DENEY-4 ÇARPIŞMALAR VE LİNEER MOMENTUMUN KORUNUMU

Amaç:

İzole edilmiş bir sistemde esnek ve esnek olmayan çarpışma türlerinde lineer momentumun, enerjinin korunumunu ve iki-diskli sistemin çarpışma öncesi ve sonrası kütle merkezinin hareketini incelemek

Araç ve Gereçler:

Hava Masası Deney Düzeneği.

Temel Bilgiler:

Bir cismin lineer (doğrusal) momentumu ($\vec{\boldsymbol{P}}$), kütlesi ile hızının çarpımı olarak tanımlanır:

$$\vec{P} = m\vec{v} \qquad (1)$$

Dolayısıyla, hareketsiz duran bir cisim sıfır lineer momentuma sahip olacaktır. Yine, yukarıdaki tanımdan anlaşılacağı gibi, sabit kütleli bir cisim, hızı değişmediği sürece sabit bir momentuma sahip olacaktır (Bundan böyle lineer momentum kısaca momentum olarak anılacaktır). Bununla birlikte, biliyoruz ki bir cismin hızı ancak ona bir net dış kuvvet $\vec{\boldsymbol{F}}_d$ uygulandığı zaman değişir. Bunun anlamı, bir cismin momentumunun ancak o cisim bir net dış kuvvetin etkisine uğradığı zaman değişecek olmasıdır. Bu gerçek aslında Newton'un ikinci yasasından da görülebilir. Sabit kütleli bir cisim için, Newton'un ikinci yasasının

$$\vec{F}_d = m\vec{a} = m\frac{d\,\vec{v}}{dt} \qquad (2)$$

olduğunu biliyoruz. Kütle (***m***) sabit olduğunda, bunu

$$\vec{F}_d = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{P}}{dt} \qquad (3)$$

şeklinde yazabiliriz. Yukarıdaki eşitlik, eğer bir cisme hiç bir net kuvvet etki etmiyorsa cismin momentumunun *korunacağı*, ya da cismin momentumunun *zamana karşı sabit olduğu* anlamındadır. Bir başka deyişle, eğer $\vec{F}_d$ = **0** ise,

$$\frac{d\vec{P}}{dt}=0 \qquad (4)$$

ya da,

$$\vec{P} = sabit \qquad (5)$$

sonucuna varılır. Burada *sabit*, momentumun zamanla değişmeyeceği, yani cismin her zaman aynı momentuma sahip olacağı anlamındadır. Yukarıdaki bu sonuç, sabit m_1, m_2, ..., m_N kütlelerinden oluşan N-parçacıklı bir sisteme genelleştirilebilir. Bu parçacıklar sisteminin herhangi bir andaki toplam momentumu,

$$\vec{P}_1 = m_1\vec{v}_1,\ \vec{P}_2 = m_2\vec{v}_2, ..., \vec{P}_N = m_N\vec{v}_N \qquad (6)$$

olmak üzere,

$$\vec{P}_t = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \ldots + \vec{P}_N \qquad (7)$$

şeklinde tanımlanır. Yukarıdaki eşitlikteki toplamın *cebirsel değil* **vektörel** bir toplam olduğu açıktır. Bu durumda, Eşitlik (3),

$$\vec{F}_d = \frac{d\vec{P}_t}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \ldots + \vec{P}_N) \qquad (8)$$

şeklinde genelleşir. Buradaki $\vec{F}_d$ bu parçacıklar sisteminin dışındaki bir net kuvvet (sistemin parçacıklarının birbirine uyguladığı kuvvetlerden *(parçacıklar- arası kuvvetlerden)* başka herhangi bir kuvvet) anlamındadır. Bu kuvvet sürtünme kuvveti, yerçekimi kuvveti, ... gibi bir kuvvet olabilir. Dolayısıyla, eğer bu parçacıklar sistemi üzerine bu türden hiç bir net dış kuvvet etki etmiyorsa, sistemin toplam momentumu korunacaktır:

$$\frac{d\vec{P}_t}{dt} = \frac{d}{dt}(\vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \ldots + \vec{P}_N) = 0 \qquad (9)$$

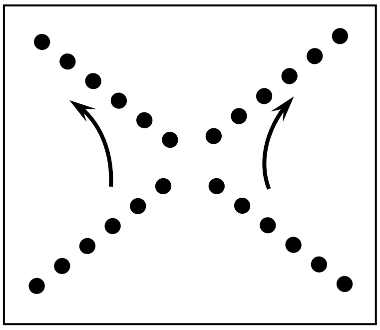
ya da,

$$\vec{P}_t = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \ldots + \vec{P}_N = sabit \qquad (10)$$

Dolayısıyla, hiç bir net dış kuvvetin etkisinde olmayan bir parçacıklar sistemi, veya bir izole sistem, parçacıklar arasındaki herhangi bir çarpışmadan (karşılıklı etkileşmeden) bağımsız olarak, zaman içindeki herhangi bir anda aynı toplam momentuma sahip olacaktır.

Bu deneyde, yatay durumdaki bir hava masası üzerinde hareket eden iki diskten oluşan bir sistemin momentumunun korunumunu inceleyeceksiniz. Hava masası yatay olduğu için ve sürtünme hemen hemen tamamen yok edildiği için, üzerine yerleştirilen disklere hiç bir net dış kuvvet etki ettirmeyecektir. Bu nedenle disklerin toplam momentumunun korunmasını bekleriz.

Deneyde disklerin çarpışması sağlanacak ve çarpışmadan önceki ve sonraki toplam momentumları ölçülüp karşılaştırılacaktır. Veri kağıdınızda elde etmeniz gereken noktaların genel şekli aşağıdaki Şekil 1.'de gösterildiği gibi olacaktır:



Şekil 1. İki diskin yatay durumdaki bir hava masası üzerinde elastik çarpışmasındaki veri noktaları.

İki diskin hızları çarpışmadan önce $\boldsymbol{v_A}$ ve $\boldsymbol{v_B}$, çarpışmadan sonra $\boldsymbol{v_A}'$ ve $\boldsymbol{v_B}'$ olacaktır. Bu izole bir sistem olduğu için toplam momentum korunacaktır ve herhangi bir anda;

$$P_t = sabit \qquad (11)$$

ve dolayısıyla da, $P_A = m_A v_A$, $P_B = m_B v_B$, . . . olmak üzere,

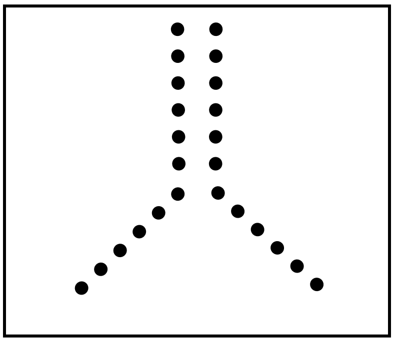
$$P_A + P_B = P_A' + P_B' \qquad (12)$$

bağıntıları geçerli olacaktır. Disklerin kütleleri aynı olduğundan, yukarıdaki ilişki aşağıdaki eşitliğe indirgenebilir:

$$\vec{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{A}} + \vec{\boldsymbol{v}}_{\boldsymbol{B}} = \vec{\boldsymbol{v}}'_{\boldsymbol{A}} + \boldsymbol{v}'_{\boldsymbol{B}} \qquad (13)$$

Buradaki toplam da vektöreldir ve bu toplamın geometrik olarak nasıl bulunacağı aşağıda açıklanmıştır:

Tamamıyla "elastik-olmayan" (*tamamen inelastik olan*) bir çarpışmada da, sistem yine izole bir sistem olduğu için, momentum korunacaktır. Böyle bir çarpışmada iki disk birbirine yapışacak ve v' hızıyla hareket eden, kütlesi *2m* olan tek bir cisim oluşturacaktır. Veri kağıdındaki noktalar aşağıdaki Şekil 2'dekine benzer olacaktır.

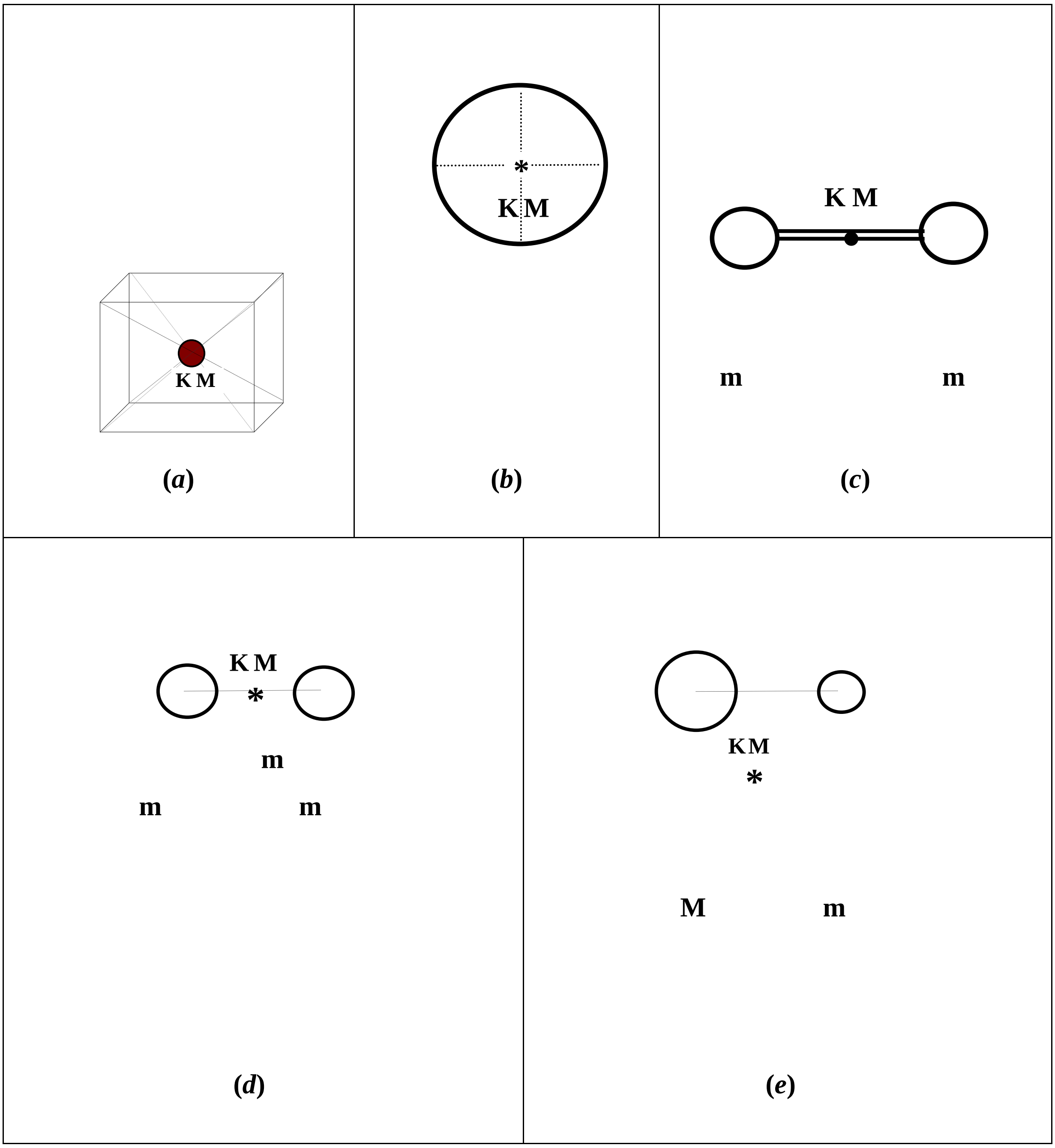


Şekil 2. İki diskin yatay durumdaki bir hava masası üzerinde tamamen inelastik çarpışmasındaki

Çarpışma sırasında momentumun korunumu aşağıdaki gibi gösterilebilir: $P_A + P_B = P'$ ya da

$$v_A + v_B = 2v' \qquad (14)$$

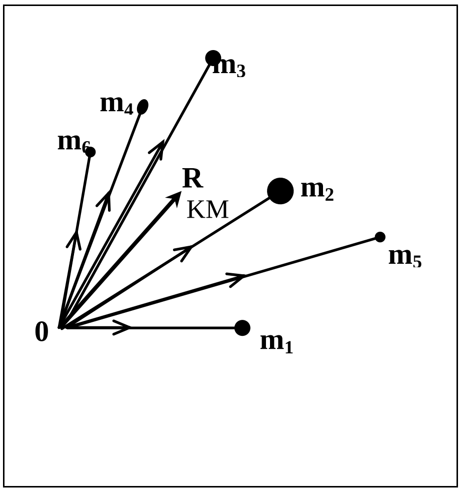
Bu deneyde tanıyıp inceleyeceğimiz bir başka kavram Kütle Merkezi (KM) kavramıdır. Homojen bir küpün ya da kürenin KM'nin bu simetrik cisimlerin geometrik merkezinde olacağını tahmin edebilirsiniz. Yine, Şekil 3.c'de görülen lobutun KM'nin iki topu birleştiren çubuğun orta noktasında olacağını da tahmin edebilirsiniz. Bunun gibi, birbirinin aynı iki homojen kürenin kütle merkezi bunların merkezlerini birleştiren bir çizginin tam orta noktasında olacaktır (Şekil 3.d). Eğer kürelerden biri daha ağır olsaydı, KM Şekil 3.e'de görüldüğü gibi daha ağır olan küreye doğru kayardı. Bu kaymanın miktarını *M* kütlesinin *m* kütlesinden ne kadar daha ağır olduğu belirler. Yukarıdaki örneklerden anlaşılacaktır ki bazı simetrik kütle dağılımlarının KM'nin konumunu tahmin etmek mümkündür. Örneğin, bu deneyin iki-diskli sisteminin KM’nin bunların merkezlerini birleştiren çizginin orta noktasında bulunacağını tahmin etmek zor değildir.



Şekil 3. Bazı simetrik homojen cisimlerin kütle merkezleri.

Daha genel kütle dağılımları için KM’nin tanımlanması yukarıdaki örneklerdeki kadar basit olamaz. Konum vektörleri, sırasıyla, r_1, r_2, . . . ,r_N olan m_1, m_2, . . .,m_N kütlelerinden oluşan bir parçacıklar sisteminin kütle merkezinin *R* konum vektörü aşağıdaki gibi tanımlanır (*bkz. Şekil 4*):

$$\vec{R} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2 + \ldots + m_N\vec{r}_N}{m_1 + m_2 + \ldots + m_N} \tag{15}$$



Şekil 4. Bir kütleler dağılımının R kütle merkezi.

Parçacıklar zaman içinde konumlarını değiştirirlerken , KM'nin konumu da değişecektir. KM'nin R konum vektörünün değişme hızı KM'nin hızı olarak düşünülebilir:

$$\vec{V}_{KM} = \frac{d\vec{R}}{dt} \tag{16}$$

Kütlelerin sabit olduğu durumda, Eşitlik 15'in her iki tarafının zamana göre türevi alınarak,

$$\vec{V}_{KM} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + \ldots + m_N\vec{v}_N}{m_1 + m_2 + \ldots + m_N} \tag{17}$$

elde edilir. İki-diskli sistemimiz için de,

$$\vec{R} = \frac{m\vec{r}_A + m\vec{r}_B}{m + m} \tag{18}$$

ve disklerin kütleleri aynı olduğu için,

$$\vec{R} = \frac{\vec{r}_A + \vec{r}_B}{2} \tag{19}$$

bulunur. Buna göre KM'nin hızı,

$$\vec{V}_{KM} = \frac{\vec{v}_A + \vec{v}_B}{2} \qquad (20)$$

olacaktır.

Yukarıdaki eşitlikten önemli sonuçlar çıkarabiliriz. İlk olarak, yatay durumdaki hava masasının üzerindeki iki-disk sistemi için momentumun korunmasından dolayı eşitliğin sağ tarafının paydasının bir sabit olduğuna dikkat edin (*Bu eşitliği Eşitlik 12 ile kıyaslayın*). Bu paydanın sabit olması KM'nin hızının bu durum için sabit olduğunu gösterir. Başka bir deyişle, KM *sabit hızla* hareket etmektedir ("*Sabit hız*", hem büyüklük hem de yön olarak *sabit* anlamındadır). Dolayısıyla, toplam momentumun korunduğu izole bir sistem için, sistemin kütle merkezi daima bir doğru boyunca ve sabit hızla hareket eder. Üstelik, bu deneyde inceleyeceğimiz sistem için, herhangi bir anda, KM'nin hızı disklerin hızlarının vektörel toplamının yarısıdır. Bu nedenle de, iki-diskli sistemimizde çarpışma öncesi ve sonrasındaki hızlar için,

$$\vec{V}_{KM} = \frac{\vec{v}_A + \vec{v}_B}{2} = \vec{V}'_{KM} = \frac{\vec{v}'_A + \vec{v}'_B}{2} \qquad (21)$$

eşitliklerini yazabiliriz.

Kinetik Enerji

Bu deneyde, çarpışma sırasında disklerin kinetik enerjisinin korunumunu da araştıracağız. Kütlesi m ve lineer hızı v olan bir cismin K kinetik enerjisinin tanımını hatırlayın:

$$K = ½\, m v^2 \qquad (22)$$

Dolayısıyla iki-diskli sistemin, bir elastik çarpışmadan önce ve sonraki toplam kinetik enerjileri;

$$K = \frac{1}{2} m v_A^2 + \frac{1}{2} m v_B^2 \qquad K' = \frac{1}{2} m v'^2_A + \frac{1}{2} m v'^2_B \qquad (23)$$

olmalıdır. (Kinetik enerji bir skalar nicelik olduğu için, bu eşitliklerdeki toplamlar *cebirsel* toplamlardır.) İki diskin çarpışma sırasında birbirine yapışıp kütlesi ***2m*** ve hızı $\vec{v}\,'$ olan tek bir cisim haline geldiği tamamen inelastik çarpışmada ise, çarpışmadan sonraki toplam kinetik enerji,

$$K' = \frac{1}{2}(2m)v'^2 = mv'^2 \qquad (24)$$

olacaktır. Bir elastik çarpışmada kinetik enerji hemen hemen korunurken (K = K'), tamamen inelastik çarpışmada, *tanımı gereği*, korunmaz. Kinetik enerjideki kaybı,

$$\textit{Fraksiyonel kayıp} = \frac{K - K'}{K} \qquad \textit{Yüzde kayıp} = \% \frac{K - K'}{K} \times 100$$

olarak tanımlayabiliriz.

Deneyin Yapılışı:

1. Önce hava masasını yatay duruma getirmek için ayaklarını özenle ayarlayın.

2. Önce iletken karbon kağıdı, ardından da veri kağıdınızı hava masasının cam levhasının üzerine koyun.

3. Ark üretecinin frekansını f=10 Hz olarak ayarlayın.

4. Önce sadece hava pompası çalışırken, masanın ortasında bir yerde çarpıştırmak için iki diski çapraz olarak birbirine doğru iterek denemeler yapın. Diskleri çok yavaş ya da çok hızlı itmeyin. İyi bir çarpışma yaptırmayı başarana kadar bu deneme atışlarını tekrarlayın.

5. Diskleri denemelerinizde yaptığınız gibi hava masasının ortasında çarpıştırmak üzere ittirip bıraktığınız anda ark üreteceni de çalıştırın. İki disk de hareketini tamamlayıncaya kadar ark üretecini çalıştırmaya devam edin.

8. Kayıt kağıdınızı tabladan kaldırıp yeni bir kağıt koyduktan sonra, iki diskin de çevresine "Velcro" bantlarını sıkıca geçirin. Bantların alt kenarlarının veri kağıdına temas etmemesine dikkat edin.

9. Önce sadece hava pompasını çalıştırarak, iki diskin masanın ortasına yakın bir yerde çarpışıp birbirine yapışarak harekete devam etmelerini sağlayacak biçimde, diskleri çapraz olarak birbirine doğru itip bırakarak alıştırmalar yapın. Çarpışmadan sonra disklerin dönme hareketi yapmamalarına özen gösterin.

10. Diskleri denemelerinizde yaptığınız gibi hava masasının ortasında çarpıştırmak üzere ittirip bıraktığınız anda ark üretecini de çalıştırın. Diskler hareketini tamamlayıncaya kadar ark üretecini çalıştırmaya devam edin.

11. Hava pompasını durdurun; ark üretecini kapatarak Kayıt kağıdınızı tabladan kaldırın.

Ölçüm ve Hesaplamalar:

Deneyin analiz kısmı iki ayrı bölümde yapılacaktır. Bölüm A'da, esnek çarpışmanın gerçekleştiği (disklerin çarpışıp ayrıldığı) durumda alınan veriler incelenecektir. Bölüm B'de ise "Velcro" bantlar kullanılarak gerçekleştirilen esnek olmayan çarpışmaya ait veri incelenecektir. kapsamaktadır

Bölüm A:

1. Deneyin ilk kısmında alınmış olan ve Şekil 1'de verilen örnektekine benzeyen izleri gözden geçirin. Disklerin çarpışma öncesinde izledikleri yolları ***A*** ve ***B***, çarpışma sonrasındakileri ise ***A′*** ve ***B′*** olarak işaretleyin.

2. Disklerin herbir yol üzerinde bıraktıkları noktaları 0, 1, 2, . . . , n şeklinde numaralandırın (İlk noktadan başlamanız gerekmez).

3. Her iki disk yolu üzerinde iki veya üç aralığın uzunluğunu ölçüp ilgili zaman aralığına bölerek, her bir diskin çarpışmadan önceki (V_A, V_B) ve sonraki ($V_A^{'}$, $V_B^{'}$) hızlarını bulun.

4. $\vec{v}_A + \vec{v}_B$ ve $\vec{v}_A^{\,'} + \vec{v}_B^{\,'}$ vektörel toplamlarını bularak momentumun korunumu hakkında yorum yapınız. Örneğin $\vec{v}_A + \vec{v}_B$ toplamını bulmak için, *A* ve *B* yollarını kesişinceye kadar uzatın; sonra da kesişme noktasından başlayarak, $\vec{v}_A$ ve $\vec{v}_B$ yönlerinde ve bu hızların büyüklükleri ile orantılı uzunluklarda vektörler çizin

(Örneğin 10 cm/s hızı göstermek için 1 cm uzunluğunda bir vektör çizebilirsiniz). Hız vektörlerini çizdikten sonra vektör paralelogramlarını kapatarak toplam (*bileşke*) hız vektörlerini bulun.

5. Çarpışma öncesi ve sonrasında *aynı anda oluşan noktaları* belirleyin. Aynı anda oluşmuş her iki noktayı bir çizgi ile birleştirin. Her nokta çiftini birleştiren çizgi üzerinde KM'nin konumunu saptayın. Bu şekilde, çarpışma sırasında KM'nin konumunun nasıl değiştiğini gösteren bir kayıt elde edeceksiniz. Bu kaydı kullanarak, KM'nin çarpışmadan önceki ve sonraki hızlarını bulun.

6. İki diskin çarpışmadan önceki ve sonraki kinetik enerjilerini bulun ve karşılaştırın.

Bölüm B:

1. Deneyin ikinci kısmında alınmış olan ve Şekil 2'de verilen örnektekine benzeyen izleri gözden geçirin. Disklerin çarpışma öncesinde izledikleri yolları ***A*** ve ***B***, çarpışma sonrasındaki ortak yolu ise ***AB*** olarak işaretleyin.

2. Bölüm A'daki yöntemle, her bir diskin çarpışmadan önceki (V_A, V_B) hızlarını ve sondurumdaki ortak (V_{AB}) hızını bulun.

3. $\vec{v}_A + \vec{v}_B$ vektörel toplamını ve $\vec{v}_{AB}$ hızını kullanarak momentumun korunumu hakkında yorum yapınız.

4. Çarpışma öncesi ve sonrasında *aynı anda oluşan noktaları* belirleyin. Aynı anda oluşmuş her iki noktayı bir çizgi ile birleştirin. Her nokta çiftini birleştiren çizgi üzerinde KM'nin konumunu saptayın. Bu şekilde, çarpışma sırasında KM'nin konumunun nasıl değiştiğini gösteren bir kayıt elde edeceksiniz. Bu kaydı kullanarak, KM'nin çarpışmadan önceki ve sonraki hızlarını bulun.

5. İki diskin çarpışmadan önceki ve sonraki kinetik enerjilerini bulun ve karşılaştırın.

6. Disklerin çarpışmadan önceki ve sonraki *toplam kinetik enerjilerini* bulun, *fraksiyonel kaybı* ve *yüzde fraksiyonelkaybı* hesaplayın.