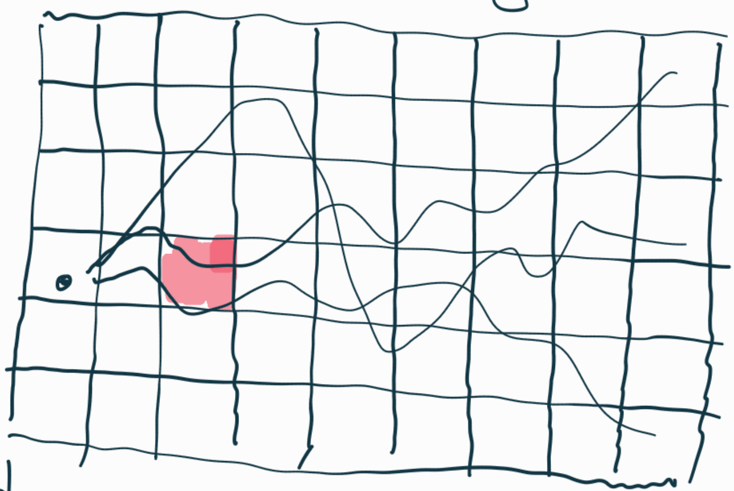
8 Berechnung der Konzentrationsverteilung aus der Partikelverteilung



$$\Delta V_j = \Delta x_j \, \Delta y_j \, \Delta z_j$$

N: Teilchen emittiert

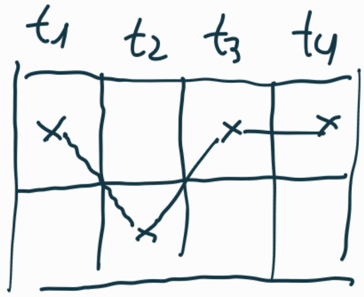
Q: Quellstärke

$$c_j \sim \frac{\sum_{k=1}^{N} T_{k,j}}{N \, \Delta V_j} \approx \frac{\overbrace{n_j \cdot \Delta t}^{\text{Gesamtaufenthaltszeit}}}{N \cdot \Delta V_j}$$

von n_j Partikeln

Konzentration:

$$c_j = Q \cdot \frac{n_j \cdot \Delta t}{N \cdot \Delta V_j} \overset{2D}{=} Q \, \frac{n_j \cdot \Delta t}{N \cdot \Delta x \, \Delta z}$$



Funktioniert gut, wenn n_j groß

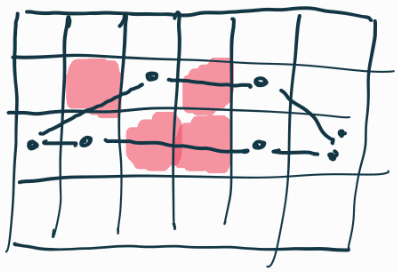
→ N größer werden lassen (→ mehr Rechenzeit)

→ ΔV_j größer machen (→ räumliche Auflösung wird schlechter)

Kritischer Grenzwert:

$$n_j = 1$$

Zeitschrittkriterium:



$$u_i = \bar{u}_i = \text{const.}$$

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{\bar{u}_i} \rightarrow \Delta x = \Delta t \cdot \bar{u}_i$$

→ Ein Partikel darf nur ein Gittervolumen pro Zeitschritt passieren (d.h. Δx weit)

9 Vergleich MC-Modell und Gauß-Modell

Gauß	MC	
z_q	z_q	✓
Q	Q	✓
$\bar{u}$	$\bar{u}$	✓
σ_z [m]	τ_L, σ_w [$\frac{m}{s}$], R_L	?

σ_z^2 → Streuung der Gaußverteilung auch interpretieren als Streuung der Partikel (in z-Richtung):

Sei z die Abweichung eines typischen Partikels von der ursprünglichen Quellhöhe h aufgrund von turbulenten Fluktuationen w' nach Zeit t. $\overline{z^2}$ ist das mittlere Quadrat bzgl. eines großen Ensembles von Partikeln.

$$\frac{d\overline{z^2}}{dt} = 2\cdot\overline{z\frac{dz}{dt}} = 2\cdot\overline{z(t)\,w'(t)} \qquad \Big|\ \frac{dz}{dt} = w'$$

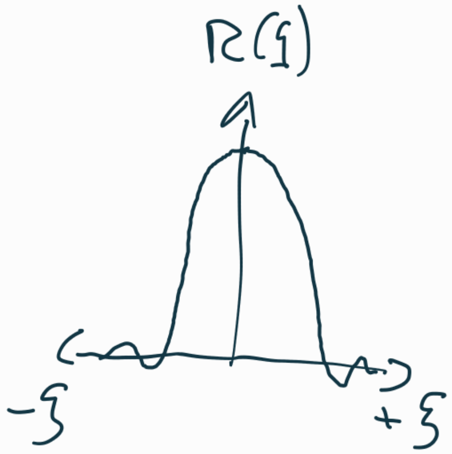
↳ Integral über die Änderungen der Welle

$$= 2\int_0^t \overline{w'(t)\cdot w'(\xi)}\,d\xi$$

$$= 2\int_{-t}^{0} \overline{w'(t)\cdot w'(t+\xi)}\,d\xi \qquad \Big|\ R(\xi) = \frac{\overline{w'(t)\cdot w'(t+\xi)}}{\overline{w'^2}}$$

$$= 2\int_{-t}^{0} R(\xi)\,\overline{w'^2}\,d\xi$$

$$= 2\,\overline{w'^2}\int_{-t}^{0} R(\xi)\,d\xi$$



$$\frac{d\overline{z^2}}{dt} = 2\,\overline{w'^2}\int_0^{t} R(\xi)\,d\xi$$

→ zeitliche Integration von 0 bis T

$$\overline{z^2}(T) = 2\,\overline{w'^2}\int_0^T\int_0^t R(\xi)\,d\xi\,dt \qquad \Big|\ \frac{d\overline{z^2}}{dt} \hat{=} \frac{d\sigma_z^2}{dt}$$

$$\sigma_z^2(T) = 2\,\sigma_w^2\int_0^T\int_0^t R(\xi)\,d\xi\,dt$$

φ

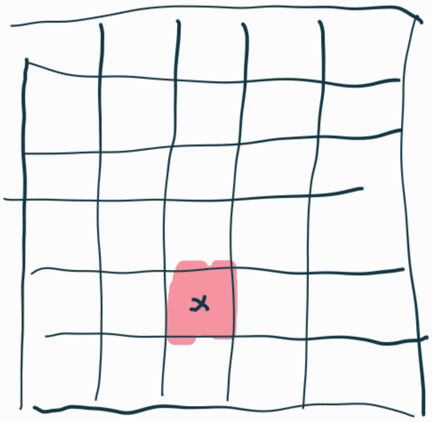
$= \ldots$

$$= 2\sigma_w^2 \tau_L \left[t - \tau_L + \tau_L \exp\left(-\frac{t}{\tau_L}\right)\right]$$

$\rightarrow$ bis ruhende System

$$\sigma_x^2(x) = 2\sigma_w^2 \tau_L \left[\frac{x}{\bar{u}} - \tau_L + \tau_L \exp\left(-\frac{x}{\bar{u}\,\tau_L}\right)\right]$$

MC



$c_{i,j}$ → bezieht auf den Mittelpunkt des Gittervolumens

→ Ausgabe: x, z - Werte um $\frac{\Delta x}{2}$, $\frac{\Delta z}{2}$ verschieben.

⇝ Auch im Gasmodell auf das versetzte Gitter bringen!