

# Аналитическое решение

## Полное поглощение

Аналитическое решение использует следующую модель поглощения: в результате взаимодействия нейтрино с адроном через заряженный ток (*charged current, CC*) нейтрино исчезает, взаимодействие через нейтральный ток (*neutral current, NC*) не учитывается, так как в этом случае происходит рождение нового нейтрино меньшей энергии, имеющего импульс близкий к исходному. На рисунке 1 показано ослабление потока в результате рассеяния и поглощения частиц в объёме  $dS \cdot dx$  с концентрацией рассеивающих центров  $n$ . В случае рассеяния нейтрино рассеивающим центром является каждый нуклон.

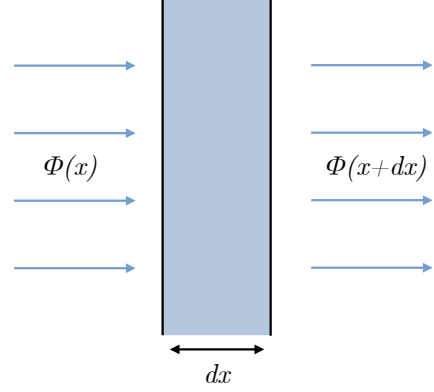


Рис. 1: Классическое поглощение потока частиц в среде толщины  $dx$ .

Концентрация нуклонов – рассеивающих центров – определяется выражением:

$$n_{nucl} = \frac{N_{nucl}}{V} = A \cdot \frac{N_{at}}{V} = A \cdot \frac{\nu_{at} N_A}{V} = A \cdot \frac{m N_A}{\mu V} = \rho N_A [cm^{-3}], \quad (1)$$

где  $A$  – средняя атомная масса поглотителя,  $\mu$  – его средняя молярная масса ( $g \cdot mol^{-1}$ ),  $\rho$  – средняя плотность ( $g \cdot cm^{-3}$ ),  $N_A \approx 6,02 \cdot 10^{23} mol^{-1}$  – число Авогадро.

В этом случае изменение потока определяется выражением

$$d\Phi = -\Phi(x) \cdot n\sigma dx = -\Phi(x)\rho\sigma N_A dx \quad (2)$$

Сечение взаимодействия нейтрино определяется только энергией частицы  $\sigma = \sigma(E)$ , средняя плотность зависит от положения частицы внутри Земли  $\rho = \rho(r)$ .

Таким образом, уравнение (2) превращается в интеграл вдоль траектории движения частицы внутри поглощающего вещества.

$$d\left(\frac{\Phi}{\Phi_0}\right) = -\rho(r)\sigma(E)N_A dx$$
$$\Phi(E, \theta) = \Phi_0 \cdot \exp \left\{ -\sigma(E)N_A \int_L dl \rho(r(l)) \right\} \quad (3)$$

Теперь необходимо в явном виде определить зависимость сечения взаимодействия через заряженный ток от энергии и средней плотности материи от положения частицы внутри Земли.

## Сечение взаимодействия нейтрино

Для вычисления коэффициента затухания  $\kappa(E, \theta) = \Phi(E, \theta)/\Phi_0$  используется сплайн по данным таблиц из статьи А. Cooper-Sarkar, P. Mertsch и S. Sarkar [1].

При расчёте используется сечение поглощения  $\sigma_{CC}$ , соответствующее только через заряженный ток.

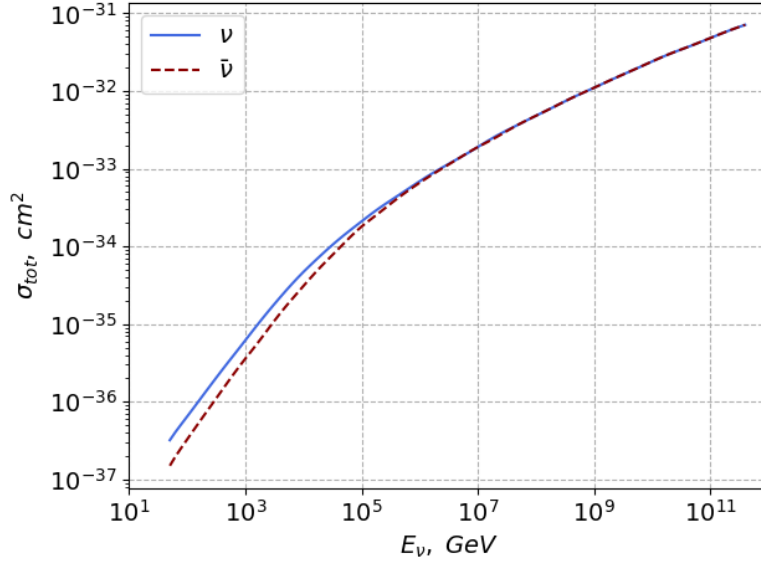


Рис. 2: Зависимость сечения  $\sigma_{CC}$  от энергии нейтрино. Синей сплошной линией отмечено сечение для нейтрино, красным пунктиром — для антинейтрино.

## Модель Земли

Распределение плотности вещества в Земле, используемое в работе, описано А. Dziewonski и D. Anderson в модели PREM (*Preliminary Reference Earth Model*) в статье [2]. Земля представляется как набор сферических слоёв с переменной по радиусу плотностью. Распределение плотности изображено на рисунке 3, построенном по данным статьи [2].

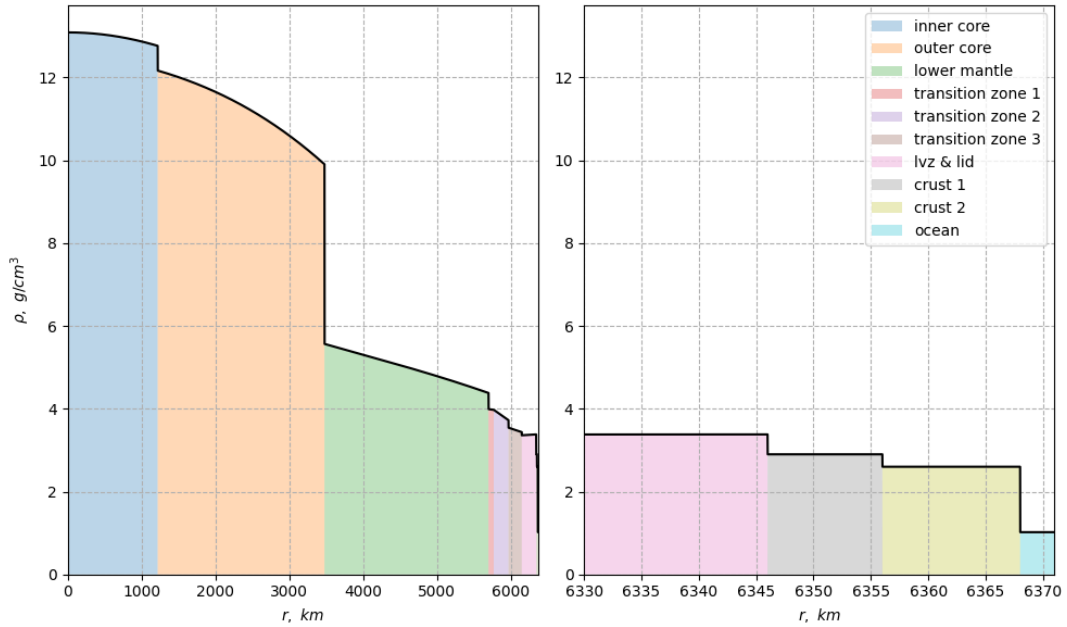


Рис. 3: Распределение плотности по радиусу

## Параметризация траектории

Траектория нейтрино — прямая, пересекающая касательную плоскость к Земле в точке расположения детектора под углом  $\theta$  (см. рисунок 4).

Если обозначить радиус Земли  $R$ , траекторию можно задать натуральным параметром

$$x \in [0, 2 \sin \theta].$$

Длина хорды, по которой нейтрино проходит сквозь Землю, определяется выражением

$$L(\theta) = 2R \sin \theta,$$

а расстояние до центра вычисляется по формуле

$$r(x) = R\sqrt{1 - 2x \sin \theta + x^2} \quad (4)$$

Следовательно, коэффициент поглощения, описываемый формулой (3), получает явное выражение

$$\kappa(E, \theta) = \frac{\Phi(E, \theta)}{\Phi_0} = \exp \left\{ -\sigma(E) R N_A \int_0^{2 \sin \theta} dx \rho(r(x)) \right\} \quad (5)$$

Для проверки результатов сравним вычисления с данными статьи А. Garcia и др. [3], где производится аналогичное вычисление.

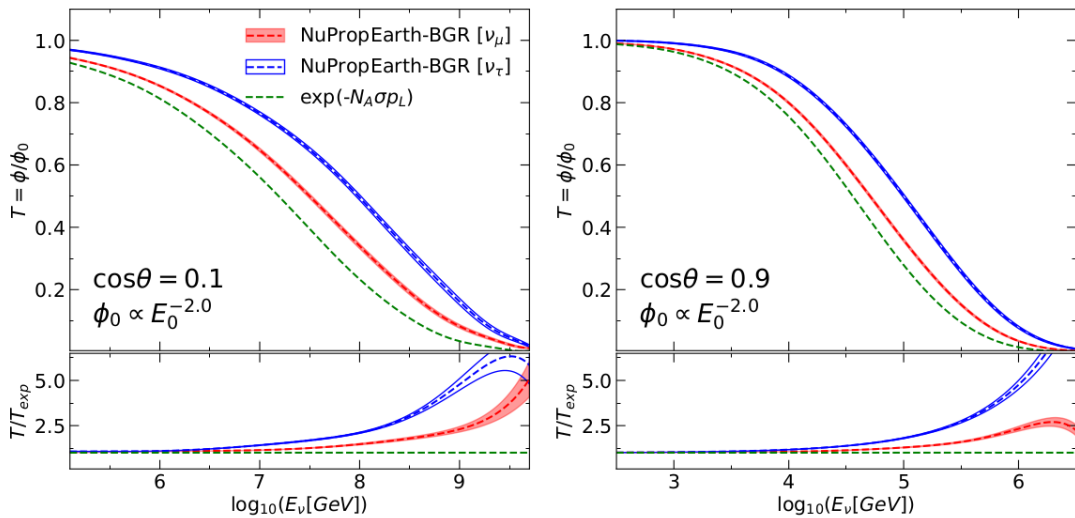


Рис. 5: Результаты А. Garcia и др. [3]

Авторы статьи используют для оценки *полное сечение рассеяние*  $\sigma_{tot} = \sigma_{CC} + \sigma_{NC}$ . Сравнительные результаты нашего расчёта представлены на рисунке 6.

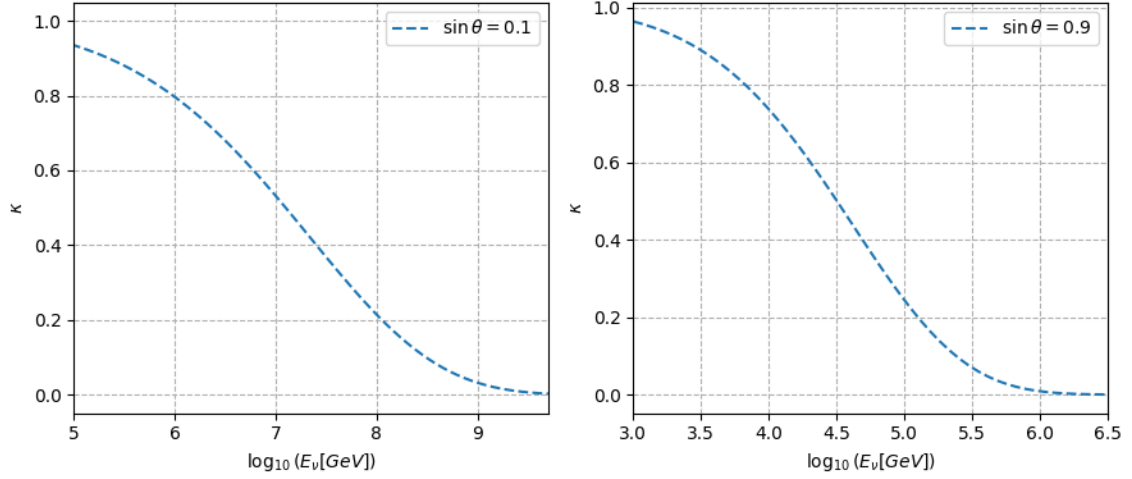


Рис. 6: Результаты вычисления по формуле (5) с использованием полного сечения  $\sigma_{tot}$  для сравнения данных с рисунком 5.

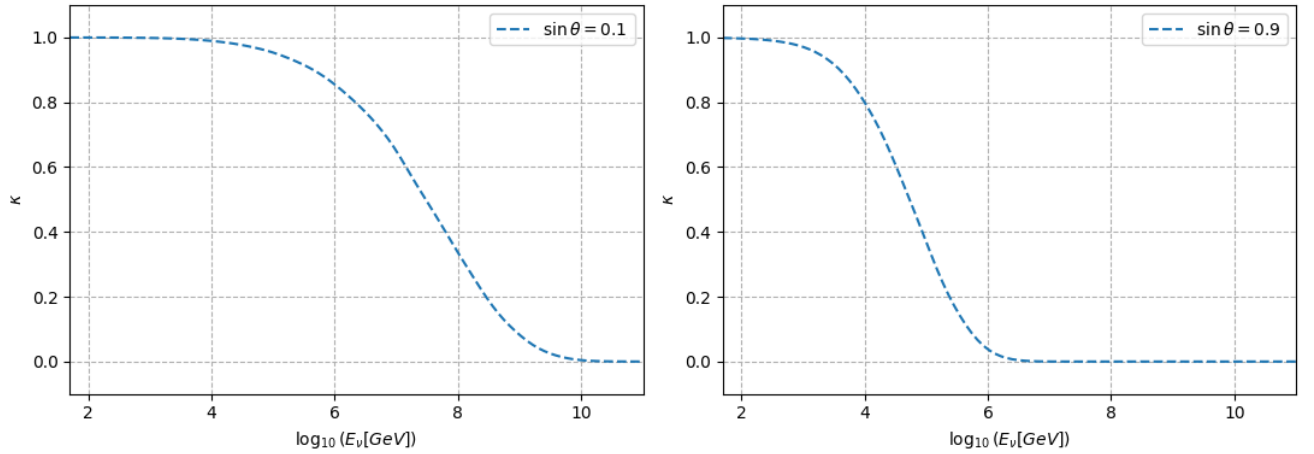


Рис. 7: Результаты вычисления по формуле (5) с использованием  $\sigma_{CC}$ , что представляется более близким к действительности предположением.

## Развитие работы

Предположение полного поглощения – грубая оценка коэффициента поглощения. Такой расчёт не учитывает процессов «переизлучения нейтрино», в которых после взаимодействия рождается новое нейтрино меньшей энергии.

Для того, чтобы принять во внимание более сложные процессы, необходимо использовать программное обеспечение, позволяющее рассчитать преобразование спектра всего потока частиц при прохождении через Землю. Такие программы описываются в работах [3], [4], [5]. Дальнейшее развитие работы состоит в применении этих расчётов к конкретным потенциальным источникам нейтрино.

**Ссылка на GitHub.**

## Список литературы

- [1] Amanda Cooper-Sarkar, Philipp Mertsch и Subir Sarkar. “The high energy neutrino cross-section in the Standard Model and its uncertainty”. В: *Journal of High Energy Physics* 2011.8 (авг. 2011). DOI: 10.1007/jhep08(2011)042. URL: <https://doi.org/10.1007%2Fjhep08%282011%29042>.
- [2] Adam M. Dziewonski и Don L. Anderson. “Preliminary reference Earth model”. В: *Physics of the Earth and Planetary Interiors* 25.4 (1981), с. 297—356. DOI: [https://doi.org/10.1016/0031-9201\(81\)90046-7](https://doi.org/10.1016/0031-9201(81)90046-7).
- [3] Alfonso Garcia и др. “Complete predictions for high-energy neutrino propagation in matter”. В: *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 2020.09 (сент. 2020), с. 025—025. DOI: 10.1088/1475-7516/2020/09/025. URL: <https://doi.org/10.1088%2F1475-7516%2F2020%2F09%2F025>.
- [4] Diksha Garg и др. “Neutrino propagation in the Earth and emerging charged leptons with nuPyProp”. В: *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 2023.01 (январ. 2023), с. 041. DOI: 10.1088/1475-7516/2023/01/041. URL: <https://doi.org/10.1088%2F1475-7516%2F2023%2F01%2F041>.
- [5] Aaron C. Vincent, Carlos A. Argüelles и Ali Kheirandish. “High-energy neutrino attenuation in the Earth and its associated uncertainties”. В: *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 2017.11 (нояб. 2017), с. 012—012. DOI: 10.1088/1475-7516/2017/11/012. URL: <https://doi.org/10.1088%2F1475-7516%2F2017%2F11%2F012>.