

Soru 1.

$A^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ise $Ek(A)$ aşağıdakilerden hangisidir?

$$\bar{A}^{-1} = \frac{1}{|A|} Ek(A) \Rightarrow Ek(A) = \bar{A}^{-1} \cdot |A| = -\bar{A}^{-1}$$

$$|A^{-1}| = |A|^{-1} = -1$$

- A) $\begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$

$\begin{cases} x+2y+kz=1 \\ 2x+ky-z=-2 \\ x-3z=-3 \\ 2x+2y+(k-3)z=-2 \end{cases}$ sistemi veriliyor. 2. ve 3. soruları buna göre çözünüz.

Soru 2.

Yukarıda verilen sistemin tutarsız olması için k değeri aşağıdakilerden hangisi olmalıdır?

- A) -5 B) 1 C) 2 D) -2 E) 5

Soru 3.

Yukarıda verilen sistemin sonsuz çözüme sahip olması için k değeri aşağıdakilerden hangisi olmalıdır?

- A) 5 B) 2 C) 1 D) -2 E) -5

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ matrisi veriliyor. 4,5 ve 6. soruları buna göre çözünüz.

$$|A - \lambda I| = \begin{vmatrix} 1-\lambda & 2 & 1 \\ 0 & 2-\lambda & 1 \\ 0 & 3 & -\lambda \end{vmatrix}$$

$$= (1-\lambda)(1+\lambda)(3-\lambda) = 0$$

$$\lambda_1 = 1, \lambda_2 = -1, \lambda_3 = 3$$

Soru 4.

A matrisinin özdeğerleri kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-1, -1, 3\}$ B) $\{-1, 1, 3\}$ C) $\{1, 1, 3\}$ D) $\{-1, 1, -3\}$ E) $\{-1, -1, -3\}$

Soru 5.

A matrisinin özvektörlerinden biri aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 6 \end{bmatrix}$ B) $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ C) $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ D) $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ E) $\begin{bmatrix} -3 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix}$

$\lambda_1 = 1$ için

$$\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$x_3 = 0, x_2 = 0$$

$$x_1 = t$$

$$t \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ bir özvektör.}$$

Soru 6.

D köşegen matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$

B) $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

C) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

D) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

E) $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}$

Soru 7.

$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

$|A - \lambda I| = P(\lambda) = \begin{vmatrix} 1-\lambda & -1 \\ 3 & 1-\lambda \end{vmatrix} = (1-\lambda)^2 + 3 = \lambda^2 - 2\lambda + 4$

matrisinin tersi aşağıdakilerden hangisidir? (Cayley-Hamilton Teoremi: Her kare matris kendi karakteristik polinomunu sağlar)

$P(A) = A^2 - 2A + 4I = 0 \Rightarrow A - 2I + 4A^{-1} = 0$

A) $A^{-1} = \frac{1}{2}(I - A)$

B) $A^{-1} = \frac{1}{3}(I - 2A)$

C) $A^{-1} = \frac{1}{4}(I - A)$

D) $A^{-1} = \frac{1}{3}(2I - A)$

E) $A^{-1} = \frac{1}{4}(2I - A)$

Soru 8.

A $n \times n$ kare matris olmak üzere aşağıda verilen ifadelerden kaç tanesi birbirine denktir?

i) A regülerdir. ✓

ii) A satırca I_n e denktir. ✓

iii) $|A| \neq 0$ dir. ✓

iv) $AX = 0$ homojen sistemi sadece aşıkâr çözüme sahiptir. ✓

v) $\text{rank}(A) = n$ dir. ✓

A) 5

B) 4

C) 3

D) 2

E) 1

Soru 9.

1. Satıra göre açılım: $\begin{vmatrix} 1 & 0 & b \\ 0 & 1 & c \\ y & z & 1 \end{vmatrix} + (-1)a \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ x & y & z \end{vmatrix} = 0$

$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & a \\ 0 & 1 & 0 & b \\ 0 & 0 & 1 & c \\ x & y & z & 1 \end{vmatrix} = 0$ olabilmesi için a, b, c, x, y ve z arasındaki bağıntı aşağıdakilerden hangisidir?

$(1 - cz) + b(-y) - a(-1) - x = 0 \Rightarrow ax + by + cz = 1$

A) $ax + by + cz = -1$

B) $ax + by + cz = 0$

C) $ax + by + cz = 1$

D) $ax + by - cz = 1$

E) $ax - by - cz = 1$

Soru 10.

$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \end{pmatrix}$ ise $AX = B - X$ olan X matrisi aşağıdakilerden hangisidir?

$X = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ olsun.

$AX = B - X$

$\begin{pmatrix} a-b \\ 3a+2b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3-a \\ 0-b \end{pmatrix}$

$2a - b = 3$

$3a + 3b = 0$

$a = 1$
 $b = -1$

A) $X = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

B) $X = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

C) $X = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$

D) $X = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

E) $X = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$