

# Аналитическое решение

## Полное поглощение

Аналитическое решение использует модель полного поглощения: в результате взаимодействия нейтрино с адроном через заряженный ток (*charged current, CC*) или через нейтральный ток (*neutral current, NC*) нейтрино исчезает или меняет направление так, что уже не попадает в детектор.

На рисунке 1 показано ослабление потока в результате рассеяния и поглощения частиц в объёме  $dS \cdot dx$  с концентрацией рассеивающих центров  $n$ . В случае рассеяния нейтрино рассеивающим центром является каждый нуклон.

Концентрация нуклонов – рассеивающих центров – определяется выражением:

$$n_{nucl} = \frac{N_{nucl}}{V} = A \cdot \frac{N_{at}}{V} = A \cdot \frac{\nu_{at} N_A}{V} = A \cdot \frac{m N_A}{\mu V} = \langle \rho \rangle N_A [cm^{-3}], \quad (1)$$

где  $A$  – средняя атомная масса поглотителя,  $\mu$  – его средняя молярная масса ( $g \cdot mol^{-1}$ ),  $\rho$  – средняя плотность ( $g \cdot cm^{-3}$ ),  $N_A \approx 6,02 \cdot 10^{23} mol^{-1}$  – число Авогадро.

В этом случае изменение потока определяется выражением

$$d\Phi = -\Phi(x) \cdot n \sigma dx = -\Phi(x) \langle \rho \rangle \sigma N_A dx \quad (2)$$

Сечение взаимодействия нейтрино определяется только энергией частицы  $\sigma = \sigma(E)$ , средняя плотность зависит от положения частицы внутри Земли  $\langle \rho \rangle = \langle \rho \rangle(r)$ .

Таким образом, уравнение (2) превращается в интеграл вдоль траектории движения частицы внутри поглощающего вещества.

$$d\left(\frac{\Phi}{\Phi_0}\right) = -\langle \rho \rangle(r) \sigma(E) N_A dx$$
$$\Phi(E, \theta) = \Phi_0 \cdot \exp \left\{ -\sigma(E) N_A \int_L dl \rho(r(l)) \right\} \quad (3)$$

Теперь необходимо в явном виде определить зависимость сечения взаимодействия от энергии и средней плотности материи от положения частицы внутри Земли.

## Сечение взаимодействия нейтрино

Для вычисления коэффициента затухания  $\kappa(E, \theta) = \Phi(E, \theta)/\Phi_0$  используется параметризация сечения взаимодействия нейтрино с веществом, описанная А. Connolly, R. Thorne и D. Waters [1].

При расчёте используется полное сечение поглощения  $\sigma_{tot} = \sigma_{CC} + \sigma_{NC}$ . Зависимость от энергии для нейтрино и антинейтрино показана на рисунке 2.

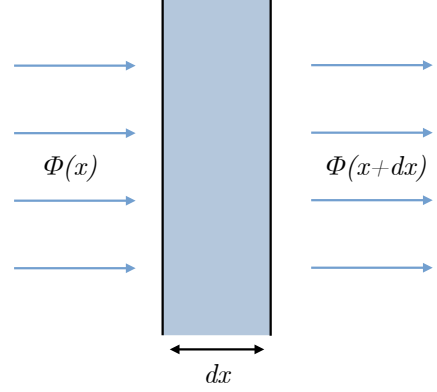


Рис. 1: Классическое рассеяние

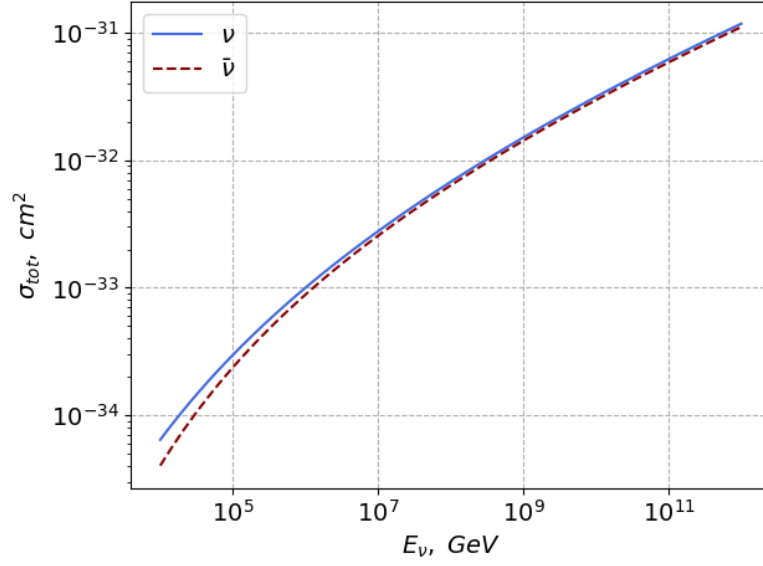


Рис. 2: Зависимость полного сечения взаимодействия от энергии нейтрино

## Модель Земли

Распределение плотности вещества в Земле, используемое в работе, описано А. Dziewonski и D. Anderson в модели PREM (*Preliminary Reference Earth Model*) в статье [2].

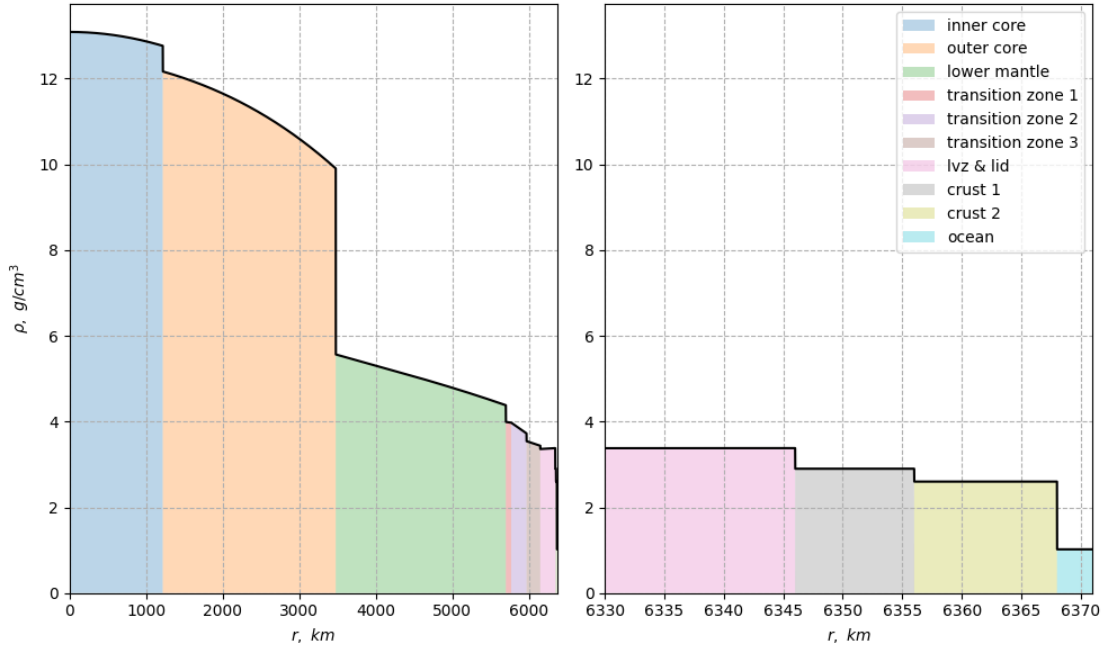


Рис. 3: Распределение плотности по радиусу

В используемой модели Земля представляется как набор сферических слоёв с переменной по радиусу плотностью. Распределение плотности изображено на рисунке 3, построенном по данным статьи [2].

## Параметризация траектории

Траектория нейтрино — прямая, пересекающая касательную плоскость к Земле в точке расположения детектора под углом  $\theta$  (см. рисунок 4).

Если обозначить радиус Земли  $R$ , траекторию можно задать натуральным параметром

$$x \in [0, 2 \sin \theta].$$

Длина хорды, по которой нейтрино проходит сквозь Землю, определяется выражением

$$L(\theta) = 2R \sin \theta,$$

Рис. 4: Параметризация траектории нейтрино

а расстояние до центра вычисляется по формуле

$$r(x) = R\sqrt{1 - 2x \sin \theta + x^2} \quad (4)$$

Следовательно, коэффициент поглощения, описываемый формулой (3), получает явное выражение

$$\kappa(E, \theta) = \frac{\Phi(E, \theta)}{\Phi_0} = \exp \left\{ -\sigma(E) R N_A \int_0^{2 \sin \theta} dx \rho(r(x)) \right\} \quad (5)$$

Для проверки результатов сравним вычисления с данными статьи А. Garcia и др. [3], где производится аналогичное вычисление.

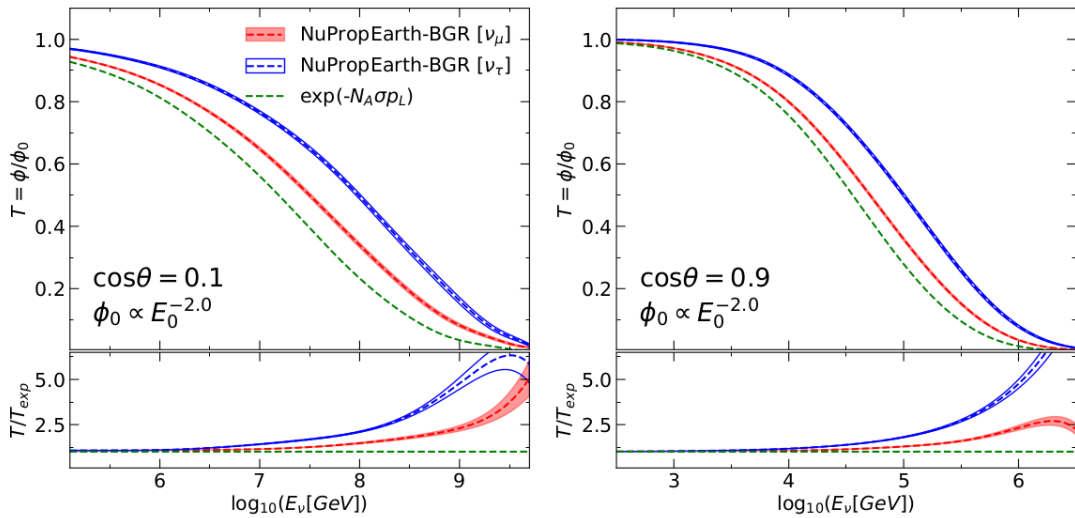


Рис. 5: Результаты А. Garcia и др. [3]

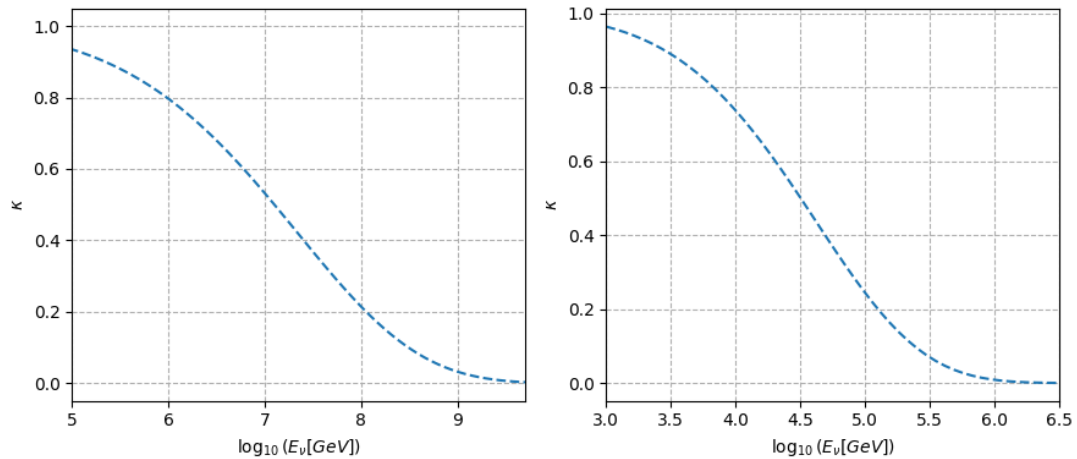


Рис. 6: Результаты вычисления по формуле 5

## Развитие работы

Предположение полного поглощения – грубая оценка коэффициента поглощения. Такой расчёт не учитывает процессов «переизлучения нейтрино», в которых после взаимодействия рождается новое нейтрино меньшей энергии. Для того, чтобы принять во внимание более сложные процессы, необходимо использовать программное обеспечение, позволяющее рассчитать преобразование спектра всего потока частиц при прохождении через Землю. Такие программы описываются в работах [3], [5], [4]. Дальнейшее развитие работы состоит в применении этих расчётов к конкретным потенциальным источникам нейтрино, находящихся на небе Южного полушария.

**Ссылка на GitHub.**

## Список литературы

- [1] D. Waters A. Connoly R. Thorne. “Calculation of high energy neutrino-nucleon cross sections and uncertainties using the Martin-Stirling-Thorne-Watt parton distribution functions and implications for future experiments”. В: *Physical Review D* 83.113009 (2010). DOI: <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevD.83.113009>.
- [2] Adam M. Dziewonski и Don L. Anderson. “Preliminary reference Earth model”. В: *Physics of the Earth and Planetary Interiors* 25.4 (1981), с. 297–356. DOI: [https://doi.org/10.1016/0031-9201\(81\)90046-7](https://doi.org/10.1016/0031-9201(81)90046-7).
- [3] Alfonso Garcia и др. “Complete predictions for high-energy neutrino propagation in matter”. В: *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 2020.09 (сент. 2020), с. 025–025. DOI: 10.1088/1475-7516/2020/09/025. URL: <https://doi.org/10.1088%2F1475-7516%2F2020%2F09%2F025>.
- [4] Diksha Garg и др. “Neutrino propagation in the Earth and emerging charged leptons with nuPyProp”. В: *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 2023.01 (январ. 2023), с. 041. DOI: 10.1088/1475-7516/2023/01/041. URL: <https://doi.org/10.1088%2F1475-7516%2F2023%2F01%2F041>.
- [5] Aaron C. Vincent, Carlos A. Argüelles и Ali Kheirandish. “High-energy neutrino attenuation in the Earth and its associated uncertainties”. В: *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 2017.11 (нояб. 2017), с. 012–012. DOI: 10.1088/1475-7516/2017/11/012. URL: <https://doi.org/10.1088%2F1475-7516%2F2017%2F11%2F012>.