİ BİR YÜK DAĞILIMININ ELEKTRİK ALANI

Sürekli bir yük dağılımının elektrik alanını hesaplamak için, yük dağılımını şekildeki gibi her birinde Δq küçük yüklerinin bulunduğu küçük parçalara ayırırız. Bu parçalardan birinin bir P noktasında oluşturduğu elektrik alanı Coulomb yasasından bulunur. Son olarak ta bütün yüklü parçacıkların katkılarını toplayarak yük dağılımının P noktasında oluşturduğu toplam elektrik alanını buluruz.



Şekil 1.7. Sürekli bir yük dağılımının P noktasında oluşturduğu elektrik alanı.

Bir Δq yük elemanının P'de oluşturduğu elektrik alanı

$$\Delta \mathbf{E} = k\frac{\Delta q}{r^2}\hat{\mathbf{r}}$$

ile verilir. Burada r, elemanın P noktasına olan uzaklığı ve $\hat{\mathbf{r}}$ yük elemanından P'ye doğru yönelmiş birim vektördür. Yük dağılımındaki bütün elemanların P'de oluşturduğu toplam elektrik alanı ise yaklaşık olarak

$$\mathbf{E} = k\sum_i \frac{\Delta q_i}{r_i^2}\hat{\mathbf{r}}_i$$

olur. Yük dağılımındaki elemanlar arası uzaklık, P'ye olan uzaklık yanında küçük kalırsa P noktasındaki toplam alan

$$\mathbf{E} = k\lim_{\Delta qi\to 0}\sum_i \frac{\Delta q_i}{r_i^2}\hat{\mathbf{r}}_i = k\int\frac{\mathrm{d}\,q}{r^2}\hat{\mathbf{r}} \qquad (1.6)$$

olur.

Bir Q yükü bir V hacmine düzgün olarak dağılmışsa birim hacim başına düşen ρ yükü (hacimsel yük yoğunluğu)

$$\rho \equiv Q/V$$

ile verilir. Burada ρ'nun birimi C/m^3'tür.

Bir Q yükü bir A yüzölçümlü yüzeye düzgün olarak dağılmışsa σ yüzeysel yük yoğunluğu

$$\sigma \equiv Q/A$$

ile tanımlanır. Burada σ'nın birimi C/m^2'dir.

Bir Q yükü l uzunluğunsa bir doğru boyunca düzgün olarak dağılmışsa λ çizgisel yük yoğunluğu

$$\lambda \equiv Q/l$$

ile tanımlanır. Burada λ'nın birimi C/m'dir.

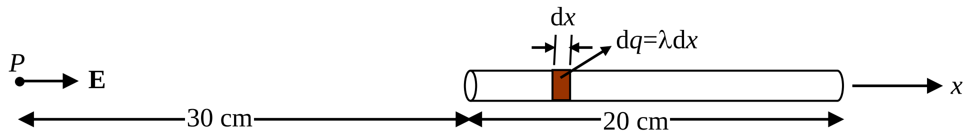
Yük, bir hacim, yüzey ya da doğru üzerinde düzgün olmayan biçimde dağılmışsa yük dağılımlarını

$$\rho \equiv \frac{dQ}{dV}, \qquad \sigma \equiv \frac{dQ}{dA}, \qquad \lambda \equiv \frac{dQ}{dl}$$

şeklinde ifade ederiz. Burada dQ küçük bir hacim, yüzey yada uzunluk elemanlarındaki yük miktarıdır.

Örnek: 20 cm uzunluğunda düzgün yüklü bir çubuğun toplam yükü -20 μC'dur. Çubuk ekseninde, çubuğun merkezinden 40 cm uzaklıkta elektrik alanının büyüklük ve doğrultusunu bulunuz.

Çözüm:



$$\mathrm{E} = k\int \frac{\mathrm{d}q}{r^2} \qquad\qquad \lambda = \mathrm{d}q/\mathrm{d}x$$

$$\lambda = Q/l$$

$$\mathrm{E} = k\int_{0.3}^{0.5} \frac{\lambda\,\mathrm{d}x}{x^2} = k\frac{Q}{l}\int_{0.3}^{0.5}\frac{\mathrm{d}x}{x^2} = k\frac{Q}{l}\left(-\frac{1}{x}\bigg|_{0.3}^{0.5}\right)$$

$$= 9.10^9\,\frac{20.10^{-6}}{0,2}\left(-\frac{1}{0,5}+\frac{1}{0,3}\right)$$

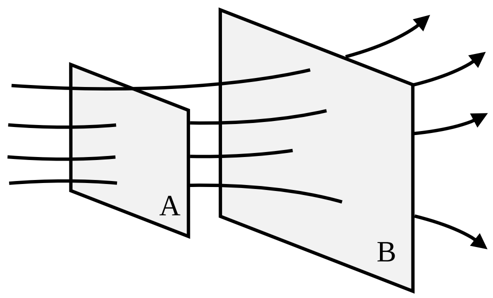
$$=1,2.10^6 \text{ N/C}$$

$$\mathbf{E} = 1,2.10^6\,\mathbf{i}\ \text{N/C}$$

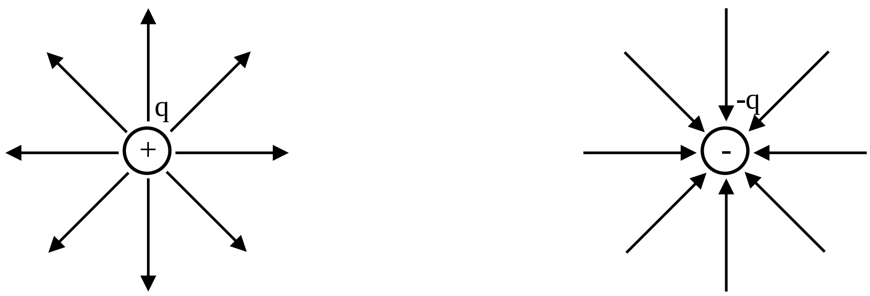
1.6. ELEKTRİK ALAN ÇİZGİLERİ

Yönü her noktada elektrik alan vektörü ile aynı doğrultuda olan çizgilere elektrik alan çizgileri denir. Bu çizgiler elektrik alanına şu şekilde bağlıdır:

1. **E** elektrik alan vektörü, elektrik alan çizgisine her noktada teğettir.
2. Alan çizgilerine dik birim yüzeyden geçen çizgilerin sayısı, o bölgedeki elektrik alan şiddetiyle orantılıdır. Buna göre, alan çizgileri birbirlerine yakın olduğunda **E** büyük, uzak olduğunda küçüktür.



Şekil 1.8. İki yüzeyden geçen elektrik alan çizgileri

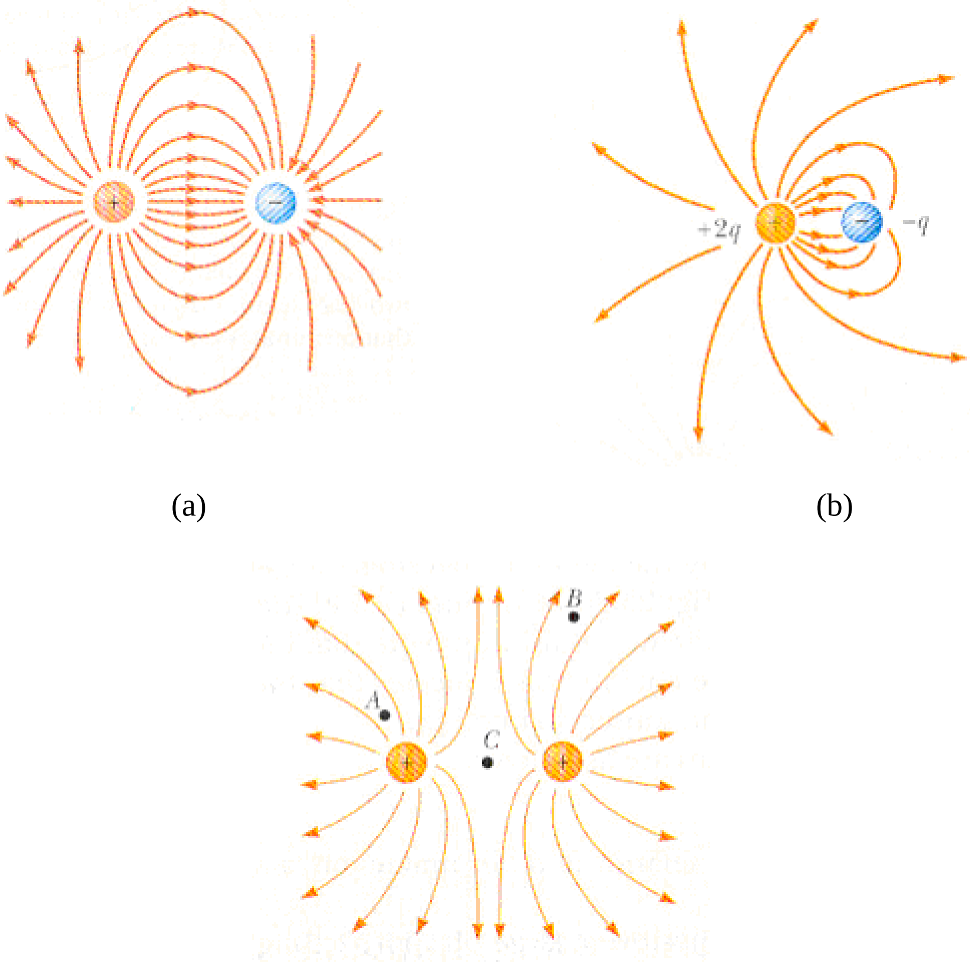


Şekil 1.9. Bir nokta yükün elektrik alan çizgileri

Bir artı yük için alan çizgileri çap boyunca dışarı doğrudur. Bir eksi nokta yük için ise çizgiler çap boyunca içeri doğrudur. Her iki durumda da alan çizgileri çap boyunca olup sonsuza kadar uzanırlar. Yüke yaklaştıkça alan şiddeti artar.

Herhangi bir yük dağılımının elektrik alan çizgilerinin çizim kuralları şunlardır:

1. Yük fazlalığı olduğunda, alan çizgileri artı yüklerden çıkıp, eksi yüklerde veya sonsuzda son bulmalıdır.
2. Bir artı yükten ayrılan veya eksi yüke ulaşan alan çizgilerinin sayısı yük miktarıyla orantılıdır.
3. İki alan çizgisi birbirini kesemez.



(a) (b)

(c)

Şekil 1.10. a) Eşit ve zıt nokta yükün elektrik alan çizgileri. Artı yükten çıkıp eksi yüke ulaşan alan çizgilerinin sayısı aynıdır. **b)** İki pozitif nokta yükün elektrik alan çizgileri. **c)** Bir +2q nokta yükünden çıkan iki alan çizgisi bir –q yükünde son bulur.

1.7. DÜZGÜN ELEKTRİK ALANDA YÜKLÜ PARÇACIKLARIN HAREKETİ

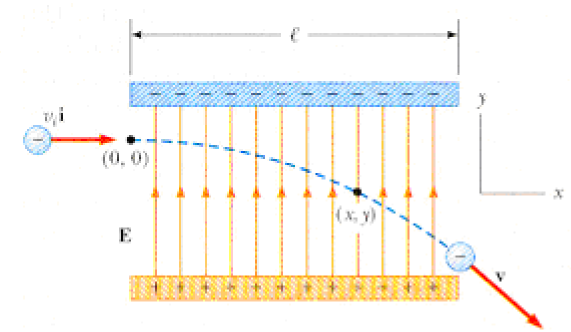
q yüklü bir parçacık bir **E** elektrik alanına konulduğunda yüke etkiyen elektrik kuvveti q**E**'dir. Yüke etkiyen tek kuvvet bu ise, Newton'un ikinci kanunundan

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} = m\mathbf{a} \tag{1.7}$$

elde edilir. Burada m, yükün kütlesi olup hızının ışık hızından küçük olduğunu varsayıyoruz. Buradan parçacığın ivmesi

$$\mathbf{a} = \frac{q}{m}\mathbf{E}$$

olur. **E** düzgün ise (yani, doğrultu ve büyüklüğü sabitse), ivme hareketin bir sabitidir. Yük artı ise ivme elektrik alanıyla aynı, eksi ise zıt yöndedir.



Şekil 1.11. İki yüklü levhanın oluşturduğu düzgün bir elektrik alanına giren bir elektron aşağı doğru bir ivme kazanır ve parabolik bir yörünge çizer.

Zıt işaretli olarak yüklenmiş iki düz metal levha arasındaki bölgede elektrik alanı düzgündür. –e yüklü bir elektron bu alana $v_0\mathbf{i}$ ilk hızıyla yatay olarak fırlatıldığında, **E** elektrik alanı +y doğrultusunda olduğundan, elektronun ivmesi –y doğrultusundadır.

$$\mathbf{a} = -\frac{eE}{m}\mathbf{j}$$

İvme sabit olduğundan $v_{x0} = v_0$, $v_{y0} = 0$ olmak üzere, elektrik alanında t süresi kaldıktan sonra elektronun hız bileşenler ve koordinatları şöyle olur:

$v_{x0} = v_0 = \text{sabit}$

$v_y = at = -\dfrac{eE}{m}t$

$x = v_0 t$

$y = \dfrac{1}{2}at^2 = -\dfrac{1}{2}\dfrac{eE}{m}t^2$

Örnek: Bir elektron demetindeki elektronların her birinin kinetik enerjisi $1{,}6.10^{-17}$ J'dur. Bu elektronları 10 cm'lik mesafede durduracak olan elektrik alanın büyüklük ve doğrultusunu bulunuz. ($m_e = 9{,}11.10^{-31}$ kg, $e = 1{,}6.10^{-19}$ C)

Çözüm:

$K = \dfrac{1}{2}mv_0^2$

$1{,}6.10^{-17} = \dfrac{1}{2}.9{,}11.10^{-31}v_0^2 \quad \Rightarrow \quad v_0^2 = 0{,}351.10^{14}\ m^2/s^2$

$v_0 = 0{,}593.10^7$ m/s

$v^2 = v_0^2 + 2ax \qquad v = 0$

$v_0^2 = -2ax$

$0{,}351.10^{14} = -2.a.0.1 \quad \Rightarrow \quad a = -1{,}755.10^{14}\ m/s^2$

$a = \dfrac{eE}{m}$

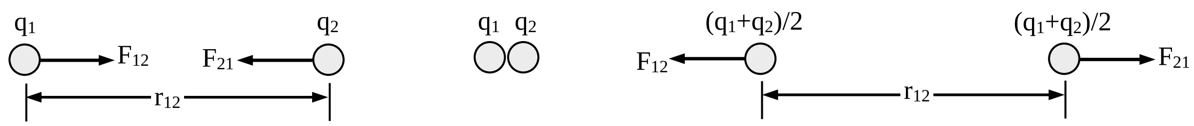
$1{,}755.10^{14} = \dfrac{1{,}6.10^{-19}E}{9{,}11.10^{-31}} \quad \Rightarrow \quad E = 999{,}3\ N/C$

E'nin yönü +y doğrultusundadır.

Problemler

1. Özdeş iki metal küre birbirlerini 0,09 N'luk bir kuvvetle çekmektedir. Küreler arasındaki uzaklık 2 m'dir. Küreler birbirlerine elektriksel olarak değdirilerek, net yük aralarında eşit olarak paylaştırılıyor. Birbirlerinden tekrar 2 m ayrıldıklarında birbirlerini 0,141 N'luk bir kuvvetle itmektedirler. Başlangıçta her bir küredeki yükü bulunuz.

Çözüm:



$F_{12} = F_{21} = 0{,}09$ N

$r_{12} = 2$ m

$$F_{21} = k\frac{q_1q_2}{r_{12}^2}$$

$$-0{,}09 = 9.10^9\frac{q_1q_2}{2^2}$$

$q_1q_2 = -4.10^{-11}$

$q_1 = -4.10^{-11} / q_2$

$q_1 = -4{,}3.10^{-6}$ C $\qquad$ $q_1 = 9{,}3.10^{-6}$ C

$F_{12} = F_{21} = 0{,}141$ N

$r_{12} = 2$ m

$$F_{21} = k\frac{q_1q_2}{r_{12}^2}$$

$$0{,}141 = 9.10^9\frac{\left(\frac{q_1+q_2}{2}\right)^2}{2^2}$$

$q_1 + q_2 = 5.10^{-6}$

$(-4.10^{-11} / q_2) + q_2 = 5.10^{-6}$

$$q_2^2 - 5.10^{-6}q_2 - 4.10^{-11} = 0$$

$\Delta = b^2 - 4ac$

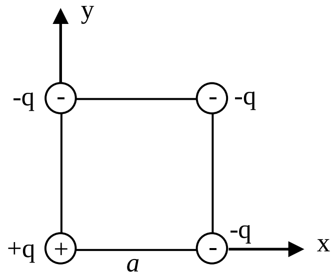
$\Delta = 185.10^{-12}$

$\sqrt{\Delta} = 13{,}6.10^{-6}$

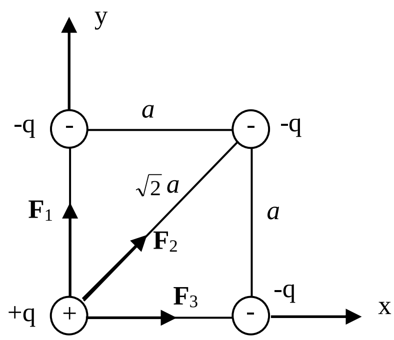
$$q_2 = \frac{-b \mp \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$q_2 = 9{,}3.10^{-6}$ C $\qquad$ $q_2 = -4{,}3.10^{-6}$ C

2. Şekildeki gibi dört nokta yük a kenar uzunluklu bir karenin köşelerinde bulunmaktadır. +q yüküne etkiyen bileşke kuvveti bulunuz.



Çözüm:



$$\mathbf{F} = k\frac{q_1 q_2}{r^2}\mathbf{r}$$

$$\mathbf{F}_1 = k\frac{q^2}{a^2}\mathbf{j} \qquad \mathbf{F}_3 = k\frac{q^2}{a^2}\mathbf{i}$$

$$\mathbf{F}_2 = F_2\cos45\mathbf{i} + F_2\sin45\mathbf{j}$$

$$F_2 = k\frac{q^2}{2a^2}$$

$$\mathbf{F}_2 = k\frac{q^2}{2a^2}\frac{\sqrt{2}}{2}\mathbf{i} + k\frac{q^2}{2a^2}\frac{\sqrt{2}}{2}\mathbf{j}$$

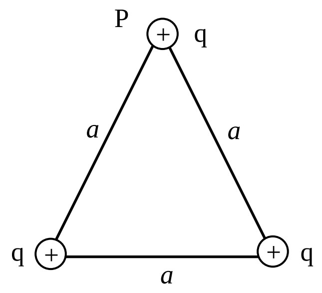
$$\mathbf{F}_2 = 0{,}35k\frac{q^2}{a^2}\mathbf{i} + 0{,}35k\frac{q^2}{a^2}\mathbf{j}$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 = 1{,}35k\frac{q^2}{a^2}\mathbf{i} + 1{,}35k\frac{q^2}{a^2}\mathbf{j}$$

3. Şekildeki gibi, üç eşit +q yükü, *a* kenarlı bir eşkenar üçgenin köşelerindedir.

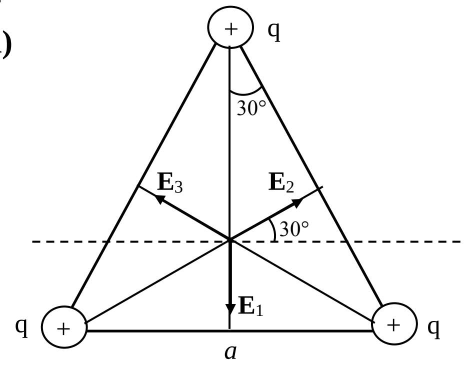
a) Yükler düzleminde hangi noktada (∞ dışında) elektrik alanı sıfırdır?

b) P noktasında, üçgenin iki taban yükünden ileri gelen elektrik alanının büyüklük ve doğrultusu nedir?



Çözüm:

a)



$E_1 = E_2 = E_3$

$E_x = E_{2x} - E_{3x} = 0 \qquad (E_{2x} = E_{3x})$

$E_y = E_{2y} + E_{3y} - E_1 \qquad (E_{2y} = E_{3y})$

$E_y = 2E_{2y} - E_1$

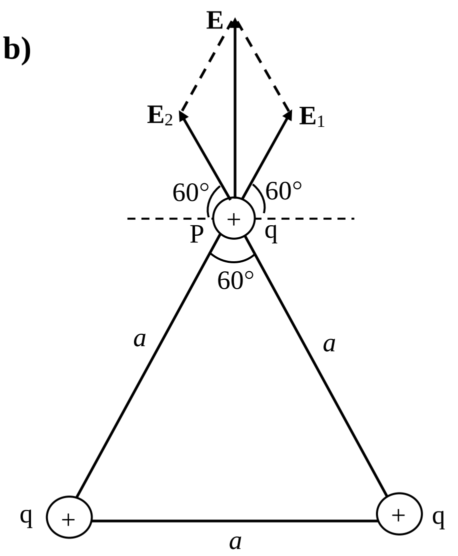
$E_y = 2E_2.\sin30 - E_1$

$E_y = E_2 - E_1 = 0$

$E_x = E_y = 0$

Simetriden dolayı üçgenin ağırlık merkezinde elektrik alanı sıfırdır.

b)



$E_1 = k\dfrac{q}{a^2} \qquad E_2 = k\dfrac{q}{a^2}$

$E_x = E_1\cos60 - E_2\cos60 = 0$

$E_y = E_1\sin60 + E_2\sin60$

$E_y = 2E_1\sin60 = 2\,k\dfrac{q}{a^2}\,\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$E_y = \sqrt{3}\,k\dfrac{q}{a^2}$

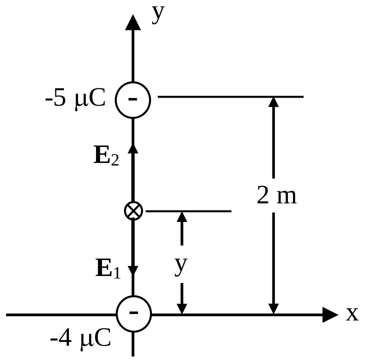
$\mathbf{E} = E_x\mathbf{i} + E_y\mathbf{j} = \sqrt{3}\,k\dfrac{q}{a^2}\,\mathbf{j}$

$E = \sqrt{3}\,k\dfrac{q}{a^2}$

$\tan\theta = \dfrac{E_y}{E_x} = \infty \qquad \theta = 90°$

4. -4 μC'luk bir yük orjinde, -5 μC'luk bir yükte y ekseninde y = 2 m'de bulunmaktadır. y ekseninde hangi noktada elektrik alan sıfırdır?

Çözüm:



$$E_1 = k\frac{q_1}{y^2} = 9.10^9\,\frac{4.10^{-6}}{y^2}$$

$$E_2 = k\frac{q_2}{(2-y)^2} = 9.10^9\,\frac{5.10^{-6}}{(2-y)^2}$$

$E_1 = E_2$ olduğunda toplam elektrik alan sıfırdır.

$$9.10^9\,\frac{4.10^{-6}}{y^2} = 9.10^9\,\frac{5.10^{-6}}{(2-y)^2}$$

$$\frac{4}{y^2} = \frac{5}{(2-y)^2}$$

$y^2 + 16y - 16 = 0$ $\qquad\qquad \Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 320 \qquad \sqrt{\Delta} = 17{,}89$

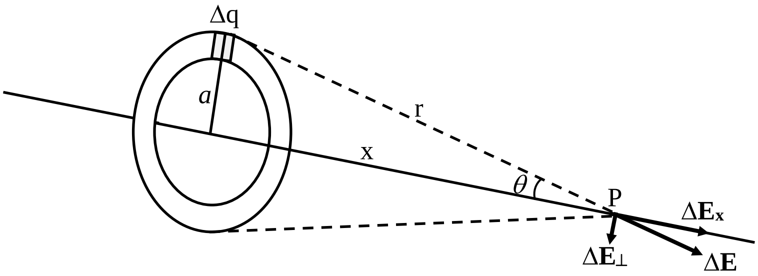
$$y_{1,2} = \frac{-b \mp \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$y_{1,2} = \frac{-16 \mp 17{,}89}{2}$$

y = 0,945 m

5. Düzgün yüklü bir halkanın ekseninde en büyük alan şiddetinin $x = \dfrac{a}{\sqrt{2}}$'de $\dfrac{Q}{6\sqrt{3}\pi\varepsilon_0 a^2}$ değerinde olduğunu gösteriniz.

Çözüm:



P noktasında Δq yükünün oluşturduğu elektrik alanı

$\Delta\mathbf{E} = k\dfrac{\Delta q}{r^2}\hat{\mathbf{r}}$ $\qquad r = (x^2 + a^2)^{1/2}$ $\qquad \cos\theta = x/r$

$\Delta\mathbf{E}_\perp$'lerin toplamı simetriden dolayı sıfırdır.

$$\Delta E_x = \Delta E\cos\theta = k\frac{\Delta q}{r^2}\frac{x}{r} = \frac{kx}{(x^2+a^2)^{3/2}}\Delta q$$

$$E_x = \sum \Delta E_x = \sum \frac{kx}{(x^2+a^2)^{3/2}}\Delta q = \frac{kx}{(x^2+a^2)^{3/2}}Q$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qx}{(x^2+a^2)^{3/2}}$$

Maksimum değer için dE/dx = 0 olmalıdır.

$$\frac{dE}{dx} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{(x^2+a^2)^{3/2} - \frac{3}{2}(x^2+a^2)^{1/2}2x^2}{(x^2+a^2)^{6/2}}\right] = 0$$

$x^2 + a^2 = 3x^2 \qquad \Rightarrow \qquad x = \dfrac{a}{\sqrt{2}}$

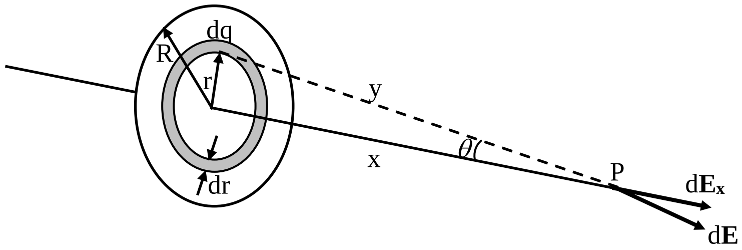
O halde bu değeri elektrik alan ifadesinde yerine yazarsak

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q\,{}^{a}\!/\!_{\sqrt{2}}}{({}^{a^2}\!/\!_{2} + a^2)^{3/2}}$$

$$E = \frac{Q}{6\sqrt{3}\pi\varepsilon_0 a^2}$$

6. R yarıçaplı bir diskin düzgün olan yüzeyce yük yoğunluğu σ’dır. Diskin ekseninde merkezinden x uzaklığında elektrik alanını hesaplayınız.

Çözüm:



r yarıçaplı dr genişlikli halkanın alanı dA = 2πrdr olur.

$$\sigma = \frac{dq}{dA} \qquad \Rightarrow \qquad dq = \sigma 2\pi r dr$$

$$dE = k\frac{dq}{y^2} \qquad y^2 = x^2 + r^2 \qquad \cos\theta = x/y$$

$$dE_x = dE\cos\theta = k\frac{dq}{y^2}\frac{x}{y}$$

$$E = \int_0^R k\frac{xdq}{y^3} = kx\sigma\pi\int_0^R \frac{2rdr}{(x^2+r^2)^{3/2}} \qquad x^2 + r^2 = u \qquad \Rightarrow \qquad 2rdr = du$$

$$= kx\sigma\pi\int_0^R \frac{du}{u^{3/2}} = kx\sigma\pi\left(\left.\frac{u^{-1/2}}{-\frac{1}{2}}\right|_0^R\right)$$

$$= -2kx\sigma\pi\left(\left.\frac{1}{(x^2+r^2)^{1/2}}\right|_0^R\right)$$

$$E = 2\pi k\sigma\left(1 - \frac{x}{(x^2+R^2)^{1/2}}\right)$$

$x \rightarrow 0$ veya $R \rightarrow \infty$ için $\qquad E = 2\pi k\sigma = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

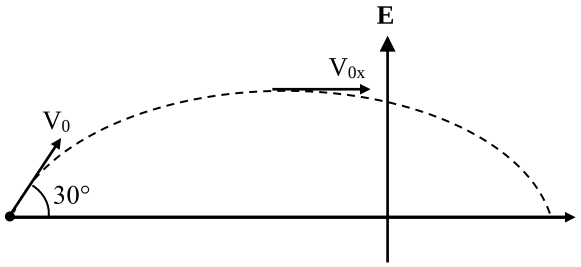
7. Bir elektron, **E** = 390**j** N/C'luk bir elektrik alanına yatay üzerinde 30°'lik açıyla $8{,}2.10^5$ m/s hızla fırlatılıyor. Gravitasyonu ihmal ederek,

a) elektronun ilk atıldığı yüksekliğe geri dönemsi için geçen süreyi,

b) elektronun ulaşabildiği maksimum yüksekliği,

c) maksimum yüksekliğe ulaştığında yatay yerdeğiştirmesini bulunuz.

Çözüm:



a) $F = ma = qE$

$$a = \frac{qE}{m}$$

$$a = \frac{1{,}6.10^{-19}.390}{9{,}11.10^{-31}} = 6{,}85.10^{13}\ \text{m/s}^2$$

Tepe noktasında hızın düşey bileşeni yoktur.

$v_y = v_{0y} - at \quad \Rightarrow \quad v_0\sin\theta = at_1$

$$t_1 = \frac{v_0\sin\theta}{a} \quad \text{tepeye ulaşması için geçen zaman}$$

İlk atıldığı yüksekliğe dönmesi için geçen zaman

$$t_2 = 2t_1 = \frac{2v_0\sin\theta}{a} = \frac{2.8{,}2.10^5\,\sin 30}{6{,}85.10^{13}}$$

$$t_2 = 1{,}2.10^{-8}\ \text{s}$$

b) $$y_{mak} = v_{0y}t_1 - \frac{1}{2}at_1^2 = v_0\sin\theta\frac{v_0\sin\theta}{a} - \frac{1}{2}a\frac{v_0^2\sin^2\theta}{a^2}$$

$$y = \frac{v_0^2\sin^2\theta}{2a} = \frac{(8{,}2.10^5)^2\sin^2 30}{2.6{,}85.10^{13}}$$

$$y = 1{,}23.10^{-3}\ \text{m} = 1{,}23\ \text{mm}$$

c) $$x = v_{0x}t = v_0\cos\theta\frac{v_0\sin\theta}{a} = \frac{v_0^2\sin 2\theta}{2a}$$

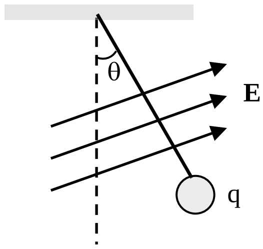
$$x = \frac{(8{,}2.10^5)^2\sin 60}{2.6{,}85.10^{13}}$$

$$x = 4{,}25.10^{-3}\ \text{m} = 4{,}25\ \text{mm}$$

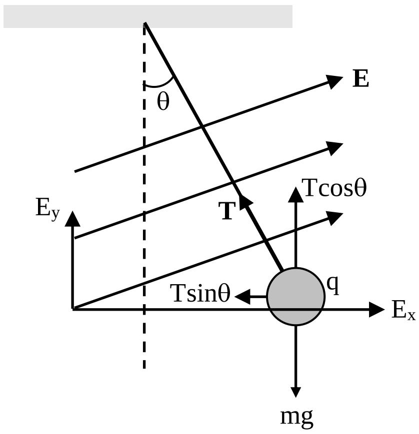
8. Şekildeki gibi 1 g'lık bir mantar top ince bir iplikle düzgün bir elektrik alanının bulunduğu bölgede asılıyor. **E** = (3**i** + 5**j**).10^5 N/C olduğunda top θ = 37°'de dengede kalıyor.

a) Toptaki yükü bulunuz.

b) İpteki gerilme nedir?



Çözüm:



a) $\sum F_x = E_x q - T\sin\theta = 0$ (*)

$\sum F_y = E_y q + T\cos\theta - mg = 0$ (**)

(*)'dan $T = \dfrac{E_x q}{\sin\theta}$

(**)'dan $E_y q + \dfrac{E_x q}{\sin\theta}\cos\theta = mg$

$$q = \frac{mg}{E_y + E_x \cot\theta}$$

$$q = \frac{10^{-3}.9,8}{5.10^5 + 3.10^5.\cot 37}$$

$q = 1,09.10^{-8}$ C

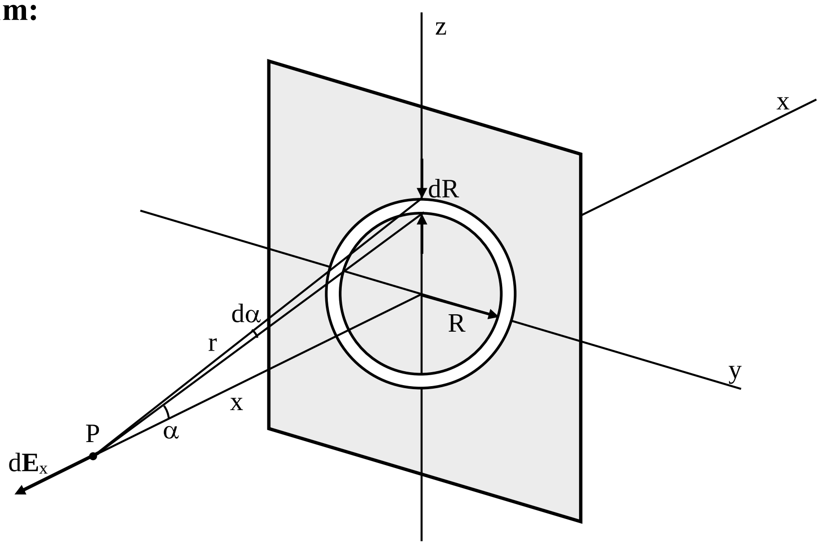
b) $T = \dfrac{E_x q}{\sin\theta}$

$$T = \frac{3.10^5.1,09.10^{-8}}{\sin 37}$$

$T = 5,43.10^{-3}$ N

9. σ düzgün yük yoğunluklu, yalıtkan, sonsuz bir düzlem tabakanın elektrik alanını bulunuz.

Çözüm:



yz düzleminde birim yüzeydeki yük miktarı σ olsun.

Seçilen halkanın alanı $dA = 2\pi R dR$

Halkanın dq yük miktarı $dq = \sigma dA = 2\pi\sigma R dR$

$$dE_x = k\frac{dq}{r^2}\cos\alpha = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2\pi\sigma R dR}{r^2}\cos\alpha$$

$$dE_x = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{R\cos\alpha}{r^2}dR \qquad R = x\,tg\alpha \qquad dR = \frac{x\,d\alpha}{\cos^2\alpha} \qquad r = \frac{x}{\cos\alpha}$$

$$dE_x = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{x\,tg\alpha\cos\alpha}{\frac{x^2}{\cos^2\alpha}}\frac{x\,d\alpha}{\cos^2\alpha}$$

$$dE_x = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\sin\alpha\, d\alpha \qquad R \text{ için; } 0 \to \infty \qquad \alpha \text{ için; } 0 \to \pi/2$$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\int_0^{\pi/2}\sin\alpha\, d\alpha = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(-\cos\alpha\Big|_0^{\pi/2}\right)$$

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$