2012 Final Soruları

1 -) X rastlantı değişkeni $N\approx[5,16]$ ile verilen Gauss dağılımına sahiptir. Buna göre aşağıdaki olasılıkları $\left[Q(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{x}^{\infty} e^{\frac{-t^2}{2}}dt\right]$ fonksiyonu cinsinden hesaplayınız.

a) $P[X>4]$

b) $P[6\leq X\leq 8]$

2 -) Y rastlantı değişkeninin ortalama değeri 33, varyansı 16' dır.Chebyshev eşitsizliğini kullanarak aşağıdaki olasılıkları hesaplayınız.

a) $P[23<X<43]$ (alt sınır bulunacak)

b) $P[|X-33|\geq 14]$ (üst sınır bulunacak)

3 -) X rastlantı değişkeninin olasılık-yoğunluk fonksiyonu aşağıda verilmiştir:

$$f_X(x)=\frac{c-x}{6} \quad , \; x=1,2,3$$

a) "c" sabitini bulunuz.

b) (a) şıkkında elde ettiğiniz değeri yerine yazarak, X' e ait "moment çıkartan fonksiyonu" bulunuz.

c) Moment çıkartan fonksiyondan faydalanarak E[X] ve var[X] i bulunuz.

4 -) X ve Y rastlantı değişkenleri "λ-1" parametreli bağımsız üstel rastlantı değişkenleridir.V=2X+Y ve W=X+2Y için $f_{VW}(V,W)$ ortak olasılık-yoğunluk fonksiyonunu bulunuz.

5 -) $f_{XY}(x,y)=\begin{cases}\frac{1}{12} \; , & 0\leq x\leq y\leq 2 \\ \frac{1}{6} \; , & x>y\end{cases}$ X ve Y rastlantı değişkenlerine ilişkin ortak olasılık-yoğunluk fonksiyonları yanda verilmiştir.

a) Marjinal olasılık-yoğunluk fonksiyonlarını bulunuz.

b) E[X/Y=1] ve E[Y/X=0] koşullu ortalama değerlerini hesaplayınız.

c) Korelasyon katsayısını bulunuz.

NOT: 1 adet A4 boyutunda formül kağıdı kullanılacaktır.Formül kağıtları çözümlü örnek içermemelidir.Sınav süresi 100 dk dır.Sorular öğrencilerde kalacaktır.Hesap makinası kullanılmayacaktır.

17.05.2011

Sakarya Üniversitesi
Elektrik-Elektronik Mühendisliği
Olasılık ve İstatistik
Final Soruları

1. X ve Y rastlantı değişkenlerinin ortak olasılık kütle fonksiyonu tabloda verilmiştir.
a) X ve Y'nin marjinal olasılık kütle fonksiyonlarını bulunuz. [10p]
b) E[X] ve E[Y] beklenen değerini hesaplayınız. [10p]
c) E[X/Y= -1] ve E[Y/X=0] değerlerini hesaplayınız. [10p]
d) X ve Y rastlantı değişkenleri bağımsız mıdır? [10p]

X/Y	-1	0	1
-1	1/6	1/6	0
0	0	0	1/3
1	1/6	1/6	0

2. Rayleigh rastlantı değişkeninin $\theta = \alpha^2$ parametresi için maksimum olabilirlik kestiriminin

$$\hat{\alpha}^2 = \frac{1}{2n}\sum_{j=1}^{n} X_j^2$$

olduğunu gösteriniz. Bu kestirim yansız mıdır? [20p]

(İpucu: Rayleigh rastlantı değişkeni için f(x)= $\frac{x}{\alpha^2} e^{-x^2/2\alpha^2}$ alınız.)

3. Ayrık X rastlantı değişkeninin olasılık yoğunluk fonksiyonu

$$f(x) = \frac{x}{9}, \quad x = 2,3,4.$$

olarak verilmektedir.
a) X'in moment çıkartan fonksiyonunu bulunuz. [10p]
b) Moment çıkartan fonksiyondan yaralanarak X'in ortalama değerini ve varyansını bulunuz. [10p]

4. X ve Y sıfır ortalamalı birim varyanslı bağımsız Gauss rastlantı değişkenleri olsun. $W = X^2 + Y^2$ ve $\theta = \tan^{-1}(Y/X)$ olsun. W ve θ'nın ortak olasılık yoğunluk fonksiyonunu bulunuz. [20p]

Sadece bir adet A4 boyutunda formül kâğıdı kullanılacaktır.
Süre 90 dakikadır.
Soru kağıtları öğrencide kalacaktır.

BAŞARILAR….

Yrd. Doç. Dr. Gökçen ÇETİNEL

1-) X ve Y rastlantı değişkenlerinin olasılık yoğunluk fonksiyonu $f_{X,Y}$ şekildeki tabloda verilmektedir.

X \ Y	1	2
1	3/8	1/8
2	1/8	3/8

a) X ve Y rastlantı değişkenlerinin marjinal olasılık yoğunluk fonksiyonlarını bulunuz.

b) E[X|Y=1] koşullu ortalama değerini bulunuz.

c) Korelasyon katsayısı p'yi bulunuz.

2-) X ve Y rastlantı değişkenleri sırasıyla N(0,1) ve $X^2(r)$ dağılımlarına sahip bağımsız rastlantı değişkenleri olsun. X ve Y rastlantı değişkenlerinin ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu $f_{X,Y}$

$$f_{X,Y}(x,y)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}.e^{\frac{-x^2}{2}}.\frac{1}{\Gamma(r/2).2^{\frac{r}{2}}}.y^{(\frac{r}{2}-1)}.e^{-\frac{y}{2}}$$ olarak verilmektedir.

$U=\frac{x}{\sqrt{\frac{y}{r}}}$ ve V=Y ise U ve V nin ortak olasılık yoğunluk fonksiyonunu bulunuz.

3-) X_1, X_2 .... X_N bağımsız ve eşit dağılımlı, gama dağılımına sahip rastlantı değişkenleri olsun.

$$f_X(\alpha,\beta)=\frac{\beta^\alpha}{\Gamma(\alpha)}.x^{\alpha-1}.e^{-\beta x}$$ olarak verilmektedir. ∝ ve β nın en büyük olabilirlik kestirimini elde ediniz.(İPUCU: ∝ ve β olmak üzere iki parametre kestirileceğinden en büyük olabilirlik fonksiyonunun hem ∝ ya göre hem de β ya göre türevi alınmalıdır.)

4-) Bir Y rastlantı değişkeninin başarı olasılığı 0,25 olan iki terimli dağılıma sahip olduğu bilinmektedir.Chebyshev eşitsizliğini kullanarak, n'in aşağıdaki değerleri alması durumunda

P(|Y/n-0,25|≥0,05) olasılığı için bir üst sınır belirleyiniz.

a) n=100

b) n=500

c) n=1000

SÜRE 90 DAKİKADIR ....BAŞARILAR.... CABİR VURAL

1-) X rastlantı değişkeni X:N[2,4] olarak verilmektedir.Aşağıdaki olasılıkları hata fonksiyonu Q(x) cinsinden yazınız.

a) $P(-3 \leq X \leq 3)$ [2,5p]

b) $P(X \geq 3)$ [2,5p]

c) $P(X \leq 3)$ [2,5p]

d) $P(X \leq -3)$ [2,5p]

2-) X ve Y rastlantı değişkenlerinin ortak olasılık kütle fonksiyonu tabloda verilmiştir.

a) X ve Y nin marjinal olasılık kütle fonksiyonlarını bulunuz. [10p]

b) E[X] ve E[Y] beklenen değerlerini hesaplayınız. [10p]

c) E[X|Y=0] ve E[Y|X=1] koşullu beklenen değerlerini hesaplayınız. [10p]

d) cov(X,Y) yi bulunuz. [10p]

Y \ X	-1	1	3
0	1/5	2/5	1/5
1	1/10	1/20	1/20

3-) i=0,01 A ve r_o=1000 Ω olmak üzere gerilim V'nin $V=i.(r+r_o)$ ile verilen bir rastlantı değişkeni olduğunu varsayalım.r, 900 ila 1100 Ω arasında düzgün dağılıma sahip bir rastlantı değişkeni ise V'nin olasılık yoğunluk fonksiyonunu hesaplayınız. [20p]

4-) $X_1, X_2 \dots X_N$ ortalama değeri $\lambda(0<\lambda<\infty)$ olan Poisson dağılımına sahip bağımsız ve eşit dağılımlı rastlantı değişkenleri olsun.

a) λ nın en büyük olabilirlik kestirimini elde ediniz.(Yanıt $\hat{\lambda} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_i$ olmalıdır.) [20p]

b) E[$\hat{\lambda}$] yı hesaplayarak yansız olup olmadığını belirleyiniz. [10p]

SINAV SÜRESİ 75 DAKİKADIR BAŞARILAR CABİR VURAL

1-) X sürekli rastlantı değişkeni N[6,25] ile verilen Gauss dağılımına sahiptir.Aşağıdaki olasılıkları $Q(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}.\int_{-\infty}^{x} e^{\frac{-t^2}{2}}.dt$ fonksiyonu cinsinden yazınız.

a) P(|X-6|<10) [10p]

b) P(X>21) [10p]

2-) X ve Y sürekli rastlantı değişkenlerinin ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu

$$f_{X,Y}(x,y)=\begin{Bmatrix} 2, & 0\le y\le x\le 1 \\ 0, & aksi\ h\hat{a}lde \end{Bmatrix}$$ olarak verilmektedir.

a) X ve Y nin marjinal olasılık yoğunluk fonksiyonları $f_X(x)$ ve $f_Y(y)$ yi hesaplayınız. [10p]

b) m_x, m_y, σ_x^2, σ_y^2, cov(X,Y) ve korelasyon katsayısını hesaplayınız. [20p]

3-) X_1, X_2 ... X_N ortalama değeri $\lambda(0<\lambda<\infty)$ olan Poisson dağılımına sahip bağımsız ve eşit dağılımlı rastlantı değişkenleri olsun.

a) λ nın en büyük olabilirlik kestirimini elde ediniz.(Yanıt $\hat{\lambda}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$ olmalıdır.) [15p]

b) E[$\hat{\lambda}$] yı hesaplayarak yansız olup olmadığını belirleyiniz. [10p]

4-) X rastlantı değişkeninin olasılık yoğunluk fonksiyonu $f_X(x)=\frac{x^3}{4}, \quad 0<x<2$ olarak verilmektedir.$Y=X^2$ şeklinde tanımlanan Y rastlantı değişkeninin olasılık yoğunluk fonksiyonunu bulunuz. [25p]